

En-tête de Marie-Christine BERTIAU  
Athénée Royal de Dour

3<sup>e</sup> Année - N° 12

Novembre-Décembre 1981

Chers amis,

Avez-vous déjà choisi le thème de votre article pour le concours. Si oui, bravo ! Vous allez probablement, pour le traiter, consulter des livres ou des articles de revues; c'est ainsi qu'il faut faire. Ces livres ou ces articles où vous aurez puisé des renseignements il est normal de les signaler dans une "BIBLIOGRAPHIE". Vous le ferez en respectant certaines normes. Nous vous conseillons de construire une fiche bibliographique pour chaque livre ou article que vous consultez. Vous indiquerez sur cette fiche :

*Pour un livre :* Noms des auteurs :

Titre du livre :

Nom et ville de l'éditeur :

Date de parution :

Nombre de pages :

*Pour un article de revue :*

Noms des auteurs : (s'il est signé)

Titre de l'article :

Titre de la revue :

Nom et ville de l'éditeur :

N° et date de parution :

Numéros des pages de l'article :

Vous pourrez ainsi, lors de votre rédaction finale établir facilement la bibliographie, en indiquant ceux dont vous vous serez effectivement servis.

Pour le rallye-problèmes, les premières réponses nous sont déjà parvenues, rappelons que pour les numéros 11 et 12, la date limite de réception est le 31 janvier.

APPEL AUX DESSINATEURS : nous commençons à être à court de jolies en-têtes. Rappelons qu'une en-tête publiée donne droit à un abonnement gratuit pour l'année scolaire suivante.

LA REDACTION



# Carrés Magiques

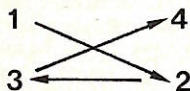
Jean-Pierre BIANCHI, 51m, Collège Saint-Louis, Liège.

Soit  $n$  le nombre de cases d'un côté d'un carré magique. Dans cette technique de construction, il y a lieu de distinguer les carrés où  $n \equiv 0 \pmod{4}$  et ceux où  $n \equiv 2 \pmod{4}$ .

$n \equiv 0 \pmod{4}$

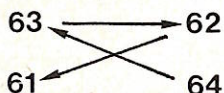
A chaque étape, on ne remplit que les deux colonnes les plus à droite et les deux colonnes les plus à gauche, sans s'occuper de celles situées au centre (encore vides), ni de celles aux extérieurs (déjà remplies).

On place d'abord les nombres de 1 à  $2n$  suivant le principe décrit ci-contre : le 1 dans le coin supérieur gauche; le 2 dans le bas de l'avant-dernière colonne, le 3 dans le bas de la seconde colonne et le 4 en haut de la dernière colonne.



Le 5 est inscrit près du 4 dans la même colonne et le cycle est repris dans le sens inverse.

La seconde étape consiste à remplir les 4 demi-colonnes restantes par la suite décroissante des nombres entre  $n^2$  et  $n^2 - 2n + 1$ . Le plus grand nombre (64) est placé dans le coin opposé au 1. Le cycle de remplissage est symétrique au précédent.



La technique est reprise pour les 4 colonnes suivantes ; le point de départ étant alterna-

1						4
8						5
9						12
16						13
	14					15
	11					10
	6					7
	3					2

1	63					62	4
8	58					59	5
9	55					54	12
16	50					51	13
	52	14				15	49
	53	11				10	56
	60	6				7	57
	61	3				2	64



1	63	20	46	47	17	62	4
8	58	21	43	42	24	59	5
9	55	28	38	39	25	54	12
16	50	29	35	34	32	51	13
52	14	33	31	30	36	15	49
53	11	40	26	27	37	10	56
60	6	41	23	22	44	7	57
61	3	48	18	19	45	2	64

tivement le coin supérieur gauche puis le coin supérieur droit des 4 colonnes considérées.

$$n = 2 \pmod{4}$$

Le système de remplissage est à peu près identique. On remplit toujours en suivant un trajet en croix mais :

- le plus grand nombre à placer à une étape s'écrit dans la même colonne que le plus petit (et non dans le coin opposé comme dans le cas  $n=0 \pmod{4}$ )

- lorsque 4 colonnes sont remplies, on repart toujours du coin supérieur gauche.
- il nous faut une technique particulière de remplissage des deux colonnes centrales qui restent vides à la fin des cycles.

Le remplissage des deux colonnes centrales se fait en quatre étapes ( à l'écart du carré pour la clarté ! )

- 1) Calculer  $c = (n+2)/4$ , puis  $a$  et  $b$

Si  $c$  est impair {  $a+b=c$   
                           $a=b-1$  , si  $c$  est pair {  $a+b=c-1$   
   $a=b+1$

(Exemples : si  $n = 10$  :  $a+b = 3$  et  $a = b-1 \rightarrow a=1$  et  $b=2$   
                  si  $n = 14$  :  $a+b = 4$  et  $a = b+1 \rightarrow a=2$  et  $b=1$  )

- 2) Ecrire une première colonne avec le plus petit nombre à placer en haut, remplir la colonne dans l'ordre arithmétique, puis remonter dans la seconde colonne pour terminer en haut de cette colonne par le plus grand nombre à placer.
- 3) On permute les  $a$  premières et les  $a$  dernières paires de la première moitié des colonnes, et les  $b$  premières et les  $b$  dernières paires de la seconde moitié des colonnes.
- 4) La première paire en haut des 2 colonnes prend la place de la  $(n/2)$ ème paire, celle-ci passant à la place suivante. Cette dernière termine la boucle en reprenant la première place.

1	98	21	78	55	46	79	24	99	4
8	95	28	75	42	59	74	25	94	5
9	90	29	70	43	58	71	32	91	12
16	87	36	67	44	57	66	33	86	13
17	82	37	62	60	41	63	40	83	20
84	19	64	39	56	45	38	61	18	81
85	14	65	34	54	47	35	68	15	88
92	11	72	31	48	53	30	69	10	89
93	6	73	26	52	49	27	76	7	96
100	3	80	23	51	50	22	77	2	97

La colonne idéale est ainsi obtenue et peut être recopiée.



Voici le remplissage des deux colonnes centrales du carré magique  $n = 10$ .

Etape 1 : les nombres à placer sont de 41 à 60.

$a = 1$  et  $b = 2$

Etape 2:

41	60
42	59
43	58
44	57
45	56
46	55
47	54
48	53
49	52
50	51

Etape 3:

60	41
42	59
43	58
44	57
56	45
55	46
54	47
48	53
52	49
51	50

Etape 4:

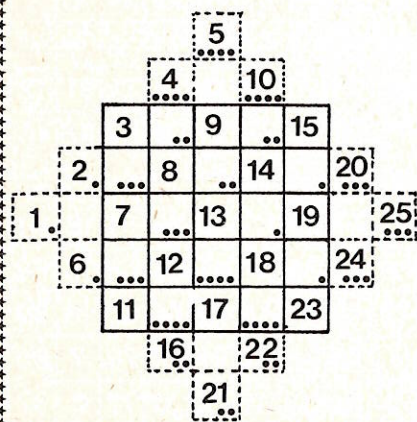
55	46
42	59
43	58
44	57
60	41
56	45
54	47
48	53
52	49
51	50

On peut remarquer l'ordre des étapes 3 et 4 : celui-ci est quelconque si  $n \neq 6$ . (Voyez-vous pourquoi ?)

Par ailleurs, la somme des nombres d'une ligne ou d'une colonne d'un carré d'ordre  $n$  est prévisible en fonction de  $n$ . Quelle est cette fonction ?

## et si $n$ était impair ?

A l'extérieur d'un carré de  $n^2$  cases, formons des cases disposées en échelons et égales à celles du carré. (indiquées en pointillé sur la figure) Dans la direction d'une des diagonales du carré, remplissons les  $n$  échelons de  $n$  cases ainsi formées avec les  $n^2$  premiers nombres dans leur ordre naturel. Puis laissant intacts les nombres inscrits à l'intérieur du carré, reportons ceux de l'extérieur dans la rangée (ligne ou colonne) où ils se trouvent déjà par une translation de  $n$  cases.





# Détendons-nous

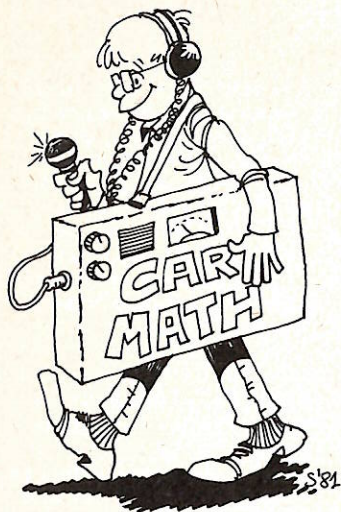
Dans cette grille, des lettres à égale distance les unes des autres semblent être dans un désordre apparent. Pourtant, un grand nombre de termes mathématiques sont dissimulés dans tous les sens ( horizontalement, verticalement, en diagonale, de gauche à droite et de droite à gauche, de haut en bas et de bas en haut ). Parfois, une même lettre fait partie de plusieurs noms. Vous devez découvrir ces noms, là où ils se cachent. Dès que vous en trouvez un, vous encerclez dans la grille les lettres qui le composent et vous barrez ce mot sur la liste alphabétique qui accompagne le problème. Quant aux lettres qui n'ont pas servi, c'est l'énigme à découvrir ...

S	E	E	C	A	P	S	E	S	P	I	L	L	E	F
E	D	I	I	M	D	A	M	E	N	I	A	M	O	D
E	D	N	T	R	I	A	N	G	L	E	A	N	I	E
R	C	A	O	R	T	T	D	S	H	R	C	X	S	I
T	I	I	R	R	A	E	E	M	E	T	S	Y	S	R
U	T	N	I	G	R	P	M	R	I	B	L	E	C	T
E	L	C	O	I	S	I	G	O	O	A	C	E	H	E
N	E	N	V	E	N	E	N	R	N	T	L	E	A	M
E	E	E	L	E	T	E	N	A	E	O	O	P	M	O
L	R	U	U	N	D	E	R	U	B	R	G	R	P	E
O	O	R	I	R	O	G	R	A	E	R	R	I	E	G
B	R	R	A	R	C	S	R	M	A	J	L	E	R	C
R	B	C	E	C	C	A	E	D	A	E	H	O	U	T
E	I	M	R	U	P	A	U	S	E	L	U	T	U	R
P	T	A	B	L	E	E	N	A	L	P	E	S	A	B
Y	E	E	E	M	A	O	I	O	E	I	B	S	E	M
H	R	E	G	R	I	N	O	E	I	R	E	S	N	E
U	R	L	L	T	E	A	N	N	O	T	W	E	N	D
N	E	L	A	N	A	L	Y	T	I	Q	U	E	A	I
I	U	U	L	E	L	P	U	U	E	M	U	L	O	V
T	Q	N	O	I	T	I	S	O	P	O	R	P	O	E
E	E	N	O	I	T	C	E	S	R	E	T	N	I	S

Algèbre - analyse -  
 analytique - anneau -  
 anse - arcs  
 Base - borne - boules  
 Carré - champ - cube  
 Dériver - dix -  
 domaine - droite  
 Ellipse - équation -  
 équerre - erreur -  
 espace  
 Fonction  
 Géométrie - grade -  
 graduée - groupe -  
 Hyperbole  
 Intégrer - intersec-  
 tion  
 Mathématiques - matrice -  
 mineur  
 Neutre - Newton -  
 nulle  
 Orbite  
 Parabole - partie -  
 pause - pentagone -  
 Picard - pile -  
 plan (2x) - proposi-  
 tion  
 Réel (2x) - ronds -  
 rouler  
 Secteur - série -  
 solution - suites -  
 système  
 Table - théorème -  
 tore (2x) - triangle -  
 trigonométrie - tri-  
 ple  
 Union - unité - uple  
 Vide - volume

Bon courage !!!





Un cordial bonjour à tous et à toutes... Je suppose que la rentrée a été bonne et que vous aspirez à retrouver votre Math-Jeunes avec ses rubriques habituelles...

Permettez-moi de saluer tout spécialement Melle Sabine JAQUEMIN, de Rochefort, qui a été la première à me contacter au sujet des carrières dans une orientation mathématique ... J'espère avoir pu l'aider à trouver sa voie vers les plus hauts sommets ... (elle souhaitait étudier la météo ou l'astronomie ...)

Pour ce premier numéro, j'ai pris contact avec une demoiselle, jeune collègue, qui est licenciée en Sciences Economiques ... je vous livre ses réponses à mes questions...

*Q: Quel type d'études secondaires avez-vous suivi ?*

*R: Les humanités modernes économiques.*

*Q: Quel est votre diplôme universitaire + durée des études ?*

*R: J'ai fait la licence en Sciences Economiques ; les études durent 4 ans.*

*Q: Pouvez-vous me citer les cours qui peuvent vous être attribués ?*

*R: Je peux enseigner l'Economie, le Droit, la Comptabilité, la Socio-économie et l'Informatique.*

*Q: Les licenciés en Sciences Economiques s'orientent-ils nécessairement vers l'enseignement ? Quels sont les autres débouchés qui s'offrent à eux ?*

*R: L'éventail des possibilités est très large : en plus de l'enseignement, il y a des débouchés dans les entreprises ( secteurs : administration, finances, gestion, recherche) aussi dans les banques ou les compagnies d'Assurances.*

*Q: Vous enseignez entre autre l'Informatique ... quelle est l'importance de cette branche neuve dans la vie ... ?*

*R: L'informatique, et son complément direct, l'ordinateur sont indispensables dans notre vie à l'heure actuelle; de plus, c'est là un hobby divertissant et instructif.*

*Q: Quelle est l'importance de la formation mathématique dans votre formation en général et, plus particulièrement, dans l'option informatique ?*

*R: Je citerai avant tout la logique mathématique et le raisonnement.*

*Q: Quels conseils donneriez-vous à des jeunes qui souhaiteraient suivre des études universitaires en Economie ?*

R: D'abord faire un graduat en Informatique et ensuite passer par le système de "passerelle" en première licence en Sciences Economiques. Cette formation est plus "pratique" que les deux années de Candidature.

Au nom de vous tous, j'ai remercié Myriam... non sans lui avoir demandé si je pouvais compter sur elle pour d'éventuelles questions supplémentaires... Sa réponse : avec plaisir !

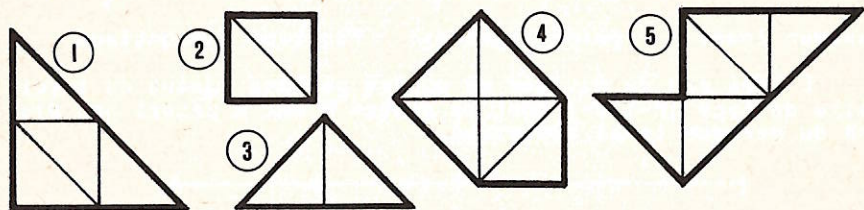
J.P. DECLERCQ, rue de Ten Brielen, 124, 7780 - COMINES.

## Le Penta - Puzzle

C. Festraets

Un puzzle de poche constitué de cinq pièces seulement, mais qui permet de réaliser des dizaines et des dizaines de figures intéressantes !

Découpez avec un maximum de précision dans du carton fort, du balsa, de l'unalut ou dans une mince feuille de plastique rigide, les cinq pièces que voici :



Ces cinq figures sont constituées de 2, 4 ou 5 triangles isocèles juxtaposés, triangles qui sont tous de mêmes dimensions. La pièce numéro 5 est la seule qui ne soit pas symétrique, elle peut être utilisée recto ou verso.

Dans ce numéro de Math-Jeunes et dans les suivants, nous vous proposons quelques casse-têtes. Si vous en découvrez d'autres, envoyez-les nous, les meilleurs seront publiés.

Construire les figures suivantes en utilisant obligatoirement toutes les pièces du penta-puzzle. Attention ! les trois figures ci-dessous ne sont pas nécessairement à la même échelle !



Les deux carrés  
(facile \*)



Le carré  
(difficile \*\*)



Le missile  
(très difficile\*\*\*)



# Maximum local d'une fonction

Lorsque vous avez à chercher un maximum local d'une fonction, vous pouvez toujours chercher le zéro local de la fonction dérivée : c'est là la méthode théorique classique. N'oubliez pas qu'il vous faut aussi vérifier que la dérivée seconde est strictement positive en ce point.

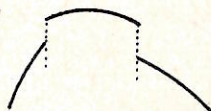
Le programme que nous allons étudier permet de déterminer un maximum local, à partir de l'énoncé de la fonction uniquement et ce, dans les cas suivants :



maximum local

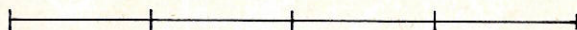


point anguleux



fonction discontinue

L'idée est de diviser en quatre parties égales un intervalle de type  $[M-T, M+T]$  dont le centre  $M$  est à priori peu éloigné du maximum local recherché.

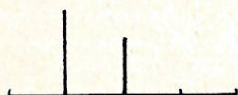


Le maximum se trouve dans l'un des trois intervalles

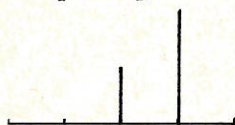
$[M-T, M]$

$[M, M+T]$

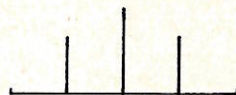
$[M-\frac{T}{2}, M+\frac{T}{2}]$



si  $f(M-\frac{T}{2}) > f(M)$



si  $f(M+\frac{T}{2}) > f(M)$

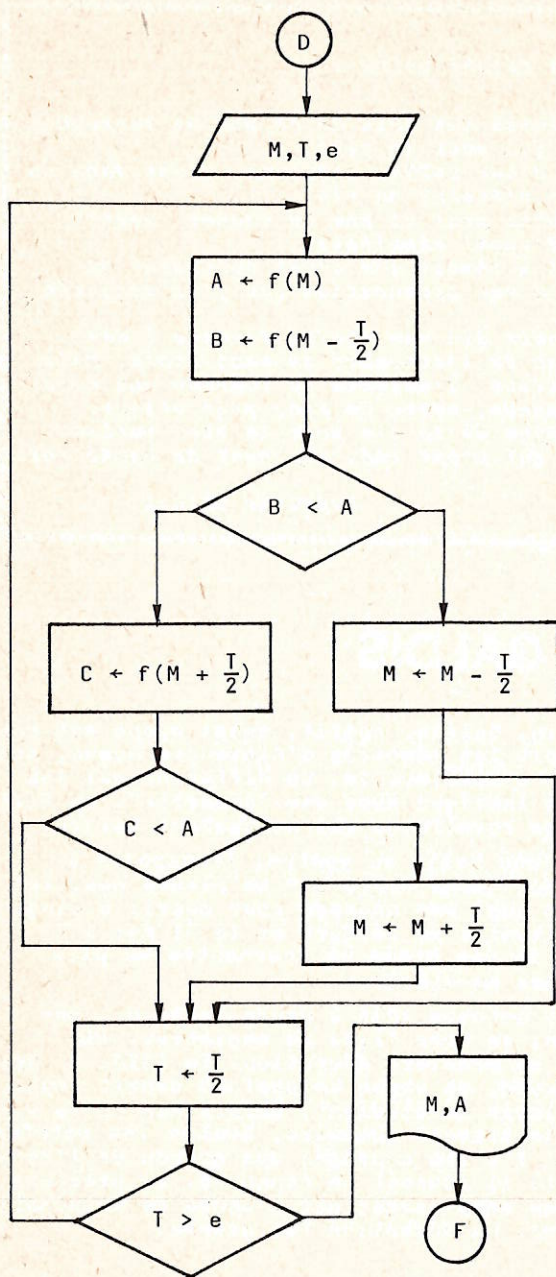


dans les autres cas.

Le programme choisit l'un des trois sous-intervalles, celui contenant le maximum, remplace le milieu  $M$  de l'intervalle initial par le milieu de l'intervalle choisi et refait dans cet intervalle les substitutions initiales. La taille  $T$  de l'intervalle est divisée par deux. Lorsque  $T$  est inférieur à une approximation  $\epsilon$  choisie au départ, le programme s'arrête et propose l'abscisse du maximum. Une pression sur R/S fait ensuite apparaître la valeur de ce maximum.

Vous n'aurez aucun mal à transformer ce programme pour obtenir un minimum local.





T.I,57

00	33	1	RCL	1
01	61	1	SBR	1
02	32	7	STO	7
03	33	1	RCL	1
04	65		-	
05	33	2	RCL	2
06	85		=	
07	61	1	SBR	1
08	-76		x<t	
09	51	2	GTO	2
10	33	2	RCL	2
11	-34	1	INV	SUM 1
12	51	3	GTO	3
13	86	2	LBL	2
14	33	1	RCL	1
15	75		+	
16	33	2	RCL	2
17	85		=	
18	61	1	SBR	1
19	-76		x<t	
20	51	3	GTO	3
21	33	2	RCL	2
22	34	1	SUM	1
23	86	3	LBL	3
24	02		2	
25	-39	2	INV	PRD 2
26	33	3	RCL	3
27	32	7	STO	7
28	33	2	RCL	2
29	76		x>t	
30	71		RST	
31	33	1	RCL	1
32	81		R/S	
33	61	1	SBR	1
34	81		R/S	
35	86	1	LBL	1
36	23		x <sup>2</sup>	
37	32	4	STO	4
38	23		x <sup>2</sup>	
39	32	5	STO	5
40	39	4	PRD	4
41	01		1	
42	34	4	SUM	4
43	33	4	RCL	4
44	-39	5	INV	PRD 5
45	04		4	
46	39	5	PRD	5
47	33	5	RCL	5
48	-61		INV	SBR

Initialisation:  
M STO 1, T/2 STO 2  
e STO 3



Lettre à tous les républicains ...

29 mai 1832.

Je prie les patriotes mes amis de ne pas me reprocher de mourir autrement que pour le pays.

Je meurs victime d'une infâme coquette. C'est dans un misérable cancan que s'éteint ma vie.

Oh ! pourquoi mourir pour si peu de choses, mourir pour quelque chose d'aussi méprisable !

Je prends le ciel à témoin que c'est contraint et forcé que j'ai cédé à une provocation que j'ai conjurée par tous les moyens.

Je me repens d'avoir dit une vérité funeste à des hommes si peu en état de l'entendre de sang-froid. Mais enfin j'ai dit la vérité. J'emporte au tombeau une conscience nette de mensonge, nette de sang patriotique.

Adieu ! j'avais bien de la vie pour le bien public.

Pardon pour ceux qui m'ont tué, ils sont de bonne foi.

Evariste GALOIS.

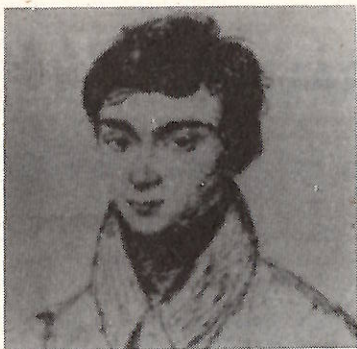
## GALOIS

Le lendemain matin, Galois, chétif, quasi myope est sur le pré. Si l'on en croit les mémoires d'Alexandre Dumas, son adversaire est Pécheux d'Herbinville. Le différent qui les oppose : une misérable intrigue avec une "coquette", en fait agente provocatrice des royalistes qui haïssaient Galois.

Il est atteint d'une balle au ventre. Transporté à l'hôpital, il reçoit son jeune frère : " Ne pleure pas, lui dit-il, j'ai besoin de tout mon courage pour mourir à vingt ans." Le soir une péritonite se déclare et le 31 mai à 2 heures du matin finit la vie brève et tourmentée du plus jeune génie mathématique du siècle.

Il était né le 25 octobre 1811 à Bourg-la-Reine. Son père était républicain, sa mère fille de magistrat. Ils donnèrent à leur fils sa première éducation. En 1823, il entre au Collège Louis-le-Grand, où règne un profond esprit républicain. Plus républicain qu'étudiant, Galois manifeste vite de la lassitude pour le travail scolaire. Seules les mathématiques l'intéressent. Il lit les ouvrages des grands de l'époque : LAGRANGE surtout. Il réussit un concours, se présente à l'Ecole polytechnique sans passer par l'année de Mathématique spéciale, et échoue. La déception fut grande.





Cette année-là, pourtant, il fit, à l'âge de 17 ans, des découvertes importantes sur la théorie des équations. Il envoie son manuscrit à CAUCHY pour le présenter à l'Académie des Sciences. Le manuscrit va s'égarer...

Profondément démoralisé, il renonce à l'Ecole Polytechnique et se prépare au professorat. Comme il ne cache pas son dédain pour ses maîtres auxquels il se sent très supérieur, il publie dans la Gazette des Ecoles, une lettre où il attaquait violemment le directeur. Il est promptement expulsé de cet établissement.

En 1830, il réécrit son mémoire sur les équations, le fait parvenir à FOURIER, le secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. Ce dernier meurt avant de l'avoir examiné; le manuscrit ne fut pas retrouvé ...

Il ouvre un cours public d'Algèbre dans une librairie et se lance à fond dans la politique. Son espoir de réhabilitation par l'Académie des Sciences est cruellement déçu: il reconstitue pour la troisième fois son manuscrit et le fait parvenir à POISSON, mais au bout de quatre mois, ce dernier lui ramène le mémoire en le déclarant incompréhensible...

Son exaspération ne connaît plus de bornes... Il veut assassiner Louis-Philippe ... Il est arrêté et sous un prétexte quelconque, retenu six mois en prison... Il est classé comme dangereux ...

La promiscuité avec des gens de mœurs grossières le fera beaucoup souffrir. Sa santé n'est pas bien terrible lorsqu'il est libéré sur parole...

Il croit découvrir l'amour ; c'est le duel, la mort à 20 ans. Le 29 mai, sans illusion, Galois met fièvreusement par écrit un résumé de ses recherches, modifie quelques passages du mémoire que Poisson n'a pas compris : en marge, d'une main hâtive : " il y a quelque chose à compléter dans cette démonstration. Je n 'ai pas le temps ". Après avoir écrit ce testament mathématique, il l'adresse à son ami Auguste CHEVALIER. La lettre qui accompagne son testament se termine par cette phrase : " Après cela, il y aura, j'espère , des gens qui trouveront leur profit à déchiffrer tout ce gâchis..." . Puis Galois rédige son testament politique...

Publié en 1846, le mémoire de Galois fut explicité par le mathématicien Camille JORDAN (1838-1922) et c'est loin d'être un gâchis...



# Le génie de GALOIS

Considérons une équation donnée, par exemple l'équation à coefficients entiers

$$x^3 - 5x^2 + 9x - 9 = 0$$

dont les racines sont  $3, 1 + \sqrt{2}i, 1 - \sqrt{2}i$ .

Supposons que je veuille parler de ces racines à une personne qui ne connaît que le corps  $Q$  des rationnels. Il comprend l'équation et m'affirme avec grand sérieux que cette équation possède une solution : 3. Mon interlocuteur voudra cependant me croire si je lui dis que les algébristes ont imaginé des symboles nouveaux, qu'ils appellent nombres complexes, et qui sont tels que deux d'entre eux vérifient l'équation donnée.

Mon interlocuteur admettra l'existence de deux autres racines de cette équation, mais il ignore tout de la nature de ces racines, car il ne connaît que le corps  $Q$ . Si maintenant, je voulais lui parler de l'une de ces racines en particulier, à l'exclusion de l'autre, mes efforts seraient tout aussi vains que si, après avoir expliqué à un martien que je possède deux organes de préhension, je voulais lui faire comprendre lequel est la main droite et lequel est la main gauche ! Je pourrais dire à mon interlocuteur que la somme des deux racines est 2, que leur produit est 3, mais je serai incapable de trouver une relation de ces deux racines de type  $2x_2 + x_3 = 1$  car je pourrai alors parler de la seconde racine qui multipliée par 2 et ajoutée à la troisième vaut 1. Oui, mais voilà :  $2x_3 + x_2 = 1$  aussi !

Galois lie ainsi deux faits :  $x_2$  et  $x_3$  sont indiscernables et la substitution qui remplace  $x_1$  par  $x_1$ ,  $x_2$  par  $x_3$ ,  $x_3$  par  $x_2$  dans une relation quelconque entre les racines laisse cette relation vraie.

L'ensemble des substitutions qui laissent vraies toutes les relations (à coefficient dans  $Q$ ) entre les racines, est toujours un groupe, c'est le GROUPE DE GALOIS d'une équation. Ce groupe caractérise donc non pas ce que nous savons des racines, mais au contraire ce que nous n'en savons pas.

Galois a donné des moyens techniques pour connaître ce groupe de substitutions lié à une équation. C'est toujours un groupe fini. Le nombre d'éléments de ce groupe est son ordre. On peut démontrer que les sous-groupes d'un groupe ont des ordres qui sont des diviseurs de l'ordre du groupe. L'indice d'un sous-groupe est le quotient de la division de l'ordre du groupe par l'ordre du sous-groupe.



Le génie de Galois est d'avoir démontré ceci :

soit une équation et son groupe de Galois  $A_1$

soit  $A_2$  le plus grand des sous-groupes de  $A_1$  d'indice  $n_1$

...

soit  $A_i$  le plus grand des sous-groupes de  $A_{i-1}$  d'indice  $n_{i-1}$

...

soit  $A_p$  le plus grand des sous-groupes de  $A_{p-1}$  d'indice  $n_{p-1}$

et  $A_p$  ne contient plus que la substitution identique,

si tous les indices  $n_i$  rencontrés sont des nombres premiers, alors l'équation originale est résoluble par radicaux dans  $Q$ , sinon elle ne l'est pas.

Une des conséquences de ce résultat est l'impossibilité de découvrir une formule automatique de résolution de l'équation générale du cinquième degré ou d'un degré supérieur. (du genre  $b^2 - 4ac$  pour l'équation du second degré).

## Le coin des problèmes

57

Combinatoire et suite arithmétique.

Ce problème nous est envoyé par Murielle BRUYNINCKX. Avec ses condisciples de la 61m-6ScA de l'Athénée Royal Vauban de Charleroi, elle a envisagé le problème suivant en combinatoire:

*Combien existe-t-il de nombres de 4 chiffres différents pris parmi 1,2,3,4,5 et 6? Quelle est la somme de ces nombres?*

La première question fut vite résolue : il y a  $6.5.4.3 = 360$  nombres. Parmi ceux-ci, 60 se terminent par 1, 60 par 2, ... donc la somme des unités est  $60.(1+2+3+4+5+6) = 1260$  et la somme totale est  $1260.(1+10+100+1000) = 1399860$ . C'est la réponse à la seconde question.

Ecrivons comme une suite croissante les nombres considérés : 1234, 1235, 1236, 1243 1245, 1246, 1253, 1254, ... Ils ne forment PAS une suite arithmétique ( car les différences entre deux termes qui se suivent ne sont pas constantes.) On ne peut donc pas employer la formule de sommation des suites arithmétiques:

Somme =  $\frac{\text{1er terme} + \text{dernier terme}}{2} \cdot \text{nombre de termes}$

Or , son emploi donne :  $\frac{1234 + 6543}{2} \cdot 360 = 1399860 !!!$



Le hasard est des plus improbable en mathématique, aussi Murielle et ses amis ont creusé un peu le problème. Voici leurs premières conclusions : ce n'est pas un hasard, il existe d'autres ensembles que {1,2,3,4,5,6} où l'on peut puiser les chiffres pour former nos nombres de 4 chiffres et où la somme est calculable par la formule des suites arithmétiques. Par contre, il est des choix où la formule ne s'applique pas.

Murielle vous lance le défi : quels sont les choix qui " marchent " ? Et pourquoi ?

58

Des divisions qui laissent perplexe ...\* (20,10)

<pre>       • • • • • • •       • • •       -----         • •           • •           -----             • • •               • • •               -----                 1           </pre>	<pre>       • •       -----       • • 8 • •           </pre>	<pre>       T R O U V E       -----       • • •         • • •         • • •         -----           • • •           • • •           -----             • • E             • • •             -----               • • •               -----                 0           </pre>
<p>(communiqué par Claudine Festraets)</p>		

59

La trigonométrie.

$$(\text{COS})^2 + (\text{SIN})^2 = \text{UNITE}$$

Rappelez-vous qu'une lettre représente toujours le même chiffre et des lettres différentes des chiffres différents !

(communiqué par Ghislaine Schoonbroodt)

60

La chèvre.

La pauvre chèvre de notre problème 29 n'a pas fini d'en voir avec son brave (?) paysan de maître. Celui-ci possède maintenant une prairie rigoureusement carrée et d'une surface de 1 hectare. Il entend attacher la chèvre à un piquet au milieu d'un côté de la prairie et ce, par une corde d'une longueur telle que la chèvre puisse brouter exactement la moitié de la surface du champ.

Quelle est la longueur de la corde ? (à un mètre près)



61

## Rithmomachie (2).

Les nombres qui apparaissent dans ce jeu sont loin d'avoir été choisis au hasard. Nous allons vous aider à chercher les liens entre ces différents nombres. Tous les liens que vous trouvez pour les blancs (ou pairs) doivent se retrouver pour les noirs (ou impairs)! A la base du camp blanc se trouvent les 4 premiers pairs non nuls (ligne 4)

4

3

2

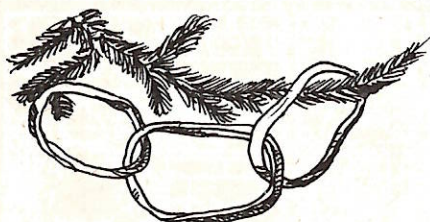
1

		2	4	6	8		
9	25	4	16	36	64	49	81
15	45	6	20	42	72	91	153
25	81					169	289

- 61.1. Quel est le lien entre les ronds de la ligne 3 et les ronds de la ligne 4 ?  
 61.2. Quel est le lien entre les triangles de la ligne 2 et les ronds des lignes 3 et 4 ?  
 61.3. Quel est le lien entre les triangles de la ligne 3 et les triangles de la ligne 2 et les cercles de la ligne 4 ?  
 61.4. Quel est le lien entre les carrés de la ligne 2 et les triangles des lignes 2 et 3 ?  
 61.5. Quel est le lien entre les carrés de la ligne 1 et les carrés de la ligne 2 et les ronds de la ligne 4 ?

62

## Les guirlandes. \* (10,10)



Comment, avec 3 rubans, constituer une guirlande de 3 maillons de façon que la guirlande se défasse à nouveau en 3 rubans distincts si on coupe l'un quelconque des maillons ? Le montage représenté ne convient pas !

Comment poser le même problème avec 5 rubans ? Comment, avec 5 rubans, constituer une guirlande de 5 maillons qui ne se décompose en 5 parties que par la section d'un des 5 rubans et jamais par section d'un des 4 autres ?

MATH-JEUNES est une publication bimestrielle de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'Expression Française. (S.B.P.M.e.f. Association sans but lucratif)

Editeur responsable: Rédacteur (et courrier): Abonnement:  
 W. VANHAMME, J. MIEWIS (5 numéros)  
 Rue Firmin Martin, 2, Avenue de Péville, 150, Bénélux: 50FB  
 1160 - Bruxelles 4030 - Liège-Grivegnée Etranger: 100FB  
 Les abonnements sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur. Abonnement à verser au compte 001-0828109-96 de Math-Jeunes, chemin des Fontaines, 14bis, 7460 - CASTEAU.



