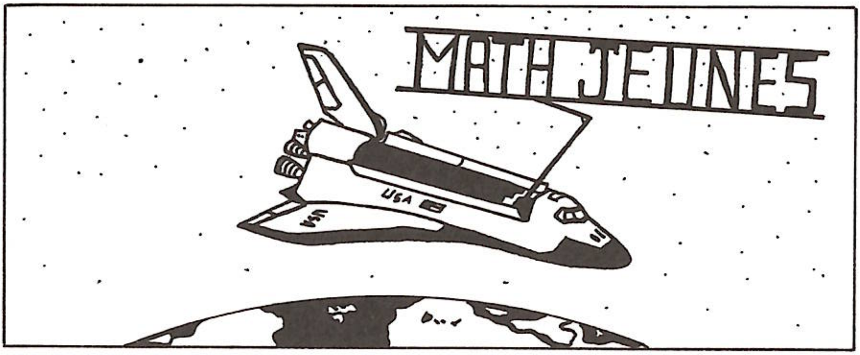


5e Année - N° 18

Janvier-Février 1983

En-tête de Philippe LUYCKX
Collège Christ-Roi, Ottignies

Chers amis,

Nous avons reçu pour la première épreuve du challenge Programmation des programmes rédigés par

(MINI)
ALPHONSE Philippe (A.R. Thuin), BARTHOLOME Emmanuel (A.R. Athus), BELENGER Cathy (Lycée Berlaimont, Ohain), DELCOIGNE Patrick (St Charles, Tournai), DERUMIER David (St Louis, Bruxelles), DUTRY Pascal (A.R. Lessines), HANESSE Bruno (N.D. de la Paix, Bruxelles), JANKOWSKI Eric (Lycée d'Etat L. Maistriau, Jurbise), JEMINE Vincent (St Louis, Liège), LANGHENDRIES Olivier (St Vincent, Soignies), SCHAECK Sébastien (St Joseph, Charleroi).

Les moyens utilisés ont été les suivants :
Micro-ordinateurs : Sinclair ZX81 - Tandy TRS80 - Vic 20 - Apple II - TI 99/4A
Calculatrices : TRS 80 Pocket - TI 57 - TI 58 - HP 34C

(MAXI)
CALLENS Isabelle (Ste Marie, Bouillon), COLMANT Michel (N-D de la tombe, Kain), DUMONT Vincent (Cardinal Mercier, Braine l'Alleud), HUBERT Bernard (St Joseph, Charleroi), KNUTS François (Petit Séminaire, Floreffe), MAES Claude (Ath. Bara, Tournai), MOISSE Philippe (St Julien, Ath), RUTTEN Xavier (A.R. Andenne), VERSCHUEREN Jean-Philippe (Notre Dame, Tournai), WAUTELET Marc (Jean XXIII, Pesche).

Les moyens utilisés :
Micro-ordinateurs : Sharp PC 1500 - Tandy TRS80 - Sharp MZ-80B - Sinclair ZX81
Calculatrices : HP 32 , HP 33C

Nous attendions plus de réponses. Nous savons que vous êtes beaucoup plus nombreux que cela à avoir fait les programmes demandés. Mais ... la petite démarche qui est nécessaire pour nous faire parvenir vos solutions, vous ne l'avez pas effectuée ! REJOIGNEZ-NOUS pour la seconde épreuve : (p.48)

SPECIAL FRACTALS

LES FRACTALS

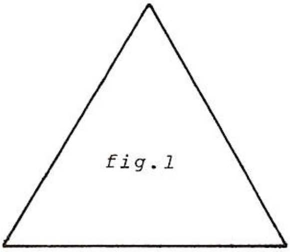


fig.1

Le flocon de Von Koch.

En 1904, le suédois Helge Von KOCH a proposé la construction du flocon suggérée par les quatre figures ci-contre.

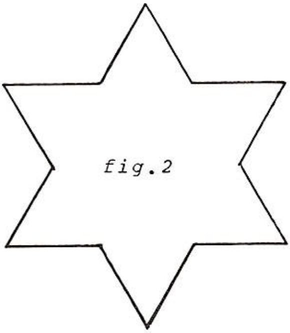


fig.2

Rien de plus simple ! On part d'un triangle équilatéral. Sur chaque côté, on cherche les deux points qui partagent ce côté en trois parties égales. Sur le segment central, on construit alors vers l'extérieur un triangle équilatéral. On recommence indéfiniment.

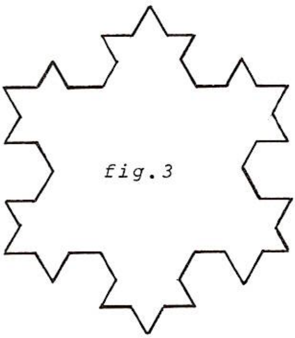


fig.3

Jusque là, c'est amusant ! Calculons à présent la longueur de cette courbe (le périmètre du flocon si vous préférez). Admettons que la longueur d'un côté du triangle initial soit 1. On voit immédiatement que la longueur de la courbe de la figure 2 est 4 .

long.= 1

long.= $\frac{4}{3}$

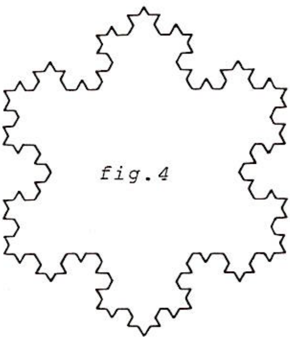


fig.4

D'une manière générale P_n (le périmètre après n étapes de la construction) est :

$$P_n = \frac{4}{3} P_{n-1}$$

On reconnait une suite géométrique de raison 4/3 > 1, donc divergente. (v.M.J. 16 p.3)

Le périmètre de notre flocon est donc l'infini ! Pourtant on peut sans problème construire cette courbe sur une feuille de papier : nous avons donc une surface FINIE entourée d'un périmètre INFINI. (!!!)

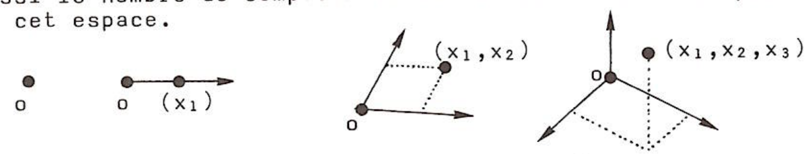
Nous allons d'abord calculer explicitement cette surface, ensuite nous verrons que la courbe de Von Koch est plus "grande" qu'une droite puisque sa dimension est ≃ 1,2618.(!!!)

LA DIMENSION EN GEOMETRIE VECTORIELLE.

Au départ, le problème est de connaître le nombre de données nécessaires pour situer un point. Cela dépend bien sûr de l'espace dans lequel il peut se déplacer. Ainsi, le conducteur du train Liège-Bruxelles sait exactement où il se trouve s'il connaît sa distance de Liège. Un joueur d'échecs a besoin de deux coordonnées pour expliquer la position de ses pièces sur l'échiquier. C'est aussi le cas du navigateur qui connaitra sa latitude et sa longitude. Un pilote d'avion devra y associer son altitude.

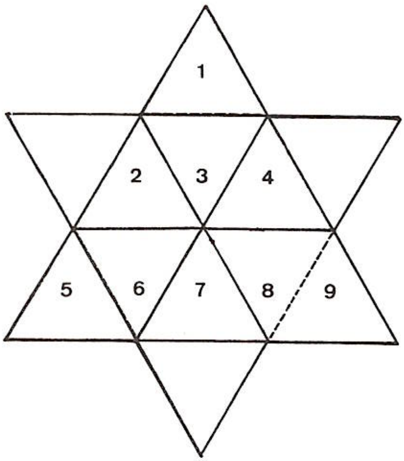
Si Einstein n'avait eu besoin d'inclure à ses théories sa quatrième dimension, le temps, il est peu probable que se soit senti le besoin de formaliser quelque peu la notion de dimension.

C'est essentiellement aux travaux de Hermann GRASSMANN (1809 - 1877) qu'est due la notion moderne de dimension. Dans une théorie mathématique, la dimension est une application qui à un objet de la théorie associe un naturel ou éventuellement l'infini. Dans la théorie de la géométrie vectorielle, Grassmann a montré que toutes les bases d'un espace vectoriel donné avaient le même nombre d'éléments : ce nombre est la dimension de l'espace vectoriel, c'est aussi le nombre de composantes de la coordonnée d'un point de cet espace.



Point *dim=0* | Droite *dim=1* | Plan *dim=2* | Espace *dim=3*

Un n-uple $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ représente un vecteur dans un espace à n dimensions. L'absence de représentation géométrique d'un tel contexte n'empêche pas son existence dès lors qu'il est parfaitement axiomatisé, ce qui est le cas.



Etudions la surface limite :

Chacun des petits triangles "ajoutés" sur la fig. 2 a une aire égale à $\frac{1}{9}$ de l'aire du triangle de la fig. 1. D'autre part, on ajoute 3 tels triangles car il y a 3 côtés à la fig. 1. Pour pouvoir calculer la surface limite, il nous faut d'abord voir comment évolue le nombre de côtés de ce flocon. Un côté étant remplacé par 4 lorsque l'on passe d'une figure à la suivante, le nombre de côtés doit contenir une puissance de 4. Voyons cela sur ce tableau :

numéro de la figure	nombre de côtés	Surface
1	3	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2	$12 = 3.4$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + 3\,\frac{1}{9}\right)$
3	$48 = 3.4^2$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + 3\,\frac{1}{9} + 12\,\frac{1}{9^2}\right)$
.		
.		
.		
n	3.4^{n-1}	$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + 3\,\frac{1}{9} + \dots + 3.4^{n-2}\,\frac{1}{9^{n-1}}\right)$

Le terme général de cette série est :

$$\frac{3.4^{n-2}}{9^{n-1}} = \frac{4^{n-2}}{9^{n-2}} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{n-2}$$

La surface du flocon de Von Koch est :

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\left(\frac{4}{9} + \left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{4}{9}\right)^3 + \dots\right)\right)$$

où l'on reconnait une suite géométrique de raison $\frac{4}{9}$. La série associée vaut : $\frac{4}{9}\left(\frac{1}{1-\frac{4}{9}}\right) = \frac{4}{9}\left(\frac{1}{\frac{5}{9}}\right) = \frac{4}{9}\,\frac{9}{5} = \frac{4}{5}$.

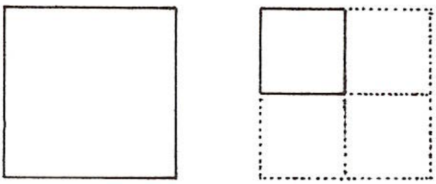
et la surface $= \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{4}{3} + \frac{1}{3}\,\frac{4}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\frac{24}{15} = \frac{4\sqrt{3}}{5} \simeq 1,3856$

EXTENSION DU CONCEPT DE DIMENSION.

C'est en 1919 que le mathématicien allemand Félix HAUSDORFF (1868 - 1942) introduit une notion de "dimension" généralisée, susceptible de prendre toutes les valeurs possibles, fractionnaires ou même irrationnelles. Les figures telles le flocon de Von Koch qui mènent à ce type de dimension ont été longtemps considérées comme des monstres qui irritèrent bon nombre de grands mathématiciens. Ces figures ont une propriété commune : on les construit en prenant un motif et en le répétant indéfiniment, suivant un rapport d'homothétie déterminé. C'est-à-dire qu'à chaque fois, la forme du motif sera conservée mais que ses dimensions seront divisées par un nombre donné.

Voyons d'abord comment cette idée peut servir à définir une généralisation de la notion de dimension.

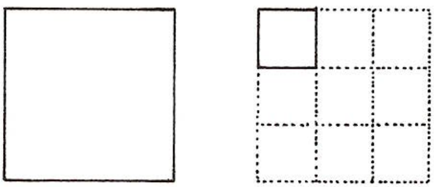
Imaginons un carré. Pour créer une surface semblable avec un rapport d'homothétie de 2, il nous faudra 4 carrés



rapport d'homothétie : 2
(rh = 2)
nombre de petites formes
pour recouvrir la grande : 4
(nf = 4)

L'équation $4 = 2^x$ donne $x = 2$
(et 2 est la"dimension"du carré)

Créons à présent une surface semblable avec un rapport d'homothétie de 3 à partir du même carré : il nous faudra 9 formes.

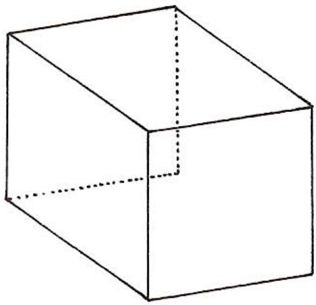


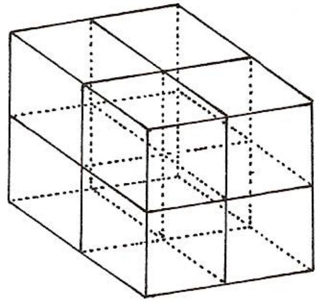
rh = 3
nf = 9

L'équation $9 = 3^x$ donne $x = 2$
(et 2 est la"dimension" du carré)

Prenons cette fois un cube. Pour obtenir un cube semblable avec un rapport d'homothétie de 2, il nous faudra 8 formes :

rh = 2 , nf = 8 et l'équation $8 = 2^x$ conduit à $x = 3$, ce qui est la"dimension" traditionnelle du cube.





Hausdorff propose cette relation pour définir la dimension x d'un objet :

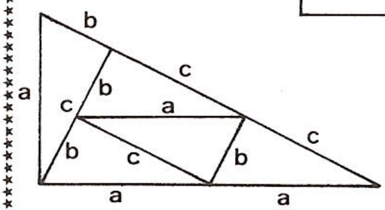
$$\boxed{(nf) = (rh)^x}$$

où rh représente le rapport d'homothétie du "grand" objet par rapport au petit,
et nf représente le nombre de "petites" formes employées pour couvrir la "grande".

En général, on recourt aux logarithmes (le choix de la base importe peu) pour calculer cette dimension. On a :

$$\log(nf) = x \cdot \log(rh)$$

$$\boxed{x = \frac{\log(nf)}{\log(rh)}}$$



Vérifions une dernière fois cette formule, mais sous une autre forme : ici nf = 5 et x = 2, puisque le triangle est dans le plan.

$$5 = (rh)^2 \rightarrow rh = \sqrt{5}$$

Les triangles étant semblables, on a

$$\frac{2a}{c} = \frac{a}{b} = \frac{b+2c}{a} = rh$$

On calcule : $2ab = ac \rightarrow 2b = c$ puisque $a \neq 0$

$$2a^2 = (b+2c)c \rightarrow 2a^2 = (b+4b)2b \rightarrow a^2 = 5b^2$$

$$(rh)^2 = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow rh = \sqrt{5}$$

Calculons à présent la dimension du flocon de Von Koch :

rh = 3
nf = 4

$$\text{donc } x = \frac{\log(nf)}{\log(rh)} \simeq 1{,}2618$$

forme élémentaire à l'étape n

forme élémentaire à l'étape n+1

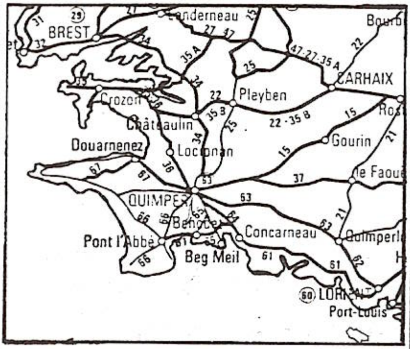
Les fractals.

C'est en 1975 que l'ingénieur français Benoît MANDELBROT introduisit le concept de FRACTALS pour baptiser ces espaces dont la particularité est d'admettre une dimension fractionnaire. Cette notion de fractal est vite devenue envahissante car on s'est aperçu qu'il y avait dans la nature beaucoup d'objets de type fractal et que les notions classiques de dimensions (longueur, aire, volume) devaient être remis en cause.

Quittons un moment la mathématique pour la géographie. Les six extraits de carte de la page suivante représentent, à des échelles différentes, les alentours de la Pointe du Raz, une des pointes les plus découpées de la Bretagne. Si je vous demande de mesurer un bout de cette côte, vous trouverez des longueurs différentes (en fait de plus en plus grandes) lorsque l'échelle de la carte devient de plus en plus fine ! Et si l'on vous envoie sur le terrain en exigeant une précision de l'ordre du mètre, du centimètre (vous vous imaginez mesurant le moindre galet ...),du micron (ici les grains de sable comptent ...)? Alors, votre conclusion ? La longueur de la pointe du Raz est entre 10 km et l'infini ... Un seul nombre ne suffit donc pas pour décrire cette côte, donc sa dimension est supérieure à 1, et pourtant la ligne de côte n'est sûrement pas une surface, donc sa dimension est inférieure à 2.

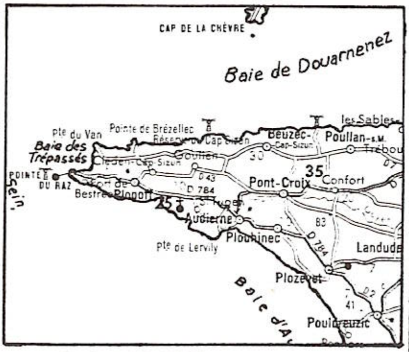
Vous voulez d'autres exemples ? Quelle est la surface de la voûte céleste qui est vraiment "noire" ? (Vous enlevez successivement tous les disques formés des étoiles que votre télescope de plus en plus puissant vous montre ...) Quel est le volume d'un arbre ? (Faut-il s'arrêter aux brindilles, ou aux cellules des feuilles ?) Pouvez-vous encore me définir une vague sur la mer ? Qu'est-ce qu'une montagne ? Et le gruyère ? Et la matière elle-même ? (molécules, atomes, protons,...)

Cette énumération qui étourdit et inquiète n'avait qu'un but : vous montrer que cette idée de fractal n'est pas uniquement un jeu de mathématicien ! Pourtant, la mathématique a produit beaucoup de fractals et nous allons examiner les plus représentatifs de la famille.

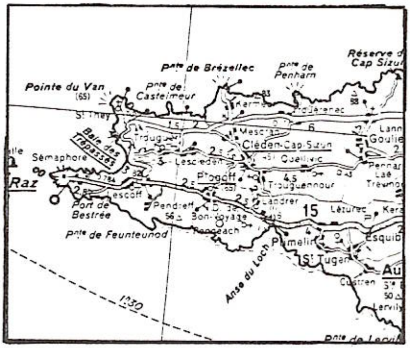


1/ 2 500 000

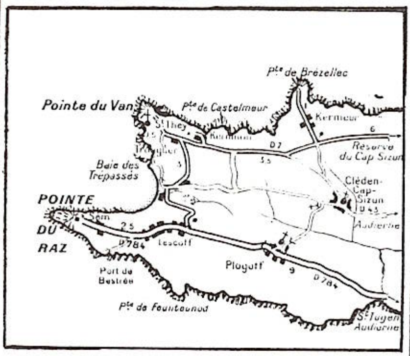
1/1 250 000



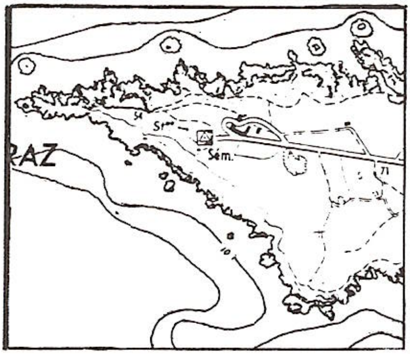
1 / 500 000



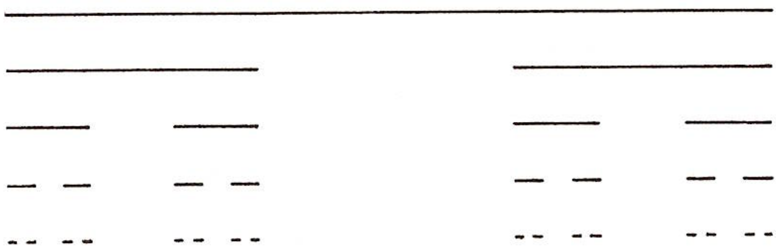
1 / 200 000



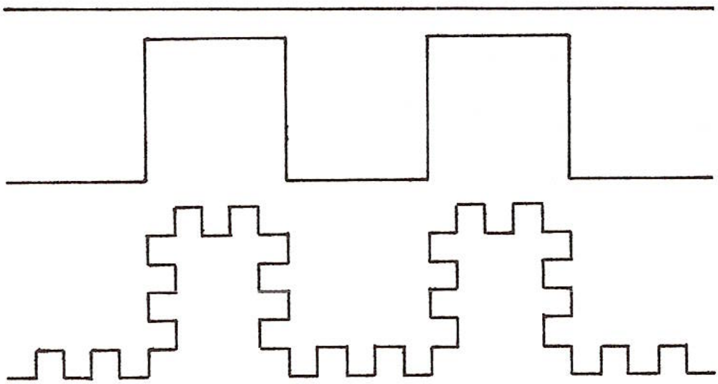
1/100 000



1/25 000



Ensemble de CANTOR : *nf=2, rh=3, dim ≃ 0,6309, long = 0*



nf = 9

rh = 5

dim ≃ 1,3652

long = ∞

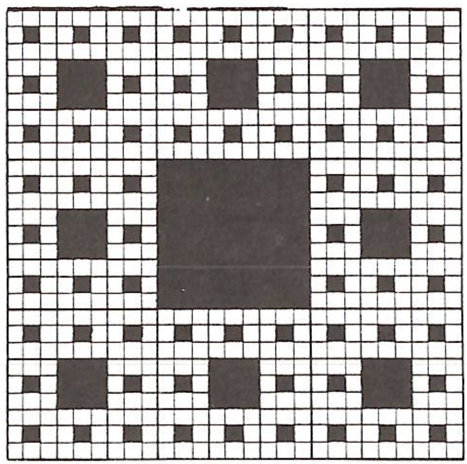
Tapis de SIERPINSKY.

nf = 8

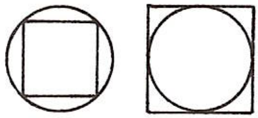
rh = 3

dim ≃ 1,8928

Surf = 0



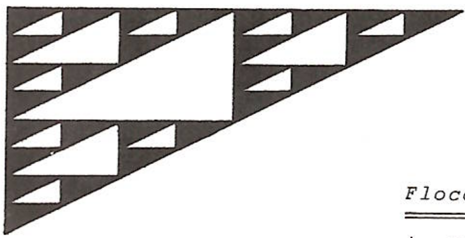
LA DIMENSION DU DISQUE*



Trouver la dimension d'un disque est délicat : on ne peut pas avec des petits disques remplir un grand disque exactement. On emploie dans ce cas une autre propriété due à Hausdorff et assez évidente à admettre. Si un objet A est inclus dans B, alors dim A ⩽ dim B. Ainsi, le plan est une partie de l'espace et on a 2 < 3. Le flocon de Von Koch est inclus dans le plan et 1,26 < 2.

Comme le disque contient un carré, dim disque ⩾ 2, mais il est aussi contenu dans un carré, donc dim disque ⩽ 2 : ainsi

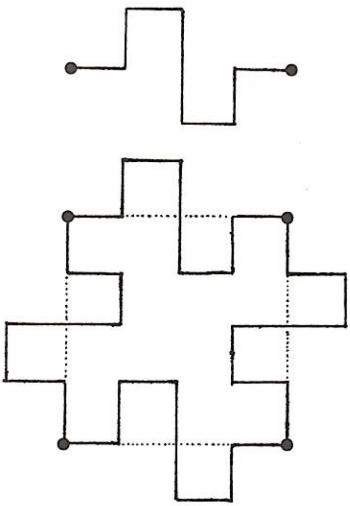
dim disque = 2

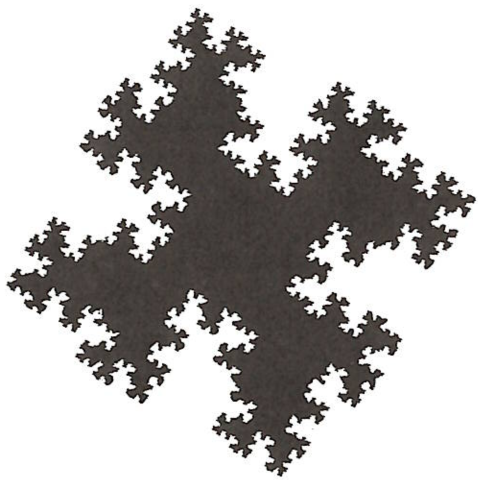


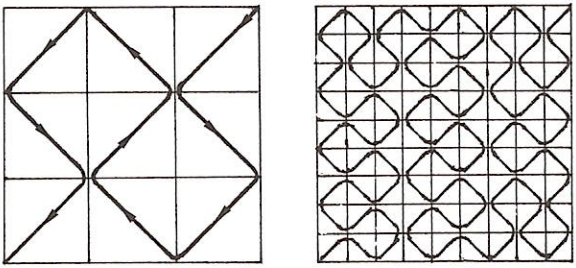
← *nf = 3*
rh = 2
dim ≃ 1,5850
Surf = 0

Flocon de MANDELBROT.

↓ *nf = 8*
rh = 4
dim = 1,5
Surf = Surf du carré initial

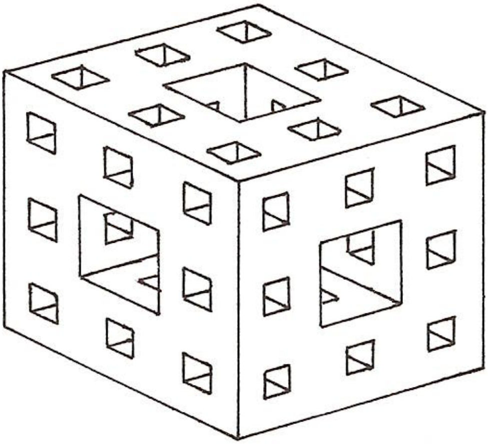






Courbe de PEANO.

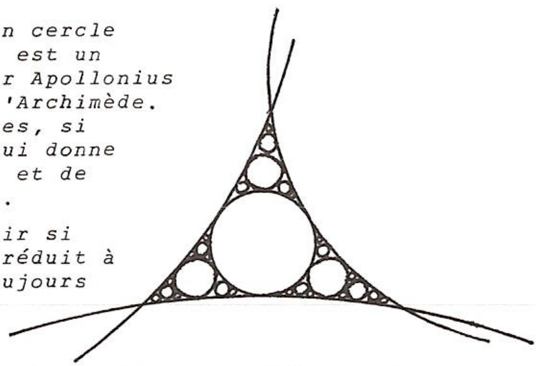
nf = 9
rh = 3
dim = 2
long = ∞



Eponge de SIERPINSKI.

nf = 20
rh = 3
dim ≃ 2,7268
vol = 0

Baderne d'APOLLONIUS de Perge.

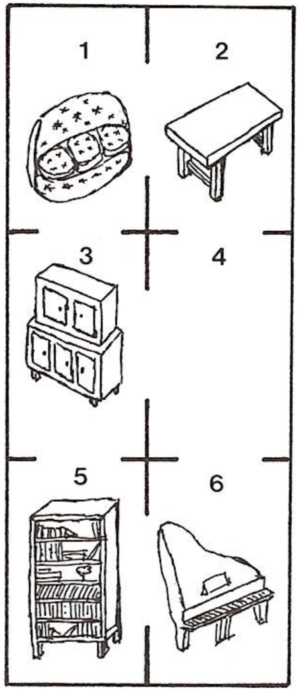


La construction d'un cercle tangent à trois cercles est un problème déja abordé par Apollonius de Perge, un disciple d'Archimède. On remplit tous les vides, si petits soient-ils, ce qui donne une infinité de cercles et de moins en moins de blanc.

Le problème de savoir si l'espace lacunaire est réduit à zéro à la limite est toujours une colle pour la mathématique comtemporaine. Mandelbrot a estimé la dimension de cette surface à 1,307 en employant des méthodes informatiques.

Le coin des problèmes

Ghilaine MARIN



90 Quel déménagement ! ☆

Cette petite maison contient 6 petites pièces dans lesquelles se trouvent divers meubles disposés comme vous le voyez ci-contre. Seule la pièce n° 4 est vide.

Le locataire décide de permuter le piano et la bibliothèque. Tout serait si simple si les pièces étaient plus grandes : elles sont si petites qu'elles ne peuvent contenir deux mobiliers en même temps ! La pièce n° 4 sans meuble permet de s'en tirer.

Comment déménager les deux meubles avec un minimum de déplacements ?

91 L'escargot.

Un mur mesure 20 m de hauteur. Un escargot décide de monter le mur. Il y parviendra en montant 5 m le jour et en redescendant 4 m la nuit; au bout de combien de jours sera-t-il arrivé en haut ?

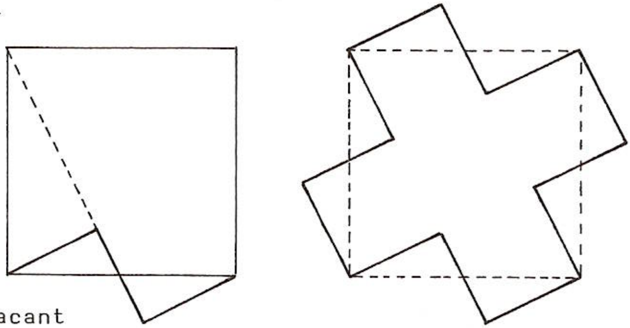
92 Trente-six zéros.

Dans les cases d'un damier de six lignes et six colonnes, sont disposés 36 zéros. Il faut en barrer 12, mais de manière à ce qu'il reste le même nombre de zéros non barrés dans chacune des rangées horizontales et verticales. Lesquels faut-il barrer ?

93 L'émir et son pétrole. ☆

Son émirat comporte un vaste désert, au milieu duquel est construit son palais, et une zone territoriale en mer à laquelle il tient beaucoup. Elle est en effet très étendue (autant que le tiers de son désert), et recouvre une partie de sa nappe de pétrole. Sachant qu'il a trois fois plus de kilomètres carrés de désert à pétrole que de mer sans pétrole et que le septième de son territoire sans pétrole se trouve en mer, sauriez-vous me dire précisément quelle est la proportion de sa nappe de pétrole qui se trouve sous la mer ?

94 Le cristal. ☆

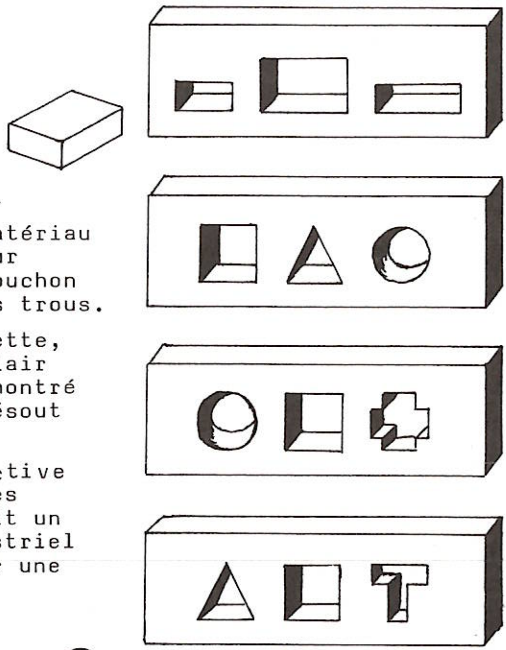


On part d'un carré de côté unité dont on remplace chaque côté par un zigzag formé de 3 segments égaux se coupant à angle droit. On obtient la croix. On recommence en remplacant chaque côté de la croix par un zigzag.

En poursuivant indéfiniment, on obtiendrait un cristal. Si le carré correspond à n=1 et la croix à n=2, quels sont

1° le périmètre à l'étape n,
2° la surface à l'étape n,
3° la limite du périmètre lorsque $n \to \infty$,
4° la limite de la surface lorsque $n \to \infty$,
5° la dimension de ce fractal ?

95 Les bouchons. ☆



Dans chacune de ces quatre planchettes, se trouvent trois trous.

Il vous faut, dans un matériau quelconque, découper pour chaque planchette, un bouchon qui obturerait les trois trous.

Pour la première planchette, c'est facile : il est clair que le parallélépipède montré près de la planchette résout le problème.

Montrez nous, en perspective la forme des trois autres bouchons. (C'est en fait un problème de dessin industriel où il vous faut exécuter une pièce d'après ses trois projections.)

CAR-MATH

Choses promises
Choses dues

J.P.DECLERCQ,
rue de Ten Brielen, 124,7780-COMINES.

En annexe à la rubrique parue dans le n° 17 sous le titre: " Comment devient-on astronome ?", *voici quelques documents que nous devons à l'amabilité du professeur Paul Paquet...*

Annexe A : La planète Terre vue par les astronomes.

La terre est la planète que l'on peut étudier dans tous ses détails et l'importance qu'elle revêt pour les astronomes vient de ce qu'elle est le laboratoire le plus immédiat où ils peuvent étudier le problème des interactions entre les *forces sidérales* (gravitationnelles, magnétiques,...) qui remontent à la formation du système solaire, et les *forces internes* qui trouvent leurs sources dans les conditions qui ont prévalu lors de la formation par accrétion de notre planète il y a plus de quatre milliards d'années.

Ces interactions de forces posent le problème de la survie de l'homme. Elles se manifestent essentiellement par l'entremise des forces de marées qui jouent un rôle cosmogonique important et qui se répercutent sous la forme de perturbations majeures de la rotation de la Terre en agissant à la fois sur sa vitesse et sur l'orientation de son axe de rotation.

C'est le rôle de l'astronomie de mesurer les conséquences de ces perturbations. Ceci met en jeu d'importantes relations avec l'atmosphère et les océans qui conditionnent notre climat, avec la tectonique et avec la magnéto-hydrodynamique du noyau liquide qui s'expriment le plus visiblement dans la séismicité et dans le géomagnétisme.

L'analyse de ces relations est l'objectif de la Géophysique, qui n'est rien d'autre que l'Astrophysique de notre Terre, et les nombreux paramètres astro-géophysiques qui caractérisent ces phénomènes donnent une description de caractère global de notre environnement.

Annexe B : L'Heure et la rotation de la Terre.

Pendant des millénaires l'homme n'a pas trouvé de meilleur garde-temps que le rythme de la rotation de la Terre associé au rythme de sa révolution orbitale autour du soleil. Dès la plus haute Antiquité il s'en est servi pour construire une *échelle de temps rotationnel*. Celle-ci est basée sur l'observation du passage des étoiles les plus brillantes au méridien de chaque observatoire. En combinant cette échelle avec l'observation du Soleil, il en déduit le *temps universel* (T.U.).

Ce fut une des premières tâches assignées à l'Observatoire Royal de Belgique. Cependant, depuis près de cent ans, les astronomes se sont aperçus que cette échelle ne correspondait pas à un écoulement régulier du temps et subissait des accélérations et des décélérations périodiques ou accidentelles. Ceci a été démontré en la comparant à une *échelle de temps orbital*, également de nature astronomique mais basée sur les parcours des planètes le long de leur orbite *(temps des éphémérides)* (T.E.).

Le temps orbital est moins facile à déterminer que le temps rotationnel, donc moins précis, mais il est beaucoup plus régulier. Un procédé classique pour le déterminer est l'observation d'occultation d'étoiles par la Lune, une activité poursuivie à Uccle.

Avant 1955, aucune horloge mécanique ou électrique ne pouvait rivaliser avec ces deux méthodes : les horloges servaient uniquement à conserver le temps et à l'interpoler entre deux mesures astronomiques.

En 1955, on a introduit une *échelle de temps atomique* (T.A.) basée sur la fréquence de vibration de certaines molécules (ammoniac) ou de transitions d'états énergétiques de certains atomes (césium). L'Observatoire Royal possède trois horloges atomiques qui sont d'une régularité exceptionnelle et d'une précision extraordinaire.

Les astronomes comparent en permanence ces trois échelles de temps : TU, TE et TA car les fluctuations du temps rotationnel TU par rapport au temps atomique TA sont un témoin essentiel de tous les phénomènes internes et externes qui perturbent constamment la rotation de la Terre : les vents et variations de pression, les courants océaniques, les tremblements de Terre, le freinage dû aux marées et surtout des effets encore mystérieux qui ont leur siège dans le noyau de la Terre, qui de ce fait sont impossibles à mesurer directement et qu'il est donc important d'éclaircir.

La comparaison du temps orbital TE avec le temps atomique TA présente aussi un très grand intérêt cosmologique car elle permet de mettre en relation la constante de gravitation de Newton (G) avec la constante d'équilibre de Planck (h).

Annexe C : Pour diverses applications, exactitude requise sur la détermination de l'heure :

Transports publics	: quelques secondes
Radio	: 0,1 sec
Séismologie	: de 0,01 à 0,001 sec
Astrométrie	: 0,0001 sec
Navigation maritime par satellites	: 0,0001 sec
Navigation maritime par signaux horaires	: 0,000 005 sec
Déterminantion de l'orbite des satellites	: 0,000 001 sec
Interférométrie à longue base par l'observation des quasars	: 0,000 000 000 1 sec

Challenge Programmation

Deuxième épreuve : Date limite de réception des programmes : 15 avril

(MINI) (Elèves des quatre premières classes de l'enseignement secondaire)

Vous rédigez un programme pour résoudre le problème suivant :

On sait qu'un cercle centré à l'origine a, dans un repère orthonormé, comme équation $x^2 + y^2 = R^2$ *, où* R *est la longueur du rayon.*

Recherchez, pour des valeurs entières de R^2*, les points du cercle ayant comme coordonnées des couples de nombres entiers (éléments de* $\mathbb{Z}$ *).*

Utilisez votre programme pour rechercher les points à coordonnées entières du cercle $x^2 + y^2 = 377$ *et dessinez le polygone convexe ayant ces points pour sommets.*

Recherchez un cercle de rayon inférieur à 30 *sur lequel se trouvent exactement* 20 *points à coordonnées entières.*

Vous tiendrez compte des symétries des polygones solutions pour limiter au maximum les essais à effectuer lors du déroulement de votre programme de manière à limiter le temps d'exécution pour des valeurs grandes de R^2 Vous remarquerez, en faisant des essais, que pour de nombreux cercles la réponse à donner est: "pas de point à coordonnées entières".

(MAXI) (élèves des deux dernières années de l'enseignement secondaire)

Le problème que vous avez à résoudre et pour la solution duquel nous vous demandons de rédiger un programme est analogue à celui posé à vos camarades des classes inférieures mais il s'agit, cette fois, de considérer une sphère.

On sait qu'une sphère centrée à l'origine a, dans un repère orthonormé, comme équation $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ *, où* R *est la longueur du rayon.*

Recherchez, pour des valeurs entières de R^2*, les points de la sphère ayant comme coordonnées des triples de nombres entiers (éléments de* $\mathbb{Z}$ *).*

Ces points, s'ils existent, sont les sommets d'un polyèdre convexe admettant de nombreuses symétries.

Utilisez le programme pour rechercher les coordonnées des sommets d'un tel polyèdre inscrit dans une sphère dont le carré du rayon est 11*. Essayez de faire une représentation de ce polyèdre en dessinant, par exemple sa projection sur le plan oxy .*

Utilisez le programme pour rechercher les sommets du polyèdre inscrit dans la sphère dont le carré du rayon est 1001.

Les directives données à vos camarades des classes inférieures sont évidemment d'application pour la solution de votre problème. Evitez au maximum les essais inutiles. Vous trouverez également des sphères sur lesquelles n'existent aucun point à coordonnées entières. Il en sera ainsi si R^2 est de la forme $4^n(8k - 1)$. Il n'est pas difficile de montrer que si R^2 est de cette forme la décomposition en une somme de trois carrés de nombres entiers n'est pas possible, vous pouvez essayer de le faire.

MATH-JEUNES est une publication bimestrielle de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'Expression Française. (S.B.P.M.e.f.,A.S.B.L.)

Edition et Rédaction: J. Miéwis et W. Vanhamme.
Courrier: Math-Jeunes, Av. de Péville, 150, 4030 - Liège.
Abonnement: 5 numéros + 1 hors série : Math-Jeunes, Cpt.: 001-0828109-96, Ch. des fontaines,14bis, 7460 - Casteau. (Belgique 60FB - Etranger 120 FB). Les abonnements sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur.