René Goormaghtigh,
ingénieur et géomètre de MATHESIS

Francisco Bellot Rosado
Editor, Revista Escolar de la OIM
36 Congrès de la SBPMef
Dinant, 2010

- franciscobellot@gmail.com

René GOORMAGHTIGH
Ostende, 13 octobre 1893 – Ixelles,10 février 1960

- Dans cet exposé, je me propose offrir un parcour par la vie et l'oeuvre mathématique d'un des deux piliers fondamentaux de la revue belge MATHESIS dans sa dernière époque de publication, les années cinquante-soixante du XX-ième siècle.
- L'année passé, à Nivelles, je parlai de Victor Thébault ; dans ce cas, c'est René Goormaghtigh notre protagoniste.
- Entre autres fonts, je me suis profité de la note nécrologique écrite par l'éditeur de MATHESIS, Roland Deaux, et publiée dans le numéro triple 7-8-9 de l'année 1960.

Notes biographiques

- Né à Ostende en 1893, Goormaghtigh fait ses études moyennes (humanités anciennes, section latine) à l'Athénée Royal de cette ville et, en juillet 1910, obtient avec le plus grand succés le diplôme final auquel se joint le prix du Gouvernement, décerné seulement aux lauréats classés premiers dans toutes les branches.
- Il fait ses études universitaires à Gand, et en 1918 obtient, avec distinction, le diplôme d'Ingénieur des Constructions civiles délivré par le Jury central du Havre.

- En 1919 il entre à la division de La Louvière de l’usine *La Brugeoise et Nicaise et Delcuve*, en 1928 assume la réorganisation des usines de Bruges, en 1943 devient directeur général de la Société, dont l’activité pendant la guerre fut réglée par son parfait esprit civique et, dès la fin de 1944, tourne ses efforts vers l’amélioration des procédés de fabrication en grande série de matériel roulant. En 1956, il est nommé vice-président de la Société lors de la fusion de celle-ci avec les Ateliers Métallurgiques.

- En 1952 il est nommé conseiller de la Société Générale de Belgique et ainsi remplit des mandats d’administrateur de plusieurs sociétés industrielles, comme Cockerill-Ougrée, des Ateliers de constructions électriques de Charleroi et des Charbonnages Laura et Vereeniging.
- Comme conséquence de tout cet activité il reçut pendant sa carrière industrielle plusieurs réconnaisances: Chevalier de l’Ordre de Léopold II en 1947, Officier de l’Ordre de la Couronne en 1956, Doyen d’Honneur du Travail en 1959.

- En 1958, une première crise cardiaque le fait suivre un longue repos, et en 1959, il suivit l’avis de ses médecins et Goormaghtigh cesse ses activités industrielles. Il se retire à Saint-André-des-Bruges, oú il joue le piano et continue ses travaux mathématiques qu’il avait commencé en 1910, quand il était encore élève de l’Athénée de Ostende. Mais le 10 février 1960, une autre crise cardiaque, cette fois fatale, le tue en Ixelles.

Quelques notes sur ses travaux mathématiques

- Roland Deaux demanda une fois à René Goormaghtigh comme il était possible avoir du temps suffissant pour pouvoir faire des profonds travaux mathématiques pendant plus de 50 années, en plus de ses lourdes devoirs professionneles. Voici sa réponse:

- *Le temps, c’est une simple question d’organisation, de programme; les soucis du métier sont réels et multiples, mais les mathématiques ainsi que la musique sont les deux refuges oú je puise le répos*.
- On dirait que celle-ci est la réponse, un demi siècle avant, à la question que ce matin proposa André Deledicq dans sa conférence inaugurale du Congrès*: Pourquoi les mathématiques sont elles jubilatoires?*

- La relation d’articles de René Goormaghtigh, que figure dans la Note nécrologique de R. Deaux, est vraiement impréssionant:
- *Sphinx : 8; Sphinx-Oedipe: 10*
- *Nouvelle Annales de mathématique : 34*
- *Mathesis (1911 – 1960) : 311*
- *American Mathematical Monthly: 13 (en anglais)*
- *Intermédiare des Mathématiciens (1915 – 1925) et Intermédiare des Recherches mathématiques (1945-49) : Réponses à nombreuses questions*
- *Wiskundig Tijdschrift : 6, en flamand.*

- *Scripta Mathematica : 5*
- *Société Royale des Sciences de Liège (1924): 1*
- *Institut Grand-Ducat de Luxembourg (1947) . 1*
- *Congrès A.F.A.S. Liège (1924) : 2*
- *The Tôhoku Mathematical Journal (Tokio): 3*
- *Gazeta Matematica (Bucarest) :12.*
- Mais, en plus des articles, seulement dans *Mathesis* il a proposé 250 questions aux lecteurs (c'est à dire, des problèmes), et environ de 300 de ses propres solutions on été publiées dans le journal.

- L’arithmétique (c’est à dire, la théorie des nombres) et la géométrie ont été les principaux sujets d’étude de notre protagoniste.
- Dans *l’Intermédiaire des Mathématiciens de l’année 1917* –une source inaccesible pour moi- Goormaghtigh a proposé la question suivante, qui remain ouverte et qui est connue sous le nom de *Conjecture de Goormaghtig :*

Conjecture de Goormaghtigh

- Les seules solutions en entiers, non triviales, de l'équation exponentielle diophantienne

$$((x^m)-1)/(x-1)=((y^n)-1)/(y-1)$$

avec $x,y > 1$, $n,m > 2$

sont

$$(x,y,m,n) = (5,2,3,5)$$

et

$$(x,y,m,n)=(90,2,3,13).$$

- Ceci on peut exprimer en disant que 31 et 8191 sont les seules nombres qui s’écrient avec seulemet la chiffre 1 (*repunits* dans la littérature anglaise) dans deux bases différents, en utilisant au moins trois chiffres:
  - 31=((2^5)-1)/(2-1)=((5^3)-1)/(5-1)
  - 8191=((2^13)-1)/(2-1)=((90^3)-1)/(90-1)

- Balasubramanian et Shorey ont demontré (1980) qu’il y a seulement un nombre fini de solutions à l´equation, avec les diviseurs primes de x et y dans un ensemble fini (donné préalablement), et que ces solutions peuvent être effectivement calculées.

- Il n’a pas oublié les questions d’Algèbre. Voici, a titre d’exemple, un problème proposé par lui même dans *Mathesis 1958:*

Si $a+b+c=0, a\neq b\neq c$, les fractions

$$\frac{4bc-a^2}{bc+2a^2}, \frac{4ca-b^2}{ca+2b^2}, \frac{4ab-c^2}{ab+2c^2}$$

ont par Somme 3 et par produit 1.

- On pourrait croire que ceci est un typique exercice anglais de calcul *par la force brute…* mais voici aussi la solution de Goormaghtigh :

Si $a+b+c=0$, avec $a \neq b \neq c$, alors les trois fractions

$$\frac{4bc-a^2}{bc+2a^2}, \frac{4ca-b^2}{ca+2b^2}, \frac{4ab-c^2}{ab+2c^2}$$

ont par somme 3, et par produit 1.

Solution de René Goormaghtigh

Les trois nombres reels a,b,c sont les racines d'une equation de la forme (1)

$$z^3+pz-q=0,$$

avec

$$4p^3+27q^2 \neq 0.$$

Si on multiplie les deux termes de la première fraction par a, ceux de la seconde par b, et ceux de la troisième par c, les trois prennenet la forme commune (2)

$$u=\frac{4q-z^3}{q+2z^3},$$

et elles sont les racines de l'équation

$$u^3-3u^2-3\frac{5p^3-27q^2}{4p^3+27q^2}u-1=0,$$

obtenue en éliminant z entre (1) et (2), d'oú le résultat.

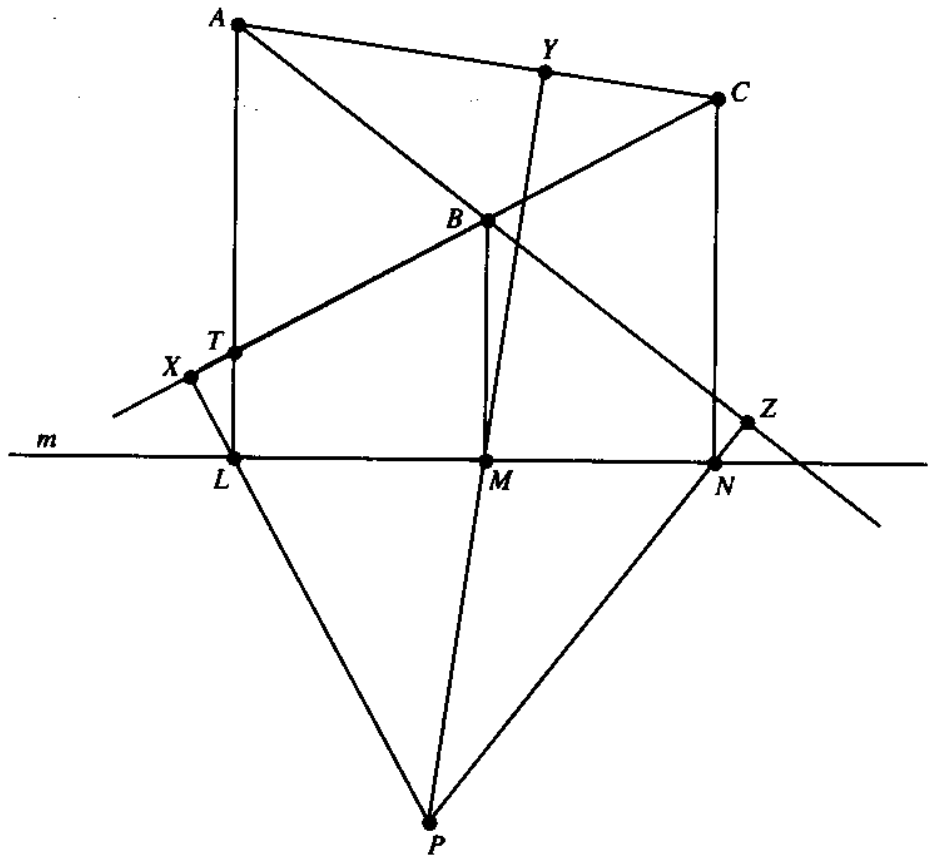
- Dans le domain de la géométrie, Goormaghtigh a fait des travaux de premier ordre. Selon Deaux, il a été le premier en Belgique, et aussi en Europe, qui a exploité systématiquement (depuis 1939, et pendant 20 ans) l'idée de l'interprétation géométrique de certaines calculs entreprises sur les affixes du plan complexe lorsque le cercle de rayon un est convenablement choisi.
- Le propre Roland Deaux est l'auteur d'un des livres classiques sur la géométrie des nombres complexes: *Introduction to the geometry of complex numbers* (1956).

- Entre 1912 et 1939, Goormaghtigh avait aussi étudié des sphères ou de quadriques liées à un tétraèdre, en obtenant des nouveautés intéressantes. Il organisait toujours ses articles dans une presentation didactique dont la bibliographie précisait les apports antérieurs aux siens. Un exemple paradigmatique de ceci est sa fameuse mémoire *The Orthopole (The Tôhoku Mathematical Journal, vol. 27 (1926), pp.77-125,* qui on peut télecharger gratuitement de la page web de cette prestigieuse revue japonaise, qui a mis au service de tous les intéressés ses fonds bibliographiques.

L’Orthopole

- Certaines auteurs contemporains, comme par example le roumain Dan Branzei, attribuient le concept d’orthopole à Soons (1886). Dans *The Orthopole,* l’attribution est donné à Joseph Neuberg (*Nouvelle Correspondence Mathématique, 1875, p.189).* Des auteurs anciens, comme Gallatly, donnent aussi la priorité à Neuberg.
- Voyons la définition et quelques résultats concernant ce concept de la géométrie du triangle et du tétraèdre.

- On donne un triangle ABC et une droite *m* de son plan. Soient AL, BM et CN les perpendiculaires baissés des trois vertices sur la droite *m.*
- De L on dresse la perpendiculaire LX à la droite BC; de M, la perpendiculaire MY à la droite AC; et de N, la perpendiculaire NZ à la droite AB.
- Alors, LX, MY et NZ sont concourants dans un point P, qui s'appelle l'orthopole de la droite *m* respectivement au triangle ABC.


A
Y
C
B
T
X
Z
m
L
M
N
P

- La figure est prise du chapitre sur l’orthopole du livre de Ross Honsberger *Episodes in Nineteenth and Twentieth Century Euclidean Geometry, MAA 1995.*
- Dans les fonds bibliographiques consultées pour la rédaction de cette presentation, deux types de preuves ont lieu: la plus courant (et classique) est très bien developpée par Honsberger. Elle depends de la similarité entre deux couples de triangles avec des cotés perpendiculaires et du théorème de Thalès.

- Ceci est la forme dans laquelle Nathan Altshiller Court preuve l’existence de l’orthopole, dans son fameux livre *College Geometry (Barnes & Noble, 1952).*
- D’autre part, Dan Branzei, dans son livre *Competentza si performantza in Geometrie* utilise le théorème de Carnot, qui donne des conditions necessaires et suffissants pour que trois perpendiculaires dressés dans des points des côtés d’un triangle respectivement aux côtés du triangle soient concourants.

- En retournant à la Mémoire *The Orthopole,* Goormaghtigh montre dans elle autres propriétés importantes et aussi belles, de ce concept. Nous alons les citer sans démonstration:
- *1. L'orthopole d'une droite qui passe par le circoncentre du triangle appartient au cercle des 9 points du triangle.*
- *2. Si une droite coupe le cercle circonscrit au triangle, les droites de Simson des points d'intersection se coupent dans l'orthopole de la droite.*

- *3. L’orthopole d’une droite m appartient à la droite de Simson qui est perpendiculaire à m.*
- *4. Le point de Feuerbach est l’orthopole du diamètre IO du cercle circonscrit.*

Dans la page web de Bogomolny (www.cut-the-knot) on trouvent des applets montrant la variation de l’orthopole quand les vertices du triangle changent de position.

La partie finale de la Mémoire de Goormaghtigh extend la notion de l’orthopole au tétraèdre, et donne aussi la définition et propriétés du *isopole*.

- *Si on dresse par A,B,C des droites qui forment avec une droite donnée m, des angles egaux àu supplémentaire d'un certain angle donné θ, dans les points A'εBC, B'εCA,C'εAB, alors les droites qui passent par A',B',C' et qui forment angles égaux à θ avec BC, CA et AB, respectivement, se coupent dans un point M' qui s'appelle le isopole de la droite m pour le triangle ABC, d'angle θ.*
- *Dans le cas θ=90º, on obtient l'orthopole.*

Autres sujets étudiés par Goormaghtigh

- Nombreuses notes sur *l'Affinité complexe entre 1916 et 1942,* méthodiquement presentées en 1954 dans un supplément de *Mathesis;*
- La théorie des courbes planes ou gauches et des surfaces: il a découvert curieuses constructions de tangentes, de centres de courbure de tous ordres, valables pour des familles de courbes et qui complètent ou étendent les renseignements rassamblés dand les traités de Loria et Teixeira.

- Pour moi, un des plus appreciés travaux de notre personnage est la *Terminologie du triangle et du tétraèdre,* avec la Bibliographie d'appui, publiée dans *Mathesis en 1951.*
- Il a aidé à la rédaction de *Mathesis* pratiquement dans tous les domaines, depuis 1950, en dressant la table des matières et celle des questions.

- Voici le paragraphe final de Roland Deaux dans sa note nécrologique sur Goormaghtigh:
- *René Goormaghtigh a bien servi son pays. Ses travaux scientifiques ont franchi toutes les frontières. Son nom restera dans les Annales de la Géométrie, son souvenir reste dans notre coeur.*

- Merci bien pour votre attention!