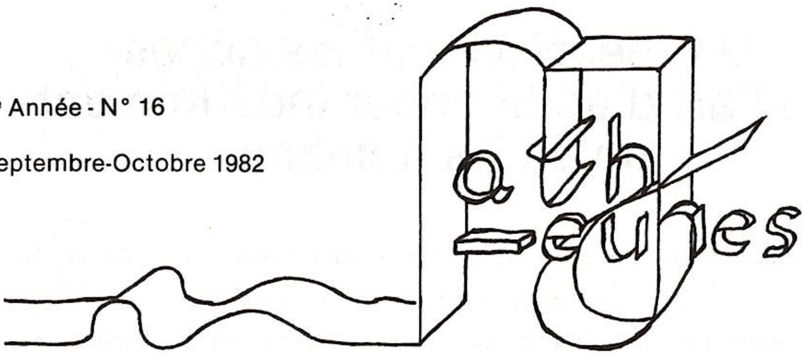
4e Année - N° 16

Septembre-Octobre 1982



En-tête de Jackie Moulin
Lycée de Berlaymont, Waterloo

Notre concours

Nullement découragés par l'absence totale de succès remporté par notre concours d'articles de l'an dernier (0 réponse), nous lançons cette année le

CHALLENGE PROGRAMMATION

De quoi s'agit-il ? Simplement, pour la première épreuve, de réaliser sur une calculatrice ou sur un micro-ordinateur un programme dont le thème est proposé ci-dessous.

Pour les élèves des quatre premières années (toutes sections)

Réaliser un programme permettant d'effectuer les quatre opérations (+,-,X,:) sur des fractions rationnelles. L'entrée des données devra être bien étudiée pour permettre un emploi aisé et le résultat doit être simplifié.

En principe, ce thème est prévu pour l'emploi d'une calculatrice programmable, mais il n'est pas interdit de présenter sur une calculatrice ordinaire (avec mémoire(s)) *la suite* des opérations à effectuer pour obtenir le résultat désiré. Cette suite sera dans ce cas le "programme".

Pour les élèves des deux dernières années.

Construire point par point une spirale logarithmique en calculant les coordonnées des différents points. Réaliser un graphique. On cherchera à illustrer la signification des paramètres qui figurent généralement dans l'équation de la spirale.

Le jury appréciera les programmes non seulement en fonction de leur efficacité, mais aussi de leur présentation (soin, organigrammes, graphiques, etc ...)

Les réponses seront envoyées après réception du n° 17 (le deuxième de cette année) et avant fin janvier 1983. Elles devront être accompagnées d'un formulaire qui figurera dans le n° 17 .

Une deuxième épreuve sera proposée ultérieurement.

RALLYE PROBLEMES

Vous résolvez le plus grand nombre possible de problèmes marqués d'une astérisque, et vous les envoyez. Règlement détaillé dans le prochain numéro.

Un théorème sur les séries ou l'art d'additionner indéfiniment de petits nombres

Notre propos sera simple : prenons une suite de réels

$$u_1 , u_2 , \dots , u_n , \dots$$

tous plus petits que l'unité, tous strictement positifs, et créons les sommes partielles de cette suite :

$$s_1 = u_1$$

$$s_2 = u_1 + u_2$$

$$\dots$$

$$s_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

La série, notée $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ est en fait la suite des sommes partielles. Si une réponse précise et réelle existe pour cette somme d'une infinité de termes, on dit que la série converge. (Sinon, elle diverge.)

Imaginons qu'une série de terme général u_n soit convergente, disons vers le réel a : on peut écrire :

$$\lim_{n \to \infty} s_n = s \qquad \text{et} \qquad \lim_{n \to \infty} s_{n-1} = s$$

et puisque $s_n = u_n + s_{n-1}$, on déduit immédiatement que

$$\lim_{n \to \infty} u_n = 0$$

Ainsi, cette dernière condition est nécessaire à la convergence de la série. Mais elle n'est pas suffisante ...

L'encadré de la page suivante traitera d'un exemple " qui va bien " : celui de la série liée à la suite géométrique. Le corps de cet article s'intéressera plutôt à la série harmonique et à quelques unes de ses variantes.

La série harmonique $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots$ vérifie bien la condition $\lim_{n \to \infty} u_n = 0$ et pourtant elle diverge.

Démontrée pour la première fois en 1650 par l'Italien MENGOLI, la divergence de cette série repose sur le résultat élémentaire d'arithmétique :

$$\frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1} > \frac{1}{n} \qquad (n \in \mathbb{N})$$

Par réduction au même dénominateur, ce résultat est aisément démontré. Ensuite :

$$s = 1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)+\left(\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\frac{1}{13}\right)+\left(\frac{1}{14}+\frac{1}{15}+\frac{1}{16}\right)+\ldots$$

donc :

$$s > 1+\frac{1}{1}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\ldots\right.$$

et, en groupant de nouveau :

$$s > 2 + 1 + \ldots$$

et donc $s > k$ (k quelconque naturel.)

Suite géométrique

Une suite géométrique (anciennement progression) est une suite de nombres, tels que chacun est égal au précédent multiplié par un nombre constant appelé raison.

On montre facilement que si u_1 est le premier terme et q la raison, un terme u_n se calcule par :

$$u_n = u_1 q^{n-1}$$

Calculons les sommes partielles s_n :

$$s_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots + u_n$$

$$qs_n = u_1q + u_2q + \ldots + u_{n-1}q + u_nq$$

$$q s_n - s_n = u_n q - u_1 = u_1 (q^n - 1)$$

et

$$\boxed{s_n = \frac{(q^n - 1)}{q - 1} u_1}$$

On peut ensuite démontrer que si $|q| < 1$, la série géométrique converge et vaut :

$$u_1 \frac{1}{1 - q}$$

A titre d'exemple :

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots = 2$$

Une autre technique consiste à grouper les termes suivant le nombre de chiffres de leur dénominateur :

$$s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots$$

$$s = (1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{9}) + (\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{99}) + (\frac{1}{100}+\ldots+\frac{1}{999}) + \ldots$$

$$s > (\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{10}) + (\frac{1}{100}+\ldots+\frac{1}{100}) + (\frac{1}{1000}+\ldots+\frac{1}{1000}) +$$

$$s > \frac{9}{10} + \frac{90}{100} + \frac{900}{1000} + \ldots$$

$$s > \frac{9}{10} + \frac{9}{10} + \frac{9}{10} + \ldots$$

ce qui montre bien la divergence .

Quant à la technique la plus courte, la voici :

$$s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \ldots$$

$$s > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \ldots$$

$$s > 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots$$

$$s > s$$

Intuitivement, la série harmonique contient bien des termes de plus en plus petits, mais il y en a tellement que l'on finit toujours par atteindre n'inporte quelle borne. Remarquez que la croissance est très,très lente : en ajoutant un quart de billion de termes, la somme est encore inférieure à 20...

Et si on enlevait quelques termes dans la série, que resterait-il ?

<u>Un premier cas simple</u> : *Si S représente la somme des termes restant dans la série harmonique quand on enlève tous les termes dont les dénominateurs contiennent un chiffre pair quelconque , alors la série converge.*

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \ldots$$

$$S = (1+\ldots+\frac{1}{9}) + (\frac{1}{11}+\ldots+\frac{1}{99}) + (\frac{1}{111}+\ldots+\frac{1}{999}) + \ldots$$

Dans chaque parenthèse, il y a 5 fois plus de termes que dans celle qui la précède immédiatement car dans une parenthèse, chaque dénominateur apparaît dans la parenthèse suivante, précédé de chacun des chiffres 1,3,5,7 et 9.

$$S < 2 + 25\,\frac{1}{11} + 125\,\frac{1}{111} + 625\,\frac{1}{1111} + \ldots$$

$$S < 2 + 25\,\frac{1}{10} + 125\,\frac{1}{100} + 625\,\frac{1}{1000} + \ldots$$

$$S = 2 + \frac{25}{10}\left(1 + \frac{5}{10} + \frac{5^2}{10^2} + \ldots \right)$$

On reconnait entre parenthèses la série géométrique de raison 1/2, dont la somme vaut 2.

$$S < 2 + \frac{25}{10} 2 = 7$$

Dans ce premier cas, la série converge !

<u>Un second cas plus inattendu</u> : *Si on néglige dans la série tous les termes dont le dénominateur contient le chiffre 9, alors la série converge !*

$$1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{8}+\frac{1}{10}+\ldots+\frac{1}{18}+\frac{1}{20}+\ldots+\frac{1}{88}+\frac{1}{100}+\ldots+\frac{1}{108}+\frac{1}{110}+\ldots \quad = ?$$

On pose $a_1 = 1 + \frac{1}{2} + \ldots + \frac{1}{8}$

$a_2 = \frac{1}{10} + \ldots + \frac{1}{88}$

$a_3 = \frac{1}{100} + \ldots + \frac{1}{888}$

...

Chaque terme de la suite initiale repris dans a_i est inférieur à $\frac{1}{10^{i-1}}$. Le nombre de termes contenus dans a_i est inférieur à 9^i. Ce fait est vrai pour a_1 ; il y a 8 termes et 8<9.
Postulons ce fait démontré pour i = n et montrons qu'il reste vrai pour n+1.

a_{n+1} contient tous les termes de la suite dont le dénominateur d est compris entre 10^n et 10^{n+1}. Cet intervalle peut être partagé en 9 intervalles :

$$\alpha .\ 10^n < d < (\alpha + 1).\ 10^n \quad , \alpha = 1,2,\ldots,9$$

Le dernier intervalle ne contient aucun terme de la suite, les huit autres en contiennent chacun, le même nombre et le même nombre que dans l'intervalle $0, 10^n$; ce qui par l'hypothèse de récurrence, est moins que

$$9^n + 9^{n-1} + \ldots + 9$$

Finalement, a_{n+1} contient moins de $8\ (9^n + 9^{n-1} + \ldots + 9)$ termes, et donc moins de 9^{n+1} termes. Ainsi :

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n + \ldots < 9 + \frac{9^2}{10} + \ldots + \frac{9^n}{10^{n-1}} + \ldots$$

On reconnait une suite géométrique où $u_1 = 9$ et $q = \frac{9}{10}$.

La série reste inférieure à $\frac{9}{1-9/10} = 90$!

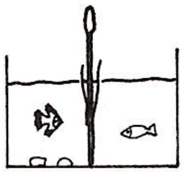
Le coin des problèmes

par Ghyslaine Marin

77 * Les bêtes à bon Dieu.

Un cube d' arête 1 contient 2001 coccinelles.
Montrer qu'il existe une sphère de rayon $\frac{1}{11}$ qui contient au moins 3 coccinelles.

78 * Le roseau.



Un roseau pousse exactement au milieu d'un bassin parallelipipédique dont la base est un carré de 10 m de côté. Il dépasse de 1 m la surface de l'eau, mais en se penchant, sa partie supérieure se trouve dans l'eau exactement au bord du bassin. Quelle est la hauteur d'eau dans le bassin ? (Le roseau penche sans plier)

79 * Problème de corde.

Dans un cercle de rayon 1, considérons trois cordes de longueur s dessinées " bout à bout ". Quelle est la longueur S de la corde interceptant l'arc triple de l'arc intercepté par la corde s ?

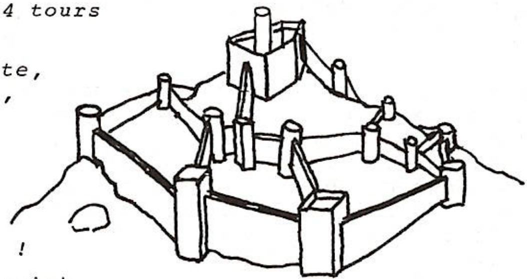
80 * Le châtelain de l'Arcobie.

Jadis, sur les terres fertiles de l'Arcobie, vivait un vieux châtelain, très estimé de son peuple. Connaissant le caractère jaloux du pays voisin et craignant la guerre, le châtelain fit venir son architecte et lui dit :

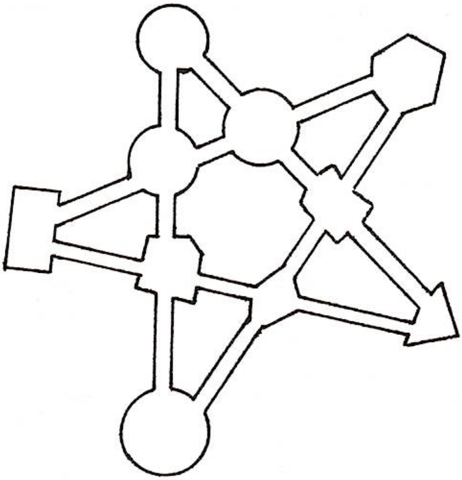
Cher Boulaf, j'ai peur du gouvernement Doulassai. Je crains qu'il ne nous déclare la guerre. Comme vous le savez, notre pays est entouré de montagnes. Je voudrais faire construire au sommet du mont Palava un château fort d'où nous pourrons surveiller nos ennemis. Ce château devra avoir 5 *murailles épaisses, dix tours robustes, à raison de 4 tours par muraille.*

Voyons, dit l'architecte, 4 tours et 5 murailles, cela fait 20 tours !

Je sais, dit le châtelain, mais 20 tours demanderaient trop de soldats. Faites-en 10 seulement !



Le lendemain, Boulaf revint avec le plan ci-dessous :

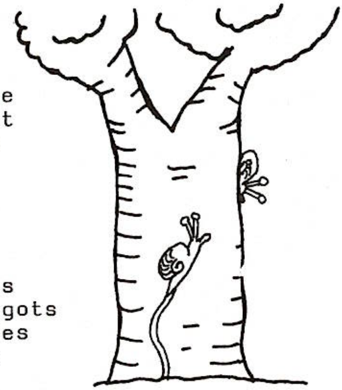


Avez-vous réfléchi que ce château doit être construit au sommet même du mont. Vous vous rendez compte que si le lieu est encerclé, avec un tel plan, toutes les tours seront attaquées en même temps ! Il me faut au moins une tour protégée par les autres ; une tour qui ne serait pas sur le mur d'enceinte extérieur.

L'architecte s'est suicidé, dit-on, et l'Arcobie fut envahie et détruite. Son ancien emplacement ne figure plus sur aucune carte.

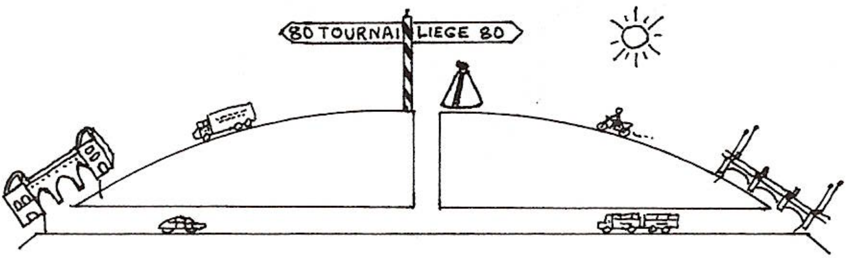
Pouvez-vous imaginer un ou plusieurs modèles de château répondant aux exigences du châtelain ?

81 * Autour de l'arbre.



Ce gros arbre a un tronc cylindrique de 4 m de circonférence. Un escargot l'escalade au milieu de la face que l'on peut voir. Il est à 47 cm au-dessus du sol. Par derrière, au milieu de la face cachée, un autre escargot grimpe aussi. Il ne lui reste que 3 cm pour être à 2 m au-dessus du sol. Mais soudain, dans leur langage secret, nos deux escargots décident d'abandonner leurs escalades et d'aller l'un vers l'autre par le plus court chemin. Combien chacun parcourt-il ainsi, sachant que la rencontre a lieu à mi-chemin ?

82 * De Tournai à Liège.



La terre est ronde ! Si l'on se déplace d'un point à un autre, on peut - au mieux - suivre un grand cercle de la sphère. Mais ... il existe pourtant un chemin plus court : la ligne droite sous la terre ...

Avez- vous une idée de la distance ainsi économisée pour se rendre par exemple de Tournai à Liège ? La distance entre ces deux villes en suivant l'arc de grand cercle et en négligeant les différences d'altitude est de 160 Km.

Ce super tunnel aurait son milieu non loin de la butte de Braine-l'Alleud : quel serait, à cet endroit, la hauteur d'une cheminée d'aération ?

On choisira la valeur de 6365 Km pour le rayon terrestre.

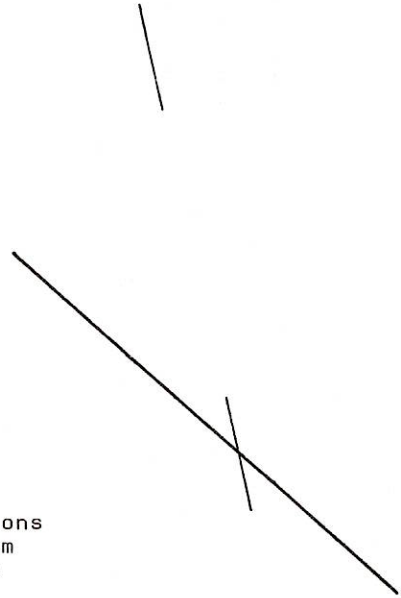
Quand les nerfs trompent l'œil

(Article de notre confrère P.A. - Avril 1980)

Lorsque l'on trace une droite oblique et bien marquée sur une feuille de papier coupée par une droite oblique et plus fine, puis que l'on efface la partie médiane de cette ligne comme indiqué ci-contre, on découvre deux illusions classiques :

- l'angle fait par l'intersection des deux lignes parait plus grand qu'il ne l'est en réalité.

- le segment en haut à droite paraît être décalé par rapport au segment du bas à gauche.



De cette figure simple découle toute une suite d'illusions classiques portant chacune le nom du psychologue qui l'a découverte et étudiée.

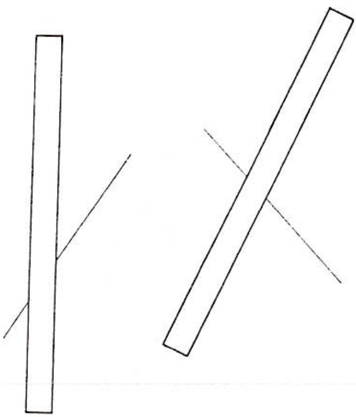


fig.1.

Illusion de POGGENDORF. *(fig. 1)*

Les mêmes effets se manifestent. (figure de gauche) Notons que le mathématicien Thom a montré que les effets semblaient s'annuler si la figure était orientée de telle manière que les bissectrices des angles formés par la direction transversale au rectangle et les plus grands côtés de celui-ci soient horizontales. (figure de droite)

Ceci montre l'importance première de la direction horizontale : importance relative que nous retrouverons dans d'autres illusions.

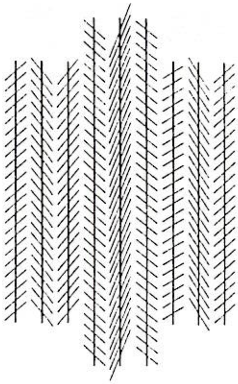
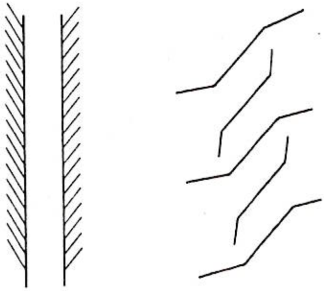


fig. 2

Illusion de ZOELLNER. (*fig. 2)*

Tracez une série de droites parallèles verticales ou obliques. Dessinez sur chacune de ces droites parallèles une série de segments sécants obliques parallèles entre eux sur une même droite et convergents par rapport à leur symétrique sur l'autre.

Les parallèles paraissent converger ou diverger entre elles. Les mêmes effets sont obtenus si les segments sécants ne sont représentés que d'un côté des parallèles ou représentés en petit nombre. (Les segments moyens des lignes brisées ne paraissent pas parallèles).



Illusion de HERING. (*fig 3*)

Tracez, à partir du centre de votre feuille, une série de fines droites rayonnantes. Puis, tracez transversalement, bien marquées au centre de votre dessin, deux droites parallèles équidistantes du centre des rayons.

Qu'arrive-t-il ? Voilà que les deux droites paraissent se courber !

Illusion de WUNDT. (fig. 4)

Si vous faites rayonner les droites à partir de deux centres extérieurs aux deux parallèles, ces dernières paraissent se courber en sens inverse. L'illusion est cependant moins manifeste que la précédente.

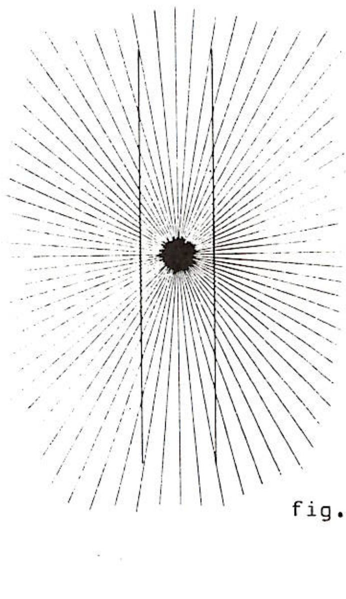
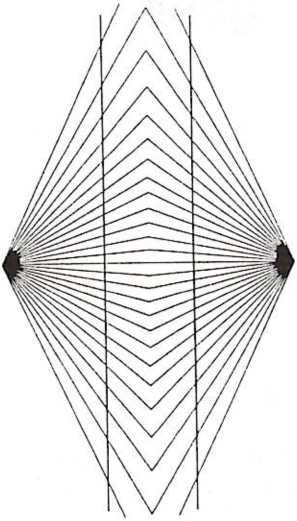


fig. 3



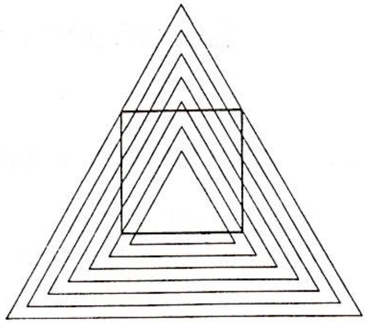


fig.5

fig.4

Illusion de GATTI. *(fig. 5)*

Une série de triangles concentriques déforment un carré en trapèze.

Illusion d'ORIBSON.*(fig. 6)*

Une série de cercles concentriques enfonce et courbe en leur milieu les quatre côtés d'un carré.

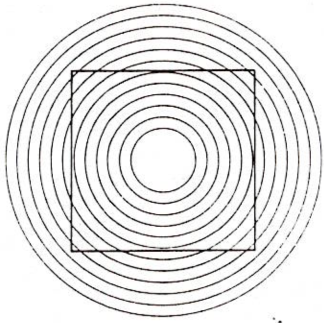
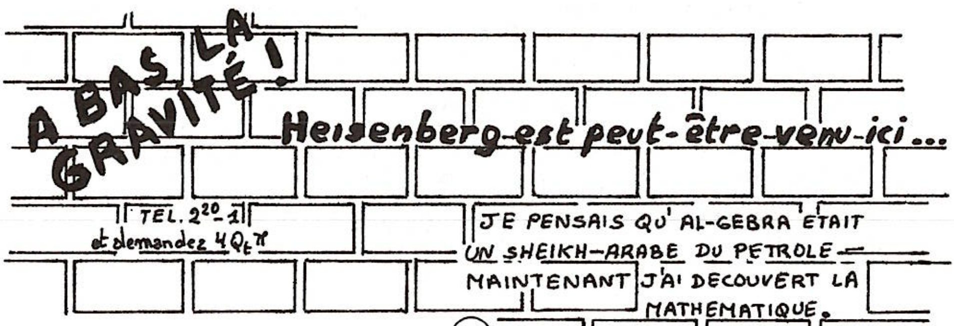


fig.6



Le calendrier grégorien

1. ANNUM CIVILEM NECESSARIO CONSTARE EX DIEBUS INTEGRIS.

Cette exigence - les années civiles se composent nécessairement d'un nombre entier de jours - est la base de toutes les difficultés soulevées par la mise au point d'un calendrier exact ; c'est aussi la raison primordiale pour laquelle un calendrier parfait et immuable est impossible à établir. En 1582, l'erreur du calendrier julien due à l'écart entre la durée moyenne de l'année julienne (365,25 jours) et celle de l'année tropique (intervalle moyen entre deux passages successifs du Soleil apparent à l'équinoxe de printemps estimée actuellement à 365,24219879 par l'astronome américain Newcomb) atteignait 11 jours.

En principe, le calendrier grégorien n'est qu'une version légèrement retouchée du calendrier julien qui se compose alternativement de 3 années de 365 jours suivies d'une année de 366 jours. La commission pontificale dont le membre le plus influent et éminent était le jésuite astronome Christophe Clavius, décréta que l'année 1582 serait amputée de dix jours afin de replacer l'équinoxe de printemps à la date du 21 mars. Pour maîtriser la dérive équinoxiale, il fut décidé que le jour supplémentaire, ajouté aux années séculaires (bissextiles dans le calendrier julien) serait supprimé, sauf quand l'année séculaire est un multiple de 400 : cette mesure ramenait l'année civile à 365,2425 jours en moyenne sur 4 siècles. Ces réformes furent promulguées dans la bulle pontificale du 24 février 1582 et appliquées à diverses époques de par le monde. Les chrétiens avaient reçu ordre, sous peine d'excommunication d'adopter le nouveau calendrier le 15 octobre 1582 : le lendemain du 4 octobre 1582 fut le 15 octobre 1582. Nous fêtons cette année la fin du premier grand cycle de ce calendrier.

Quel était l'intérêt de l'Eglise de s'occuper de la réforme du calendrier ? Au Concile de Nicée en 325, on avait décrété que Pâques devait être célébré le même jour par tous les chrétiens et l'Eglise décida que la fête de Pâques serait célébrée le premier dimanche après le quatorzième jour de la Lune (soit approximativement au moment de la pleine lune) qui a coïncidé avec ou qui a immédiatement suivi l'équinoxe de printemps (événement astronomique que l'on pensait, à l'époque du Concile, pouvoir fixer le 21 mars). Ce processus compliqué est encore employé de nos jours pour déterminer la date de Pâques et du même coup, celle de toutes les autres fêtes mobiles. D'une année à l'autre, Pâques peut tomber n'importe quel diamche entre le 22 mars et le 25 avril.

La table des épactes (l'épacte est l'âge de la lune au premier janvier) est employée pour déterminer l'âge de la lune. Comme la durée moyenne d'une lunaison (intervalle qui sépare deux nouvelles lunes consécutives) est d'un peu plus de 29,53 jours, le nombre maximum d'épactes est de 30 (29,53 arrondi). Connaissant l'âge de la lune au premier janvier, il est aisé de calculer la date de toutes les nouvelles et pleines lunes pour l'année en cours et donc de prévoir quel sera le quatorzième jour de la lunaison qui commencera le 21 mars ou les jours suivants. Tout ceci est théorique car les épactes peuvent compter jusqu'à trois jours de décalage avec la phase astronomique réelle de la lune ; mais comme le disait Flavius lui-même : il vaut mieux un calendrier simple que l'absurdité de croire que tout le monde peut devenir astronome. Le système des épactes était ainsi accepté, mais son bon fonctionnement reposait sur la connaissance exacte de l'année d'où l'intérêt de l'Eglise pour la réforme du calendrier. L'élimination de 10 jours n'était pas une nécessité du point de vue astronomique (l'équinoxe pouvait rester le 11 mars). Le vrai problème était d'empêcher la date choisie de dériver dans le temps.

2. LE CALENDRIER ROMAIN.

L'année primitive à Rome - dite de Romulus - comprend 10 mois et 304 jours. On ne va pas loin avec un tel système et sous Tarquin, on ajoute deux mois et l'année atteint 355 jours. Comme il parait que l'impair plait aux dieux, il y a quatre grands mois de 31 jours (mars, mai, quintilis (= juillet), et octobre); sept autres mois ont 29 jours et février, le dernier mois de l'année aura la double infortune d'être le plus court (28 jours) et de renfermer seul un nombre pair de jours. Les divisions du mois étaient singulières et la nomenclature étonnamment illogiques.

Au premier jour du mois étaient les calendes ; les nones arrivaient le 5 ou le 7 ; les ides le 13 ou le 15. Des nones aux ides, il y avait 9 jours (y compris nones et ides) d'où leur nom de nones. Un peu comme le militaire qui attend la démobilisation, les romains comptaient chaque jour par sa distance à la fête suivante. Le jour avant les fêtes s'appelait veille et l'avant-veille était le troisième jour avant la fête (toujours cette manie de compter le jour de la fête comme faisant partie des jours avant la fête).

Cette année de 355 jours se décale vite par rapport aux saisons : un treizième mois de 22 jours (Mercedonius) s'intercalait tout entier tous les deux ans entre le 23 et le 24 janvier (6ème jour des Calendes de Mars). Ceci portait l'année moyenne à 366 jours et les saisons ne s'accordèrent pas avec le calendrier. Le Collège des Pontifes reçut le droit de donner au mois intercalaire la longueur appropriée aux circonstances et le calendrier devint vite un moyen de corruption et de fraude.

CALENDRIER ROMAIN APRES LA REFORME DE JULES CESAR.

	MARS MAI JUILLET OCTOBRE *(31 jours)*		JANVIER AOUT DECEMBRE *(31 jours)*		AVRIL JUIN SEPTEMBRE NOVEMBRE *(30 jours)*		FEVRIER *(28 jours)*	
1	Calendes		Calendes		Calendes		Calendes	
2	6ème	avant les nones	4ème	a.N	4ème	a.N	4ème	a.N
3	5ème		3ème		3ème		3ème	
4	4ème		Veille Nones		Veille Nones		Veille Nones	
5	3ème		Nones		Nones		Nones	
6	Veille Nones		8ème	avant les ides	8ème	avant les ides	8ème	avant les ides
7	Nones		7ème		7ème		7ème	
8	8ème	avant les ides	6ème		6ème		6ème	
9	7ème		5ème		5ème		5ème	
10	6ème		4ème		4ème		4ème	
11	5ème		3ème		3ème		3ème	
12	4ème		Veille Ides		Veille Ides		Veille Ides	
13	3ème		Ides		Ides		Ides	
14	Veille Ides		19ème	avant les calendes	18ème	avant les calendes	16ème	avant les calendes
15	Ides		18ème		17ème		15ème	
16	17ème	avant les calendes	17ème		16ème		14ème	
17	16ème		16ème		15ème		13ème	
18	15ème		15ème		14ème		12ème	
19	14ème		14ème		13ème		11ème	
20	13ème		13ème		12ème		10ème	
21	12ème		12ème		11ème		9ème	
22	11ème		11ème		10ème		8ème	
23	10ème		10ème		9ème		7ème	
24	9ème		9ème		8ème		6ème	
25	8ème		8ème		7ème		5ème	
26	7ème		7ème		6ème		4ème	
27	6ème		6ème		5ème		3ème	
28	5ème		5ème		4ème		Veille Calen.	
29	4ème		4ème		3ème			
30	3ème		3ème		Veille Calen.			
31	Veille Calen.		Veille Calen.					

3.LA REFORME JULIENNE.

Sur les conseils de l'astronome d'Alexandrie Soligène, Jules César instaure le calendrier Julien en 45 a.J.C. (année 708 de Rome) Cette année dite de confusion prend 455 jours : le début de l'année est ramené du 1er Mars au premier Janvier, et l'équinoxe est fixé au 25 mars. Mercédonius disparait pour toujours et les 10 jours manquant sont distribués aux anciens mois de 29 jours: nos 12 mois inégaux sont tels que César les a choisis. Néanmoins César ne veut pas heurter trop de superstitionset garde certains illogismes : les noms des mois deviennent absurdes (décembre est le "10ème" et pourtant est le 12ème mois ! Il garde aussi les nones, ides et calendes. Tout les 4 ans, on intercale un jour à l'ancien emplacement de Mercédonius; le jour double le 6ème jour des calendes de Mars : ce sera le bis-sextus, le bissextil et l'année sera bissextile.

Avec leur manie de compter le début et la fin des intervalles (voir la définition des nones !), et suite à la mort de César en 44, les pontifes interprètèrent mal les conventions de César et ajoutèrent le bissextil tous les 3 ans. En 8 a.J.C, Auguste supprimera les 3 jours de décalage déjà observé et fixera définitivement le bissextil tous les 4 ans.

4.LA REFORME GREGORIENNE.

On a pu calculer qu'à l'époque de la création du calendrier julien, l'année tropique était approximativement de 365,2422 jours. Soligène proposa 365,25. Le décalage par an était de 0,0078 jour, soit 11 minutes 14 secondes. Entre 45 a.J.C. et 1582 p.J.C., le décalage atteignit 1626 x 0,0078 = 12,68. Aussi l'équinoxe aurait dû tomber le 12 (25 - 13) mars 1582. Ce que personne ne savait à l'époque, c'est que la récession de la date équinoxiale était encore augmentée par le raccourcissement naturel de l'année tropique, c'est pourquoi, l'équinoxe tomba le 11 mars. La date de l'équinoxe étant alors fixée au 21 mars (la date valable au Concile de Nicée !) et non plus au 25 (comme le calendrier Julien original), le décalage était de 10 jours. On choisit de retirer les 10 jours en octobre car ce mois contient le moins de fêtes religieuses et que les 10 jours perdus perturberaient moins l'Eglise.

En fait dès le Concile de Constance (1414), les pères de l'Eglise s'étaient ému des décalages du calendrier. Le Concile de Trente (1545-1553) avait de nouveau abordé le sujet, mais sans trouver de solutions simples et acceptables. Le plan de base de la réforme fut conçu par un maître de conférences de l'Université de Pérouse, LUIGI LILIUS.Les données les plus fiables dont pouvait disposer Lilius à son époque proposait comme longueur pour l'année tropique 365j 5h 49m, ce qui exprimé en sexagésimal donne

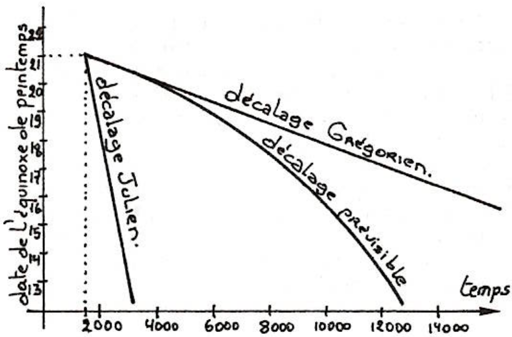
$365j + \frac{14}{60} + \frac{33}{3600}$. Cette valeur peut s'exprimer sous la forme

$365j + \frac{97}{400}$. Il fallait donc, disait Lilius, ajouter 97 jours tous les 4 siècles, au lieu de 100 jours comme dans le calendrier Julien. 97 jours, cela signifie 1 tous les 4 ans, mais pas aux années multiples de 100 si ce n'est un multiple de 400. C'est la règle bien connue.

Avec cette règle, toutes les dates du calendrier se répètent au cours d'un cycle de 400 années grégoriennes, ou encore 400 x 365 + 97 = 146097 jours = 20871 semaines.

Luigi LILIUS.

Christophe CLAVIUS.



A la mort de Lilius, son frère remit le manuscrit au pape Grégoire XIII. Le projet fut adopté par le pape et ses conseillers, hormis quelques modifications proposées par Clavius.

Le graphique ci-contre représente la future dérive de l'équinoxe. Le décalage est de l'ordre de 400 x 365,24219879 = 146096,8795 - 146097 = 0,1205 sur une période de 400 ans.

On peut donc prévoir un jour de décalage dans 3319 ans, soit en 1582 + 3319 = 4901. Les astronomes estiment qu'en fait, le décalage se manifestera dejà en 4317 du fait du raccourcissement de l'année tropique. Ce décalage reste raisonnable comparé aux 3,1205 jours de décalage avec le calendrier Julien.

à *suivre* ...

MATH-JEUNES est une publication bimestrielle de la Société Belge de Professeurs de Mathématique d'Expression Française. (S.B.P.M.e.f., A.S.B.L.)

Edition et Rédaction : W. VANHAMME et J. MIEWIS
Courrier : Math-Jeunes, Av. de Péville,150, 4030, Liège.
Abonnement : 5 numéros + 1 hors série : Math-Jeunes, Cpt 001-0828109-96 , Ch. des fontaines,14bis,7460 - Casteau. (Belgique 60FB - Etranger 120 FB). Les abonnements sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur.