

# MATH-JEUNES

N° 2 ? novembre/décembre 1979

*Courrier : J. MIEWIS, rue de joie, 75, 4000 - LIEGE.*

MATH-JEUNES a le plaisir de publier dans ce numéro deux articles écrits par des jeunes gens de l'enseignement secondaire ou venant de le quitter. Nous les remercions vivement d'avoir répondu à notre appel et d'avoir "osé". Nous souhaitons que beaucoup d'entre vous suivent leur exemple car MATH-JEUNES souhaite être une petite revue mathématique faite surtout

par les jeunes  
pour les jeunes

Nous attendons donc des articles rédigés par vous.

Sur quoi ? Sur tout ce qui ayant un caractère mathématique vous intéresse :

- \* activités d'un club de mathématique
- \* stratégies pour réussir un jeu
- \* bricolages illustrant des notions mathématiques
- \* énoncés et (ou) solutions de problèmes qui vous ont intéressés
- \* questions que vous vous posez et pour lesquelles vous demandez une aide dans la recherche d'une solution
- \* recherche menée en classe sous la direction de votre professeur
- \* essai de mathématisation d'une situation
- \* recherche historique sur le développement d'une théorie étudiée
- \* comment employer une calculatrice
- \* etc...

Merci d'avance

# O.M.I.

L'OLYMPIADE MATHEMATIQUE INTERNATIONALE vue par la délégation  
Belgo-Luxembourgeoise.

Ce petit article s'adresse aux élèves du cycle secondaire supérieur qui se sentent quelque peu intéressés par la mathématique (familièrement : les maths) et, plus précisément, par les olympiades mathématiques. En effet, beaucoup se plaignent d'être mal informés à ce sujet, que ce soit au niveau national ou international. L'existence des olympiades semble même ignorée dans certaines écoles. Cette situation est fort regrettable, car elle condamne sans doute de jeunes talents à rester dans l'ombre. Elle empêche également la participation à l'olympiade belge de nombre d'élèves qui souhaiteraient sans doute s'y inscrire sans autre prétention que d'en retirer une satisfaction personnelle.

Pour les olympiades internationales, les amateurs doivent s'efforcer de résoudre (seuls), même incomplètement, les séries de problèmes préparatoires qui seront proposés par la SBPM à partir du mois de décembre environ (à condition que la Belgique participe à l'OMI l'an prochain). Les élèves ne doivent pas hésiter à renvoyer leurs solutions aux correcteurs, même s'ils ne croient pas posséder la "bosse" des maths. Il ne faut pas oublier que la motivation, le travail, la méthode et la clarté comptent autant que les capacités de raisonnement.

En 1979, les candidats retenus après les épreuves préliminaires ont participé à trois week-ends de stage, financés par le Ministère de l'Education Nationale, pendant lesquels ils ont pu se familiariser aux problèmes de l'OMI. Finalement, les organisateurs ont retenu huit élèves qui représenteraient la Belgique à l'OMI 1979.

Pour que vous puissiez vous faire une idée de ce qu'est l'OMI, nous avons rédigé un petit "compte rendu / rapport d'ambiance" de l'OMI de cette année, qui eut lieu à Londres et Oxford du 30 juin au 9 juillet.

Commençons par vous rassurer sur le plan financier : tous les frais sont pris en charge par le gouvernement belge et le pays organisateur. En arrivant à Londres le premier jour, nous sommes séparés des professeurs belges qui nous accompagnaient et confiés à une charmante chaperonne (tous le monde n'a pas eu cette chance) qui doit nous guider et nous "surveiller" durant tout le séjour. La deuxième journée nous permet de découvrir Londres (excursion en autocar), d'entrer en contact avec les autres délégations (mais il faut surmonter les barrières linguistiques) et de prendre la "température du stade" avant la compétition. On peut aussi se faire une première opinion de la qualité de la nourriture du pays hôte (aïe!).

L'heure est au tourisme, mais il faut éviter un état de relaxation trop profond qui pourrait nuire à la concentration du lendemain, lorsque commencent les "choses sérieuses" : deux avant-midi consécutives (2 x 4 heures) sont consacrées aux épreuves (2 séries de 3 problèmes assez déroutants pour nous, car ils ne sont pas du type "scolaire"). Après ces deux demi-journées d'efforts intenses (et parfois stériles), nous pouvons nous consacrer intégralement au tourisme, tandis que nos correcteurs (uniquement des professeurs de notre pays) font l'impossible pour découvrir dans la confusion de nos copies quelques éléments positifs qui pourraient valoir des points. C'est une tâche pénible et ingrate, car ils devront défendre les cotes qu'ils nous ont attribuées devant un jury de coordination tout à fait impartial et intransigeant.

Pendant ce temps, nous avons droit à une réception officielle très sympathique, avec des apéritifs et amuse-gueule à profusion pour nous flatter le palais et de la musique exotique pour nous charmer les oreilles. Un dîner officiel, auquel nous retrouvons les professeurs belges du jury, est donné deux jours plus tard. On nous y sert des discours en quatre langues et l'atmosphère est assez guindée. Le lendemain matin a lieu la très solennelle remise des prix (essentiellement symboliques) à ceux qui les méritent bien entendu. Un seul des candidats belges recevra un prix, les autres devront se contenter de certificats de participation. Nous sommes avant-derniers au classement par pays, mais ça n'a pas d'importance : nous n'allons pas à l'OMI pour vaincre à tout prix comme certains. D'ailleurs, notre petit pays ne prévoit aucune préparation spéciale en vue de l'OMI, excepté les stages, mais ils demeurent insuffisants. Toutefois, les résultats belges de cette année sont sensiblement meilleurs que ceux d'il y a deux ans, époque à laquelle les stages n'existaient pas. Certains pays préparent leurs candidats pendant un an ou plus et disposent d'un système de sélection beaucoup plus complexe que le nôtre, ce qui explique leurs excellents résultats à l'Olympiade.

Pour nous, l'OMI est une expérience humaine enrichissante, qui permet de côtoyer des jeunes d'une vingtaine de pays, de découvrir d'autres mentalités, de développer nos aptitudes au raisonnement, notre "souplesse cérébrale" et aussi... d'acquiescer une bonne dose d'humilité mathématique. Nous sommes donc très satisfaits d'avoir pu y participer et nous ne pouvons qu'inciter les plus jeunes à prendre la relève.

Voici les questions qui furent posées à Londres :  
LUNDI 2 juillet : temps : 4 heures.

(1) Soient  $p$  et  $q$  des entiers strictement positifs vérifiant :

$$\frac{p}{q} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{1318} + \frac{1}{1319}$$

Montrer que 1979 divise  $p$ .



- (2) On se donne un prisme dont les deux bases  $A_1A_2A_3A_4A_5$  et  $B_1B_2B_3B_4B_5$  sont des pentagones. Chaque côté de ces deux bases ainsi que chaque segment  $A_iB_j$  pour  $i$  et  $j$  vérifiant  $1 \leq i, j \leq 5$ , est coloré soit en  $i, j$  rouge, soit en vert. On suppose que tout triangle dont les trois sommets sont des sommets du prisme et dont les trois côtés sont colorés, a deux côtés de couleurs différentes. Montrer que les dix côtés des deux bases de ce prisme sont tous de la même couleur.
- (3) Dans un plan on se donne deux cercles sécants  $C_1$  et  $C_2$ ;  $A$  est un de leurs points communs. Les points  $M_1$  et  $M_2$  parcourent respectivement, dans le même sens, les cercles  $C_1$  et  $C_2$ , chacun avec une vitesse constante. A chaque tour les points  $M_1$  et  $M_2$  passent simultanément au point  $A$ . Montrer qu'il existe un point fixe du plan qui est constamment équidistant de  $M_1$  et  $M_2$ .

MARDI 3 juillet : temps : 4 heures.

- (4) On se donne un plan  $\pi$ , un point  $P$  appartenant à  $\pi$  et un point  $Q$  n'appartenant pas à  $\pi$ . Trouver tous les points  $R$  du plan  $\pi$  tels que le quotient

$$\frac{QP + PR}{QR} \text{ soit maximum.}$$

- (5) Déterminer toutes les valeurs du réel  $a$  pour lesquelles il existe cinq réels positifs ou nuls  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  vérifiant les relations suivantes :

$$\sum_{k=1}^5 k x_k = a, \quad \sum_{k=1}^5 k^3 x_k = a^2, \quad \sum_{k=1}^5 k^5 x_k = a^3$$

- (6) Soient  $A$  et  $E$  deux sommets diamétralement opposés d'un octogone régulier convexe. Un pion qui peut occuper tous les huit sommets de cet octogone se déplace, à chaque coup, d'un sommet à l'un des deux sommets voisins; le pion part de  $A$  et le jeu se termine lorsqu'il atteint pour la première fois le point  $E$ . On désigne par  $a_n$  le nombre de "parties" distinctes de exactement  $n$  coups se terminant en  $E$ . Prouver que pour tout entier  $k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$

$$a_{2k-1} = 0, \quad a_{2k} = \frac{1}{\sqrt{2}} (x^{k-1} - y^{k-1})$$

$$\text{avec } x = 2 + \sqrt{2} \text{ et } y = 2 - \sqrt{2}$$

(Une "partie" de  $n$  coups est une suite de sommets

$(P_0, P_1, \dots, P_n)$  vérifiant les conditions suivantes :

(i)  $P_0 = A, P_n = E$ ;

(ii) Pour tout  $i$ ,  $0 \leq i \leq n-1$ ,  $P_i$  est distinct de  $E$ ;

(iii) Pour tout  $i$ ,  $0 \leq i \leq n-1$ ,  $P_i$  et  $P_{i+1}$  sont des sommets voisins).

## Commentaires

*pour ceux à qui viendrait l'idée pas tellement saugrenue d'essayer de résoudre certains de ces problèmes.*

- ces problèmes ne se rattachent pas directement à une matière que vous venez d'étudier : c'est pour cela que ce sont des "problèmes".
- sachez que les 2 premiers peuvent être résolus avec le bagage mathématique dont vous disposez à la fin de l'école primaire, mais cela ne veut pas dire qu'ils sont simples. Disons que pour le premier "il y a un truc à trouver", pour le second, il faut de l'ordre, de la patience et une certaine vision spatiale; de la logique aussi. Si les plus jeunes ne comprennent pas bien les notations, qu'ils s'informent auprès de leurs professeurs.
- Le problème n°3 est à la portée d'un élève ayant terminé sa troisième. le problème n°4 peut être abordé par l'analyse, mais il admet une solution géométrique faisant intervenir un peu de trigonométrie. Les deux dernières questions demandent probablement un bagage mathématique plus évolué, mais encore ...

## Le coin des problèmes

### 5 Une étrange multiplication.

Il s'agit cette fois d'une multiplication ; chaque lettre est mise pour un chiffre ; deux lettres différentes pour des chiffres différents ; deux mêmes lettres pour les mêmes chiffres ; quant à l'étoile, mystère !

$$\begin{array}{r} \text{M A T H} \\ \text{M A T H} \\ \hline \text{* * * * *} \\ \text{* * * * *} \\ \text{* * * * *} \\ \text{* * * * *} \\ \hline \text{* * * * *} \\ \hline \text{* * * * M A T H} \end{array}$$

### 6 L'arithmétique très moderne.

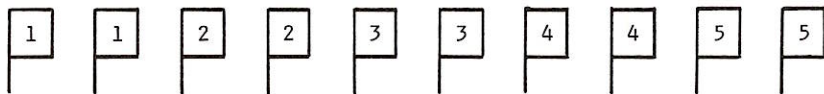
Votre professeur de mathématique serait sûrement scandalisé de vous voir simplifier les fractions comme suit :

$$\frac{16}{64} = \frac{1}{4} \quad \text{par suppression du } 6$$

Et pourtant, cela donne quelques fois une réponse correcte. Pourriez-vous trouver d'autres fractions  $\frac{a}{b}$  où  $10 < a < b < 100$  et qui acceptent cette simplification pirate ?

### 7 Les drapeaux.

Dix drapeaux sont disposés de mètre en mètre le long d'une façade. Ils sont numérotés deux à deux à l'aide des nombres de 1 à 5



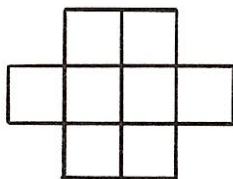
Comment les disposer de façon à ce que la distance (en mètres) qui sépare deux drapeaux portant le même nombre soit précisément égale à ce nombre ?

Généralisons le problème : peut-on toujours ranger  $2n$  drapeaux numérotés de 1 à  $n$  de cette manière ?

### 8 Problème sur la divisibilité.

Quel est le plus petit nombre qui, divisé par 10, donne 9 pour reste, qui, divisé par 9, donne 8 pour reste, divisé par 8, donne 7 pour reste, ..., divisé par 2 donne 1 pour reste ?

### 9 Une grille à remplir.

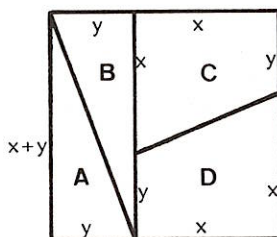


Il suffit d'inscrire dans la grille ci-contre les entiers de 1 à 8, mais de telle façon que deux entiers consécutifs n'occupent jamais deux cases qui se touchent (horizontalement, verticalement ou suivant une diagonale).

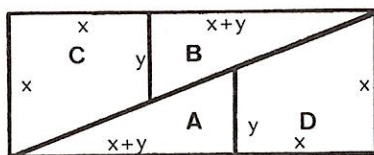
Quel est le nombre de solutions différentes ?

### 10 Un petit paradoxe géométrique.

Considérons un carré de côté  $a$ . Nous partageons ce carré en deux triangles congruents et deux trapèzes congruents.



Nous imaginons ce carré composé des quatre pièces A,B,C et D que nous nous permettons de "réarranger" afin d'obtenir le rectangle suivant:



Si l'aire du carré était de 64 unités ( $x+y = 8$ ,  $x = 5$ ,  $y = 3$ ), l'aire du rectangle serait de ... 65 unités ! Et si les dimensions  $x$  et  $y$  étaient  $x = 8$  et  $y = 5$ , donc une aire de 169 unités, celle du rectangle serait de 168 !!

Pourriez-vous nous expliquer ce paradoxe ? Et peut-être trouver d'autres valeurs de  $x$  et de  $y$  menant à ce type de résultat ?

11

Chimie et Géométrie.

Le carbone (C) est tétravalent, à de très rares exceptions près, ce qui veut dire, par exemple, qu'en présence d'hydrogène (H), qui lui est monovalent, un atome de carbone fixe quatre atomes d'hydrogène.

Quelle sera la configuration dans l'espace de la molécule  $\text{CH}_4$  si l'on admet que chaque atome d'hydrogène souhaite être le plus éloigné possible des trois autres. La configuration ayant été obtenue, calculer les angles que font entre elles deux liaisons C - H .

Vous pouvez répondre à cette question à différents niveaux. D'abord vous aider peut-être à "voir" le problème en dessinant, bien sûr, mais aussi en construisant une représentation dans l'espace (plasticine, ... ou morceau de pomme de terre, pour l'atome de carbone et de petits batonnets pour les liaisons C - H ).

Si la configuration trouvée ne fait plus de doute pour vous, vous pouvez calculer les angles.

Mais en fait, avez-vous démontré que la configuration envisagée est bien celle qui répond à l'énoncé ? Pouvoir le faire dépend de vos connaissances en mathématique.

*(question proposée par Claude Villers et Lucien Vanhamme)*

## 12 Géométrie et Arithmétique.

Voici un carré. Vous avez probablement étudié les isométries (symétries et rotations) qui appliquent un carré sur lui-même.

Dressez la liste de toutes ces opérations. Si vous n'avez pas encore effectué cet exercice, vous pouvez vous aider en découpant un carré de carton et en marquant les quatre sommets sur les deux faces. Vous devez découvrir huit mouvements différents qui appliquent le carré sur lui-même.

Voici maintenant une proportion

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad (1)$$

où les quatre nombres  $a, b, c, d$  sont différents. Il s'agit d'une égalité de deux rapports. Certains déplacements des lettres dans cette égalité sont permises en ce sens, qu'après échange des lettres, on a toujours une égalité. Ainsi,

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

est vraie si (1) l'est ; mais par contre

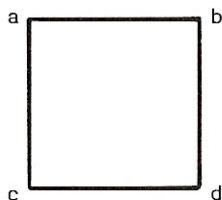
$$\frac{b}{a} = \frac{c}{d}$$

est fausse.

Dressez la liste de tous les déplacements de lettres qui conservent l'égalité.

Pouvez-vous mettre en évidence l'analogie que l'on perçoit entre les deux situations ?

*(inspiré d'une exposition didactique à Rome, octobre 1979)*





# CAR - MATH

*J.P. DECLERCQ, rue de Ten Brielen, 124, 7780 - COMINES*

Le car démarre ... les passagers, professeurs ou élèves, sont tous pleins de bonnes intentions et aspirent à participer d'une façon ou d'une autre à cette grande expédition vers l'inconnu que constitue le lancement de notre revue...

Qu'est-ce que car-math ? ... ou mieux ... que veut-il être ?

D'abord et avant tout une rubrique d'informations sur l'éventail des possibilités que réservent les carrières professionnelles où la mathématique joue un rôle prépondérant.

Cette rubrique sera conçue sous la forme de témoignages d'adultes qui étudient ou qui sont installés dans leur carrière ... elle essaiera de vous informer sur les moyens d'acquérir une formation mathématique au niveau supérieur.

Car-Math a besoin de toi ! ami lecteur ...

Si tu es enseignant ou si tu es étudiant abonné à cette revue, alors les carrières mathématiques t'intéressent certainement ... Tu te poses peut-être certaines questions ... ou tu connais certaines réponses ... alors, pourquoi ne pas les partager ? Envoie-nous tes questions, il se trouvera bien un membre de notre famille de mathématiciens en herbe ou en épi pour t'apporter une réponse!

Si tu veux connaître (ou mieux connaître) les larges possibilités qui s'offrent à toi, apprenti-mathématicien, suis cette rubrique ... au fil des éditions ... nous envisagerons les carrières d'ingénieur, de météorologue, astrologue, actuaire, prof. de math., ... etc ... ainsi que les études à entreprendre pour atteindre ce but, les qualités requises dans chaque profession...

Avant de choisir ta voie, n'oublie jamais que la plus belle carrière que l'on puisse faire est celle que l'on choisit librement en voulant ce que l'on fait.

# Bricolons !

*Dieter SCHOLZ, Athénée Royal d'Eupen, 6ème année 1978-79.*

J'eus l'idée de construire mon premier appareil lorsque mon professeur de physique dessina les figures de Lissajous au tableau. Il s'agit des figures produites par l'intersection de deux courbes sinusoïdales dont les axes font un angle droit. Elles se définissent paramétriquement par  $x = a \sin mt$  et  $y = b \sin nt$  ( $a, b, m$  et  $n$  sont des réels et  $t$  la variable).

Il me semblait qu'un appareil mécanique très simple pouvait dessiner de telles courbes rapidement et avec plus de précision. Depuis lors, c'est-à-dire depuis près d'un an, j'ai construit près de huit appareils différents permettant de dessiner des choses si différentes que des figures de Lissajous (avec une version pour ces courbes dans l'espace), des hyperboles, des exponentielles, des sinusoïdes ainsi que deux versions de planimètre.

Il ne faut pas croire que cela soit difficile ; je viens de quitter l'enseignement secondaire et je ne peux donc pas faire appel à une connaissance théorique trop grande. Comme matériel, j'ai utilisé des systèmes de construction du type de Fischertechnik, du bois et des barres en aluminium. La réalisation pratique nécessite seulement une certaine patience.

Je vous propose aujourd'hui deux appareils assez simples : l'un à propos des sinusoïdes et l'autre permettant de représenter des exponentielles.

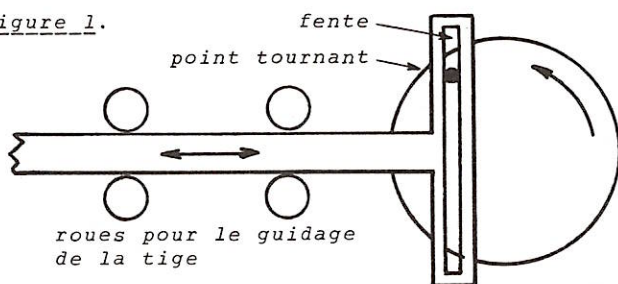
Dessiner une courbe par un procédé mécanique demande de pouvoir se baser sur des propriétés se laissant exprimer par des variations de longueurs (chariots mobiles) et des rotations (engrenages).

Pour la sinusoïde, il suffit de faire appel à deux définitions généralement vues au cours de physique :

1. La sinusoïde est la composition d'un mouvement uniforme horizontal et d'un mouvement sinusoïdal vertical.
2. Le mouvement sinusoïdal est la projection d'un mouvement rotatif sur une droite.

La création du mouvement sinusoïdal est basée sur la seconde définition. (voir figure 1) La barre en forme de T ne transmet que la partie latérale de la rotation : on a ainsi créé le mouvement sinusoïdal. Pour former la sinusoïde, le papier est affecté d'un mouvement continu, et le marqueur d'un mouvement sinusoïdal. La composition de ces deux mouvements permet de décrire une sinusoïde sur le papier. (voir figure 2)

figure 1.



En tournant la manivelle, j'actionne le marqueur. Par la transmission, j'actionne les deux cylindres qui pressent le papier entre eux provoquant son entraînement. Il est à remarquer que la vitesse de rotation de la manivelle n'influence en rien la sinusoïde, les deux mouvements étant parfaitement liés.

J'ai ensuite voulu réaliser l'addition de deux sinusoïdes. Ceci fut obtenu par la construction représentée à la figure 3, et basée sur les propriétés des triangles semblables.

L'appareil ainsi obtenu peut dessiner n'importe quelle addition de deux sinusoïdes. Il est possible de modifier le rapport de période, l'angle de déphasage et le rapport de vitesse entre le marqueur et le papier. Le rapport d'amplitude peut

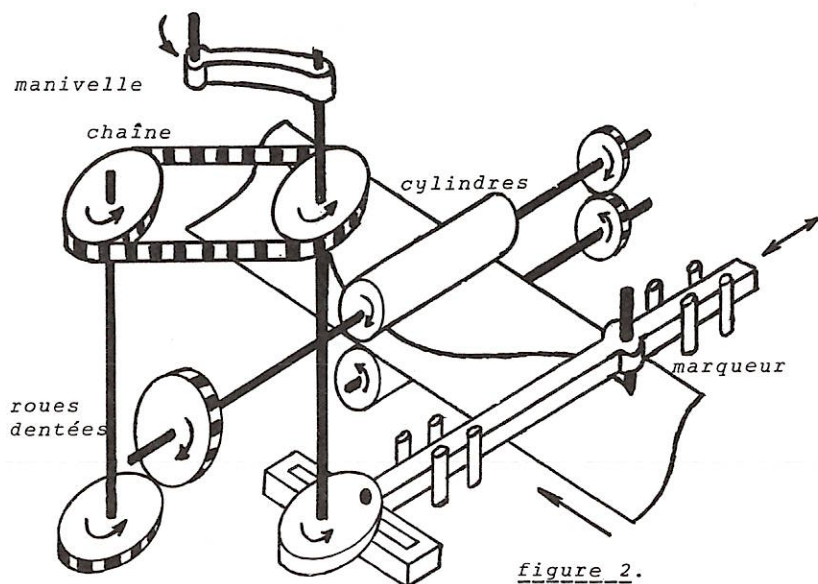
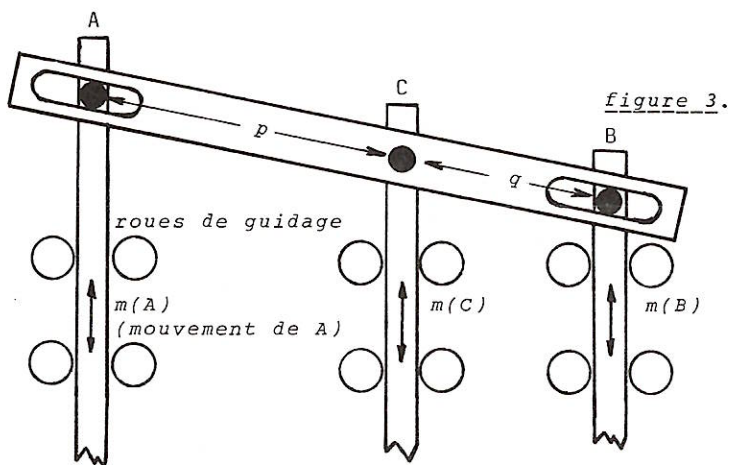
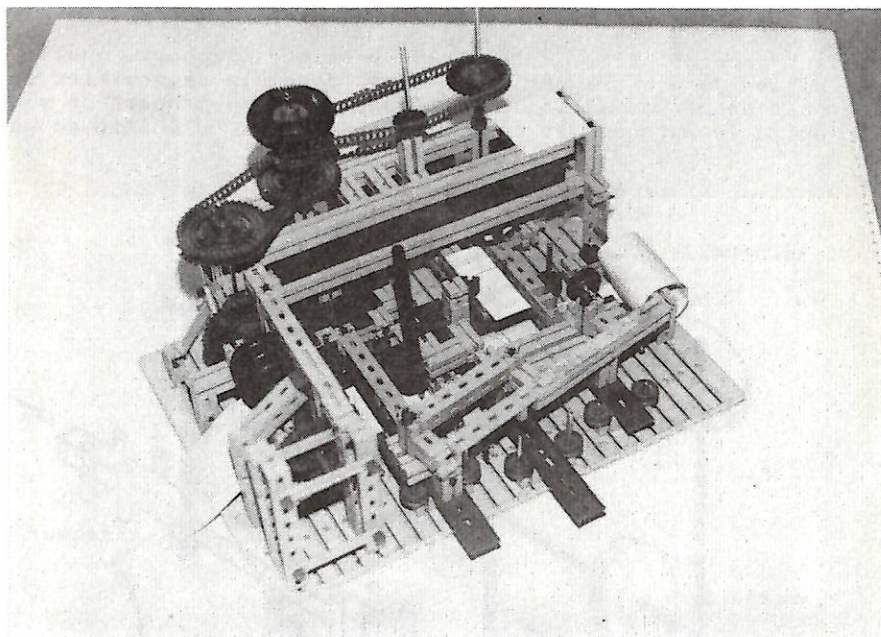


figure 2.



$$m(C) = \frac{q}{p + q} m(A) + \frac{p}{p + q} m(B)$$

$$\frac{\text{amplitude (A)}}{\text{amplitude (B)}} = \frac{q}{p}$$

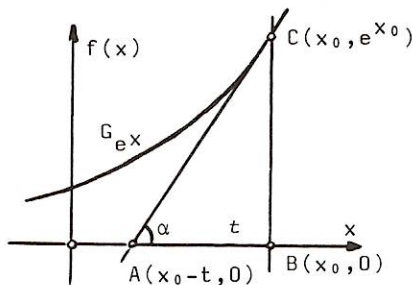


Voici cet appareil : à l'avant-plan, le système d'addition (suivant le schéma de la figure 3) ; le papier défile de la droite vers la gauche ; la roue supérieure sert de manivelle.



également être modifié par le système de leviers représenté ci-dessus. La forme de la courbe est très-précise : moins de 1 mm d'erreur pour 6 cm d'amplitude.

Pour l'exponentielle, je me suis basé sur la propriété



$$(e^x)' = e^x$$

En considérant le triangle ABC, on trouve

$$t = |AB| = \frac{|CB|}{\tan \alpha} = \frac{e^{x_0}}{e^{x_0}} = 1$$

Cette distance t est donc une constante pour tout  $x_0$ .

L'appareil est constitué de 2 chariots : le premier se déplace en direction des x et comporte un système à 4 roues pivotant autour d'un axe, permettant à la tige "tangente" de glisser. La barre "m" sert de voie au second chariot.

Ce dernier comprend le marqueur, le système "4 roues" pour glisser sur le premier chariot, ainsi qu'un axe orthogonal à la tige "tangente". La direction de celle-ci change, provoquant à son tour la modification de la position du chariot et du marqueur. (voir figure 4).

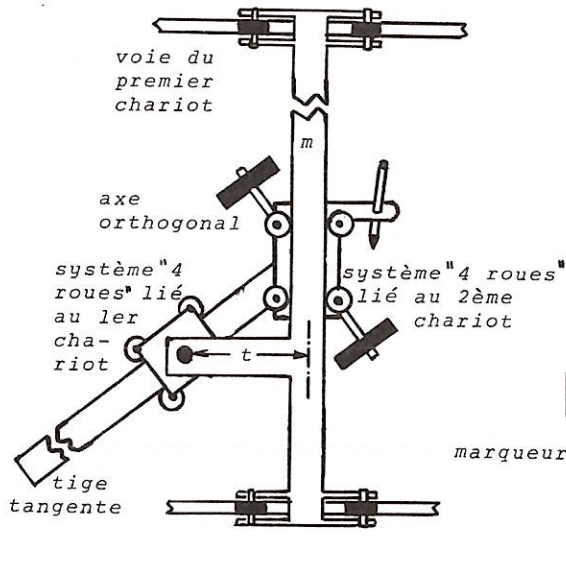
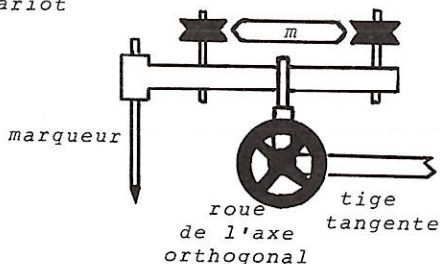


figure 4.



# Algorithme d'Euclide

Cet algorithme est repris dans le 5eme livre d'Euclide et on peut le dater d'au moins 300 av.J.C.. Cet algorithme est une méthode de recherche du *plus grand commun diviseur* de 2 nombres entiers. Il joue un rôle important en mathématique ; c'est pourquoi il a retenu notre attention.

En fait, vous avez souvent employé des diviseurs communs dans les problèmes de simplifications de fractions. Ainsi, examinons quelques méthodes pour simplifier la fraction

$$\frac{72}{162}$$

Une première méthode est de chercher de proche en proche les différents diviseurs communs et de les "biffer" :

$$\frac{72}{162} = \frac{2 \cdot 36}{2 \cdot 81} = \frac{36}{81} = \frac{3 \cdot 12}{3 \cdot 27} = \frac{12}{27} = \frac{3 \cdot 4}{3 \cdot 9} = \frac{4}{9}$$

Une autre méthode est de déterminer que 18 est le plus grand commun diviseur (PGCD) de 72 et 162 et de diviser les 2 membres par 18 en une seule étape :

$$\frac{72}{162} = \frac{18 \cdot 4}{18 \cdot 9} = \frac{4}{9}$$

Un moyen de déterminer le PGCD est d'écrire tous les diviseurs des 2 nombres :

Diviseurs de 72 = {1,2,3,4,6,8,9,12,18,24,36,72}

Diviseurs de 162 = {1,2,3,6,9,18,27,54,81,162}

L'intersection de ces 2 ensembles est {1,2,3,6,9,18} . Le plus grand élément de cet ensemble est le PGCD cherché.

Une autre méthode pour trouver le PGCD est de "factoriser" chaque nombre :

$$\begin{aligned} 72 &= 2.2.2.3.3 \\ 162 &= 2.3.3.3.3 \end{aligned}$$

Ensuite, nous prenons tous les facteurs communs aux 2 "factorisations" (ici un 2 et deux 3) et nous obtenons la mise en facteur du PGCD. PGCD = 2.3.3 = 18

Malheureusement, si les nombres donnés sont grands, la recherche de leur mise en facteur est fastidieuse, voire difficile. Ce qu'Euclide a proposé, c'est une technique de recherche du PGCD basée sur la propriété suivante :

*Si 2 entiers sont multiples d'un même troisième, alors leur différence est aussi multiple de ce troisième entier.*

Pour reprendre notre exemple, on constate que 162 - 72 = 90 est aussi multiple de 18. Ce résultat est une conséquence simple de la distributivité :

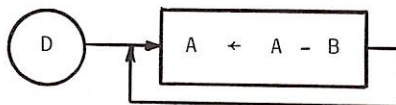
$$\begin{aligned}
 72 &= 18.4 \\
 162 &= 18.9 \\
 90 &= 162 - 72 = 18.9 - 18.4 = 18.(9-4) = 18.5
 \end{aligned}$$

Ainsi, la paire de nombres 72 et 90 admet les mêmes diviseurs communs, et donc le même PGCD, que la paire 162,72. Le problème s'est trouvé simplifié du fait que 90 et 72 sont de plus petits nombres que 72 et 162.

Nous pouvons à nouveau appliquer la méthode et obtenir des nombres plus petits. En fait  $90 - 72 = 18$  et nous obtenons le couple 18, 72. Ensuite le couple 54,18 ; puis 36,18 ; puis 18,18 et enfin 0,18.

### L'Organigramme :

Si A et B sont les 2 entiers proposés,  $A > B$ , l'idée est de remplacer le couple (A,B) par le couple (A-B,B) et de continuer jusqu'à ce qu'un des deux nombres du couple soit zéro. Dans ce cas, l'autre nombre est le PGCD cherché.



Tel est l'idée maîtresse de la méthode d'Euclide.

Nous avons au départ supposé que le premier nombre (A) était supérieur au second (B). Il peut arriver en cours de calcul que la quantité A-B devienne inférieur à A. Dans ce cas, à l'étape suivante, A deviendra négatif. Pour éviter cet ennui il convient donc de comparer les valeurs respectives de A et de B et d'effectuer la soustraction admettant une réponse positive. Voyons cela en détail avec les deux nombres que nous avons choisis :  $A = 162$  ,  $B = 72$

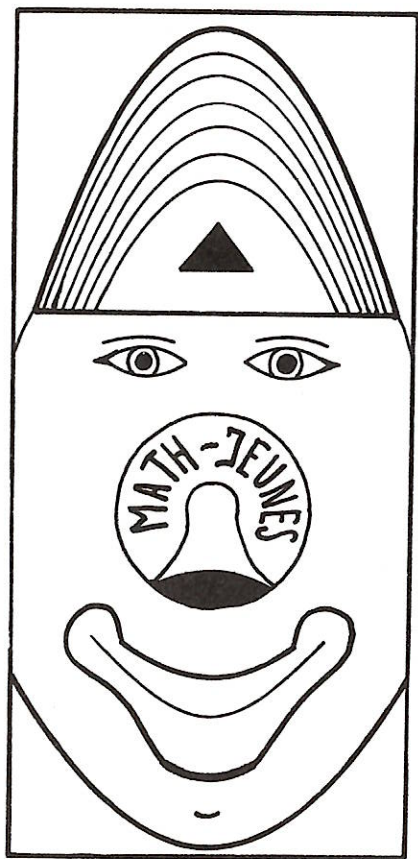
	A	B	A - B
Données initiales	162	72	90
Après 1 étape	90	72	18
Après 2 étapes	18	72	-54
Après 3 étapes	-54	72	-126

Jamais, dans ces conditions, un des deux nombres ne vaudra zéro. Il suffit pour y remédier, de modifier l'ordre de la soustraction à l'étape n° 2, et d'y effectuer  $B - A$ .

Voulez-vous écrire un organigramme complet basé sur cette méthode et nous le faire parvenir. Si vous êtes en forme, vous pouvez aussi nous envoyer le programme en n'oubliant pas de mentionner le type de machine auquel il s'applique.

A propos, quel est le PGCD de 80033 et 63407 ?

## A propos de MATH-JEUNES n° 1



Thérèse LOUIS de LEUZE.

Nous avons proposé par l'intermédiaire de vos professeurs un concours pour illustrer l'en-tête de MATH-JEUNES. Nous avons précisé que les dessins devaient être exécutés dans un cadre de 7 cm x 15 cm. Il y avait une condition supplémentaire, MATH-JEUNES devait figurer dans le dessin.

Ci-contre, un des dessins que nous avons reçu. Malheureusement, il ne servira pas ! Nous avons oublié de préciser qu'il fallait disposer le rectangle pour qu'après réduction, il occupe la place actuelle de l'en-tête.

Un abonnement gratuit est proposé pour les dessins retenus par le jury, et un prix spécial pour celui qui sera finalement sélectionné. Précisons encore que le dessin doit être en noir et blanc.

Plusieurs lecteurs nous ont signalé une coquille dans la rédaction du numéro 1. A l'avant-dernière ligne de texte à la page 4, il faut lire  $N = 6$  et  $E = 5$ . Vous aurez sûrement rectifié. Merci.

Nous avons reçu également un certain nombre de solutions aux problèmes posés dans ce premier numéro. Nous relevons particulièrement la solution au problème numéro 3 de Marc DEGOUYS de Mons.

Au moment où nous publions ce deuxième numéro, il est un peu trop tôt pour publier les meilleures solutions. Nous en reparlerons.