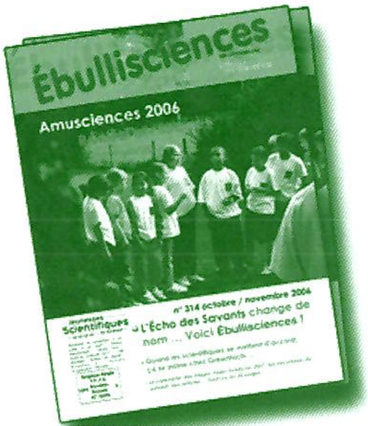
Math-Jeunes

Mathématique et littérature

Novembre 2007 – 28e année – N 118 S



Ébullisciences

Le bon réflexe pour comprendre le monde !

Tous les deux mois, des articles sur un thème de société, des expériences à réaliser à la maison, l'agenda des activités des Jeunesses Scientifiques, des jeux, des infos...

JE DÉSIRE RECEVOIR **Ébullisciences**

Pendant 1 an et je verse 7,50 € sur le compte n° 001-0015784-49 de l'association.

Nom, prénom ____________________

Date de naissance ___ / ___ / ______ Sexe F / M

Rue : ____________________ n° __ bte___

N° Postal : ____________ Localité : ____________

Tél : ____________________

Bulletin à renvoyer à

Jeunesses Scientifiques de Belgique

Avenue Latérale, 17
1180 Bruxelles
Tél. : 02 537 03 25
Fax : 02 537 08 02
www.jsb.be

Sommaire

Dans *Flatland*, Abbott met en scène un monde à deux dimensions dont les habitants sont des formes géométriques planes. Le narrateur, un carré, décrit la vie de tout ce petit monde plat. Mais voici qu'apparaît soudain un être étrange qui tient des discours bizarres. Cet être s'appelle une sphère et s'avère être un objet à trois dimensions, concept inconnu jusqu'alors. La sphère essaie de faire comprendre ce concept au carré :

> *Vous ne pouvez effectivement pas voir plus d'une de mes sections à la fois, ou Cercles, puisque vous n'avez pas le pouvoir d'élever votre œil au-dessus du plan de Flatland ; mais vous pouvez au moins voir que, tandis que je m'élève dans l'Espace, ma section rapetisse.*

Le pauvre carré ne voit rien du tout et finit par essayer en vain de tuer la sphère !

Math-Jeunes

Mathématique et littérature

En 2006, le numéro 113 de *Math-Jeunes* avait pour thème *Mathématique et art*. Avec la même intention de montrer l'insertion de l'activité mathématique dans notre monde culturel, nous avons choisi de consacrer le présent numéro à *Mathématique et littérature*.

Il ne nous était évidemment pas possible dans le cadre de notre revue de faire un analyse approfondie d'un sujet qui se révèle assez vaste, le concept de littérature étant lui-même très large. Aussi nous contenterons-nous de quelques points de repère.

Il ne faut pas chercher beaucoup pour rencontrer des auteurs — anciens ou modernes — qui parlent de mathématiques. Parfois, ce ne sont que légères touches plus ou moins accidentelles qui apparaissent dans un ouvrage, parfois au contraire celui-ci est tout entier consacré à une présentation plus ou moins romancée d'un domaine mathématique ou, plus généralement, scientifique. Ou encore, une intrigue policière se déroule dans un milieu de mathématiciens (*La mathématique du crime* du mathématicien GUILLERMO MARTINEZ, Nil éditions, 2004).

SAVINIEN DE CYRANO DE BERGERAC (1620 – 1655) n'était pas mathématicien mais poète et auteur comique. Il fait la satire de son époque en imaginant les tribulations d'un terrien sur la lune et même sur le soleil. Dans un ouvrage consacré à la physique (au sens large), il s'interroge sur la divisibilité de la matière rejoignant ainsi une préoccupation classique des mathématiciens :

> *Méditant sur cette étendue, [...], nous connoissons quelque chose d'extrême, quelque chose qui fait le milieu, et encore quelque chose qui fait l'autre extrémité que nous distinguons clairement ; ainsi nous reconnaissons des parties dans la matière ; mais, parce que quelqu'une de ces parties étant de rechef examinée, on y fait encore une semblable division, nous jugeons qu'une des premières parties est divisible dans d'autres, et celle-ci encore dans de moindres,[...] Quand donc nous aurons fait réflexion sur toutes ces pensées, nous ne saurions empêcher de reconnoître la matière divisible à l'infini.*

JULES VERNE (1828 – 1905) fait dans ses romans un abondant usage d'inventions en avance sur son temps. Comme Cyrano, il expédie des terriens vers la lune. Certains d'entre eux connaissent parfaitement le calcul différentiel et intégral. Voici quelques lignes, extraites de *Autour de la lune* :

> *Une demi-heure ne s'était pas écoulée que Barbicane, relevant la tête, montrait à Michel Ardan une page couverte de signes algébriques, au milieu desquels se détachait cette formule générale :*
>
> $$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = gr\left[\frac{r}{x} - 1 + \frac{m'}{m}\left(\frac{r}{d-x} - \frac{r}{d-r}\right)\right]$$
>
> *Et cela signifie ?... demanda Michel.*

Michel Ardan n'y comprenait rien mais les autres voyageurs étaient satisfaits...

Au dix-neuvième siècle également, LEWIS CARROLL produit des fantaisies poétiques et des textes de mathématique et de logique. Nous les évoquons brièvement à la page 32.

Le problème de la dimension de l'espace inspire un théologien anglais, EDWIN ABBOTT (1838 – 1926). À côté de romans religieux, il publie en 1884 *Flatland*, un roman qui conte les mésaventures d'un carré. Vous en trouverez un court extrait à la page précédente.

Le vingtième siècle voit apparaître des écrivains qui, à la recherche de créations littéraires originales, associent de diverses façons littérature et mathématique. Dans ce numéro, P. Tilleuil nous présente deux de ces tentatives. Celle du groupe **OuLiPo** d'abord dont les membres s'imposent des contraintes parfois extrêmement strictes. Celle de JUAN BORGES ensuite, qui dans ses nouvelles, pousse à l'absurde des comportements axiomatiques implacables.

L'article de N. Antoine et C. Randour mêle littérature, mathématique et dessin. S'inspirant de GUILLAUME APOLLINAIRE, des élèves de 4^{e} primaire ont créé des *callipsogrammes* bien sympathiques !

Le vingtième siècle a également vu l'essor de la bande dessinée. Aussi avons-nous demandé à F. Pourbaix, un spécialiste du genre, de dresser pour nous un rapide panorama de ce domaine. Nul doute que les illustrations qu'il a choisies vous rappelleront de bons souvenirs.

Math-Jeunes n°118 S, 2–9, 2007

Mathématique et Bande Dessinée

Frédéric Pourbaix

Un mélange explosif

Chacun sait, hélas, qu'un cours ou un texte de vulgarisation est une joie... pour l'auteur. La bande dessinée scientifique, au contraire, c'est le triomphe du lecteur !

Tel est le début de la post-face du *Géométricon* de Jean-Pierre Petit, un album de bandes dessinées destiné à introduire des notions de géométrie euclidienne ou pas ...

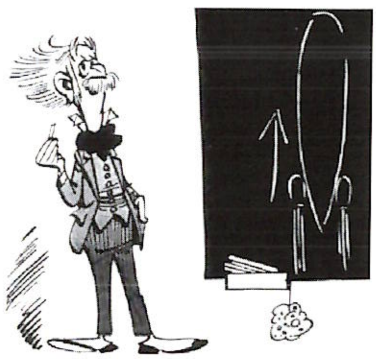
Le communément nommé « *neuvième art* » permettrait-il donc d'aborder des thèmes scientifiques (et notamment mathématiques !) ? A vous de juger !

Avant de nous plonger dans quelques exemples de ces albums illustrés qui tentent d'enseigner des mathématiques, tentons un peu de cerner la vision que la bande dessinée *classique* présente de cette science si particulière à laquelle nous nous intéressons ici...

Le mathématicien et les maths dans la BD

De célèbres fins limiers nous diraient très certainement :
– *Tout commence avec le professeur Tournesol !*
– *Je dirais même plus, Tryphon Tournesol est au début de tout.*
... et ils n'auraient peut-être pas tout-à-fait tort. A travers la bande dessinée, l'image du mathématicien passe en effet souvent par celle du *savant complet*(1), stéréotype qui a l'avantage d'être reconnu auprès du grand public. Il semble que l'on ne parle explicitement de la profession(2) spécialisée de mathématicien que dans le cas où les personnages évoqués sont profs (car la référence est universelle) ou informaticiens (car c'est dans l'air du temps... depuis un bon bout de temps !)...

L'idée de savant complet prend son essor dans les années cinquante, un premier âge d'or de la bande dessinée en Europe, avec les deux grandes pointures que sont le professeur *Tournesol* dans les aventures de Tintin (dues à Georges Rémi dit Hergé, est-il besoin de le rappeler) et le comte *Pacôme Hégésippe Adélard Ladislas de Champignac* dans les aventures de Spirou (dues à l'époque au talent d'André Franquin).



Champignac à l'œuvre...

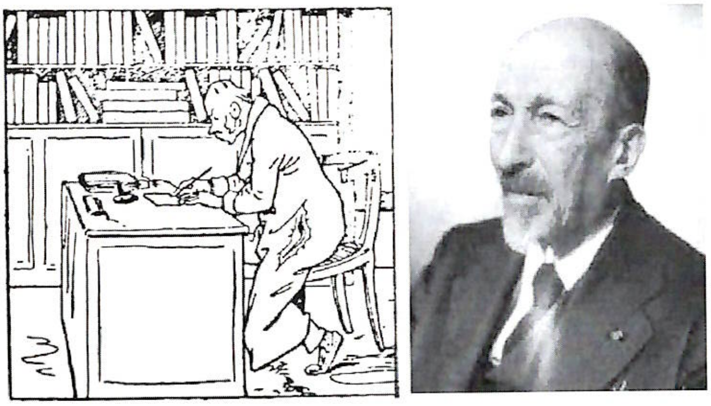
Toutes les grandes *familles* de héros nées aux alentours de cette époque — et certaines plus tardivement — vont se retrouver affublées d'un savant à tout faire, ce qui permet dans les scénarii un accès aisé à des inventions farfelues ou des explications pseudo-scientifiques. Du druide *Panoramix* au *Grand Schtroumpf*, ces personnages sont légion,

(1) C'est la plus fréquente, mais ce n'est pas la seule. On trouve en effet — et heureusement ! — quelques mathématiciens et savants qui échappent à ce carcan parmi les personnages de fiction.
(2) A propos des mathématiciens, on peut difficilement parler d'*une* profession, à moins de les définir comme des gens qui *résolvent des problèmes*. Mais c'est un autre débat !

et ce phénomène ne se limite pas à la bande dessinée européenne ! Les comics américains ne sont pas en reste avec *Géo Trouvetout* (Disney) ou le professeur *Xavier* (*The X-Men*; les mangas ont quant à eux leur *Ido Daisuke* (*GUMN*) ou leur parodique Tortue Géniale (*Dragonball*)... Et cette liste est bien loin d'être exhaustive !

Mais tonnerre de Brest, nous serions des rustres si nous omettions de citer leur ancêtre à tous, le *savant Cosinus* du dessinateur français Georges Colomb (alias Christophe, également auteur de la *famille Fenouillard*), l'un des précurseurs de la bande dessinée en Europe. Ce personnage, actif à la fin du 19^{eme} et au début du 20^{eme} siècle, devance donc de loin les savants susnommés. Il s'inspire d'un authentique mathématicien : Jacques Salomon Hadamard !

Jacques Hadamard naît en France en 1865. Il étudie à l'Ecole Normale et obtient son doctorat en 1892. Il aide à fonder l'analyse fonctionnelle et établit un résultat fondamental concernant la distribution des nombres premiers. A sa mort en 1963, il laisse de nombreux travaux, et notamment un ouvrage intitulé *La psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*.



Aussitôt se précipitant à son bureau il écrivit : « Madame, je suis assez bien de ma personne, et membre de plusieurs sociétés savantes. Je suis un mobile qui cherche à se fixer. Voulez-vous être le cercle dont je serai le centre, l'hyperbole dont je serai le foyer, le tétraèdre dont je serai le sommet, la strophoïde dont je serai l'asymptote ? En un mot, voulez-vous de moi pour époux ?
« Zéphyrin Brioché (étage au-dessus). R. S. V. P. »

Pendant longtemps, la science fait cependant peur. Rappelons que la première apparition du comte de Champignac([3]) n'est pas très conviviale, et que d'autres scientifiques comme le grand Zorglub([4]) ou encore le professeur Septimus([5]) ont mis plus d'une fois le monde en danger (voir ci-dessous). Yves Chaland et Luc Cornillon ont d'ailleurs repris ces peurs de façon ironique dans leur album *Captivant*, en hommage à ces BD des années 50-60 dites de style *atome*.

Nous avons parlé des savants complets... Mais les maths, dans tout ça ? Pendant longtemps, les mathématiques n'apparaissent pas, ou de façon très caricaturale, dans la BD.

Il faut attendre les années 70 (un second âge d'or ?) où la maturation du public de la bande dessinée, l'essor de la science-fiction et la demande des média (conquête de l'espace et surtout de la Lune) permettront l'ouverture du lectorat moyen aux sciences.

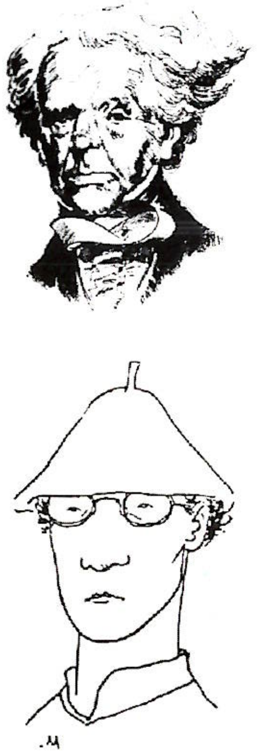
([3]) Dans *Il y a un sorcier à Champignac*, par A. Franquin aux éditions Dupuis.
([4]) Dans *Z comme Zorglub*, toujours par Franquin chez Dupuis.
([5]) Dans *La Marque Jaune*, une aventure de Blake et Mortimer par E.P. Jacobs.

Un extrait de *La bosse des maths*, un mini-récit du journal de Spirou dû à la plume de Francis, dans lequel un jeune élève très peu doué pour les mathématiques en deviendra un champion suite à un coup sur la tête.

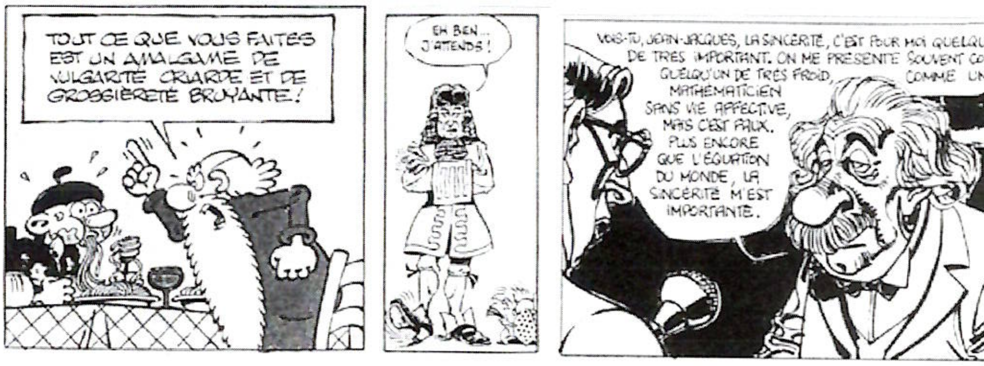
Des séries comme les aventures de la délicieuse *Yoko Tsuno* de Roger Leloup regorgeront de véritables chercheurs scientifiques, à commencer par l'héroïne elle-même([6]) ! On peut enfin aborder des thèmes plus ardus, dont parfois des mathématiques.

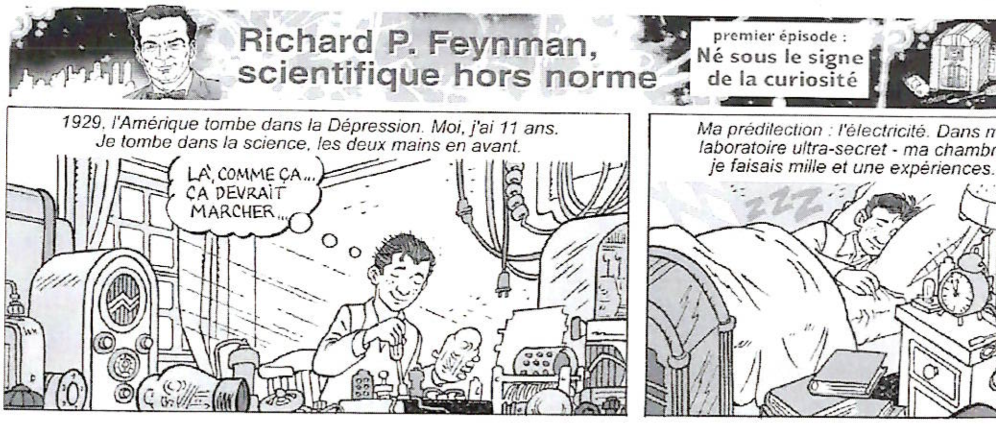
C'est une époque où des revues comme *Métal Hurlant* vont révéler de nombreux auteurs de bande dessinée *adulte*. Jean Giraud([7]), alias Gir ou Moebius en sera la star incontestée et abordera des concepts inédits. Notons que son pseudonyme est un hommage au mathématicien Allemand Augusus Ferdinand Möbius, né à Schulpforta en 1790 et mort en 1868 à Leipzig. Le ruban de Möbius — qui ne possède qu'une face — est en effet un symbole de la dichotomie de l'oeuvre de Giraud/Moebius, artiste pourtant unique.

Dans le domaine de l'humour, quelques mathématiciens de renom se verront métamorphosés en personnages de comic strips. Après Jacques Hadamard, c'est Léonard de Vinci (*Léonard* par Turk et De Groot), Isaac Newton (*Les Dingodossiers* de Gotlib et Goscinny) et Albert Einstein en personne (*La vie d'Einstein* par Daniel Goossens [9]) qui vivront dans un univers de bulles. Notons aussi quelques biographies, comme celle de Richard Feynman (par Céka et Mennetrier) ...



En haut, un portrait du mathématicien Möbius par André Franquin et en bas, un autoportrait de l'auteur multifacette : de Möbius à Moebius, cherchez l'erreur !





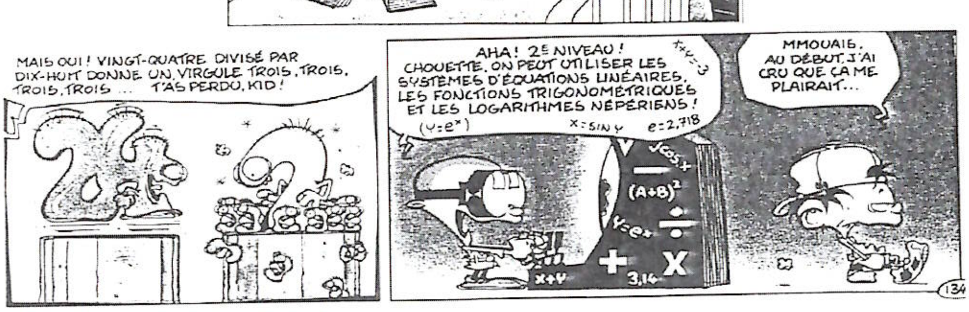
Mais l'aventure ne s'arrête pas là, et les choses sérieuses ne font que commencer... Entrons à présent dans l'univers des bandes dessinées qui nous posent au cours de leur trame des questions sur les mathématiques.

([6]) Electronicienne japonaise...

([7]) Notons que ce n'était pas un inconnu et qu'il dessinait déjà les aventures du lieutenant Blueberry dans un registre plus classique.

Des BD qui posent des questions

Quelques mots



Il y a, parmi les auteurs de bandes dessinées, de véritables scientifiques qui sommeillent — où qui sont même bien réveillés — et il n'est pas rare de trouver dans leurs oeuvres des références directes au monde des mathématiques, qu'ils s'amusent à disperser de ci, de là. Les illustrations ci-contre témoignent de ces petites notes éparses...

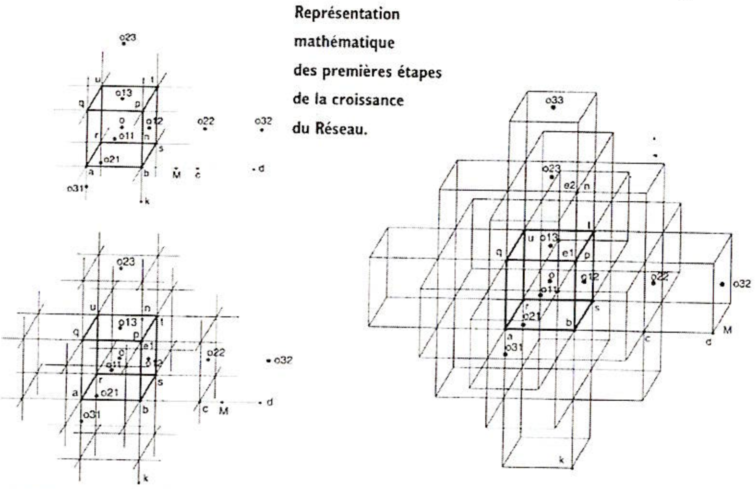
Des extraits de *La Conversation* de François Boucq, du *Grand Secret* de Marco et Velhman, du *Théorème de Morcom* de Goffin et Peeters, de *l'élève Ducobu* de Godi et de *Gen 13* de Adam Warren.

Enfin, un extrait d'un gag de *Kid Paddle* par Midam.

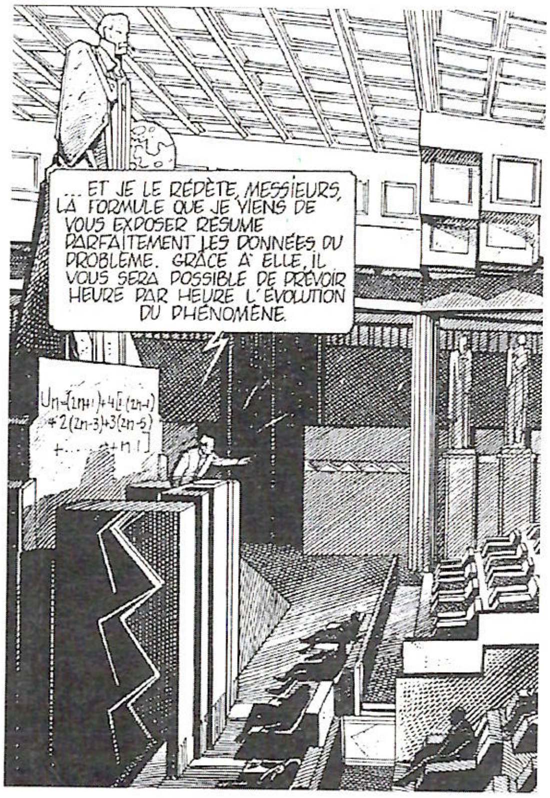
Le réseau d'Urbicande

Tout le monde a déjà tenu en main un jour ou l'autre un exemplaire du *Rubik's cube*, dû à l'inventeur de casse-têtes mathématiques Erno Rubik. Ce cube est composé de 27 cubes élémentaires auxquels on peut faire subir des rotations par tranches. Chaque face présente neuf carrés de couleur, et le but est de transformer le cube de manière à n'avoir qu'une seule couleur présente sur chaque face.

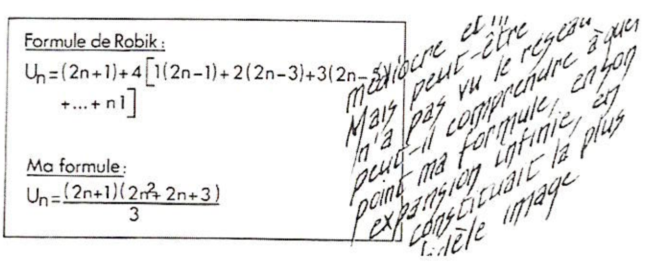
Dans leur album *La fièvre d'Urbicande* ([14]) François Schuiten et Benoit Peeters créent un jeu de mots à propos de ce cube en introduisant un problème de réseau cubique dont la découverte modifie le destin d'un architecte de la cité d'Urbicande nommé Eugen *Robick*. Le réseau d'Urbicande grandit par étapes successives([8]). C'est au départ un cube, puis un nouveau cube apparait sur chaque face... A chaque étape, chaque face libre de la construction voit naître un nouveau cube. Dans le *Guide des cités obscures*, à la section concernant Urbicande, nous voyons un shéma du phénomène :



Eugen Robick lui-même, qui passera le restant de ses jours à étudier le réseau mystérieusement apparu dans sa cité, sera le premier à mettre en équation l'évolution du réseau. Nous le voyons ci-après en train d'essayer de convaincre les membres de l'académie du bien-fondé de ses théories. La formule au tableau donne le nombre total de cubes présents à l'étape n.



Quelques années après la disparition du réseau du champ de vision des humains, le professeur R. De Brok se penchera à nouveau sur le problème. Ses réflexions sont réunies dans une petite plaquette devenue très rare et intitulée *Le mystère d'Urbicande*. A cette occasion, il reprend les travaux de Robick et améliore sa formule.



Un extrait des notes de R. De Brok concernant l'aspect mathématique du phénomène du réseau d'Urbicande. On y voit une formule plus esthétique que celle de Robick.

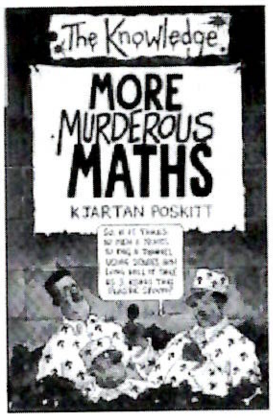
([8]) Dans l'album, les auteurs compliquent l'histoire en modifiant aussi la *taille* des cubes, et les conséquences sont très lourdes.

Explicitons le passage de la formule de Robick à la formule de De Brok :

$$\begin{aligned}
u_n &= \\
&= (2n+1)+4.((2n-1)+2(2n-3)+3(2n-5)+\cdots+n) \\
&= (2n+1)+4.\sum_{k=1}^{n} k(2n-2k+1) \\
&= (2n+1)+4.\sum_{k=1}^{n}(2n+1)k \; -4.\sum_{k=1}^{n} 2k^2 \\
&= (2n+1).(1+\frac{4n(n+1)}{2}) - \frac{8(n+n^2).(2n+1)}{6} \\
&= (2n+1).(1+(2n^2+2n)-\frac{4}{3}(n+n^2)) \\
&= (2n+1).(\frac{2}{3}n^2+\frac{2}{3}n+1) \\
&= (2n+1).\frac{2n^2+2n+3}{3}
\end{aligned}$$

Mais je sais que la série des *Cités Obscures* est très connue des professeurs de mathématique, et l'extrait ci-dessus a déjà maintes fois été utilisé !
Rendons quand même les honneurs à qui de droit : l'esprit général, l'esthétisme et parfois même les personnages des albums([9]) de Schuiten et Peeters sont directement tirés de la revue de vulgarisation scientifique (souvent même pseudo-scientifique) *Je sais Tout* publiée au début du vingtième siècle...

Des BD qui donnent des réponses

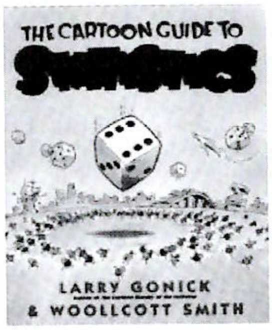


Avant d'entrer dans le vif du sujet

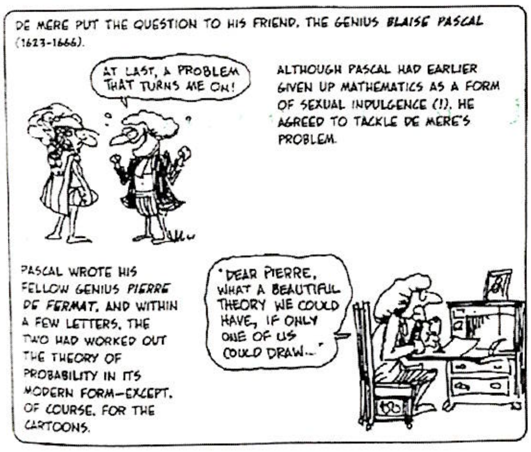
Il est des bandes dessinées à caractère didactique dont le but avoué est d'introduire véritablement des notions mathématiques.

Plusieurs approches sont possibles :

- au sein d'une histoire de fiction, des personnages rencontrent des problèmes de mathématique brefs et les résolvent ;
- une théorie plus complète est développée tout au long d'un album, dans lequel on ne trouve pas — ou très peu — de récit servant de support ;
- des notions de mathématiques sont présentées dans un texte conventionnel, et la BD n'intervient que pour illustrer, animer ou dynamiser certaines séquences.



La dernière catégorie semble très développée dans les pays anglo-saxons, où des collections complètes d'ouvrages sont publiées sur ce principe ! Les séries *The Cartoon Guide* et *Horrible Science* en sont d'imposants exemples ...



Regardons d'un peu plus près...

En direct de New-York City, ce guide de statistiques à l'usage des débutants est dû à la plume du dessinateur Larry Gonick et à l'expérience du statisticien Woolcott Smith.

([9]) Remarquons de plus que cette série n'échappe pas à la présence d'un *savant à tout faire* récurrent : le professeur Wappendorf.

Voici une planche extraite du *Géométricon* de Jean-Pierre Petit, un physicien français très médiatique.


POUR CONFECTIONNER UNE

bande de Möbius

1. **DECOUPEZ** une languette de papier.
2. **FORMEZ** un anneau avec la bande.
3. **COLLEZ** l'anneau, mais attention : au moment de joindre les deux bouts, retournez-en un pour que la bande soit tordue. Finalement, ça doit ressembler à ceci.

ET MAINTENANT, ETONNEZ-VOUS VOUS-MEME en montrant ce tour à votre petite sœur :

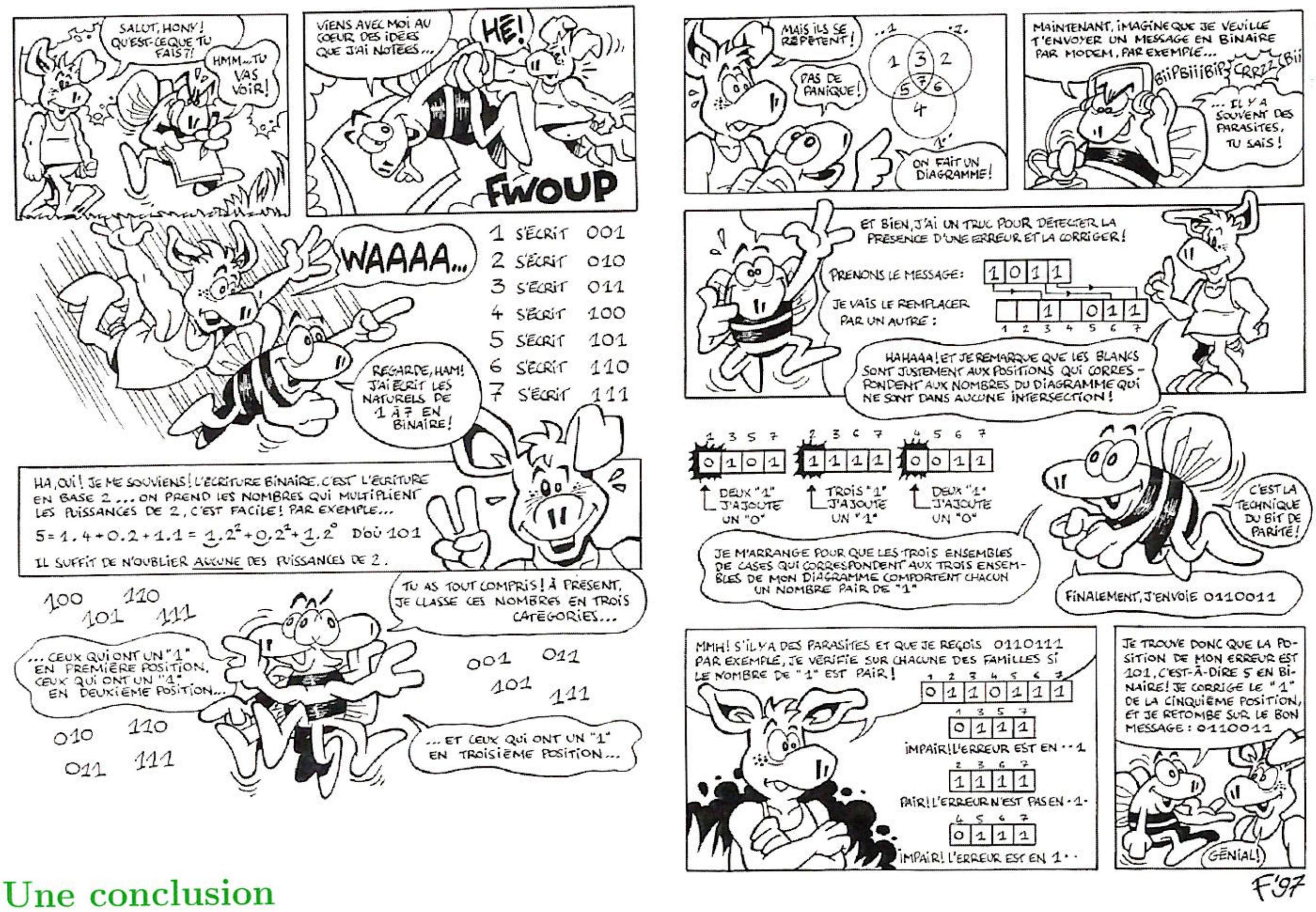
Coupez la bande dans le sens de sa longueur par le milieu. O surprise, au lieu d'obtenir deux anneaux, vous n'en obtenez qu'un, d'une longueur double.

Maintenant, recommencez avec une autre bande, et cette fois en pratiquant la coupure non au milieu, mais au tiers de la largeur. O stupéfaction, vous obtenez deux anneaux, mais enchaînés.

Ces dessins nous viennent du dessinateur Alexis, au sein des pages de l'éphémère journal pirate *Le Trombone Illustré*.

Un exemple parlant

Voici un exemple *in extenso* extrait de *Math-Jeunes*, il y a déjà quelques années !
Les deux héros présentaient rapidement de petites théories amusantes — ou parfois des éléments essentiels — avec un dynamisme et un humour souvent absent des manuels !



Une conclusion

Les allusions aux mathématiques ne sont pas si rares dans la bande dessinée.
Vous découvrirez aussi dans ce numéro de *Math-Jeunes* un mouvement littéraire baptisé *OuLiPo*.
L'*OuBaPo* est moins connu mais tout aussi actif : lancé il y a quelques années par les éditions de *L'Association*, l'OUvroir de BAnde dessinée POtentiel ne cesse d'amener à lui des auteurs en quête de sensations fortes !
A vous à présent de découvrir d'autres merveilles au hasard des librairies, d'en faire lire, et qui sait, d'en réaliser avec vos petits doigts... En route vers de nouvelles aventures !

Pour en savoir plus

[1] Nick Arnold, *Fatal Forces*, Horrible Science, Scholastic Ltd, 1998.

[2] R. de Brok, *Le mystère d'Urbicande*, Presses de l'Académie des Sciences de Brüsel.

[3] Collectif, *Le Journal de Spirou*, éditions Dupuis.

[4] Collectif, *Fluide Glacial*, éditions Audie.

[5] Collectif, *Le Trombone Illustré*, éditions Dupuis, 1977.

[6] A. Deledicq, J.-C. Deledicq et F. Casiro, *Les Maths et la Plume*, Les Malices du Kangourou, ACL éditions 1996.

[7] Alain Goffin et Benoit Peeters, *Le théorème de Morcom*, Les Humanoïdes Associés 1992.

[8] Larry Gonick and Woolcott Smith, *The cartoon guide to statistics*, HarperPerennial, New York USA, 1993.

[9] Daniel Goossens, *La vie d'Einstein*, éditions Audie/Fluide Glacial 1980.

[10] Midam, *Kid Paddle*, plusieurs albums aux éditions Dupuis, 1997.

[11] Jean-Pierre Petit, *Anselme Lanturlu*, plusieurs albums aux éditions Belin, Paris, 1980. Disponible gratuitement sur www.savoir-sans-frontieres.com

[12] Kjartan Poskitt, *Murderous Maths*, The Knowledge, Scholastic Ltd, 1998.

[13] Frédéric Pourbaix, *Ham et Hony*, Math-Jeunes, SBPMef.

[14] François Schuiten et Benoit Peeters, *Les Cités Obscures*, plusieurs albums aux éditions Casterman.

[15] Ian Stewart, *Rose Polymath*, plusieurs albums aux éditions Belin, Paris, 1980.

Un peu de poésie non orientée

Philippe Tilleuil

Tout le monde sait que la physique est une science expérimentale. Mais l'informatique a permis de développer des approches expérimentales également en mathématiques, et vos professeurs vous le montrent souvent. Savez-vous que la littérature est parfois, elle aussi, une science expérimentale ? Connaissez-vous **l'OuLiPo ?**

Un atelier de littérature expérimentale

« **OuLiPo** » est une expression abrégée pour

*Ou*vroir de *Li*ttérature *Po*tentielle,

ce qui, en restant dans l'esprit de ses fondateurs, peut être traduit par : un atelier de littérature expérimentale, au départ de certaines contraintes prédéfinies. Ces contraintes sont en général de nature mathématique, et très variées, allant de la plus simple à la plus sophistiquée. Par exemple, le roman *La disparition* de G. Pérec est un des résultats les plus célèbres des théories oulipiennes : la règle que Pérec s'était imposé était que dans tout le roman, la lettre « e » ne pouvait absolument jamais apparaître !

L'Ouvroir a été fondé en 1960 par François Le Lionnais (1901 – 1984), Raymond Queneau (1903 – 1976) et quelques uns de leurs amis. Rapidement rattaché au Collège de Pataphysique, il comptera entre autres parmi ses membres : Marcel Duchamp (1887 – 1968), un des représentants les plus versatiles de l'art moderne, et Georges Pérec (1936 – 1982) dont nous avons déjà parlé.

François Le Lionnais a aussi publié un ouvrage *Les grands courants de la pensée mathématique* (Cahiers du Sud, 1948) rassemblant des contributions de nombreux éminents auteurs et portant non seulement sur la mathématique et son histoire, mais aussi sur ses connexions avec des domaines tels que la philosophie, les sciences naturelles, l'esthétique, les techniques...

Ici, nous allons nous intéresser à un OuLiPien tout à fait caractéristique de l'espèce. Il s'agit de Luc Etienne (1908 – 1984), qui fut membre d'**OuLiPo** à partir de 1970. Collaborateur du célèbre journal satyrique français *Le Canard Enchaîné*, spécialiste de palindromes, contrepèteries, charades, etc., il fut aussi pendant l'essentiel de sa carrière... professeur de mathématiques et de physique dans un lycée de Reims. Reconnu comme « ingénieur du langage », il est l'auteur de nombreux articles, ouvrages et publications diverses, le tout baigné dans un oulipisme affirmé.

Ce qui suit est un résumé de ce qui est peut-être une de ses créations les plus originales : *Les poèmes à métamorphoses pour ruban de Möbius*, publié en 1973. Mais avant de nous immerger dans la poésie à la mode OuLipienne, disons quelques mots de Möbius et de son ruban.

A propos de Möbius et de son ruban

Un ruban de Möbius est une surface facile à construire. On prend une bande de papier rectangulaire (sensiblement plus longue que large) et on en assemble les deux (petites) extrémités après avoir imposé à la bande une torsion d'un demi-tour. Un ruban de Möbius, ça n'est que ça !

Figure 1 : Un ruban de Möbius garanti fait main !

Son inventeur, August Ferdinand Möbius (ou Moebius) (1790 – 1868), est un mathématicien allemand qui, après des études de mathématiques et d'astronomie, devint professeur d'astronomie à l'Université de Leipzig en 1815, où il dirigea la construction de l'observatoire. En 1827, il fait paraître un livre consacré au *Calcul Barycentrique*, qui servira de prototype à la mise au point (ultérieure) du calcul vectoriel. Son célèbre ruban voit le jour dans une Note aux *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, publiée en 1858([1]). Möbius meurt à Leipzig en 1868.

August-Ferdinand Möbius, dont la cravate est un ruban.

Le ruban de Möbius possède quelques propriétés étonnantes. Ainsi, c'est une surface *unilatère*, c'est-à-dire qu'elle ne possède pas deux faces distinctes, mais bien une seule ! C'est tout le contraire du ruban cylindrique ordinaire, obtenu à partir de la même bande de papier, en assemblant encore les deux petites extrémités, mais cette fois-ci sans torsion préalable. Détaillons un peu !

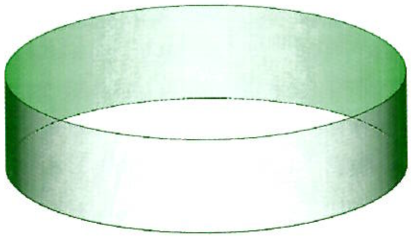


Figure 2 : Un ruban normal

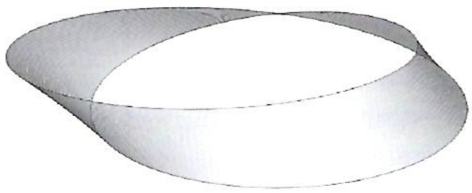


Figure 3 : Un ruban de Möbius

Un ruban de Möbius, tout comme un ruban cylindrique ordinaire, possède un cercle méridien. Suivant la figure 4, on note $MNPQRSTU$ ce cercle, et on considère un vecteur normal au ruban, c'est-à-dire perpendiculaire au plan tangent au ruban. Si on déplace ce vecteur le long du méridien en restant normal au ruban, alors, après un tour, le vecteur passe de l'autre côté du ruban. De manière équivalente – pensez au vecteur normal comme à un pinceau – il y a moyen de peindre *tout* le ruban sans que le pinceau ne quitte jamais sa surface. C'est évidemment impossible dans le cas d'un ruban cylindrique ordinaire.

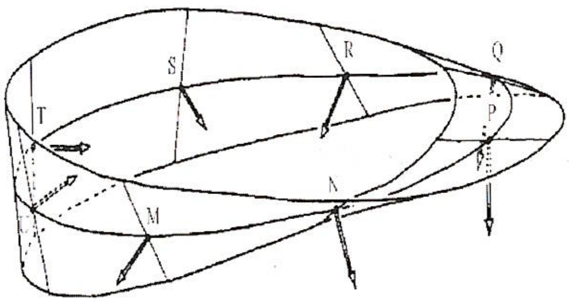
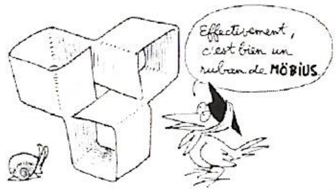


Figure 4 : La balade du vecteur normal.

LE TOPOLOGICON

Jean-Pierre Petit



Comment le corbeau savant des aventures d'Anselme Lanturlu arrive-t-il à sa conclusion ?

Nous rencontrerons un peu plus loin une autre propriété tout aussi étonnante du ruban de Möbius. Mais venons-en à la poésie !

([1]) Il faut noter qu'il aurait été découvert ou inventé aussi par son compatriote J.-B. Listing (1808 – 1882), dont le nom n'est malheureusement pas resté attaché au ruban en question.

Une première tentative de poésie möbiusienne

On prend une bande de papier assez allongée, et sur l'une de ses faces, on écrit la première moitié du poème suivant :

Trimer, trimer sans cesse,
Pour moi, c'est la sagesse
Je ne puis flemmarder
Car j'aime mon mÈtier...

On *retourne* la bande autour de son plus grand côté, et sur la deuxième face on écrit la deuxième moitié du poème :

c'est vraiment Èreintant
de gaspiller son temps
et grande est ma souffrance,
quand je suis en vacances.

Après torsion d'un demi-tour, on colle l'une sur l'autre les deux petites extrémités de la bande, afin d'obtenir un ruban de Möbius. Il ne reste plus qu'à le lire, ce qui est d'autant plus facile si la bande de papier a été choisie suffisamment longue et que les lettres des mots ont été généreusement espacées. Attention à bien retourner la bande de papier autour de son grand côté avant d'écrire le deuxième quatrain !
Ce qui est assez surprenant dans toute cette manipulation, ce n'est pas tant l'objet qui est produit, mais bien le basculement complet dans la signification du poème.

Ainsi, les deux quatrains initiaux font une éloge du travail qui confine à l'héroïsme :

Trimer, trimer sans cesse,
Pour moi, c'est la sagesse.
Je ne puis flemmarder,
Car j'aime mon métier ...

c'est vraiment éreintant
de gaspiller son temps,
et grande est ma souffrance
quand je suis en vacances.

Mais la version möbiusienne rend un tout autre son de cloche, et ressemble bien plus à une ode à la paresse :

Trimer, trimer sans cesse, c'est vraiment éreintant
Pour moi, c'est la sagesse de gaspiller son temps
Je ne puis flemmarder, et grande est ma souffrance,
Car j'aime mon métier ... quand je suis en vacances.

Mais il y a moyen de faire mieux ...

Figure 5 : Le début de la découpe ...

La section poétique du ruban de Möbius

Comme signalé plus haut, le ruban de Möbius jouit de propriétés remarquables. L'une des plus surprenantes est qu'il est possible de le couper en deux et de n'obtenir qu'un seul morceau. Plus précisément, si après avoir construit un ruban de Möbius, vous le découpez – avec une paire de ciseaux ! (cfr. les figures 5 et 6) – suivant son cercle méridien, vous n'obtiendrez pas deux rubans, mais bien un seul ! Et de plus, vous pouvez aisément vérifier que le nouveau ruban ainsi obtenu n'est plus unilatère ! ([2])

([2]) Il correspond à un assemblage des deux (petites) extrémités d'une bande de papier rectangulaire après avoir imposé à la bande *deux* torsions d'un demi-tour.

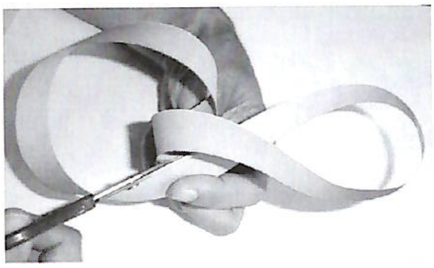


Figure 6 :. . . et l'apparition d'un (seul) nouveau ruban.

Allons-y pour découper un poème . . . en une seule partie. On procède d'abord comme dans le cas précédent, à partir d'une première face :

Il faut faire ici-bas
Le devoir, sans faux-pas,

subsister sans folie
est le but de ma vie.

et d'une deuxième face :

l'amour, toujours l'amour!
est d'un faible secours.

La pire absurditÈ:
Chercher la voluptÈ

On découpe ensuite le ruban suivant la ligne médiane repérée sur chaque face. Il ne reste plus qu'à lire le résultat, qui consiste maintenant en deux longs (doubles) vers.
Encore une fois, la signification du poème a quelque peu évolué. La version initiale est une exhortation à la retenue, à la modération, à la chasteté même :

Il faut faire ici-bas
Le devoir, sans faux-pas.
Subsister sans folie
Est le but de ma vie.

L'amour, toujours l'amour
Est d'un faible secours.
La pire absurdité :
Chercher la volupté !

Par contre, la section möbiusienne fait des ravages, et débouche sur ce qu'il faut bien appeler une incitation à la débauche(3).

Il faut faire ici-bas l'amour, toujours l'amour ! Le devoir, sans faux-pas, est d'un faible secours. La pire absurdité : subsister sans folie ! Chercher la volupté est le but de ma vie.

Observons que lorsqu'on réalise le ruban (initial), les deux premiers vers prennent déjà un sens . . . intéressant, bien que différent du sens initial, tandis que les deux derniers vers n'en ont plus aucun. C'est la découpe transversale qui fait basculer définitivement les deux derniers vers dans le libertinage.

A vos papiers, à vos ciseaux, à vos poèmes !

L'article de Luc Etienne contient encore d'autres exemples, mais ceux décrits ci-dessus devraient suffire à libérer votre imagination. Au travail, donc : écrivez des poèmes möbiusables, möbiusez-les, et savourez les délices de la poésie topologique !

Un grand merci à Arthur Tilleuil pour les photographies . . . bien orientées !

(3) Nous tenons à signaler que ces vers, dus à Luc Etienne en personne, ne reflètent pas nécessairement les opinions de la rédaction de Math-Jeunes.

Math-Jeunes n°118 S, 14–16, 2007

À l'ombre du cercle

Nicole Antoine et Chantal Randour

Quelles ellipses ?

« À l'ombre du cercle » Tel était l'intitulé de l'exposition de mathématique organisée récemment à l'Athénée Royal Gatti de Gamond, à Bruxelles. Tout tournait autour de l'ellipse, ombre du cercle à la lumière du soleil. Mais si l'ellipse est (probablement) bien connue en mathématiques, que signifie-t-elle en français ?

Le Petit Larousse nous explique que l'ellipse (littéraire) signifie : (un) *sous-entendu, raccourci dans l'expression de la pensée*, ou, en linguistique : (un) *fait de syntaxe ou de style qui consiste à omettre un ou plusieurs éléments de la phrase.* Un site tel que `www.etudes-litteraires.com` propose : *L'ellipse est un procédé qui consiste à omettre certains éléments logiquement nécessaires à l'intelligence du texte.*

Mais pourquoi le même mot renvoie-t-il à des situations à première vue si différentes : une figure de style en français et une courbe en mathématiques ? Plongeons-nous donc dans le grand Littré.

ELLIPSE (èl-li-ps'), *s. f.* || 1° Terme de grammaire. Figure par laquelle on retranche quelque mot dans une phrase. Dans ce vers de Racine, *Andr.* IV, 5 : Je t'aimais inconstant ; qu'eussé-je fait fidèle ? l'ellipse est : si tu avais été fidèle. || C'était quelquefois pour les Grecs une espèce de syncope par laquelle on retranchait une voyelle dans un mot sans détruire la syllabe, comme serait *glore* pour *gloire*. || Terme de musique. Suppression d'un accord que réclame l'harmonie régulière. || 2° Terme de géométrie. Courbe résultant de la section d'un cône droit par un plan oblique à l'axe ; c'est un cercle allongé. Le centre, les deux foyers, les axes d'une ellipse. Ellipse excentrique, celle dont le grand axe est beaucoup plus grand que le petit ; ellipse presque circulaire, celle dont les deux axes se rapprochent de l'égalité. L'orbite de la terre est une ellipse presque circulaire dont le soleil occupe un foyer. Les comètes décrivent des ellipses très-allongées.

— SYN. ELLIPSE, OVALE. L'ellipse est une courbe parfaitement symétrique. L'ovale, qui présente la forme d'un œuf, a un côté plus large que le côté opposé.

— ÉTYM. Ἔλλειψις, qui, signifiant manque, s'applique à l'ellipse grammaticale, puisque quelque chose est supprimé, et à l'ellipse géométrique, parce qu'il lui manque quelque chose pour être un cercle parfait : de ἐν, et λείπειν, laisser, manquer.

Tout devient alors bien clair : il manque quelque chose à l'ellipse mathématique pour être un cercle (l'égalité entre les deux axes) de la même manière qu'il manque par exemple l'un ou l'autre mot dans l'ellipse littéraire.

Mais l'ellipse est aussi une rupture de construction en poésie : observable dès la littérature gréco-latine, elle finit par s'épanouir dans une conception esthétique chez Guillaume Apollinaire.

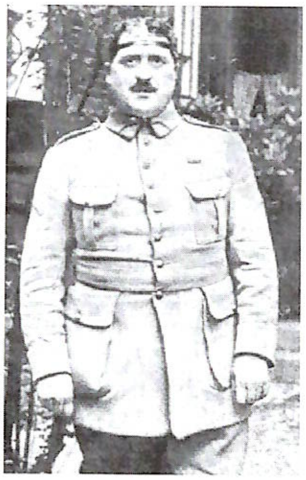


Figure 1 : G. Apollinaire en 1917.

Les dessins pleins de mots de Guillaume Apollinaire

Guillaume Apollinaire (1880–1918) est un des grands poètes français du début du XX^e^ siècle. Tour à tour classique et moderne, il s'intéresse à toutes les formes d'art de son époque et en particulier au mouvement cubiste en peinture.

Les *Calligrammes* de G. Apollinaire sont des poèmes dont les vers ne sont pas seulement libres dans le rythme mais aussi dans l'alignement des mots et des lettres, jusqu'à former des « dessins de mots » (comme ceux reproduits dans la figure 2). Apollinaire lui-même les définit très clairement, et les situe aussi parmi les nouveaux moyens d'expressions qui fleurissent au début du siècle dernier(1) :

> *Quant aux Calligrammes, ils sont une idéalisation de la poésie vers-libriste et une précision typographique à l'époque où la typographie termine brillamment sa carrière, à l'aurore des moyens nouveaux de reproduction que sont le cinéma et le phonographe.*

« Calligrammes » désigne donc une forme de présentation typographique ou écrite d'un poème. Mais c'est aussi le titre d'un recueil de poèmes paru en 1918, et dont tous les textes ne sont pas des calligrammes. Par ailleurs, Apollinaire a réalisé nombre de calligrammes qui ne figurent pas dans le recueil intitulé *Calligrammes.*

Des ellipses aux lignes (géométriques ?) des calligrammes, que de chemin(s) parcouru(s)... Mais revenons à l'ombre du cercle, en 2007.

Tableaux d'une exposition

Lors de la première réunion rassemblant des enseignants du fondamental (enseignement maternel et primaire) avec les promoteurs du projet, nous avons présenté ces versions littéraires de l'ellipse dont il a été question plus haut. Elles ont suscité une explosion de jeux de mots et de dessins chez les élèves du primaire, la création de calligrammes très divers, et même l'invention des « ellipso-poèmes », fantaisies poétiques où les enfants se sont amusés à égarer l'une ou l'autre lettre.

Ce fut une fête triomphale de l'imaginaire ! Les photos qui suivent n'en donnent qu'un faible aperçu.

Voici d'abord (à la page suivante) des « *callipsogrammes* » (mot créé par les élèves de 4e primaire pour désigner des calligrammes en forme d'ellipse). Certains sont simplement linéaires : les mots ne suivent que les lignes de contour. Mais d'autres calligrammes sont entièrement remplis de mots, et la couleur nuance beaucoup d'œuvres.

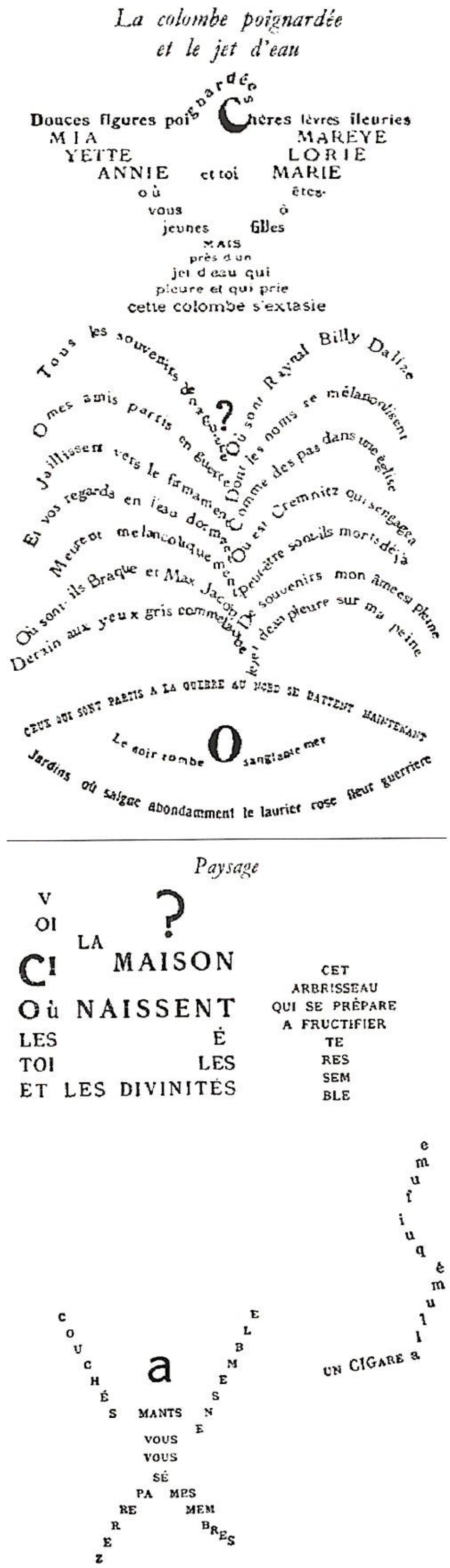


Figure 2 : Quelques calligrammes de G. Apollinaire.

(1) Extrait d'une lettre d'Apollinaire, cité par M. Butor dans sa préface à Calligrammes.

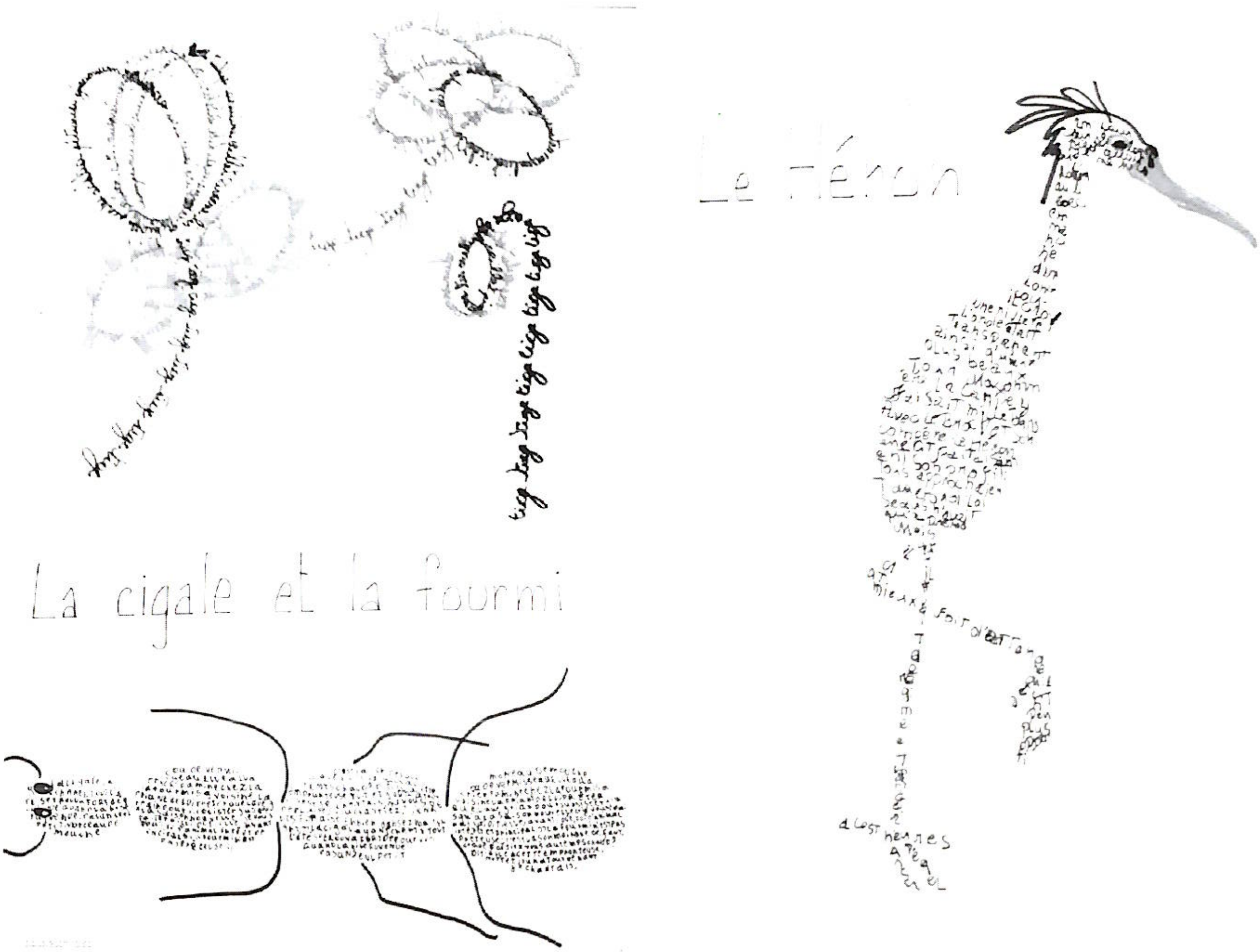


Figure 3 : Un calligramme linéaire et deux calligrammes pleins.

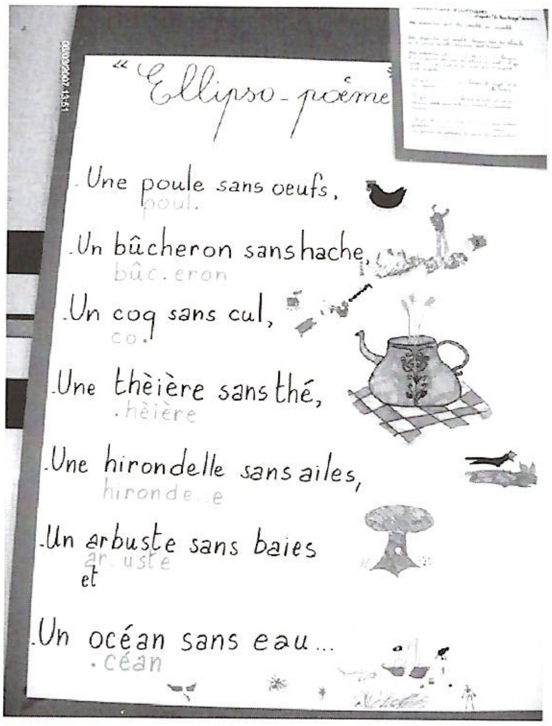


Figure 4 : Un ellipso-poème.

En conclusion, cette exposition, mathématique au départ, a permis non seulement de donner un autre sens à ce langage abstrait, mais aussi de développer d'autres canaux de communication : le dessin, le poème, retraçant ainsi inconsciemment le cheminement du développement de l'écriture : d'abord pictogramme, elle devient idéogramme, puis alphabet. Et surtout, des liens se sont tissés entre les disciplines scolaires de tous niveaux, entre les différents enseignants, entre les élèves. Ces derniers ont goûté à la mathématique et à la poésie que des adultes y trouvent ... *« à l'ombre du cercle »*.

Math-Jeunes n°118 S, 17–23, 2007

A propos d'une bibliothèque et d'une loterie

Philippe Tilleuil

J.-L. Borges

Dans la littérature moderne, il n'est pas si fréquent de lire une nouvelle qui donne l'impression de reconstruire *tout un univers* à partir d'une ou deux hypothèses, comme lorsqu'en mathématiques, on édifie tout une théorie à partir de quelques axiomes. Le grand écrivain argentin Jorge Luis Borges (1899–1986) est assurément le maître de ces créations inattendues et presque irréfutables.
Vraiment, Borges est un écrivain à part. Né à Buenos Aires, il fait ses études secondaires en Suisse, où la guerre de 1914–1918 le surprend avec sa famille. Après un passage en Espagne (1919–1921), il revient en Argentine et commence à publier des poèmes dès 1923. Après de nombreuses vicissitudes, il est nommé directeur de la Bibliothèque Nationale de Buenos Aires, professeur à la Faculté des lettres, et est élu membre de l'Académie argentine des lettres.

Grand voyageur, Borges prononce quantité de conférences et anime de nombreux séminaires aux quatre coins du monde. D'une incroyable érudition, amoureux des livres qu'il considère comme autant de représentations du monde, il prétendait, selon François Taillandier(1) :

> *« ... que nos raisons ordinaires ne sont pas raisonnables, qu'un rêve nocturne peut être la clé ironiquement cachée de l'univers, que tous les livres n'ont peut-être qu'un seul auteur, que le temps s'écoule peut-être en remontant vers sa source ... ».*

Rien ne résume mieux ce personnage hors du commun que la photographie ci-dessous d'un vieil homme aveugle(2) mais déjà éternel, prise dans un hotel de Palerme en 1984. A moins qu'on ne préfère cette réplique faite à la question d'un journaliste qui lui demandait de parler de lui-même et qui s'entendit répondre : « *Que voulez-vous que je vous dise de moi ? Je ne sais rien de moi. Je ne sais même pas la date de ma mort.* »

Figure 1 : J.-L. Borges, à Palerme, en 1984.

Comme pour tous les écrivains, et tout particulièrement pour Borges, rien ne vaut la lecture des œuvres. Voici quelques extraits de deux nouvelles qui peuvent être qualifiées d'exemplaires, tirées de « Fictions », un des meilleurs recueils(3) de Borges, écrit entre 1941 et 1944. Il s'agit de

La loterie à Babylone

et

La bibliothèque de Babel

(1) Dans *Borges, une restitution du monde*, paru au Mercure de France.
(2) Borges a perdu la vue en 1967, ce qui ne l'a pas empêché de continuer à dicter des contes, des poèmes, et à lire, à lire comme il l'avait fait toute sa vie, mais dès lors à travers la voix de ceux qui lisaient tout haut pour lui.
(3) Ce livre est disponible au format de poche dans la collection *Folio*, chez Gallimard.

La loterie à Babylone

La loterie à Babylone est un conte, ou une nouvelle – à moins qu'il ne s'agisse d'une chronique véridique ? – d'un peu plus de huit pages, achevée en 1941. En voici les toutes premières lignes. Nous sommes à Babylone, l'antique reine du monde, cette ville un temps immortelle, dont nous ne connaissons plus que de vagues ruines et des lambeaux d'histoire grâce à la patience des archéologues.

Comme tous les hommes de Babylone, j'ai été proconsul ; comme eux tous, esclave ; j'ai connu comme eux tous l'omnipotence, l'opprobre, les prisons. Regardez : à ma main droite il manque l'index. Regardez : cette déchirure de mon manteau laisse voir sur mon estomac un tatouage vermeil ; c'est le deuxième symbole, Beth. Les nuits de pleine lune, cette lettre me donne le pouvoir sur les hommes dont la marque est Ghimel, mais elle me subordonne à ceux d'Aleph, qui les nuits sans lune doivent obéissance à ceux de Ghimel. Au crépuscule de l'aube, dans une cave, j'ai égorgé des taureaux sacrés devant une pierre noire. Toute une année de lune durant, j'ai été déclaré invisible : je criais et on ne me répondait pas, je volais le pain et je n'étais pas décapité. J'ai connu ce qu'ignorent les Grecs : l'incertitude . . .

Quelle est la cause de ces destins multiples et incompatibles, émergés de la nuit des temps ?

. . . Je dois cette diversité presque atroce à une institution que d'autres républiques ignorent ou qui n'opère chez elles que de façon imparfaite et obscure : la loterie . . .

Comment une simple loterie peut-elle faire du même homme un notable, puis un esclave ? Aussi court que soit le texte de Borges, la réponse ne nous sera livrée dans toute son ampleur que très progressivement. D'abord, il faut savoir que la loterie n'était à Babylone – du moins au début – qu'un jeu populaire et banal, où le hasard d'un tirage au sort ne permettait au joueur chanceux que de gagner quelques pièces d'or.

Naturellement, ces « loteries » échouèrent. Leur vertu morale était nulle. Elles ne s'adressaient pas à l'ensemble des facultés de l'homme, mais seulement à l'espoir. Le public montra peu de curiosité et les marchands qui avaient mis sur pied ces loteries vénales commencèrent à perdre de l'argent. Une réforme fut tentée : l'intercalation d'un petit nombre de chances adverses dans la liste des nombres favorables. Désormais, les acheteurs de rectangles numérotés avaient la double chance de gagner une certaine somme ou de payer une amende parfois considérable. Ce léger danger (il y avait un numéro funeste tous les trente numéros favorables) éveilla naturellement l'intérêt du public. Les Babyloniens se livrèrent au jeu. Celui qui ne tentait pas sa chance était taxé de timidité, de pusillanimité. Avec le temps, ce dédain justifié se dédoubla : on méprisa celui qui ne jouait pas, mais aussi le perdant qui payait l'amende. La Compagnie (c'est le nom qu'on se mit alors à lui donner) dut prendre en main les intérêts des gagnants, qui ne pouvaient toucher leurs prix avant que n'eût été encaissé le montant presque total des amendes. Elle fit un procès aux perdants : le juge les condamna à l'amende originale plus les dépens, ou à quelques jours de prison. Tous optèrent pour la prison. C'est de cette bravade d'une poignée d'hommes qu'est sortie la toute-puissance de la Compagnie, sa valeur ecclésiastique, métaphysique. Peu après, les amendes disparurent des listes ; on se borna à indiquer le nombre de jours de prison qui correspondait à chaque numéro néfaste. Ce laconisme, à quoi il avait d'abord été prêté peu d'attention, fut d'une importance capitale. Ce fut la première apparition dans la loterie d'éléments non pécuniaires. . .

Mais ces premières réformes troublèrent encore les habitants de Babylone. Pourquoi ne pas varier beaucoup plus les *formes* de concrétisation des gains ou des pertes ? Et pourquoi les pauvres n'auraient-ils pas eu, eux aussi, accès à la loterie ?

. . . le peuple babylonien finit par imposer fermement sa volonté, contre l'opposition des riches. Ses généreuses revendications triomphèrent.

En premier lieu, il obtint que la Compagnie assumât la totalité du pouvoir public : cette unification était nécessaire, vu l'amplitude et la complexité des nouvelles opérations. En second lieu, il obtint que la loterie fût secrète, gratuite et générale. La vente mercenaire de chances fut abolie. Tout homme libre et déjà initié aux mystères de Bel participait automatiquement aux tirages sacrés, qui s'effectuaient dans les labyrinthes du dieu toutes les soixante nuits, et qui décidaient de son destin jusqu'au prochain exercice ...

La loterie devint ainsi un événement considérable, jusqu'à constituer le ressort essentiel de *toute* la vie à Babylone.

... surgit la conjecture suivante : si la loterie est une intensification du hasard, une infusion périodique du chaos dans le cosmos, ne conviendrait-il pas que le hasard intervînt dans toutes les étapes du tirage et non pas dans une seule ? N'est-il pas dérisoire que le hasard dicte la mort de quelqu'un, mais que ne soient pas assujetties au même hasard les circonstances de cette mort : le caractère public ou réservé, le délai d'une heure ou d'un siècle ? De si justes scrupules provoquèrent enfin une réforme considérable dont les complexités, aggravées d'un exercice séculaire, ne sont peut-être intelligibles qu'à quelques spécialistes, mais dont je tenterai un résumé, ne fût-il que symbolique. Imaginons un premier tirage qui décrète la mort d'un homme. Pour l'exécution du verdict, on procède à un second tirage, qui propose – supposons – neuf agents. De ces agents, quatre peuvent entreprendre un troisième tirage qui prononcera le nom du bourreau, deux peuvent remplacer la sentence adverse par une sentence heureuse (par exemple la découverte d'un trésor), un autre pourra décréter l'exaspération du supplice en le rendant infâme ou en l'enrichissant de tortures, d'autres enfin peuvent se refuser à prendre une mesure quelconque. Tel est le schéma symbolique. En fait le nombre de tirages est infini. Aucune décision n'est finale, toutes se ramifient. D'infinis tirages ne nécessitent pas, comme les ignorants le supposent, un temps infini ; il suffit en réalité que le temps soit infiniment subdivisible, notion illustrée par la fameuse parabole du Duel avec la Tortue*(4)...*

Dans un tel système, la Compagnie qui organise la loterie et tout ce qu'elle implique jusqu'à ses moindres conséquences, doit devenir toute puissante. Mais même cela n'est pas certain.

... La Compagnie, avec une modestie divine, évite toute publicité. Ses agents, comme il est naturel, sont secrets ; les ordres qu'ils dictent de façon réitérée – et peut-être incessante – ne sont pas différents de ceux que prodiguent les imposteurs. Du reste, qui pourrait se vanter d'être un parfait imposteur ? L'ivrogne qui improvise une injonction absurde, le rêveur qui brusquement s'éveille et étouffe de ses mains la femme qui dort à ses côtés, n'exécutent-il pas, peut-être, quelque secrète décision de la Compagnie ? Ce fonctionnement silencieux, comparable à celui de Dieu, provoque toute sorte de conjectures. L'une d'elles insinue abominablement qu'il y a des siècles que la Compagnie n'existe plus et que le désordre sacré de nos vies est purement héréditaire, traditionnel ; une autre juge au contraire que la Compagnie est éternelle et professe qu'elle durera jusqu'à la dernière nuit, où le monde périra aux mains du dernier dieu. Celle-ci affirme que la Compagnie est toute-puissante, mais que son champ d'influence est minuscule : le cri d'un oiseau, les nuances de la rouille et de la poussière, les demi-rêves du matin. Cette autre, par la bouche d'hérésiarques masqués, déclare qu'elle n'a jamais existé et jamais n'existera. Une dernière, non moins ignoble, exprime qu'il est indifférent d'affirmer ou de nier la réalité de la ténébreuse corporation, parce que Babylone n'est autre chose qu'un infini jeu de hasards.

Le conte s'achève ainsi. Et si de multiples questions surgissent à chaque relecture, peut-être que seul le rêve d'une vie entière passée dans cette Babylone-là aiderait à les résoudre.

(4) Le « Duel avec la tortue » fait référence à un des quatre paradoxes sur la nature du mouvement, formulés par Zénon d'Elée au v^e siècle avant J.-C. Beaucoup de professeurs présentent ces paradoxes lorsqu'ils abordent l'étude des suites et de leurs limites dans le cours de mathématiques de 5^e.

La bibliothèque de Babel

Si *La loterie à Babylone* décrit une société entièrement soumise aux lois du hasard, *La bibliothèque de Babel* nous emmène dans un monde tout aussi étrange, mais construit sur d'autres prémisses. Et pour bien apprécier la situation, il faut d'abord dire quelques mots de la grande crise de fondements des mathématiques, dont la résolution(5) a mobilisé quelques uns des meilleurs mathématiciens du premier tiers du XXe siècle.

Lorsque G. Cantor (1845–1918) met au point sa théorie des ensembles, il définit de manière un peu vague un ensemble comme *un groupement, en un tout M, d'objets m bien distincts de notre intuition ou de notre pensée (appelés éléments de M).* Peu après, G. Frege (1848–1925) améliore ce premier essai en proposant de définir un ensemble à partir de ses propriétés caractéristiques. On considère par exemple l'ensemble des points du plan de coordonnées $(x; y)$ pour lesquels est vérifiée la relation $2x + y - 4 = 0$; cet ensemble de points est une droite du plan. Mais très vite, une difficulté majeure apparaît. D'une part, la théorie semble permettre effectivement d'unifier, de préciser et de rendre rigoureuse les principales théories de l'arithmétique, de la géométrie, de l'analyse, ... et même de les développer très substantiellement ; en bref, elle devient mathématiquement indispensable. Mais d'autre part, la théorie des ensembles donne naissance à des paradoxes qui, bien vite, menacent tout le nouvel édifice dans ce qui lui est essentiel : la rigueur des raisonnements ! Ces paradoxes proviennent fondamentalement de ce qu'un ensemble est défini de manière trop intuitive.

Un exemple de tels paradoxes est celui de Richard-Berry. Considérons l'ensemble de tous les nombres qui peuvent être décrits de quelque manière que ce soit par une phrase de moins de douze mots. C'est un ensemble au sens utilisé ci-dessus, et il est fini. Considérons alors les nombres qui n'appartiennent pas à cet ensemble et isolons le plus petit parmi ceux-ci ... Et observons alors qu'il est malheureusement décrit par une phrase de moins de douze mots, à savoir « le plus petit nombre non définissable en moins de douze mots ». En fait, le caractère trop vague de la définition de Cantor et Frege permet de définir des ensembles par des processus qu'on appelle *autoréférentiels*, c'est-à-dire qui font référence à eux-mêmes dans leur construction.

La question des paradoxes de la théorie des ensembles sera réglée par la construction progressive(6) d'une *théorie axiomatique des ensembles*, connue sous l'appellation de *théorie ZFC*(7) à partir de laquelle sont construites depuis lors *toutes* les mathématiques. Un autre exemple de ces paradoxes(8) qui ébranlèrent les mathématiques s'énonce comme suit : « si un catalogue répertorie tous les catalogues qui ne se répertorient pas eux-mêmes, où faut-il répertorier ledit catalogue ? » Et voilà qui nous ramène immédiatement à *La bibliothèque de Babel.*

Le conte que nous propose Borges est encore une fois relativement court (une dizaine de pages). Et encore une fois, le cadre est tracé dès le début, par une description très précise de ... l'univers.

L'univers (que d'autres appellent la Bibliothèque) se compose d'un nombre indéfini, et peut-être infini, de galeries hexagonales, avec au centre de vastes puits d'aération bordés par des balustrades très basses. De chacun de ces hexagones on aperçoit les étages inférieurs et supérieurs, interminablement. La distribution des galeries est invariable. Vingt longues étagères, à raison de cinq par côté, couvrent tous les murs moins deux ; leur hauteur, qui est celle des étages eux-mêmes, ne dépasse guère la taille d'un bibliothécaire normalement constitué.

(5) Pour une excellente présentation de toute cette histoire, on peut se référer au n° 20 de la série « Les génies de la science », consacré à K. Gödel (Editions Belin/Pour la Science–2004).
(6) Grosso modo, de 1908 à 1929.
(7) D'après les noms de ses principaux architectes : E. Zermelo (1871-1953) et A. Fraenkel (1891-1965), le « C » signifiant que l'axiome du choix fait partie des axiomes retenus.
(8) Cité dans le numéro de la revue « Les génies de la science » signalé plus haut.

Chacun des pans libres donne sur un couloir étroit, lequel débouche sur une autre galerie, identique à la première et à toutes. A droite et à gauche du couloir il y a deux cabinets minuscules. L'un permet de dormir debout ; l'autre de satisfaire les besoins fécaux. A proximité passe l'escalier en colimaçon, qui s'abime et s'élève à perte de vue ...

... Chacun des murs de chaque hexagone porte cinq étagères ; chaque étagère comprend trente-deux livres, tous de même format ; chaque livre a quatre cent dix pages ; chaque page, quarante lignes, et chaque ligne, environ quatre-vingts caractères noirs. Il y a aussi des lettres sur le dos de chaque livre ; ces lettres n'indiquent ni ne préfigurent ce que diront les pages : incohérence qui, je le sais, a parfois paru mystérieuse. Avant de résumer la solution (dont la découverte, malgré ses tragiques projections, est peut-être le fait capital de l'histoire) je veux rappeler quelques axiomes ...

Entrons donc dans cette incroyable bibliothèque. Faut-il s'étonner qu'elle soit basée sur des axiomes ?

... Premier axiome : la Bibliothèque existe ab aeterno. *De cette vérité dont le corollaire immédiat est l'éternité future du monde, aucun esprit raisonnable ne peut douter ...*

Effectivement, un axiome n'est en général pas contestable, même si celui-ci paraît assez exigeant ! Mais c'est dans ce qui suit que les paradoxes de la théorie naïve des ensembles vont commencer à montrer le bout de leur nez.

... Deuxième axiome : le nombre des symboles orthographiques est vingt-cinq. Ce fut cette observation qui permit, il y a quelque trois cents ans, de formuler une théorie générale de la Bibliothèque, et de résoudre de façon satisfaisante le problème que nulle conjecture n'avait pu déchiffrer : la nature informe et chaotique de presque tous les livres. L'un de ceux-ci, que mon père découvrit dans un hexagone du circuit quinze quatre-vingt-quatorze, comprenait les seules lettres M C V perversement répétées de la première ligne à la dernière. Un autre (très consulté dans ma zone) est un pur labyrinthe de lettres, mais à l'avant-dernière page on trouve cette phrase : O temps tes pyramides. *Il n'est plus permis de l'ignorer : pour une ligne raisonnable, pour un renseignement exact, il y a des lieues et des lieues de cacophonies insensées, de galimatias et d'incohérences. (Je connais un district barbare où les bibliothécaires répudient comme superstitieuse et vaine l'habitude de chercher aux livres un sens quelconque, et la comparent à celle d'interroger les rêves ou les lignes chaotiques de la main ...) ...*

Ainsi apparaît la question qui va hanter toute la suite du conte : comment fonctionne une société fondée sur une bibliothèque – *la* Bibliothèque ! – qui contient *tous* les livres possibles et imaginables, d'une forme et d'une longueur bien définies, réalisés à partir d'un alphabet bien défini ?

... Il y a cinq cents ans, le chef d'un hexagone supérieur mit la main sur un livre aussi confus que les autres, mais qui avait deux pages, ou peu s'en faut, de lignes homogènes et vraisemblablement lisibles ... Le contenu fut déchiffré : c'étaient des notions d'analyse combinatoire, illustrées par des exemples de variables à répétition constante. Ces exemples permirent à un bibliothécaire de génie de découvrir la loi fondamentale de la Bibliothèque. Ce penseur observa que tous les livres quelque divers qu'ils soient, comportent des éléments égaux : l'espace, le point, la virgule, les vingt-deux lettres de l'alphabet. Il fit également état d'un fait que tous les voyageurs ont confirmé : il n'y a pas, dans la vaste Bibliothèque, deux livres identiques.

De ces prémisses incontroversables il déduisit que la Bibliothèque est totale, et que ses étagères consignent toutes les combinaisons possibles des vingt et quelques symboles orthographiques (nombre, quoique très vaste, non infini), c'est-à-dire tout ce qu'il est possible d'exprimer, dans toutes les langues. Tout : l'histoire minutieuse de l'avenir, les autobiographies des archanges, le catalogue fidèle de la Bibliothèque, des milliers et des milliers de catalogues mensongers, la démonstration de la fausseté de ces catalogues, la démonstration de la fausseté du catalogue véritable, l'évangile gnostique de Basilide, *le commentaire de cet évangile, le commentaire du commentaire de cet évangile, le récit véridique de ta mort, la traduction de chaque livre en toutes les langues, les interpolations de chaque livre dans tous les livres.*

Et donc : comment vit-on à l'intérieur même d'un paradoxe ?

Quand on proclama que la Bibliothèque comprenait tous les livres, la première réaction fut un bonheur extravagant. Tous les hommes se sentirent maîtres d'un trésor intact et secret. Il n'y avait pas de problème personnel ou mondial dont l'éloquente solution n'existât quelque part : dans quelque hexagone. L'univers se trouvait justifié, l'univers avait brusquement conquis les dimensions illimitées de l'espérance. En ce temps-là, il fut beaucoup parlé des Justifications : livres d'apologie et de prophétie qui justifiaient à jamais les actes de chaque homme et réservaient à son avenir de prodigieux secrets. Des milliers d'impatients abandonnèrent le doux hexagone natal et se ruèrent à l'assaut des escaliers, poussés par l'illusoire dessein de trouver leur Justification. Ces pèlerins se disputaient dans les étroits couloirs, proféraient d'obscures malédictions, s'étranglaient entre eux dans les escaliers divins, jetaient au fond des tunnels les livres trompeurs, périssaient précipités par les hommes des régions reculées. D'autres perdirent la raison … Il n'est pas niable que les Justifications existent (j'en connais moi-même deux qui concernent des personnages futurs, des personnages non imaginaires peut-être), mais les chercheurs ne s'avisaient pas que la probabilité pour un homme de trouver la sienne, ou même quelque perfide variante de la sienne, approche de zéro. On espérait aussi, vers la même époque, l'éclaircissement des mystères fondamentaux de l'humanité : l'origine de la Bibliothèque et du Temps. Il n'est pas invraisemblable que ces graves mystères puissent s'expliquer à l'aide des seuls mots humains : si la langue des philosophes ne suffit pas, la multiforme Bibliothèque aura produit la langue inouïe qu'il y faut, avec les vocabulaires et les grammaires de cette langue …

Mais dans la Bibliothèque de tous les possibles, le bonheur n'a pas plus d'avenir que le désespoir…

… À l'espoir éperdu succéda, comme il est naturel, une dépression excessive. La certitude que quelque étagère de quelque hexagone enfermait des livres précieux, et que ces livres précieux étaient inaccessibles, sembla presque intolérable. Une secte blasphématoire proposa d'interrompre les recherches et de mêler lettres et symboles jusqu'à ce qu'on parvint à reconstruire, moyennant une faveur imprévue du hasard, ces livres canoniques. Les autorités se virent obligées à promulguer des ordres sévères. La secte disparut …

… D'autres, en revanche, estimèrent que l'essentiel était d'éliminer les œuvres inutiles. Ils envahissaient les hexagones, exhibant des permis quelquefois authentiques, feuilletaient avec ennui un volume et condamnaient des étagères entières : c'est à leur fureur hygiénique, ascétique, que l'on doit la perte insensée de millions de volumes. Leur nom est explicablement exécré, mais ceux qui pleurent sur les « trésors » anéantis par leur frénésie négligent deux faits notoires. En premier lieu, la Bibliothèque est si énorme que toute mutilation d'origine humaine ne saurait être qu'infinitésimale. En second lieu, si chaque exemplaire est unique et irremplaçable, il y a toujours, la Bibliothèque étant totale, plusieurs centaines de milliers de fac-similés presque parfaits qui ne diffèrent du livre correct que par une lettre ou par une virgule. Contre l'opinion générale, je me permets de supposer que les conséquences des déprédations commises par les Purificateurs ont été exagérées par l'horreur qu'avait soulevée leur fanatisme …

Mais si cette Bibliothèque exhaustive, infailliblement complète, apporte d'abord une réponse à toutes les questions, elle n'en résout bientôt plus aucune. Parce qu'à force d'explorer l'inépuisable richesse de ces inépuisables collections, on s'aperçoit lentement que le sens, la signification de la moindre des choses devient douteuse, contestable, ou multiple, et même impossible.

… Les impies affirment que le non-sens est la règle dans la Bibliothèque et que les passages raisonnables, ou seulement de la plus humble cohérence, constituent une exception quasi miraculeuse. Ils parlent, je le sais, de « cette fiévreuse Bibliothèque dont les hasardeux volumes courent

le risque incessant de se muer en d'autres et qui affirment, nient et confondent tout comme une divinité délirante ». Ces paroles, qui non seulement dénoncent le désordre mais encore l'illustrent, prouvent notoirement un goût détestable et une ignorance sans remède. En effet, la Bibliothèque comporte toutes les structures verbales, toutes les variations que permettent les vingt-cinq symboles orthographiques, mais point un seul non-sens absolu. Rien ne sert d'observer que les meilleurs volumes parmi les nombreux hexagones que j'administre ont pour titre Tonnerre coiffé, La Crampe de plâtre, et Âxaxaxas mlö. *Ces propositions, incohérentes à première vue, sont indubitablement susceptibles d'une justification cryptographique ou allégorique ; pareille justification est verbale, et,* ex hypothesi, *figure d'avance dans la Bibliothèque. Je ne puis combiner une série quelconque de caractères, par exemple*

dhcmrlchtdj

que la divine Bibliothèque n'ait déjà prévue, et qui dans quelqu'une de ses langues secrètes ne renferme une signification terrible. Personne ne peut articuler une syllabe qui ne soit pleine de tendresses et de terreurs, qui ne soit quelque part le nom puissant d'un dieu. Parler, c'est tomber dans la tautologie. Cette inutile et prolixe épitre que j'écris existe déjà dans l'un des trente volumes des cinq étagères de l'un des innombrables hexagones – et sa réfutation aussi. (Un nombre n de langages possibles se sert du même vocabulaire ; dans tel ou tel lexique, le symbole Bibliothèque recevra la définition correcte système universel et permanent de galeries hexagonales, *mais* Bibliothèque *signifiera* pain *ou* pyramide, *ou toute autre chose, les sept mots de la définition ayant un autre sens.) Toi, qui me lis, es-tu sûr de comprendre ma langue ? ...*

La fin du conte n'est pourtant pas là, et tout en laissant à chacun le choix de ses rêves, il est permis de le regretter.

... Peut-être suis-je égaré par la vieillesse et la crainte, mais je soupçonne que l'espèce humaine – la seule qui soit – est près de s'éteindre, tandis que la Bibliothèque se perpétuera : éclairée, solitaire, infinie, parfaitement immobile, armée de volumes précieux, inutile, incorruptible, secrète. Je viens d'écrire infinie. *Je n'ai pas intercalé cet adjectif par entraînement rhétorique ; je dis qu'il n'est pas illogique de penser que le monde est infini. Le juger limité, c'est postuler qu'en quelque endroit reculé les couloirs, les escaliers, les hexagones peuvent disparaître – ce qui est inconcevable, absurde. L'imaginer sans limite, c'est oublier que n'est point sans limite le nombre de livres possibles. Antique problème où j'insinue cette solution :* la Bibliothèque est illimitée et périodique. *S'il y avait un voyageur éternel pour la traverser dans un sens quelconque, les siècles finiraient par lui apprendre que les mêmes volumes se répètent toujours dans le même désordre – qui, répété, deviendrait un ordre : l'Ordre. Ma solitude se console à cet élégant espoir.*

Mais combien d'écrivains n'aimeraient-ils pas achever un texte par cette phrase superbe :
Ma solitude se console à cet élégant espoir ?

Faut-il aussi rappeler à quel point Borges adorait les livres, et quelle place tenaient les bibliothèques jusque dans sa vie professionnelle ?

Tout a une fin ?

Evidemment, les images que ces contes créent dans l'imagination de ceux qui les lisent ont inspiré plus d'un artiste. Parmi ceux-ci, François Schuiten (dessins) et Benoit Peeters (textes) ont réalisé de nombreux albums qui recèlent des univers très proches de ceux de Borges, entre autres dans une série intitulée « Les Cités obscures », parue chez Casterman.

Si donc vous aimez les rêves rigoureux, lisez Borges, dont Claude Mauriac disait :

Jorge Luis Borges est l'un des dix, peut-être des cinq auteurs modernes qu'il est essentiel d'avoir lus. Après l'avoir approché, nous ne sommes plus les mêmes. Notre vision des êtres et des choses a changé. Nous sommes plus intelligents. Sans doute même avons-nous plus de cœur.

Qu'attendez-vous ?

Math-Jeunes n°118, 24–26, 2007

Jeux

Yolande Noël-Roch

1. Codage, décodage

Voici un système de codage

Premier niveau

3	2
0	1

Deuxième niveau

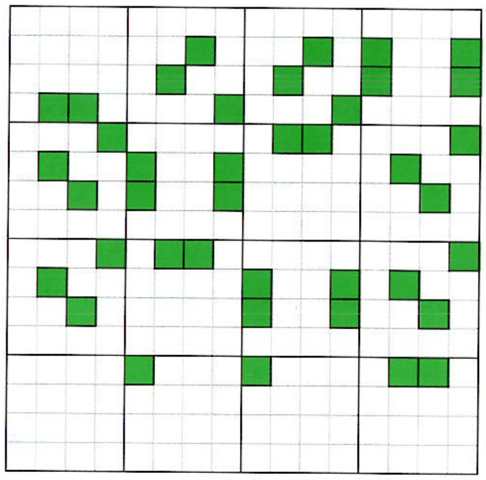
33	32	23	22
30	31	20	21
03	02	13	12
00	01	10	11

Troisième niveau

						223	
				230			
		313					
300							
033	032	023	022				
030	031	020	021				
003	002	013	012	103	102	113	112
000	001	010	011	100	101	110	111

Nous vous laissons le soin de vous familiariser au codage explicité incomplètement ci-dessus.

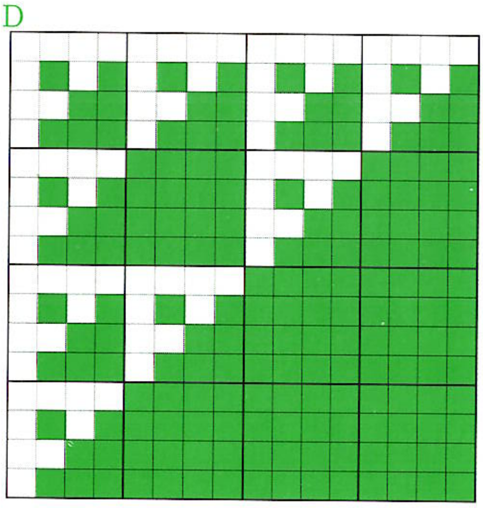
Dans la suite, nous appliquons le codage sur quatre niveaux pour obtenir un découpage du carré en 16×16 petits carrés. À chacun d'eux est associé un quadruple (a, b, c, d), chacune des lettres pouvant prendre les valeurs 0, 1, 2, 3.



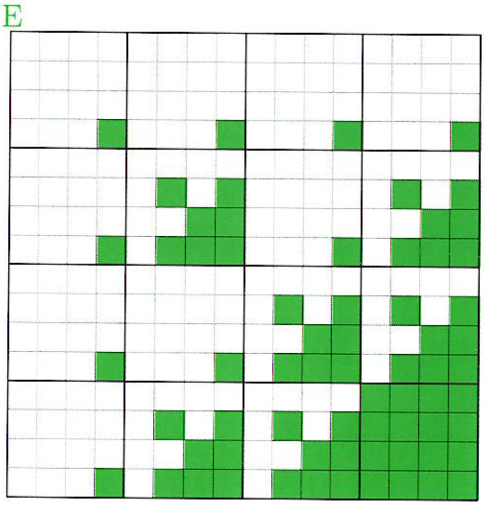
Dans le dessin ci-contre sont coloriés tous les petits carrés (a, b, c, d) pour lesquels $a + b + c + d = 7$.
Par exemple, les trois carrés les plus à gauche et alignés verticalement sont, de haut en bas, $(3, 3, 0, 1)$, $(3, 0, 3, 1)$ et $(0, 3, 3, 1)$.

A. Représenter la solution de l'équation $a.b.c.d = 3$.
B. Représenter la solution de l'équation $a + b + c + d = 10$.
C. Représenter la solution l'équation $a.b.c.d = 0$.
D et E. Dans chacun des schémas suivants, caractériser les ensembles de quadruples colorés ?

D



E



2. Moyenne arithmétique

	a	***b***	
h	***x***	***y***	***c***
g	***t***	***z***	***d***
	f	***e***	

Chacun des nombres x, y, z et t du carré central est la moyenne arithmétique des quatre nombres qui l'entourent :

$$x = \frac{a+y+t+h}{4} \qquad z = \frac{d+e+t+y}{4}$$

$$y = \frac{b+c+z+x}{4} \qquad t = \frac{f+g+x+z}{4}$$

Complète chacune des grilles suivantes :

	9	***1***	
	12		***2***
22		***17***	
	13	***30***	

	16		
	23	***30***	***47***
27	***26***	***35***	
		32	

	6	***19***	
4			***29***
3			***20***
	5	***14***	

3. Polynômes intrus

Parmi les six polynômes donnés, quatre ont les mêmes zéros. Quels sont les intrus ?

$p(x) = 3x^3 - x^2 - 12x + 4$

$q(x) = x^2(3x-1) + 4(1-3x)$

$r(x) = (60x-20)(x^2+4)$

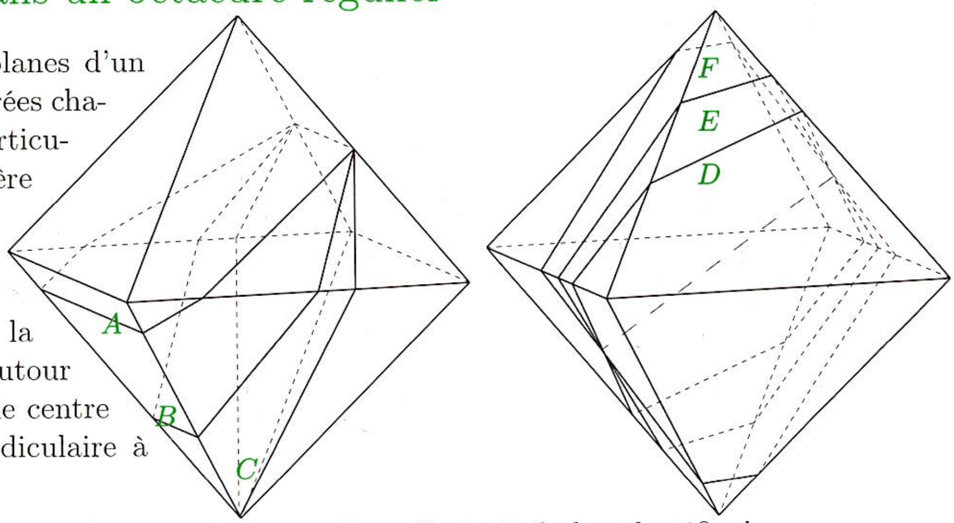
$s(x) = 4 + x[x(3x-1) - 12]$

$t(x) = \frac{x^2-4}{3(x-1)}$

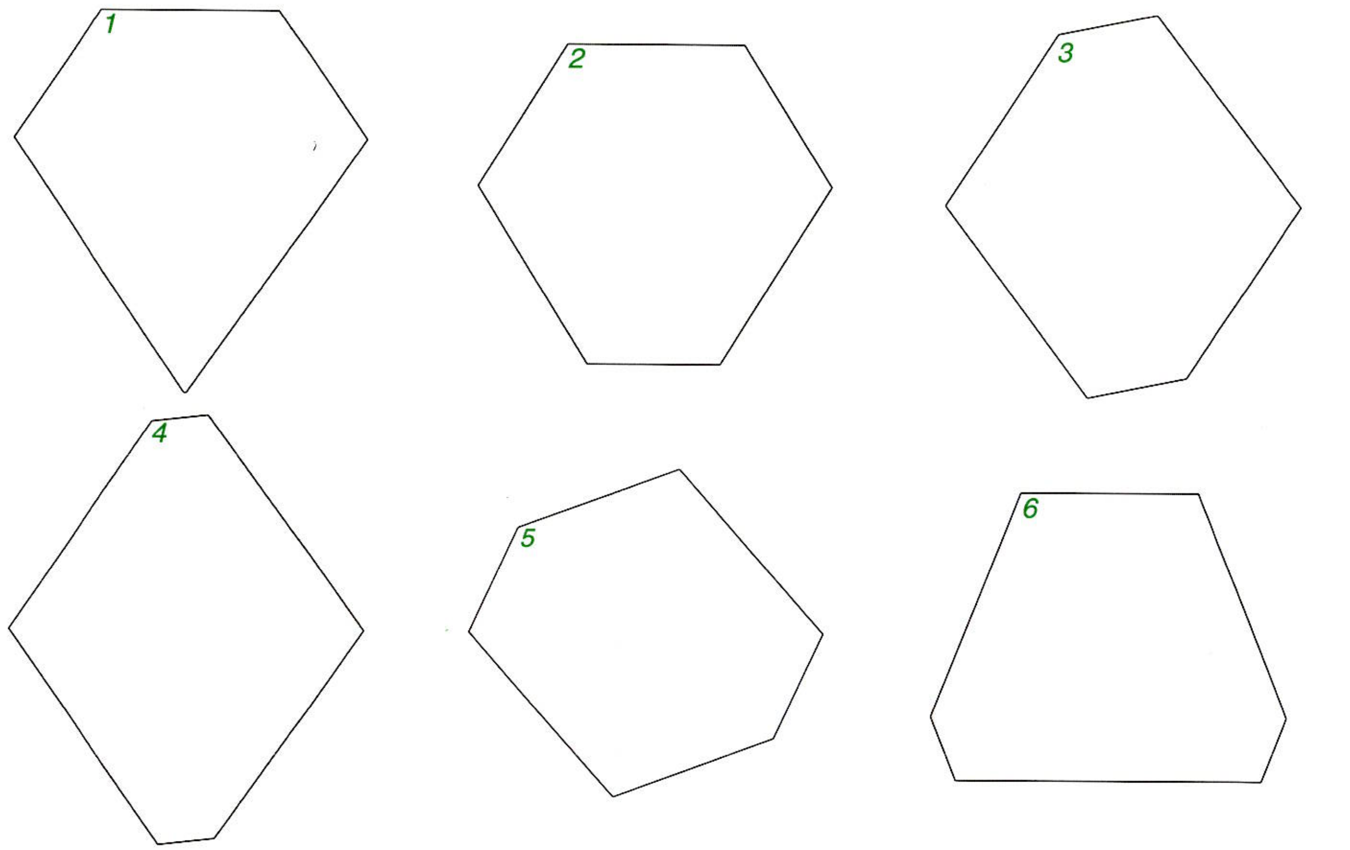
$u(x) = 5(2x-4)(3x^2+5x-2)$.

4. Sections planes dans un octaèdre régulier

Deux familles de sections planes d'un octaèdre régulier sont suggérées chacune par trois sections particulières. Pour définir la première famille, un plan tourne autour d'une droite qui comprend les milieux de deux arêtes ; pour définir la deuxième, un plan tourne autour d'une droite qui comprend le centre de l'octaèdre et est perpendiculaire à deux faces opposées.



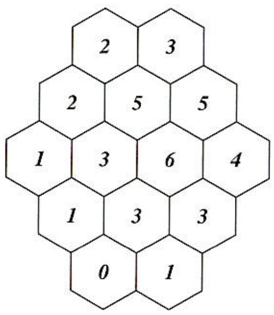
Voici, dans le désordre, les six sections en vraie grandeur. Il s'agit de les identifier !



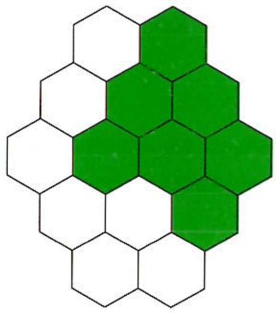
5. Hexagones

Dans les trois configurations proposées ci-dessous, on demande de colorier certains des hexagones de façon que tout hexagone ait autant de voisins coloriés que le nombre indiqué en son centre. Attention : *tout hexagone est considéré comme voisin de lui-même !*

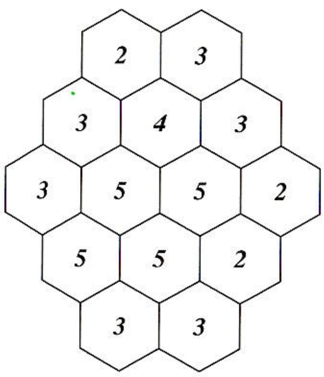
Exemple



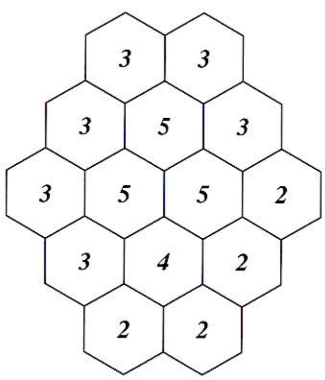
Solution



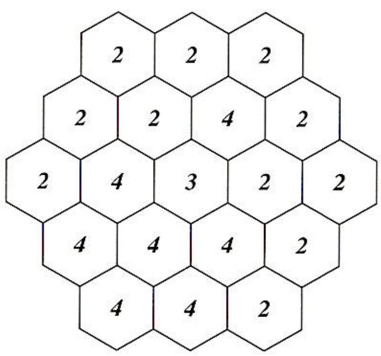
Premier jeu



Deuxième jeu



Troisième jeu



Math-Jeunes n°118, 27–27, 2007

Olympiades mathématiques

Claudine Festraets

Participer à l'Olympiade !

Durant cette année scolaire, aura lieu la trente-troisième édition de l'Olympiade Mathématique Belge (OMB). Voici le calendrier de cette OMB : éliminatoire : le 16 janvier 2 008, demi-finale : le 5 mars 2 008, finale : le 30 avril 2 008, proclamation : le 24 mai 2 008.

Se préparer !

Si tu souhaites te préparer à cette épreuve, tu trouveras ci-dessous quelques exercices posés dans le passé. Tu peux aussi acquérir les tomes 5 et 6 des OMB, ils contiennent respectivement toutes les questions posées de 1 999 à 2 002 et de 2 003 à 2 006, demande à ton professeur comment on peut se les procurer.

S'exercer ! (*Solutions page 32*)

1. Développement (éliminatoire - 1994)

Dans le développement de l'expression $\left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^3$ le terme indépendant de x vaut

(A) 3 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 3 (D) 1 (E) $-\frac{3}{2}$

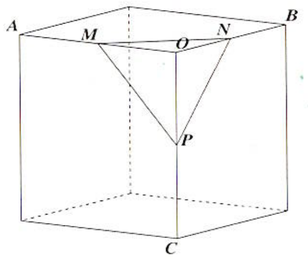
2. Chaussettes (demi-finale - 1994)

Dans un tiroir sont mélangées 20 chaussettes provenant de 5 paires blanches et de 5 paires bleues. S'il fait noir, combien faut-il prendre de chaussettes dans ce tiroir pour être certain d'avoir au moins une paire de chaussettes de même couleur ?

(A) 2 (B) 3 (C) 3 (D) 11 (E) une autre réponse

3. Cube(demi-finale - 1995)

Dans la figure ci-contre, M, N et P sont les milieux des arêtes $[OA]$, $[OB]$ et $[OC]$ du cube. Quel est le rapport du volume du cube à celui de la pyramide $OMNP$?



(A) 6 (B) 8 (C) 3 (D) 24 (E) 48

4. Cercles (demi-finale - 1998)

Deux cercles de rayons $\sqrt{3}$ et 3 ont, en leurs points d'intersection, des tangentes perpendiculaires. Quelle est l'aire de leur partie commune ?

(A) $\frac{5}{2}\pi - 3\sqrt{3}$ (B) $\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$ (C) 3 (D) $\pi\frac{\sqrt{3}}{2}$ (E) $(\sqrt{3}+1)(\pi - 2)$

5. Distance (demi-finale - 1998)

Dans le plan euclidien muni d'un repère orthonormé, on considère les paires de droites parallèles distinctes contenant toutes deux au moins deux points à coordonnées entières. Quel est le minimum de la distance des deux droites d'une telle paire ?

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 3 (D) $\frac{1}{\pi}$ (E) Il n'y a pas de minimum

6. Fonction (éliminatoire - 1997)

Si $f(1) + 1 = 0$ et si, pour tout nombre naturel x, $f(2x) - 2f(x) = 0$, que vaut $f(1024)$?

(A) 10 (B) -10 (C) 3 (D) -1024 (E) Les données ne permettent pas de le calculer.

7. Premier (demi-finale - 1996)

Sans réponse préformulée - Quel est le nombre premier le plus proche de 100 ?

8. Combien ? (éliminatoire - 1994)

Combien de nombres entiers sont strictement compris entre 257^2 et 258^2 ?

(A) 513 (B) 514 (C) 3 (D) 516 (E) 517

9. Sculpture (demi-finale - 1997)

Sans réponse préformulée - Une artiste, disposant de cubes tous de même dimension, réalise une sculpture abstraite en collant un cube sur chaque face d'un cube central. Le lendemain, elle décide de retravailler son œuvre en collant encore un cube sur chaque face libre du solide obtenu la veille. Combien de cubes a-t-elle alors utilisés en tout ?

10. Bons élèves (demi-finale - 1996)

Sans réponse préformulée - Dans la classe de Dominique, 80 % des élèves sont excellents en mathématique, 75 % sont excellents en gymnastique et 70 % sont excellents en français. Quel est, au minimum, le pourcentage d'élèves excellents dans les trois disciplines ?

Math-Jeunes n°118, 28–30, 2007

Problèmes

Nicole Miewis

Une enquête à mener

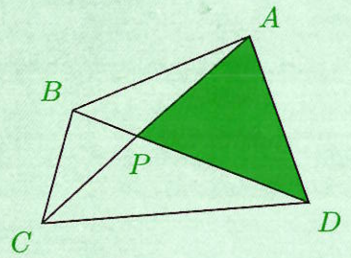
Résoudre un problème, c'est un peu se transformer en inspecteur de police et mener une enquête. Une fois le problème posé, il faut souvent changer de point de vue, autrement l'idée d'une vue d'ensemble n'a pas de sens. Quelle que soit la difficulté d'un problème, il doit être possible d'en expliquer une solution à un enfant. On doit porter sur la résolution d'un problème un regard simple, qui ne soit pas pour autant simplificateur. Il n'y a pas une bonne résolution d'un problème, il y en a beaucoup. La meilleure ? Celle qui est à nos yeux la plus simple.

Je vous propose de vous essayer à quelques problèmes posés il y a plus de vingt ans. Qui sait, votre professeur a peut-être « séché » dessus à l'époque…

Essayez de résoudre les problèmes seul. Si vous n'y parvenez pas, vous trouverez des solutions à la suite des énoncés. Mais vous pouvez en chercher d'autres. Si vous êtes dans les dix premiers à nous faire parvenir une solution nouvelle et originale pour l'un des problèmes, vous recevrez un cadeau. Bonne chance et bonne recherche. À vous d'en découvrir d'autre(s) !

Problème 1.
Lors d'une élection communale, il y avait deux candidats. 90% des électeurs inscrits ont voté, mais il y a eu 60 votes non valables. Le candidat élu a obtenu un nombre de voix égal à 49 % du nombre d'électeurs inscrits, et il a battu son concurrent de 492 voix. Quel est le nombre d'électeurs inscrits dans la commune ? Quelle a été le pourcentage des votes valables en faveur du candidat élu ?

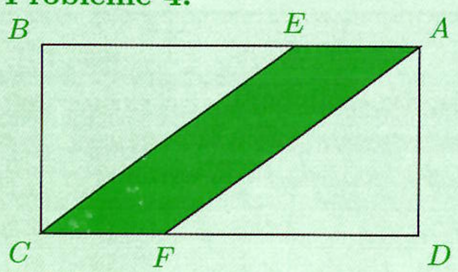
Problème 2.



Les diagonales d'un quadrilatère convexe $ABCD$ se coupent en un point P. Les aires des triangles ABP, BCP et CDP sont respectivement 12 cm^2, 9 cm^2 et 15 cm^2. Que vaut l'aire du triangle DAP ?

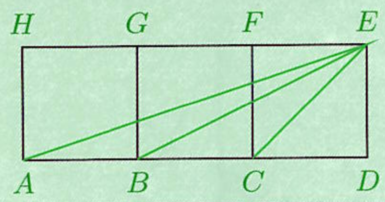
Problème 3.
Si p et q sont les racines de $x^2 + rx + s$ et si r et s sont les racines de $x^2 + px + q$, quelles valeurs la somme $p + q + r + s$ peut-elle prendre ?

Problème 4.



La pelouse $ABCD$ de 5 m sur 10 m est traversée par un sentier de 2 m de large (voir la figure ci-contre). Quelle est l'aire de ce sentier ?

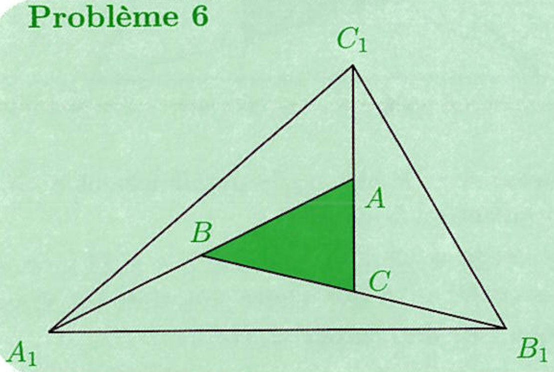
Problème 5.



Sur la figure ci-contre, $ABGH$, $BCFG$ et $CDEF$ sont trois carrés isométriques.
Pouvez-vous démontrer que

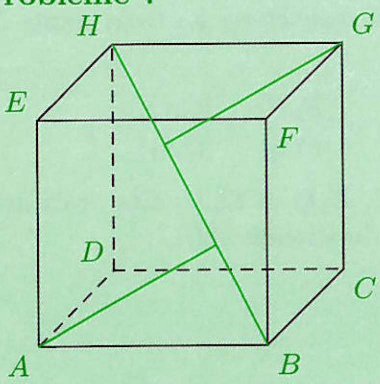
$$\widehat{ECD} = \widehat{EBD} + \widehat{EAD}?$$

Problème 6



On donne les points A_1, B_1 et C_1 dont on sait que :
A_1 est le symétrique de A par rapport à B ;
B_1 est le symétrique de B par rapport à C ;
C_1 est le symétrique de C par rapport à A.
Retrouver les points A, B et C.

Problème 7



On considère le cube $ABCDEFGH$ et sa diagonale BH. Montrer que les perpendiculaires abaissées des sommets A et G sur cette diagonale partagent celle-ci en trois parties de même longueur.

Solutions

Problème 1

Soit x le nombre d'électeurs inscrits. Le nombre de votes valables est donc $\frac{90x}{100} - 60$, d'où l'équation

$$\frac{49x}{100} = \frac{1}{2}\left(\frac{90x}{100} - 60\right) + \frac{492}{2}$$

La solution de cette équation est $x = 5\,400$.

De ces 5 400 électeurs inscrits, $5\,400 \times 0{,}9 - 60 = 4\,800$ ont émis un vote valable et $5\,400 \times 0{,}49 = 2\,646$ ont voté pour le candidat ; ce candidat a donc obtenu $\frac{2\,646}{4\,800} = 56,125\%$ des votes valables.

Problème 2

Soit h la hauteur issue de B dans le triangle ABC,

$$\frac{\text{aire }(ABP)}{\text{aire }(BCP)} = \frac{\frac{1}{2}|AP| \cdot h}{\frac{1}{2}|CP| \cdot h} = \frac{|AP|}{|CP|}.$$

De même,

$$\frac{\text{aire }(ADP)}{\text{aire }(CDP)} = \frac{|AP|}{|CP|}$$

d'où,

$$\frac{\text{aire }(ABP)}{\text{aire }(BCP)} = \frac{\text{aire }(ADP)}{\text{aire }(CDP)}$$

et

$$\text{aire }(ADP) = \frac{12 \cdot 15}{9} \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$$

Problème 3

p et q sont racines de $x^2 + rx + s$, donc

$$p + q = -r \quad (1)$$
$$p \cdot q = s \quad (2)$$

r et s sont racines de $x^2 + px + q$, donc

$$r + s = -p \qquad (3)$$
$$r \cdot s = q \qquad (4)$$

De (1) et (3), on tire $q = s$ $(= -r - p)$.

1. Si $q = s = 0$, alors de (1), il vient $p = -r$ et dès lors, $p + q + r + s = 0$
2. Si $q = s \neq 0$, alors de (2), il vient $p = 1$ et de (4), $r = 1$,

   ce qui dans (1) donne $q = -2$ et dans (3) $s = -2$.

   Donc $p + q + r + s = -2$.

Problème 4

Posons $x = |CF|$ et $z = |AF|$. On a

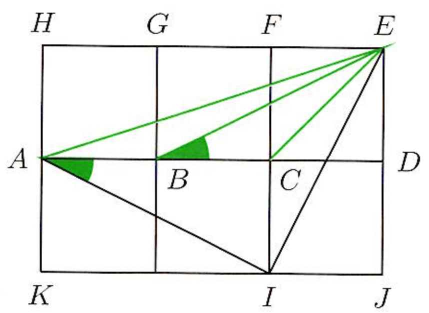
$$50 = 2\left(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (10 - x)\right) + 2z$$

et

$$z^2 = 5^2 + (10 - x)^2.$$

On en déduit que la seule valeur acceptable pour x est $\frac{10}{3}$. L'aire du sentier vaut donc $\frac{50}{3}$ m^2.

Problème 5

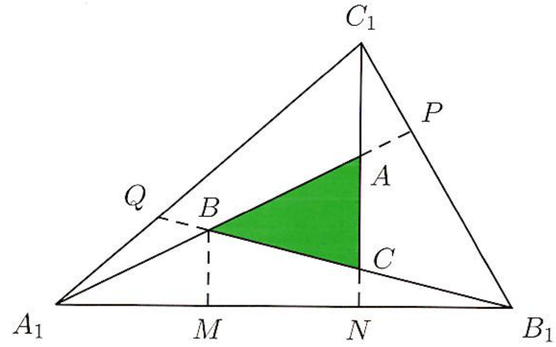


On ajoute trois nouveaux carrés aux trois proposés dans l'énoncé.

Les triangles ACI et BDE sont isométriques. Puisque $\widehat{ECD} = 45°$, la question revient à calculer l'angle $\widehat{EAI}$.

Or le triangle AEI est un triangle isocèle rectangle, donc $\widehat{EAI} = 45°$.

Problème 6



On projette A et B sur A_1B_1 parallèlement à AC respectivement en N et M.

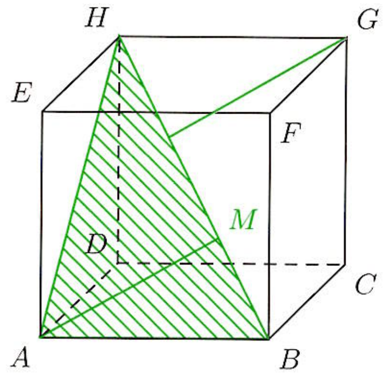
Puisque $|A_1B| = |BA|$ et que $|BC| = |CB_1|$, on a $|A_1M| = |MN| = |NB_1|$. Cette propriété est vraie sur chaque côté du triangle $A_1B_1C_1$.

La construction est alors immédiate. Il suffit de partager chaque côté de $A_1B_1C_1$ en trois segments de même longueur, de considérer les trois points N, P et Q tels que

$$\frac{|A_1N|}{|NB_1|} = \frac{|B_1P|}{|PC_1|} = \frac{|C_1Q|}{|QA_1|} = 2$$

et de tracer A_1P, B_1Q et C_1N. Ces trois droites portent les côtés du triangle ABC.

Problème 7



La droite AM est la hauteur du triangle ABH, rectangle en A.

Si l'arête du cube mesure x, on a : $|AB| = x$, $|AH| = \sqrt{2}x$ et $|BH| = \sqrt{3}x$.

Les triangles AMB et HAB sont semblables, donc :

$$\frac{|MB|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|HB|}$$

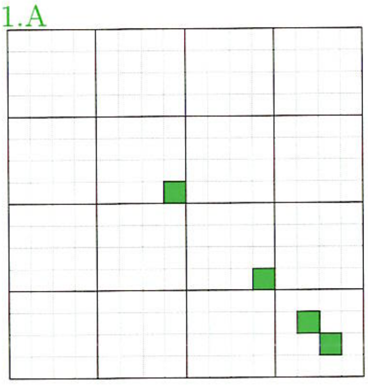
et

$$|MB| = \frac{|AB|^2}{|HB|} = \frac{x^2}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{3}\left(\sqrt{3}x\right) = \frac{1}{3}|BH|$$

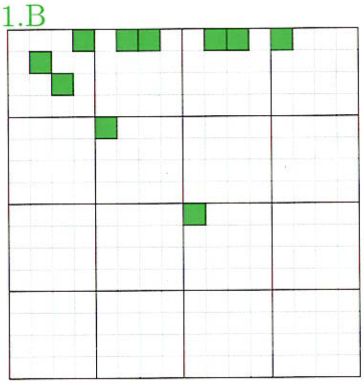
Solutions des jeux.

1. Codage, décodage

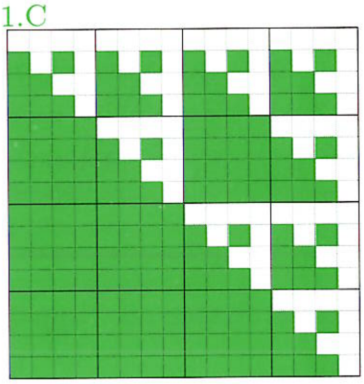
1.A



1.B



1.C



1.D. Ensemble des quadruplets dont au moins un des quatre éléments vaut 1.

1.E. Ensemble des quadruplets dont au moins deux des quatre éléments valent 1.

2. Moyenne arithmétique

	9	*1*	
15	*12*	*8*	*2*
22	*16*	*17*	*14*
	13	*30*	

	16	*15*	
20	*23*	*30*	*47*
27	*26*	*35*	*52*
	19	*32*	

	6	*19*	
4	*9*	*18*	*29*
3	*8*	*15*	*20*
	5	*14*	

3. Polynômes intrus

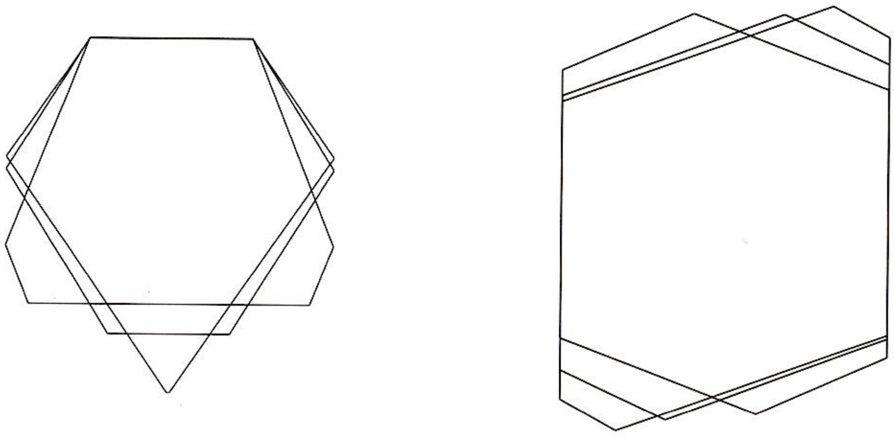
Quatre polynômes ont 2, -2 et $\frac{1}{3}$ comme zéros. Ce n'est pas le cas de $r(x) = (6x-2)(x^2+4)$ ni de $t(x) = \dfrac{x^2-4}{3(x-1)}$.

4. Sections planes dans un octaèdre régulier

Les trois sections de la première famille ont un côté commun et elles sont symétriques par rapport à la médiatrice de ce côté. Les trois plans de section de la seconde famille passent par le centre de l'octaèdre. Les sections admettent donc celui-ci comme centre de symétrie !

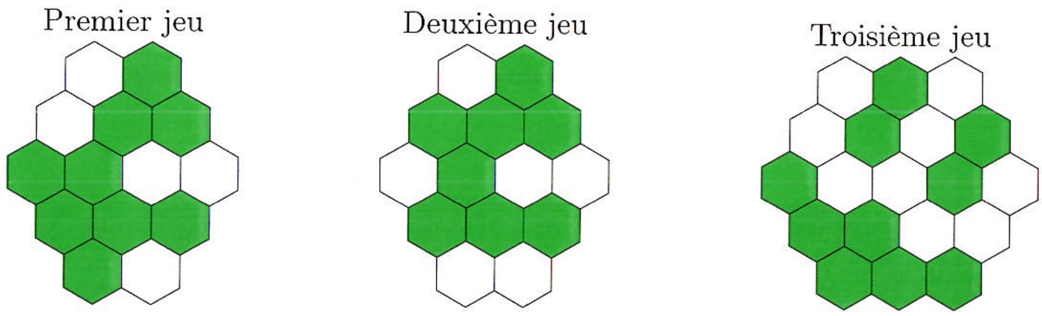
Ces propriétés nous permettent d'identifier les deux groupes de trois sections. Première famille : 1, 2 et 6 ; deuxième famille : 3, 4 et 5.

Une autre approche consiste à décalquer et découper les six sections. Des essais de superposition conduisent à deux assemblages éloquents.



On obtient finalement l'appariement 1–C, 2–B, 3–E, 4–F, 5–D, 6–A.

5. Hexagones



Solution des questions d'olympiade mathématique

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	E	A	E	D	101	B	25	25

Auto-portrait de Carroll intitulé *Ce à quoi je ressemble quand je professe.*

Un numéro de *Math-Jeunes* consacré au thème « Mathématique et littérature » serait incomplet s'il ne mentionnait le sulfureux Charles DODGSON (1832–1898). À la fois mathématicien et auteur littéraire, Dodgson est mieux connu sous le nom de Lewis CARROLL, auteur d'*Alice au Pays des Merveilles.*
Parmi ses œuvres mathématiques, signalons *Logique sans peine*, où il introduit notamment des diagrammes analogues aux diagrammes de Venn, ainsi que plusieurs recueils de problèmes variés dont l'un a pour titre *Problèmes sur l'oreiller conçus durant des nuits sans sommeil.* Mentionnons également un traité de géométrie où il fait intervenir le fantôme d'Euclide !
Voici l'une des énigmes proposées par Carroll :
Prenez deux gobelets, l'un qui contient 50 cuillerées de cognac pur et l'autre 50 cuillerées d'eau pure. Prélevez dans le premier une cuillerée de cognac, transférez-la, sans la renverser, dans le second gobelet et remuez. Puis prenez une cuillerée du mélange et reportez-la, sans la renverser, dans le premier gobelet.
Ma question est, disait Carroll : *si vous considérez l'ensemble de l'opération, a-t-il été transporté plus de cognac du premier gobelet au second, ou plus d'eau du second au premier ?*
Un conseil : si vous cherchez la réponse en expérimentant, remplacez le cognac par du jus d'orange !

Math-Jeunes et Math-Jeunes Junior

Revues trimestrielles publiées par la
Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Secrétariat : M.-C. Carruana, SBPMef, 24, rue du Onze Novembre - 7000 Mons, ☎-FAX 32-(0)65-31.91.80,
GSM : 0473-973808, e-mail : sbpm@sbpm.be, URL : http://www.sbpm.be.

Math-Jeunes

Comité de Rédaction : *C. Festraets, N. Lambelin, J. Miewis, N. Miewis, G. Noël, Y. Noël-Roch, F. Pourbaix, C. Randour, P. Tilleuil, A. Tilleuil-Lepoutre, S. Trompler, N. Vandenabeele, C. Villers.*

Math-Jeunes Junior

Comité de Rédaction : *F. Drouin, C. Festraets, B. Honclaire, G. Laloux, G. Noël, Y. Noël-Roch, A. Paternottre, F. Pourbaix, S. Trompler, N. Vandenabeele, C. Villers.*

Mise en page et dactylographie : *M.-C. Carruana*

Trois numéros de chaque revue sont publiés annuellement. Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et leur prix selon votre localisation, adressez-vous au secrétariat.

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- ☞ pour la Belgique : par virement au Compte n°000-0728014-29 de *SBPMef*, 24, rue du Onze Novembre - 7000 Mons.
- ☞ pour la France : via l'APMEP (voir le Bulletin Vert).
- ☞ pour les autres pays : par virement international au Compte IBAN BE26 0000 7280 1429, BIC BPOTBEB1 de la SBPMef. Les personnes résidant à l'étranger qui ne peuvent faire un virement à ce compte sont invitées à envoyer un mandat postal international. Tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 12,50 € pour frais.

Tarifs

Abonnements groupés (5 exemplaires au moins)		
	Une des deux revues	Les **deux** revues
Belgique	4 €	8 €

Abonnements individuels				
	Une des deux revues		Les **deux** revues	
Belgique	6 €		12 €	
France (par APMEP)	8 €		16 €	
	✉	✉̸	✉	✉̸
Europe	18 €	20 €	24 €	26 €
Autres pays	19 €	22 €	25 €	28 €

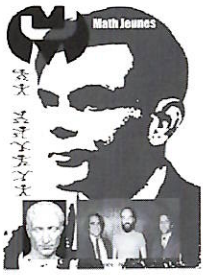
Non prior : ✉, Prior : ✉̸

Anciens numéros :

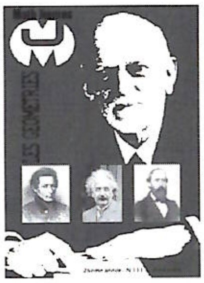
Avant 2003-2004 : 0,25 € par numéro + frais d'expédition

Années 2005-2006 et 2006-2007 : 0,50 € par numéro + frais d'expédition (consulter le secrétariat).

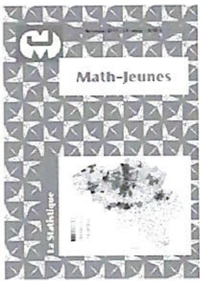
Complétez votre collection de *Math-Jeunes*.



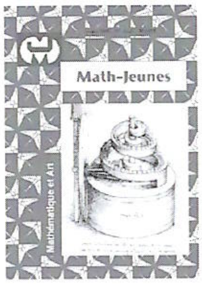
N°110
Le codage



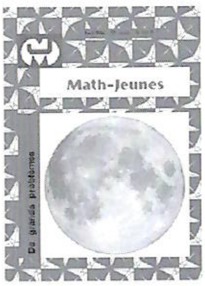
N°111
Les géométries



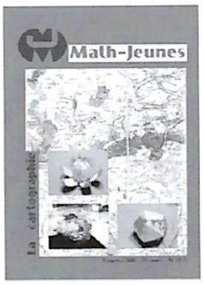
N°112
La statistique



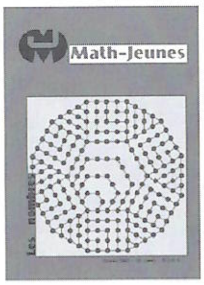
N°113
Mathématique
et art



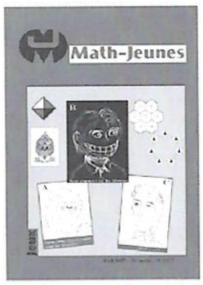
N°114
De grands
problèmes



N°115
La cartographie



N°116
Les nombres



N°117
Jeux

Depuis le n°106, chaque numéro constitue une introduction à un thème particulier. Prix : 0,75 € par série de trois numéros antérieurs au n°112 ; 1,5 € pour les trois numéros 112 à 114 ou 115 à 117, frais d'expédition en sus.

Sont également toujours disponibles : les numéros 50 à 105 (sauf 61, 68 et 86). Les sommaires sont accessibles à l'adresse `www.sbpm.be`

Éditeurs responsables et rédacteurs en chef :
– pour *Math-Jeunes* : G. Noël, Rue de la Culée, 86, 6927 Resteigne
– pour *Math-Jeunes Junior* : A. Paternotte, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

© SBPMef Toute reproduction partielle ou totale est interdite sans autorisation.

Math-Jeunes
Périodique trimestriel
24, rue du Onze Novembre - 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition : G. NOËL
Rue de la Culée, 86 - 6927 Resteigne
Bureau de dépôt : Mons 1

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating
7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée