

ADDITION ET SOUSTRACTION

Complète les schémas et les égalités :

$7 \xleftarrow[-5]{+5} 12$	$7 + 5 =$ $12 - =$	$5 \xleftarrow[-]{+7} 12$	$5 + =$ $12 - =$
$9 \xleftarrow[-]{+} 15$	$9 + =$ $15 - =$	$6 \xleftarrow[-]{+} 15$	$6 + =$ $15 - =$
$13 \xleftarrow[-]{+} \quad$	$13 + 8 =$ $- =$	$8 \xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$
$\xleftarrow[-]{+9} 26$	$+ =$ $- =$	$9 \xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$
$8 \xleftarrow[-m]{+m} 14$	$+ =$ $- =$	$m \xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$
$k \xleftarrow[-]{+} \quad$	$k + 7 = 11$ $- =$	$7 \xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$
$\xleftarrow[-]{+27} \quad$	$9 + 27 = t$ $- =$	$\xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$
$a \xleftarrow[-]{+5} b$	$+ =$ $- =$	$\xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$
$\xleftarrow[-]{+} \quad$	$r + d = s$ $- =$	$d \xleftarrow[-]{+} \quad$	$+ =$ $- =$

Invente à ton tour trois exemples semblables :

QUOTIENT - DIVISION - INVERSE

I) DEFINITION 1

w et z désignant des nombres quelconques avec $z \neq 0$,
le quotient de w et de z
est le nombre qu'il faut multiplier par z (second cité)
pour égaler w (premier cité).

Notation : ce nombre est désigné par l'écriture w / z .

Schéma : $w / z \xrightarrow{x} \text{Traduction : } (w / z) x =$

REdénomination : j'appelle "k" le quotient de w et de z.

Traduction : $k = w / z$

D'après la définition ci-dessus, k est donc le nombre qu'il faut
par pour égaler , autrement dit = .

CONCLUSION :

$k = w / z$ équivaut à $x =$

Schéma : $\xleftarrow[x]{/}$

II) DEFINITION 2

La division est l'opération qui, à deux nombres w et z, pris dans cet ordre et avec $z \neq 0$, fait correspondre le nombre w / z .

III) Lorsque le produit de deux nombres a et b est égal à 1 :

$a \xleftarrow[x \ b]{/} b \xrightarrow{1}$

$a \times b = 1$ équivaut à $a = /$

On dit alors que "a est l'inverse de b".

On a évidemment aussi : $b \times =$ équivaut à $b = /$

et on dit de même que " est l' de ".

DEFINITION 3

Deux nombres sont inverses lorsque leur produit est égal à 1.

Etant donné un nombre quelconque m différent de zéro,
l'écriture $1/m$ désigne le quotient de et de .
Elle désigne aussi "l'inverse de m" et se lit "un sur m".

FINALEMENT on a trois phrases équivalentes et leurs traductions :

a est	= / b
b	=
a et b sont	x =

MULTIPLICATION ET DIVISION

Complète les schémas et les égalités :

$$3 \xrightarrow{x4} 12 \quad \xleftarrow{/4}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$4 \xrightarrow{x3} 12 \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} 4 \times 3 & = \\ 12 / & = \end{matrix}$$

$$7 \xrightarrow{x} 56 \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} 7 \times & = \\ 56 / & = \end{matrix}$$

$$8 \xrightarrow{x} 56 \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} 54 \quad \xrightarrow{/}$$

$$\begin{matrix} 6 \times & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$9 \xrightarrow{x} \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} 84 \quad \xrightarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x \times 12 & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} \quad \xrightarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$13 \xrightarrow{x \ m} 91 \quad \xleftarrow{/ \ m}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$m \xrightarrow{x} \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$k \xrightarrow{x} \quad \xleftarrow{/}$$

$$k \times 12 = 60 \quad \begin{matrix} / & = \end{matrix}$$

$$12 \xrightarrow{x} \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} \quad \xrightarrow{/}$$

$$5 \times 15 = t \quad \begin{matrix} / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} \quad \xrightarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$a \xrightarrow{x \ 8} b \quad \xleftarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} \quad \xrightarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} \quad \xrightarrow{/}$$

$$f \times u = p \quad \begin{matrix} / & = \end{matrix}$$

$$\xleftarrow{x} \quad \xrightarrow{/}$$

$$\begin{matrix} x & = \\ / & = \end{matrix}$$

Invente à ton tour trois exemples semblables :

TRADUCTIONS ET CALCULS

**Un peu d'entraînement à la reconnaissance des formes
et aux modes de calcul correspondants**

DESIGNATION	FORMULE et CALCUL
	$7 \times 12 + 56 = + =$
Le produit de 7 et de 12 + 56	
La différence de 37 et de 72/4	
	$25 - (40 - 19) = =$
La somme de 7×9 et de $56/8$	
	$12 \times 13 - 7 =$
Le produit de 12 et de 13 - 7	
Le quotient de 192 par 24 - 8	
La différence de $192/24$ et de 8	
	$(49 + 77)/18 =$
Le quotient de 108 par $17 + 19$	
	$63 + 36/9 =$
	$(63 + 36)/9 =$
Le quotient de 234 par 4×9	
	$(234/4)/9 =$
La différence de 7×8 et de $27 + 18$	
	$7 \times 13 - 273/13 =$
La somme de 11×7 et de 11×8	
	$11 \times (7 + 8) =$
La somme de $156/12$ et de 4	
	$156/(12 + 4) =$
	$8 \times 13 + 8 \times 17 =$
	$8 \times (13 + 17) =$
Le quotient de $36 + 72$ par 12	
	$36/12 + 72/12 =$
	$36/(12 + 72/12) =$

PRIORITÉS

Compléter en marquant une croix dans la case qui convient et en effectuant le calcul :

Désigne une somme	Désigne une différence	Désigne un produit	Désigne un quotient	Calcul
$3 \times 12 - 9/4$				
$3 \times (12 - 9/4)$				
$3 \times (12 - 9)/4$				
$(3 \times 12 - 9)/4$				
$4 \times 9 + 12/5$				
$4 \times (9 + 12/5)$				
$4 \times (9 + 12)/5$				
$(4 \times 9 + 12)/5$				
$71 - 43 - 25$				
$71 - (43 - 25)$				
$71 - (43 + 25)$				
$71 - 43 + 25$				
$(7 + 3)/5$				
$7/5 + 3/5$				
$7/5 + 3$				
$7/(5 + 3)$				
$21 - 13 - 25$				
$21 - (13 - 25)$				
$21 - (13 + 25)$				
$21 - 13 + 25$				
$(15 - 7) \times (4 + 17)$				
$15 - 7 \times (4 + 17)$				
$(15 - 7) \times 4 + 17$				
$15 - 7 \times 4 + 17$				
$56/(16 - 9)$				
$56/16 - 9$				

TRADUCTIONS

Pour chacune des phrases suivantes :

- 1°) Donne un nom (une lettre) aux nombres inconnus indiqués par le texte.
- 2°) Traduis la phrase donnée par une égalité.
- 3°) Représente les deux schémas qui traduisent la situation.
- 4°) Ecris les deux égalités équivalentes à celle écrite au 2°).
- 5°) Traduis chacune de ces deux dernières égalités par une phrase en Français.

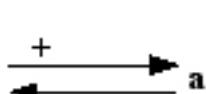
ATTENTION : pour t'aider à bien comprendre ce qu'il faut faire, les deux premiers exercices ont été partiellement résolus : complète-les.

I) La hauteur de l'Empire State Building est supérieure de 124 mètres à celle de la tour Eiffel.

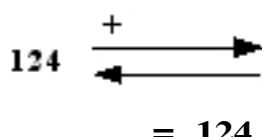
1°) J'appelle "a" la hauteur en mètres de l'Empire State Building et "b" celle de la tour Eiffel.

$$2^\circ) \quad \mathbf{a} = \quad +$$

3°)



4°) b =



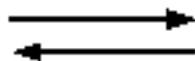
La différence de hauteur entre
et
est de

II) Un concorde vole deux fois et demie plus vite qu'un airbus.

1°) J'appelle "c" la vitesse d'un concorde et "r" celle d'un airbus (mesurées avec la même unité, par exemple en km/h).

2°) c =

3°)



$$4^\circ) \quad r =$$

5°) Un airbus vole

Le (on dit aussi “le ”)
entre la vitesse d'un et
celle d'un **est de**

TRADUCTIONS complétées...

Pour chacune des phrases suivantes :

- 1°) Donne un nom (une lettre) aux nombres inconnus indiqués par le texte.
- 2°) Traduis la phrase donnée par une égalité.
- 3°) Représente les deux schémas qui traduisent la situation.
- 4°) Ecris les deux égalités équivalentes à celle écrite au 2°).
- 5°) Traduis chacune de ces deux dernières égalités par une phrase en Français.

ATTENTION : pour t'aider à bien comprendre ce qu'il faut faire, les deux premiers exercices ont été partiellement résolus : complète-les.

I) La hauteur de l'Empire State Building est supérieure de 124 mètres à celle de la tour Eiffel.

1°) J'appelle "a" la hauteur en mètres de l'Empire State Building et "b" celle de la tour Eiffel.

$$2°) \quad a = b + 124$$

$$3°) \quad \begin{array}{c} b \xrightarrow{+ 124} a \\ - 124 \end{array}$$

$$4°) \quad b = a - 124$$

5°) La hauteur de la tour Eiffel est inférieure de 124 mètres à celle de l'Empire State Building.

$$\begin{array}{c} 124 \xrightarrow{+ b} a \\ - b \end{array}$$

$$a - b = 124$$

La différence de hauteur entre l'Empire State Building et la tour Eiffel est de 124 mètres.

II) Un concorde vole deux fois et demie plus vite qu'un airbus.

1°) J'appelle "c" la vitesse d'un concorde et "r" celle d'un airbus (mesurées avec la même unité, par exemple en km/h).

$$2°) \quad c = 2,5 \times r$$

$$3°) \quad \begin{array}{c} r \xrightarrow{\times 2,5} c \\ / 2,5 \end{array}$$

$$4°) \quad r = c / 2,5$$

5°) Un airbus vole deux fois et demie moins vite qu'un concorde.

$$\begin{array}{c} 2,5 \xrightarrow{\times r} c \\ / r \end{array}$$

$$c / r = 2,5$$

Le quotient (on dit aussi rapport) entre la vitesse d'un concorde et celle d'un airbus est de 2,5.

A TOI DE FAIRE SEUL LES EXERCICES SUIVANTS :

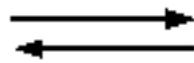
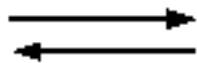
III) Le diamètre de Vénus mesure 655 km de moins que celui de la Terre.

1°)

2°)



3°)



4°)

5°)

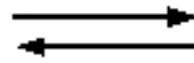
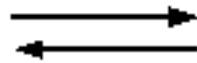
IV) Le poids d'un objet sur la Lune est le sixième de son poids sur Terre.

1°)

2°)



3°)



4°)

5°)

POINTS ET DROITES

DES IMAGES POUR IMAGINER

Un tout petit rond noir

Une représentation d'un point

•

On agrandit 10 fois :

Le tout petit rond noir

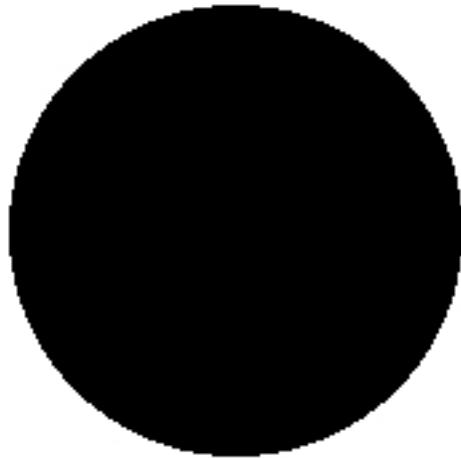
La représentation du point



On agrandit encore 10 fois :

Le tout petit rond noir

La représentation du point



Il y a 2 300 ans, Euclide disait : “*Un point est ce qui n'a pas de partie.*”
De nos jours on dit : “*Un point n'a pas de dimension.*”

Qu'est-ce qu'on essaie de faire imaginer lorsqu'on dit cela ?

Un objet physique :
un trait rectiligne

Une représentation d'un
segment de droite

On agrandit 5 fois :

Le trait rectiligne
5 fois plus grand

La représentation d'un
segment 5 fois plus grand

Qu'est-ce qu'on essaie de faire imaginer lorsqu'on dit :
“Un segment n'a pas d'épaisseur” ?

En Mathématique, on décide d'imaginer et de concevoir que :

- 1) **Un segment est constitué d'une quantité innombrable de points. Entre deux points il y en a toujours un autre. C'est pourquoi, bien que constitué de points de dimension nulle, un segment a pourtant une longueur.**
- 2) **Une droite est comme un segment indéfiniment allongé : contrairement à un segment, une droite n'a donc pas d'extrémités.**

Deux petits ronds :



Un trait rectiligne passant par deux petits ronds :



Deux traits rectilignes passant par deux petits ronds :



**Pourquoi est-il commode de décider, de choisir que
par deux points il passe une droite et une seule ?**

Il n'y a pas de jeu sans règles.

Ce choix sera notre première “règle du jeu géométrique”. Elle est particulièrement simple et très efficace : dès qu'on connaît deux points, on connaît l'unique droite qui passe par ces deux points.

RECAPITULATION

Par deux points il passe une droite et une seule.

autrement dit

Une droite est définie par la donnée de deux de ses points.

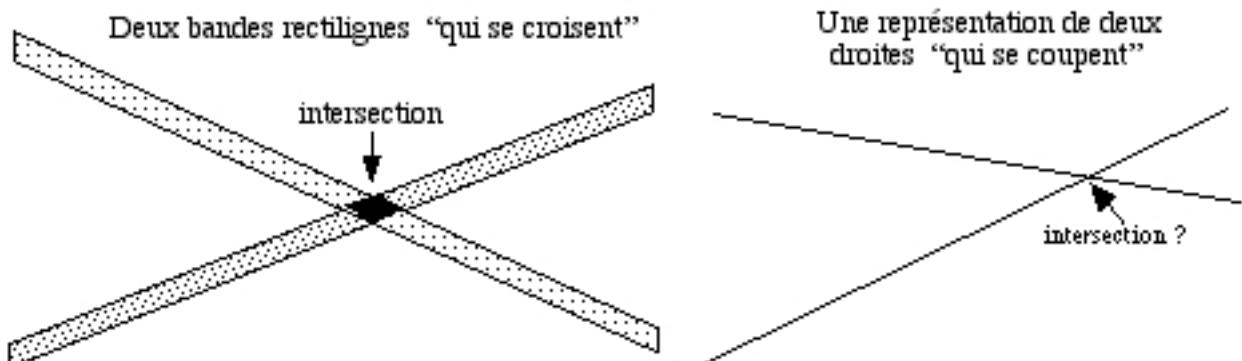
Deux points, appelés A et B, étant donnés, LA droite passant par ces deux points est désignée par la notation “(AB)”.
“(AB)” se lit : “ la droite A, B ”.

On a décidé d'adopter cette propriété car elle permet

1°) de relier l'idée de point à l'idée de droite,

2°) de dépasser la “trahison des images” et de réfléchir, de raisonner.

Première utilisation : l'intersection de deux droites.



QUESTION :

Lorsque deux droites se coupent, combien y a-t-il de point(s) commun(s) ?

1°) Un dessin peut-il fournir la réponse et la certitude ? Pourquoi ?

2°) Alors que faut-il faire ?

Pour finir avec un sourire...

CASSE-TÊTE

**Un lièvre a 9 sauts d'avance sur un chien.
7 sauts du chien égalent 11 sauts du lièvre.
Quand le chien fait 4 sauts, le lièvre en fait 6.
En combien de sauts le chien prend-il le lièvre ?**

Méthode “N.T.R.C.” :

Nommer : soit n le nombre de sauts du chien, soit c la longueur d'un saut du chien et L celle d'un saut du lièvre.

Traduire : quand le chien fait 4 sauts, le lièvre en fait 6, donc quand le chien fait 2 sauts, le lièvre en fait 3, donc quand le chien fait 1 saut, le lièvre en fait 1,5. *Bien noter que parler de 1,5 saut(s?) n'a aucun sens physique mais a un sens mathématique !* Donc quand le chien fait n sauts, le lièvre en fait $1,5 \times n$. Donc quand le chien prend le lièvre il a parcouru $n \times c$ et le lièvre a parcouru $1,5 \times n \times L + 9 \times L$ (il a 9 sauts d'avance !) Donc $n \times c = 1,5 \times n \times L + 9 \times L$ (1)
D'autre part 7 sauts du chien égalent 11 sauts du lièvre *autrement dit* $7 \times c = 11 \times L$, *autrement dit* $c = 11 \times L / 7$

Résoudre : en remplaçant c par $11 \times L / 7$ dans l'égalité (1) on obtient : $n \times 11 \times L / 7 = 1,5 \times n \times L + 9 \times L$

En simplifiant cette égalité par L on obtient :

$$n \times 11 / 7 = 1,5 \times n + 9$$

$$\text{d'où : } 11 \times n = 7 \times (1,5 \times n + 9)$$

$$\text{en développant : } 11 \times n = 7 \times 1,5 \times n + 7 \times 9$$

$$\text{d'où : } 11 \times n = 10,5 \times n + 63$$

$$\text{d'où : } 11 \times n - 10,5 \times n = 63$$

$$\text{d'où : } 0,5 \times n = 63, \text{ donc } n = 63 / 0,5 = 126$$

Conclure : le chien prend le lièvre en 126 sauts.

« *Vous voyez que dans les problèmes qui ne renferment que des nombres ou des quantités abstraites, il n'y a pour ainsi dire rien d'autre chose à faire qu'à traduire la question du langage ordinaire en langage algébrique* ». Isaac NEWTON

* * *

Méthode arithmétique

Le chien a 9 sauts de lièvre à rattraper. Quand il fait 2 sauts, le lièvre en fait 3. Mais 7 sauts du chien valent 11 sauts du lièvre, donc 14 sauts du chien valent 22 sauts du lièvre, et quand le chien fait 14 sauts, le lièvre en fait 21. Donc tous les 14 sauts le chien rattrape 1 saut du lièvre. Comme il en a 9 à rattraper, il lui en faut donc 9×14 , soit 126.

* * *