

*En-tête de M.-Ch. BERTIAU  
Athénée Royal de Dour*

Chers amis,

Nous avons eu un sérieux retard dans la parution du n° 19 de notre revue. Il ne nous a donc pas été possible de tenir compte du problème que nous avions sélectionné dans ce numéro pour le Rallye. Celui se clôture donc avec les problèmes du n° 18. Voici le classement final.

1. Emmanuel BARTHOLOME (126 pts) A.R. d'Athus, 3<sup>ème</sup> Rénové.
2. Olivier DECLERCQ (79 pts), A.R. Jean d'Avesnes de Mons
3. Bernard HUBERT (75 pts), Institut St Joseph à Charleroi, 6<sup>e</sup> ScB
4. Edmond DELVENNE (74 pts), Institut St Thomas à Bruxelles, 5<sup>e</sup> ScA
5. Philippe GILSON (74 pts), Collège St Louis, Liège, 5<sup>e</sup> L-M
6. François-Gabriel KNUTS, (74 pts) Sémin. de Floreffe, 6<sup>e</sup> Sc B
7. Marc HASEVOETS (73 pts), Athénée Robert Catteau, Bruxelles, 4<sup>e</sup> ScA
8. Etienne CASTIAUX (72 pts) A.R. Jean d'Avesnes, Mons, 4<sup>e</sup> M.
9. Jean-François GALOPIN (71 pts), Collège St Barthelemy, Liège 6 ScA

Nous enverrons un livre à tous ces courageux "Rallyemen".

Ont également obtenus de bons résultats : Christophe VERMEULEN, Philippe DE BEIR, Marc LEBON, Damien COLLARD, Frédéric GOFFAUX, Philippe ALPHONSE, Pierre WAGENAAR, Philippe BASTIEN, Jean-Pol BRISBOIS, Olivier ROUFOSSE, François VANCOPPENOLLE, Michel SCHAFFERS.

Signalons que plus de 50 de nos abonnés nous ont envoyé l'une ou l'autre réponse. Tous nous les remercions.

Nous espérons que vous serez nombreux à renouveler votre abonnement à MATH-JEUNES pour l'année scolaire 1983-84.

BONNES VACANCES .

*Vous trouverez*

*pages 69 à 74 les solutions des problèmes  
pages 75 à 79 les résultats du challenge*

# Olympiades Internationales

Vous aviez été nombreux à vouloir tenter votre chance. Mais la sélection a été sévère et douze d'entre vous seulement ont participé cette année à la préparation à l'Olympiade Mathématique Internationale :

Philippe ALPHONSE de l'Athénée Royal de Thuin,  
Christian CAPELLE du Collège Saint-Michel de Bruxelles,  
Michel LESOINNE du Collège Saint-Louis de Liège,  
Stéphane MESSENGUY de l'Athénée Royal d'Ottignies,  
Michel SCHAFFERS du Collège Cardinal Mercier de Watreloo,  
Jean-Pierre BIANCHI du Collège Saint-Louis de Liège,  
Wojeiech GEBICKI de l'Athénée Royal d'Etterbeek,  
François-Gabriel KNUTS du Petit Séminaire de Floreffe,  
Eric LEURQUIN du Collège Notre-Dame de Wavre,  
Alain MANGEN de l'Athénée Pagodes à Bruxelles,  
Xavier RUTTEN de l'Athénée Royal d'Andenne,  
Philippe WILMS de l'Ecole Royale des Cadets à Bruxelles.

Les deux premiers sont élèves de 4ème, les trois suivants de 5ème et les autres de 6ème.

Ils ont déjà beaucoup travaillé au cours de trois stages qui ont eu lieu au Domaine des Masures à Han-sur-Lesse : ils ont résolu des équations diophantiennes, appris ce qu'est le principe des " tiroirs ", découvert une curieuse transformation géométrique : l'inversion, approfondi leurs connaissances en combinatoire, manipulé des équations fonctionnelles, etc...

Et ils sont devenus une bande de bons copains qui utilisent leurs loisirs à jouer au tennis, au ping-pong ou encore (et surtout) avec ce fascinant micro-ordinateur dont est équipé depuis peu le domaine des Masures.

Trois d'entre eux partiront au début du mois de juillet représenter la Belgique francophone à l'Olympiade Mathématique Internationale qui, cette année, se déroulera à Paris. Souhaitons-leur d'y faire brillante figure.

Malgré le T-shirt porté par un candidat canadien, souvenir de l'O.M.I. 81, la photo de la page 67 montre les candidats de l'O.M.I. 82 qui a eu lieu à Budapest. Y reconnaissez-vous les deux candidats belges : Ivan DEMAN et Michel GOEMANS ? Ivan a rapporté à la Belgique un troisième prix. Il espérait mieux. Mais les questions étaient fort difficiles.

En voici les énoncés. Pourriez-vous les résoudre ?



XXIIIème Olympiade Internationale de Mathématique.  
Budapest, premier jour, 9 juillet 1982.

1. Soit  $f$  une application de l'ensemble des entiers strictement positifs dans l'ensemble des entiers positifs ou nuls, vérifiant les propriétés suivantes :
  - a) pour tout couple  $(m, n)$ ,  $f(m+n) - f(m) - f(n)$  prend l'une des valeurs 0 ou 1;
  - b)  $f(2) = 0$ ,  $f(3) > 0$  et  $f(9999) = 3333$ .
 Déterminer  $f(1982)$ .
2. Soit  $A_1A_2A_3$  un triangle non isocèle de côtés  $a_1, a_2$  et  $a_3$  ( $a_i$  est le côté opposé à  $A_i$ ). Pour tout  $i$ ,  $1 \leq i \leq 3$ , on désigne par  $M_i$  le milieu du côté  $a_i$ , par  $T_i$  le point de contact du cercle inscrit avec le côté  $a_i$  et par  $S_i$  le symétrique de  $T_i$  par rapport à la bissectrice intérieure de l'angle de sommet  $A_i$ . Montrer que les droites  $M_1S_1$ ,  $M_2S_2$  et  $M_3S_3$  sont concourantes.

3. On considère les suites  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  de réels strictement positifs vérifiant les propriétés suivantes :

$$x_0 = 1 \text{ et}$$

$$\text{pour tout } i \geq 0, x_{i+1} \leq x_i$$

- a) Montrer que pour chacune de ces suites, il existe un entier  $n \geq 1$ , tel que :

$$\frac{x_0^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \dots + \frac{x_{n-1}^2}{x_n} \geq 3,999$$

- b) trouver une telle suite vérifiant :

$$\text{pour tout } n \geq 1, \frac{x_0^2}{x_1} + \frac{x_1^2}{x_2} + \dots + \frac{x_{n-1}^2}{x_n} < 4$$

temps de travail : 4h 30.

2ème jour : 10 juillet 1982.

4. Soit  $n$  un entier strictement positif. Montrer que si l'équation  $x^3 - 3xy^2 + y^3 = n$  admet une solution entière (c'est-à-dire un couple  $(x, y)$ , solution, appartenant à  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ) alors elle admet au moins trois solutions entières. Montrer que pour  $n = 2891$ , l'équation n'admet aucune solution entière.
5. Les diagonales AC et CE d'un hexagone régulier ABCDEF sont divisées respectivement par des points intérieurs M et N de telle sorte que :  $\frac{AM}{AC} = \frac{CN}{CE} = \lambda$ . Déterminer  $\lambda$  lorsque B, M et N sont alignés.
5. Soit C un carré dont la longueur de chaque côté est 100.  $L = A_1 A_2 \dots A_n$  est une ligne polygonale non fermée ( $A_0 \neq A_n$ ), sans point double, contenue dans C, telle que pour tout point P du bord de C il existe un point de L dont la distance à P ne dépasse pas  $1/2$ . Montrer qu'il existe deux points X et Y de L tels que la distance de X à Y soit inférieure ou égale à 1 et tels que la partie de la ligne polygonale L comprise entre X et Y ait une longueur supérieure ou égale à 198.

temps de travail : 4h 30.

Aimeriez-vous faire partie de l'équipe 84 ? Si vous pensez avoir les qualités requises et si vous êtes actuellement en 3ème, 4ème ou 5ème, écrivez à l'adresse suivante :

C. FESTRAETS, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 - Bruxelles, en mentionnant vos nom, prénom et adresse, le nom de l'école où vous êtes élève et la classe où vous serez pendant l'année scolaire 83.84.

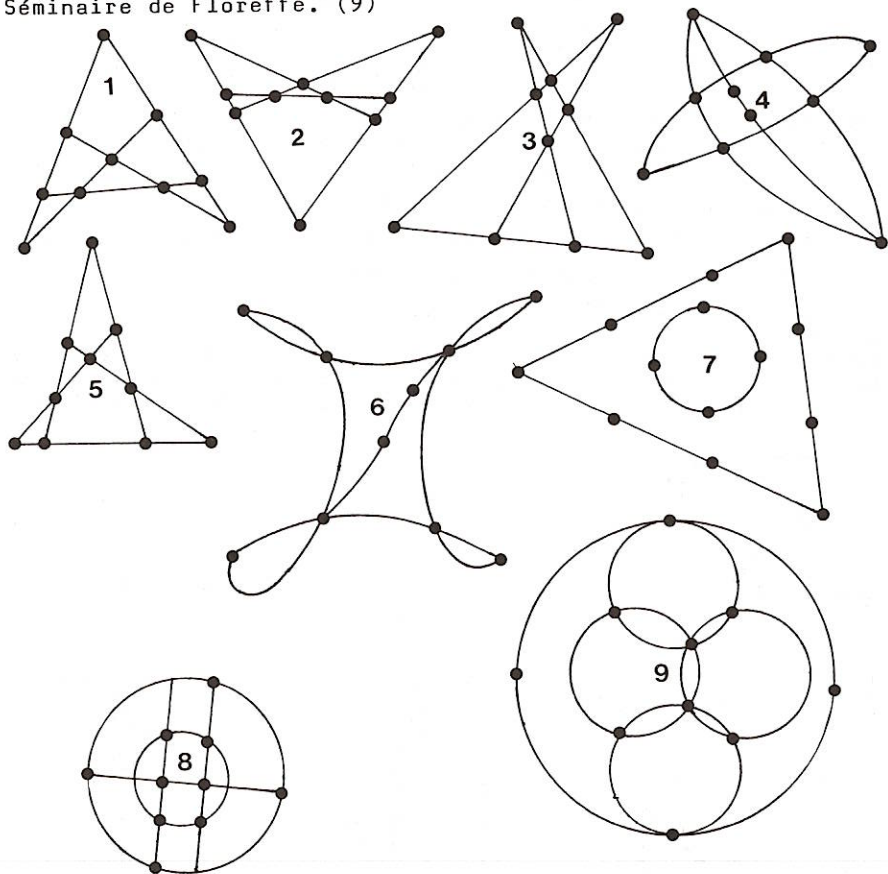


# Le coin des problèmes

## par Ghilaine Marin

**R80**

Les figures 1 à 5 revinrent souvent. Plus originales furent les figures de François-Gabriel KNUTS, 6Scb au Petit Séminaire de Floreffe (6), Dominique GUIOT, 6e rénové à St Marie d'Arlon (7), Philippe GILSON, 51m au Collège St-Louis de Liège (8) et Pierre WAGENAAR, 4e au Petit Séminaire de Floreffe. (9)



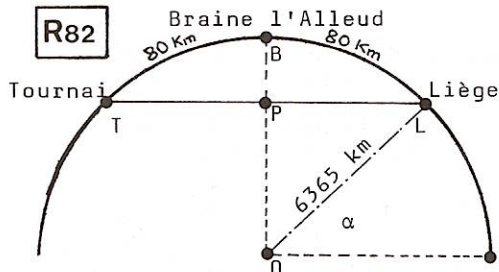
En tout, plus de 200 réponses représentant 34 modèles de château fondamentalement différents.

**R81**

En appliquant le théorème de Pythagore, on trouve  $2x$  :

$$2x = \sqrt{200^2 + 50^2} \text{ cm} = 250 \text{ cm}$$

Ils parcourent donc chacun  $x = 125 \text{ cm}$

**R82**

La distance économisée est  
160 km -  $d(T, L)$

$$\text{Or } d(T, L) = 2 d(P, L)$$

Cherchons  $\alpha$  :  $360^\circ \leftrightarrow 2 \pi \cdot 6365 \text{ km} = 39992,47448 \text{ km}$   
d'où l'on tire :  $80 \text{ km} \leftrightarrow 0,7201354848^\circ$   
et  $\alpha = 89,27986452^\circ$

$$d(P, L) = 6365 \times \cos \alpha = 79,99789371 \text{ km}$$

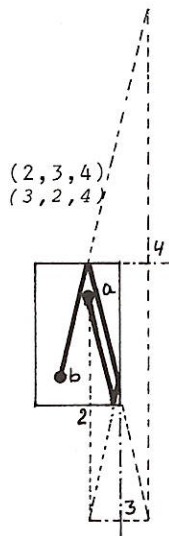
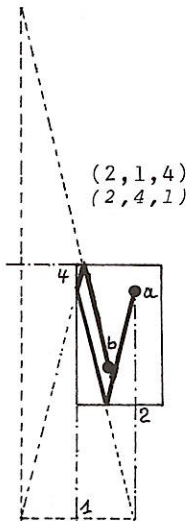
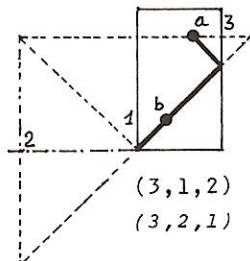
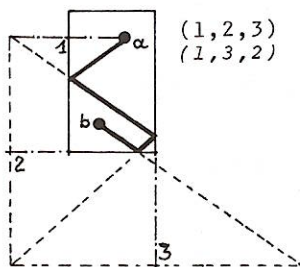
L'économie est donc de  $160 \text{ km} - 159,9957874 \text{ km} = 4,2125712 \text{ m}$

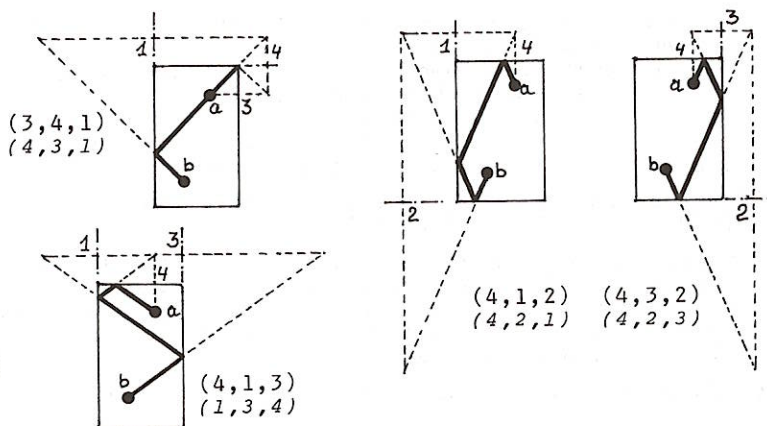
La hauteur de la cheminée est donnée par  $d(P, B)$

$$d(P, B) = 6365 - 6365 \sin \alpha = 502,742784 \text{ m}$$

**R83**

La démonstration la plus claire (et la mieux présentée) est celle de Olivier DECLERCQ, 4e littéraire à l'Athénée Royal Jean d'Avesnes de Mons. Voici les 8 solutions :





Des 24 solutions théoriques, 8 ne sont réalisables que si les bandes sont infinies, les 16 autres se partagent en deux groupes de 8 qui mènent aux 8 différents parcours ci-dessus.

**R84**

Le triangle 7,15,20 est curieux car le nombre qui représente sa surface est le même que celui qui représente son périmètre comme on le voit en appliquant la formule de Héron pour trouver la surface : si  $p$  est le demi-périmètre, ( $p = 21$ )

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 42$$

et le périmètre est aussi 42.

D'autres triangles de ce type se trouveront en cherchant les solutions entières de l'équation :

$$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = a+b+c$$

$$p(p-a)(p-b)(p-c) = (a+b+c)^2 = 2p \times (a+b+c)$$

$$(p-a)(p-b)(p-c) = 2 \times ((p-a) + (p-b) + (p-c)) \times 2$$

et en posant  $p-a = x$ ,  $p-b = y$ ,  $p-c = z$ , on devra résoudre l'équation diophantienne :

$$xyz = 4(x+y+z)$$

La plupart des solutions que nous avons reçues ont ici appelé à l'informatic. La solution la plus élégante est d'Emmanuel BARTHOLOME, 3e à l'Athénée Royal d'Athus. Il trouve comme triangle curieux : (6,25,29) (9,10,17) (6,8,10) et (5,12,13)

François VANCOPPENOLLE, 4e au Collège Sainte Marie de Mouscron a lui prouvé par l'algèbre que les deux seuls triangles curieux et rectangles étaient les deux derniers cités. Bravo!

Signalons que la notion de triangle curieux est due à M. BARISIEN dans un article paru en 1913 (janvier) de la revue MATHESIS.

**R85**

On détermine les chiffres successifs du 1000000e nombre en commençant par la gauche.

Le dernier chiffre à gauche est soit 1, soit 2, ..., soit 9 et il y a autant de nombres commençant par 1, que par 2, ... que par 9; soit  $9! = 362880$  de chaque sorte. Si ces nombres sont écrits dans l'ordre croissant, les 362880 premiers commencent par 1, les 362880 suivants par 2, etc...

Le 1000000e nombre sera donc le 274240 nombre commençant par 3 ( $1000000 - 2.362880 = 274240$ )

On recommence le même raisonnement pour déterminer le 2ème chiffre; il peut être 0,1,2,4,5,6,7,8,9. Il y a donc  $8! = 40320$  nombres commençant par 30, par 31, par 32, par 34, ..., par 39. Le 274240e de cette liste sera le 32320e commençant par 37 ( $274240 - 6.40320 = 32320$ )

Et ainsi de suite ... On obtient finalement 3782915460

**R86**

Si  $x$  est le nombre d'années à attendre, on obtient:

$$2(16 + x) = 48 + x$$

$$32 + 2x = 48 + x$$

$$x = 16$$

Au bout de 16 ans, elle aura 32 ans et lui 64ans.

**R87**

Le jardinier fait le même chemin pour aller du tas de terreau à un arbre que pour en revenir. Pour aller au premier arbre, il parcourt 10 m; pour aller au second, il fait 16 m; ... Pour apporter le terreau au 30 arbres, il parcourt donc  $10 + 16 + 22 + \dots$  m

On reconnaît une suite arithmétique de premier terme 10, de raison 6 et de 30 termes.

$a$  : premier terme

Si  $n$  : nombre de termes, alors  $S = \frac{(2a + (n-1)r)}{2} n$

$r$  : raison

On trouve que la somme des allers vaut 2910 m. En tout, le jardinier a donc parcouru 5820 m

**R88**

On part du top de 0 heure 0 minute. L'aiguille des minutes prend sa course et repasse devant l'aiguille des heures un peu après 1 heure, puis entre 2 et 3, ... et finalement à 12 h après 11 superpositions à intervalles réguliers de 12/11 d'heure, c'est-à-dire 1 heure et 1/11e

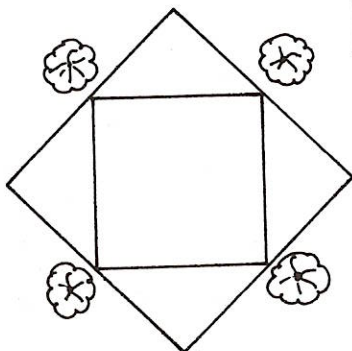
Les coïncidences sont : 1h  $\frac{1}{11}$ , 2h  $\frac{2}{11}$ , ..., 11h  $\frac{11}{11} = 12$ h

ou encore 1h 5'27", 2h 10'54", 3h 16'21", 4h 21'49", 5h 27'16", 6h 32'43", 7h 38'10", 8h 43'38", 9h 49' 5", 10h 54'32" et 12h

**R89**

Voir le schéma à la page suivante : simple, mais il fallait y penser !





**R90**

Voici l'ordre des meubles à déménager :

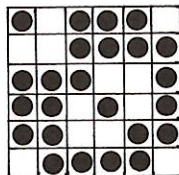
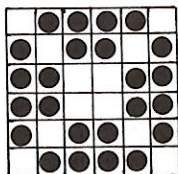
- 1 : piano
- 2 : bibliothèque
- 3 : buffet
- 4 : piano
- 5 : table
- 6 : sofa
- 7 : piano
- 8 : buffet
- 9 : bibliothèque
- 10 : table
- 11 : buffet
- 12 : piano
- 13 : sofa
- 14 : buffet
- 15 : table
- 16 : bibliothèque
- 17 : piano

**R91**

Pendant les 10 premiers jours, l'escargot s'élèvera de 1 m par jour et le 11ème jour, il franchira les 5 derniers mètres !

**R92**

Voici deux solutions possibles :



**R93**

Soit  $S$  la surface totale du territoire.

Surface en mer :  $S/4$

Soit  $x$  la proportion de territoire en mer sans pétrole

Surface de mer à pétrole :  $(\frac{1}{4} - x)S$

Surface de mer sans pétrole :  $xS$

Surface de désert sans pétrole :  $6xS$

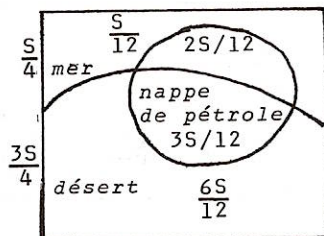
Surface totale :  $\frac{S}{4} - xS + xS + 3xS + 6xS = S$

On en déduit aisément  $x = 1/12$

La proportion cherchée est :

$$\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)S = \frac{1}{6}S$$

$$\left(\frac{3}{12}\right)S + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right)S = \frac{1}{4}S + \frac{1}{6}S = \frac{2}{5}S$$



**R94**

Le périmètre à l'étape  $n-1$  vaut  $8b$   
et à l'étape  $n$ , il vaut  $12a$

Or, dans le triangle  $ABE$ ,

$$a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = b^2$$

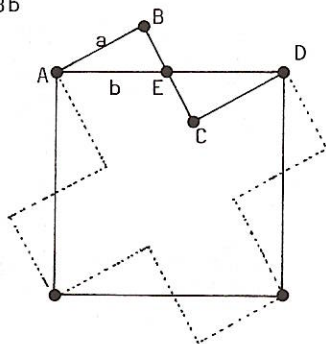
d'où l'on déduit :  $a = \frac{2b}{\sqrt{5}}$

et l'équation de récurrence :

$$P_n = \frac{3}{\sqrt{5}} P_{n-1}$$

et en posant  $P_1 = 1$ , on a

$$P_n = \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^{n-1}$$



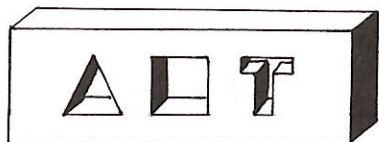
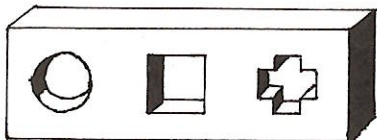
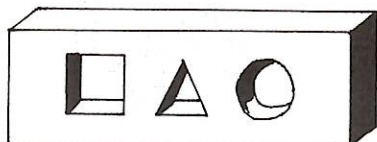
Quant à la surface, elle est constante !

Puisque  $3 > \sqrt{5}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = \infty$ .  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S_0 = \text{Constante}$ .

(C'est bien un fractal ...)  $nf = 3$

$rh = \frac{d(A,D)}{d(A,B)} = \frac{2b}{a} = \sqrt{5}$  et  $\dim = \frac{\log(nf)}{\log(rh)} \approx 1,36521$

**R95**



# Résultats du Challenge

## MINI

Un premier prix est attribué à

Emmanuel BARTHOLOME , 3e Rénové, A.R. Athus

Travail exécuté sur Sinclair ZX81.  
Bonne documentation, résultats bien complets, programmes efficaces. Emmanuel joint à son deuxième envoi une cassette avec l'enregistrement de son programme

Olivier LANGHENDRIES, 4e Math-Sciences, collège St. Vincent à Soignies

Travail exécuté sur une HP 34C. Bons résultats avec des moyens limités mais judicieusement utilisés.

Un deuxième prix est attribué à

Sébastien SCHAECK , 4e Rénové, Institut St Joseph à Charleroi

Travail exécuté sur TI 99/A  
Bonne réalisation et présentation intelligente quoiqu'un peu confuse par endroits.

Pascal DUTRY, 4e Rénové, A.R. de Lessines

Travail exécuté sur Apple II  
Présente un listing avec commentaires et organigramme

Cathy BELENGER, 3e Rénové, Lycée du Berlaymont à Ohain

Travail exécuté sur Sinclair ZX81  
Très bonne analyse logique de la seconde question (la première était un peu plus faible). Travail très sérieux

Marcel MARY, 3e Rénové, Collège Ste Gertrude à Mons-

Travail très personnel, proprement présenté, pas assez documenté, mais clair.

Les autres réponses contiennent parfois d'excellentes parties mais sont incomplètes. En particulier - manque de commentaires - manque d'organigrammes - solutions incomplètes.

Mentionnons aussi une bonne réponse à la première question de Denis DESMET de 3e Rénové à l'Institut Notre Dame de la Paix à Bruxelles. Dommage qu'il n'ait pas participé à la seconde épreuve.

# MAXI

Un premier prix est attribué à

Etienne ROUVROY et Patrick MELLAERTS, élèves de 5e Ré-nové au Collège Christ-Roi d'Ottignies

Travail très complet, soigné et très subtil sur le plan informatique - grande maîtrise de la machine et de l'imprimante - bonne recherche mathématique

Stéphane CARLIER, élève de 5e Math de l'A R d'Ath

Travail très étudié sur le plan mathématique - très bonne réalisation informatique - dessins complets

Xavier RUTTEN, élève de l'A R d'Andenne

Travail sérieux et bien complet. Le dessin de la deuxième épreuve n'est pas calculé mais effectué sur les résultats en DATA et pas parfait.

Un deuxième prix est attribué à

Christophe VERMEULEN, élève de 6e au Collège Notre Dame à Tournai

Travail synthétique, bien clair - bon souci d'efficacité dans le temps de calcul surtout

François-Gabriel KNUTS, élève de 6e au Petit Séminaire de Floreffe

Réalisation complète sur HP 41 - Bons résultats mais le premier programme était un peu faible.

Parmi les réponses à la deuxième épreuve signalons de bonnes solutions de certains qui n'avaient pas participé à la première à Jean-Michel GALAIS et Yves LEGRAND de l'Institut St Joseph à Chatelet, Olivier LEGRAND du Collège St Pie X de Chatelineau, Patrick BLOCK de l'E.T.S.S. Saffraenberg à St Trond, Nadia FASHI de l'Institut technique de l'Etat à Evre.

Signalons aussi que certains nous ont fait parvenir des programmes, mais n'ont pas éprouvé le besoin de les commenter ni de répondre aux questions précises qui étaient posées. Leur travail est donc incomplet.

\* \* \*

Les deux programmes proposés aux pages suivantes sont écrits en BASIC pour l'APPLE II, mais sont facilement adaptables pour un autre outil informatique. Nous avons malheureusement dû, faute de place, supprimer les commentaires et titres qui accompagnaient ces listes, mais le lecteur un peu habitué les restituera facilement.



Voici un listing solution au problème qui consiste à chercher les points à coordonnées entières d'un cercle dont le carré du rayon est un entier. Il a été proposé par Pascal DUTRY élève de 4e Rénové de l'Athénée Royal de Lessines.

```

100 DIM A(100),B(100),P(100):C = 0
110 HOME : INPUT "DONNEZ LE CARRE DU RAYON (< 6000) : ";R2
120 IF R2 > 6000 GOTO 110
130 HOME : PRINT "DESIREZ-VOUS : "; PRINT : PRINT " 1) LA LISTE DES COORDONNEES ENTIERES"
140 PRINT : PRINT " 2) LE DESSIN DU POLYGONE CONSTRUIT      A PARTIR DE CES COORDONNEES"
150 PRINT : PRINT " 3) INTRODUIRE UN NOUVEAU RAYON"
160 PRINT : PRINT " 4) QUITTER LE PROGRAMME"
170 PRINT : PRINT "      VOTRE CHOIX (1/2/3/4) ? "; INPUT " ";T
180 IF T < 1 OR T > 4 GOTO 170
190 IF T = 3 GOTO 110
200 IF T = 4 THEN HOME : END
210 R = INT ( SQR (R2)):C = 0
220 FOR X = 0 TO R
230 K = R2 - X * X : Y = SQR (K)
240 F = Y * 10000:Y = ( INT (F)) / 10000
250 IF Y - INT (Y) = 0 THEN C = C + 1:A(C) = Y:B(C) = X
260 P(C) = Y: NEXT X
270 IF C = 0 THEN HOME : PRINT "PAS DE POINTS A COORDONNEES ENTIERES !": GOTO 360
280 IF T = 2 GOTO 390
290 HOME : PRINT "VOICI LES COORDONNEES ENTIERES : "; PRINT
300 FOR W = 1 TO C
310 IF A(W) < > 0 THEN PRINT "(";B(W);","; - A(W);")";
320 PRINT TAB( 10);"(";B(W);",";A(W);")";
330 IF B(W) < > 0 THEN PRINT TAB( 20);"("; - B(W);",";A(W);")";
340 IF A(W) < > 0 AND B(W) < > 0 THEN PRINT TAB( 30);"("; - B(W);","; - A(W);")": GOTO 350
350 PRINT : NEXT W
360 PRINT : PRINT "<RETURN> POUR REVENIR AU MENU ": GET A#
370 IF ASC (A#) = 13 THEN TEXT : GOTO 130
380 GOTO 280
390 HGR : HCOLOR= 3: FOR S = 0 TO R
400 X = 140 + S:X2 = 140 - S
410 Y = 80 - P(S):Y2 = 80 + P(S)
420 HPLLOT X,Y: HPLLOT X2,Y: HPLLOT X,Y2: HPLLOT X2,Y2
430 NEXT S
440 FOR Q = 2 TO C
450 X = B(Q) + 140:X2 = 140 - B(Q)
460 Y = 80 - A(Q):Y2 = 80 + A(Q)
470 HPLLOT B(Q - 1) + 140,80 - A(Q - 1) TO X,Y
480 HPLLOT B(Q - 1) + 140,80 + A(Q - 1) TO X,Y2
490 HPLLOT 140 - B(Q - 1),80 + A(Q - 1) TO X2,Y2
500 HPLLOT 140 - B(Q - 1),80 - A(Q - 1) TO X2,Y
510 NEXT Q
520 IF B(C) = 0 THEN GOTO 570
530 HPLLOT B(C) + 140,80 - A(C) TO B(C) + 140,80 + A(C)
540 HPLLOT B(1) + 140,80 + A(1) TO - B(1) + 140,80 + A(1)
550 HPLLOT - B(C) + 140,80 + A(C) TO - B(C) + 140,80 - A(C)
560 HPLLOT - B(1) + 140,80 - A(1) TO B(1) + 140,80 - A(1)
570 VTAB 21: GOTO 360

```

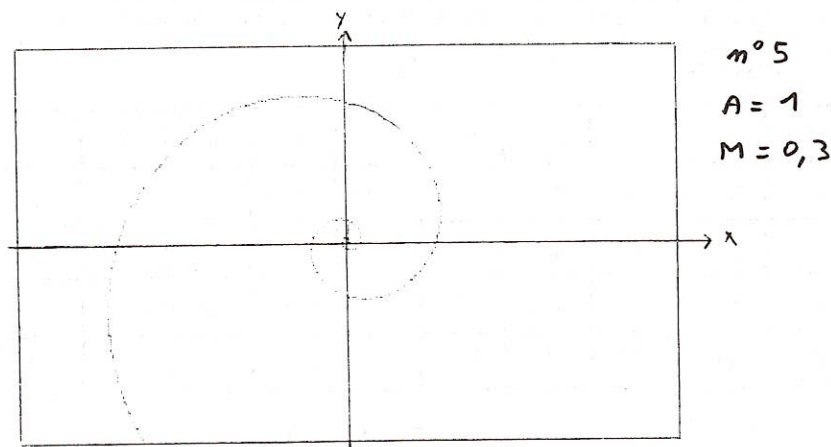
Voici un listing solution au problème qui consiste à chercher les points à coordonnées entières d'une sphère dont le carré du rayon est un entier. il a été proposé par Etienne ROUVROY et Patrick MELLAERTS.

```

100 HOME
110 DIM X(100),Y(100),Z(100)
120 A$ = "*****"
130 PRINT "DESTREZ-VOUS TRAVAILLER AVEC IMPRIMANTE (O/N) ? "; GET X$
140 IF X$ < > "O" AND X$ < > "N" GOTO 130
150 IF X$ = "O" THEN PRINT "BRANCHEZ L'IMPRIMANTE. ET APPUYEZ SUR UNE TOUCHE"; GET X$
160 INPUT "CARRÉ DU RAYON = ";R2;R = SQR (R2)
170 I = 0
180 IF R > 20 THEN PRINT "PATIENCE"
190 FOR X = 0 TO R * .57735027
200 FOR Y = X TO .70710678 * SQR (R * R - (X * X))
210 FOR Z = Y TO R
220 IF X * X + Y * Y + Z * Z = R2 THEN I = I + 1;X(I) = X;Y(I) = Y;Z(I) = Z
230 NEXT Z,Y,X
240 HOME : PRINT
250 HTAB 6: PRINT A$
260 HTAB 6: PRINT " * TABLEAU DES SOLUTIONS *"; CHR# (7)
270 HTAB 6: PRINT A$
280 PRINT
290 IF I = 0 THEN PRINT "PAS DE SOLUTIONS !"
300 PRINT "LE RAYON DE LA SPHERE VAUT : ";R
310 PRINT "LE CARRÉ DU RAYON VAUT : ";R2
320 PRINT
330 HTAB 4: PRINT "X"; HTAB 10: PRINT "Y"; HTAB 16: PRINT "Z"
340 FOR J = 1 TO I
350 PRINT J: HTAB 4: PRINT X(J); HTAB 10: PRINT Y(J); HTAB 16: PRINT Z(J)
360 NEXT J
370 PRINT "APPUYEZ SUR UNE TOUCHE : "; GET X$
380 HOME : HGR : HCOLOR= 3
390 HPLOT 140,0 TO 140,159
400 HPLOT 0,80 TO 279,80
410 E = INT (80 / R)
420 FOR J = 1 TO I
430 A = X(J);B = Y(J); GOSUB 510
440 B = Z(J); GOSUB 510
450 A = Y(J); GOSUB 510
460 B = X(J); GOSUB 510
470 A = Z(J); GOSUB 510
480 B = Y(J); GOSUB 510
490 NEXT J
500 END
510 HCOLOR= 3
520 IF A = 0 OR B = 0 THEN HCOLOR= 0
530 HPLOT 140 + E * A,80 - E * B
540 HPLOT 140 - E * A,80 - E * B
550 HPLOT 140 + E * A,80 + E * B
560 HPLOT 140 - E * A,80 + E * B
570 RETURN

```

Tracé de la spirale  $\rho = e^{.3\theta}$  réalisé par Xavier RUTTEN



## Un problème pour vos vacances

Un problème à résoudre sur micro-ordinateur ou sur calculatrice (hors challenge) pour occuper les jours pluvieux de vos vacances .

On donne dans un plan trois points  $A, B, C$  (non alignés). Les coordonnées de ces trois points sont des couples de nombre entiers.

On demande de déterminer :

1) le nombre  $X$  de points à coordonnées entières situés sur les côtés du triangle  $ABC$  . Par côtés, on entend les segments fermés  $[AB]$  ,  $[BC]$  et  $[CA]$  . Le nombre  $X$  vaut donc au moins 3 .

2) le nombre  $Y$  des points à coordonnées entières situés à l'intérieur du triangle  $ABC$  . Le nombre  $Y$  peut donc être nul.

3) à partir des deux nombres  $X$  et  $Y$  trouvés, d'exprimer la surface  $S$  du triangle  $ABC$  , l'unité de surface étant le quadrilatère de sommets  $(0,0); (0,1); (1,1); (1,0)$ .

# Détente

Du départ 150, il faut atteindre l'arrivée 150. Le déplacement s'effectue dans tous les sens d'une case à une autre case voisine ( côté ou sommet commun ). Pour passer d'une case à l'autre, il faut que leurs deux nombres admettent au moins un diviseur commun autre que 1.

150	39	182	61	176	2	44	6	93	17
45	81	14	73	11	277	224	12	217	16
5	112	9	504	252	99	7	35	924	693
25	147	41	533	26	9	135	162	733	115
162	168	24	443	112	14	125	625	5	150

Cette fois, vous partez de A et allez en B. La règle de passage est schématisée ci-contre. Bonne chance !



40	44	46	50	53	56	59	62	65	69
32	37	40	43	46	49	52	58	61	64
28	30	33	38	43	48	53	58	59	60
21	23	29	34	37	39	44	51	54	56
15	20	25	28	31	34	37	44	47	52
9	11	18	21	28	31	34	37	39	46
1	6	11	16	21	25	27	33	36	39

MATH-JEUNES est une publication bimestrielle de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'Expression Française. (S.B.P.M.e.f., A.S.B.L.)

Edition et Rédaction: J. Miéwis et W. Vanhamme.  
Courrier: Math-Jeunes, Av. de Péville, 150, 4030 - Liège.  
Abonnement: 5 numéros + 1 hors série : Math-Jeunes, Cpt.: 001-0828109-96, Ch. des fontaines, 14bis, 7460 - Casteau. (Belgique 60FB - Etranger 120 FB). Les abonnements sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur.