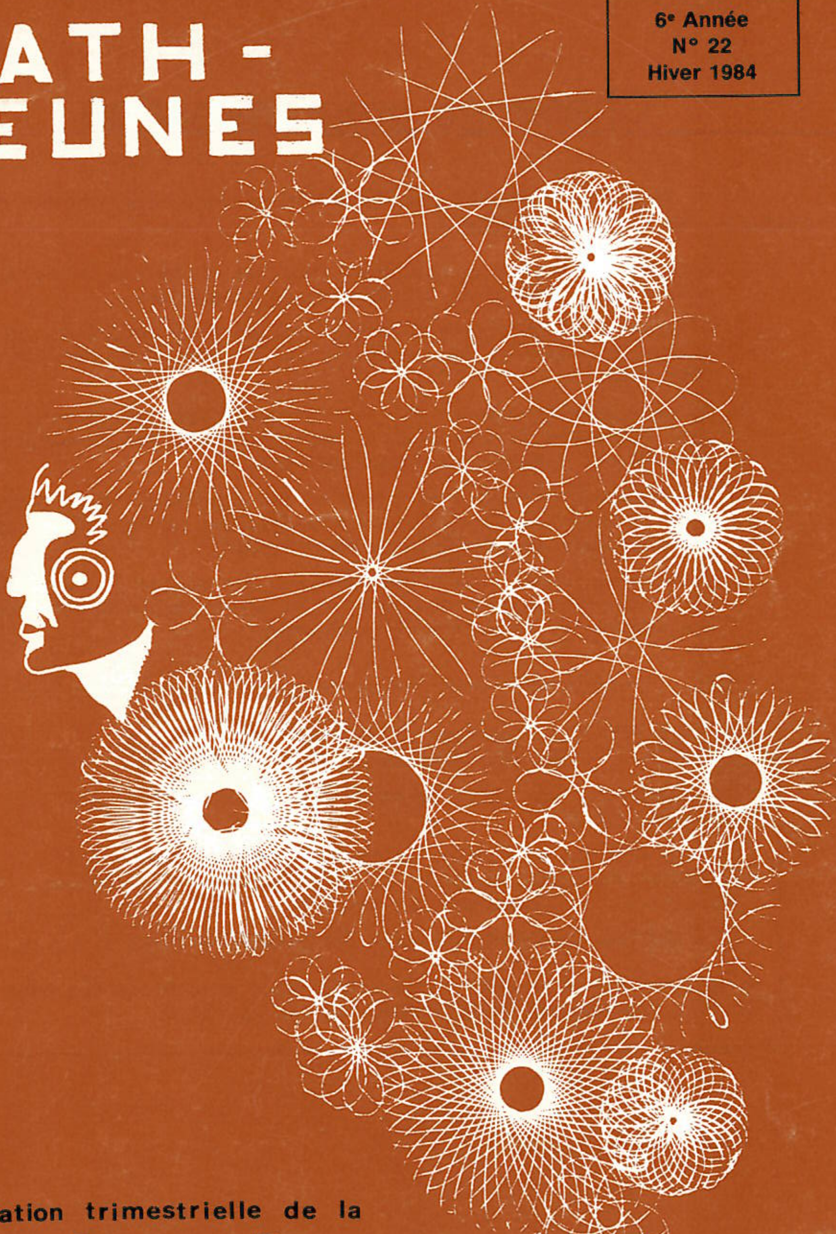
MATH-JEUNES

6e Année
N° 22
Hiver 1984



Publication trimestrielle de la
SOCIETE BELGE des PROFESSEURS
de MATHEMATIQUE d'Expression Française (A.S.B.L.)

Challenge programmation

Cette année, le CHALLENGE PROGRAMMATION ne comportera qu'une seule épreuve. En voici le règlement.

1. Peuvent participer au challenge tous les abonnés à la revue MATH-JEUNES, élèves de l'enseignement secondaire.
2. L'épreuve unique comprend la réalisation d'un programme sur micro-ordinateur ou sur calculatrice. Le thème est présenté plus loin.
3. Le programme proprement dit sera présenté dans un listing et sera acompagné de commentaires explicatifs et des résultats obtenus sur quelques exemples numériques.
4. Les épreuves devront être rentrées aux responsables du journal au plus tard pour le 1er avril accompagnées du formulaire qui paraîtra dans le numéro 23 de MATH-JEUNES.
5. On tiendra compte dans l'appréciation des copies de la rédaction et de la présentation (analyse de la situation, présentation des résultats, rédaction du programme)

THEME

On considère les équations de la forme $ax + by = c$
où a, b, c *sont des éléments de* $\mathbb{Z}$ *et* $a \neq 0 \neq b$

On recherche d'une telle équation les solutions entières (éléments de $\mathbb{Z}$ *).*

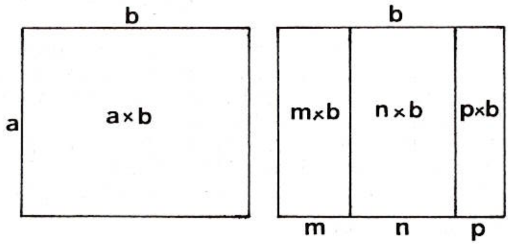
On vous demande de construire un programme qui donne les solutions de cette équation, si elles existent, et indique l'impossibilité quand elle se présente.

Il n'est pas interdit de tenter des généralisations !

Vous trouverez à la page 25 de cette revue un article qui vous propose une méthode de résolution de ces équations.

La multiplication à travers les âges

1. LA METHODE EGYPTIENNE



Les Egyptiens associaient le produit de deux nombres a et b à l'aire (axb) du rectangle de côtés a et b.

Cette méthode permet de visualiser le résultat suivant:

Si b = m + n + p alors a x b =(m x b)+(n x b)+(p x b)

Ce résultat des plus simples permet d'effectuer n'importe quelle multiplication si on peut multiplier par 2. Voici comment ils raisonnaient.:

31 x 27 =(31 x 16)+(31 x 8)+(31 x 2)+ 31
=(31 x 2 x 2 x 2 x 2)+(31 x 2 x 2 x 2)+(31 x 2)+ 31

Voici à présent comment ils disposaient les calculs:

```
 31     27        31 x 27
                 =31 x ( 2 x 13 + 1 )
                 =(31 x 2 x 13) + 31
                 =62 x 13 + 31
                         je retiens:              31
                      et je calcule à présent:
 62     13        62 x 13
                 =62 x ( 2 x 6 + 1 )
                 =(62 x 2 x 6) + 62
                 =124 x 6 + 62
                         je retiens:              62
                      et je calcule à présent:
124      6        124 x 6
                 =124 x ( 2 x 3 )
                 =(124 x 2 x 3)
                 =248 x 3
                         pas de retenue
                      et je calcule à présent:
248      3        248 x 3
                 =248 x ( 2 x 1 + 1 )
                 =(248 x 2 x 1) + 248
```

=496 x 1 + 248

je retiens: 248

et je calcule à présent:

496 1 496 x 1

ce qui nous donne: 496

et si l'on additionne les nombres de la dernière colonne:

31 + 62 + 248 + 496 = 837

Dans la colonne de gauche, le nombre 31 est multiplié sans cesse par 2. Dans la seconde colonne, c'est 27 qui est divisé par 2 en négligeant une éventuelle partie décimale. On remarque que la dernière colonne est la même que la première sauf pour 124 qui n'apparait pas dans la dernière. On remarque aussi que la seconde colonne contient en face de ce 124, 6 qui est le seul nombre pair de la seconde colonne.

Résumons-nous:

```
                       31 x 27
je multiplie par 2 →             ← je divise par 2
                       62   13
                      124    6
                      248    3     je supprime dans la colonne
                      496    1     de gauche, les nombres qui
                     -----         ont à leur droite un nombre
                      837          pair (ici : 124) et
                                   j'additionne.
```

Présentation finale du calcul :

31	27
62	13
~~124~~	6
248	3
496	1
837	

Vous voyez combien cela était simple et ingénieux ! Ouvrons une parenthèse: il existe une langue de programmation - l'Assembleur - qui utilise cette technique pour effectuer les multiplications : on remarque que si l'on écrit 1 à côté des nombres additionnés dans la colonne de gauche et un zéro face aux nombres barrés, une lecture de bas en haut donne la valeur binaire de 27 !

27 en binaire

1	31
1	62
↑0	~~124~~
1	248
1	496

Un dernier exemple:

44 en binaire

0	~~53~~ x	44
0	~~106~~	22
↑1	212	11
1	424	5
0	~~848~~	2
1	1696	1
	2332	

2. LA METHODE MESOPOTAMIENNE

On a retrouvé dans les fouilles de Nippur (en Irak) des tablettes donnant les carrés des nombres et une technique pour trouver un produit quelconque à partir de ces carrés.

Voici comment procéder pour calculer 31 x 27 si l'on admet posséder une table des carrés:

$$\begin{array}{rclclcr}
31 \times 27 & = & (27 + 4) \times 27 & = & 4 \times 27 & + & 27^2 \\
4 \times 27 & = & (23 + 4) \times 4 & = & 23 \times 4 & + & 4^2 \\
23 \times 4 & = & (19 + 4) \times 4 & = & 19 \times 4 & + & 4^2 \\
19 \times 4 & = & (15 + 4) \times 4 & = & 15 \times 4 & + & 4^2 \\
15 \times 4 & = & (11 + 4) \times 4 & = & 11 \times 4 & + & 4^2 \\
11 \times 4 & = & (7 + 4) \times 4 & = & 7 \times 4 & + & 4^2 \\
7 \times 4 & = & (3 + 4) \times 4 & = & 3 \times 4 & + & 4^2 \\
3 \times 4 & = & (3 + 1) \times 3 & = & 1 \times 3 & + & 3^2 \\
1 \times 3 & = & (2 + 1) \times 1 & = & 2 \times 1 & + & 1^2 \\
2 \times 1 & = & (1 + 1) \times 1 & = & 1 \times 1 & + & 1^2 \\
 & & & & & & 1^2 \\
\hline
 & & & & & & 837
\end{array}$$

Les Grecs de l'Ecole d'Alexandrie vont améliorer cette technique en se servant de la relation:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Si $a + b = 31$ et $a - b = 27$, on trouve facilement que a vaut 29 et b vaut 2.

$$31 \times 27 = (29 + 2) \times (29 - 2) = 29^2 - 2^2 = 841 - 4 = 837$$

Dans ce type de présentation, a est la moyenne arithmétique des deux nombres proposés. Lorsque a n'était pas un entier, on procédait comme suit :

$$32 \times 27 = 27 + 31 \times 27 = 27 + 837 = 864$$

3. LA METHODE HINDOUE

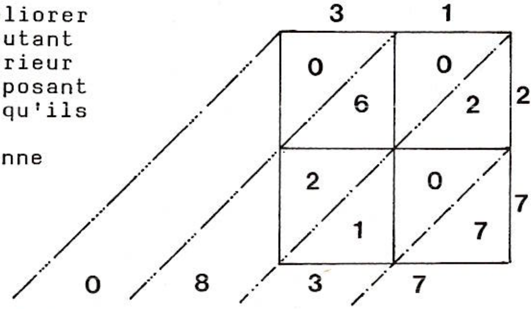
L'apparition de la numération de position, de la base 10 et du zéro va permettre aux hindous de présenter l'opération à l'intérieur d'un rectangle, comme ci-contre.

Le résultat est composé de

$$\begin{array}{rr}
6 \times 100 = & 600 \\
(21 + 2) \times 10 = & 230 \\
7 \times 1 = & 7 \\
\hline
 & 837
\end{array}$$

3	1	
6 (x100)	2 (x10)	2
21 (x10)	7 (x1)	7

Les arabes vont améliorer cette technique en ajoutant des triangles à l'intérieur des carrés et en décomposant les produits partiels qu'ils trouvent. Une simple addition en oblique donne alors la solution.



C'est en fait avec cette méthode légèrement améliorée que vous avez appris un jour à faire des multiplications. Seule a changé la manière de disposer les résultats intermédiaires. On peut en effet écrire :

```
  31
 x27
 ---
  07   ← 1 x 7
 21    ← 3 x 7 (avec un décalage)
 02    ← 1 x 2 (avec un décalage)
06     ← 3 x 2 (avec deux décalages)
----
0837
```

On retrouve dans cette présentation tous les résultats partiels de la présentation arabe. Dans la pratique, on a pris l'habitude de déja faire des reports partiels et on écrit :

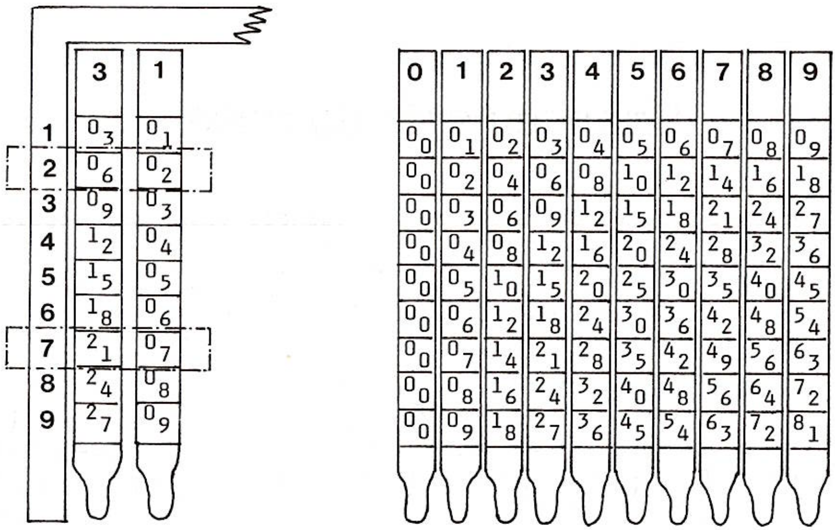
```
  31
 x27
 ---
 217   ← 1 x 7 + 30 x 7
 62    ← 1 x 2 + 30 x 2 (avec un décalage)
 ---
 837
```

Il n'y a qu'un problème à cette technique, elle exige la connaissance par coeur de la fameuse table de multiplication, drame de plus d'un bambin de deuxième année...

4. JOHN NEPER

L'Anglais John Néper (1550,1620) inventa en 1617 un système de petits bâtons qui permettait de ne pas devoir étudier la table de multiplication. Les dix bâtons sont représentés à la page suivante. (Dessin de droite). Placés comme dans la situation de gauche, ils permettaient de visualiser les produits partiels de la multiplication.

Vous pourriez certainement fabriquer de tels bâtons avec des bandes de carton fort par exemple.



Le «NOBEL» de Math

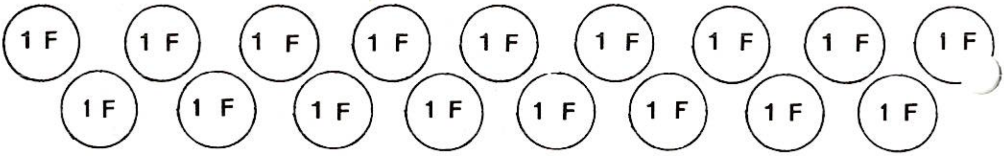
(Traduit de notre confrère PYTHAGORAS, Décembre 1983.)

Depuis 1901, chaque 10 décembre, les prix Nobels sont remis aux plus éminents chercheurs en Physique, Chimie, Médecine. Viennent ensuite un prix en Littérature et pour la Paix, et depuis 1968, un prix d'économie. Alfred NOBEL est un industriel Suédois qui découvrit en 1867 comment on pouvait fabriquer un explosif d'emploi facile auquel il donna le nom de dynamite. A son décès, en 1896, il précisa dans son testament que les revenus de sa fortune personnelle devraient chaque année être distribués sous forme de prix aux personnes qui s'étaient distinguées dans ces cinq grands domaines de la connaissance humaine.

Pourquoi n'existe-t-il pas un prix en Mathématique? L'explication généralement admise n'a rien à voir avec les Sciences, mais plutôt avec l'âme humaine. Il y a près de 100 ans, en 1884, une femme fut pour la première fois nommée à un poste de professeur de faculté en mathématique: Sonja KOVALEVSKI qui était alors agée de 34 ans. Elle était originaire de Russie, avait étudié à Berlin et avait reçu son titre auprès du Professeur Gustave MITTAG-LEFFLER, qui à cette époque, était un des principaux professeurs de mathématique en Suède. En Suède, Sonja eut d'abord une relation amoureuse avec Nobel, mais après quelque temps, elle rompit et reprit des contacts moins professionnels avec Gustave... Quand Nobel, qui avait prévu un prix en Mathématique se rendit compte que Mittag-Leffler risquait de recevoir le prix, il aurait dit :
Et bien, il n'y aura pas de prix en Mathématique!

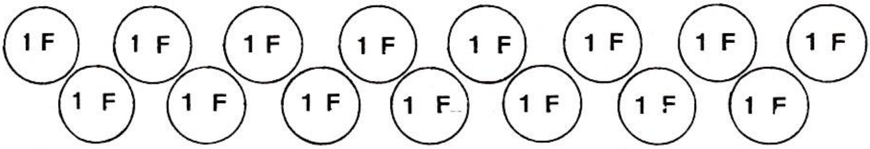
Changements de base

Dans les pages 1 à 5 de votre journal, vous avez appris comment des peuples anciens avaient introduit des écritures pour représenter des nombres. Dans la vie courante actuelle, une suite de chiffres représente un nombre écrit en "base" dix : si on lit sur une étiquette 17 F, il ne nous viendra pas à l'idée que cette notation représente autre chose que

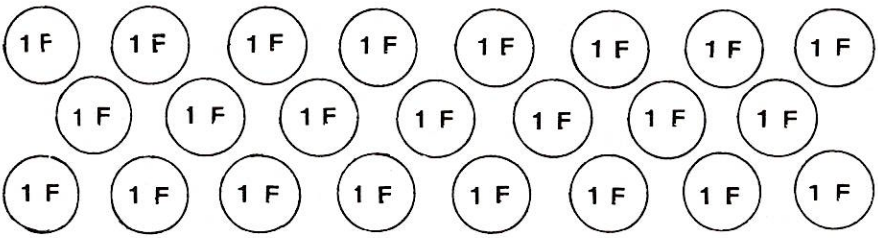


17 peut cependant représenter un nombre différent si la "base" utilisée n'est pas dix.

En "base" huit l'écriture 17 demanderait de payer



En "base" seize la même écriture 17 vous obligerait à sortir de votre poche



Si vous demandez à un ordinateur de vous indiquer ce qu'il possède dans une de ses mémoires, vous verrez apparaître des écritures telles que 1A ou 23 ou BE. En fait, il s'agit de nombres écrits en "base" seize. Le sens des lettres A, B, E vous sera expliqué plus loin.

Comment passer de l'écriture d'un nombre en "base" dix à celle du même nombre dans une autre "base" k ?

Prenons un exemple : soit le nombre 2341 écrit en "base" dix. Comment s'écrira-t-il en "base" seize ?

Nos conventions d'écriture de la gauche vers la droite, ont une signification claire :

$$2341 = 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10 + 1$$

où 10 représente le nombre dix.
On peut encore écrire

$$2341 = 1 + 10(4 + 10(3 + 10(2)))$$

Ecrire ce nombre dans une autre base k consiste donc à rechercher les coefficients $A_0, A_1, \ldots, A_n$ tels que

$$2341 = A_0 + k(A_1 + k(A_2 + k(A_n)\ldots))$$

Calculer A_0 n'est pas bien difficile.
Prenons la cas où k=16 (écrit en "base" dix)
Comme $2341 = A_0 + 16N_0$
avec $A_0 < 16$
le coefficient A_0 n'est autre que le reste de la division de 2341 par 16
On trouve $A_0 = 5$. En cours de calcul on a trouvé également la valeur de N_0 : 146.

Calculer A_1 consiste alors à rechercher le reste de la division de 146 par 16.

$$146 = A_1 + 16N_1 \qquad \text{avec} \quad A_1 < 16$$

On trouve $A_1 = 2$ et $N_1 = 9$
Comme N_1 est plus petit que 16, le calcul est terminé et

2341 en "base" dix s'écrit 925 en "base" seize

Dans une base k il existe k chiffres
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 en "base" dix
0 1 2 3 4 5 6 7 en "base" huit
0 1 en "base" deux

Comment procède-t-on lorsque la base est supérieure à dix ? Dans l'exemple précédent nous n'avons pas rencontré de difficulté parce que les restes successifs étaient plus petits que dix. Mais ceci n'est pas toujours le cas. Les restes obtenus devront éventuellement être "traduits" en base k. Si k est plus grand que dix, il faut inventer de nouveaux chiffres. Et, rejoignant ici nos lointains ancêtres, c'est à nouveau aux lettres de notre alphabet que l'on a trouvé le plus simple de recourir. Ainsi, les chiffres en base seize seront

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

et, par exemple,

205 en "base" dix s'écrit CD en "base" seize

car les restes successifs trouvés sont (en "base" dix) 13 et 12.

Voici un programme rédigé en BASIC qui permet de convertir un nombre écrit en "base" dix en le même nombre écrit dans une autre "base" k avec $2 < k < 16$.

```
10  HOME
20  REM  ENTREE DU NOMBRE EN BASE "DIX"
30  REM  ------------------------------
40  VTAB 7: HTAB 10: INPUT "EN BASE DIX, N = ";N:NN = N
50  REM
60  REM  CHOIX D'UNE BASE
70  REM  ----------------
80  VTAB 10: HTAB 11: INPUT "NOUVELLE BASE = ";K
90  REM
100  REM  CALCULS
110  REM  -------
120 A =  INT (N / K)
130 B = N - A * K
140  IF B < 10 THEN Y$ =  STR$ (B): GOTO 210
150  IF B = 10 THEN Y$ = "A": GOTO 210
160  IF B = 11 THEN Y$ = "B": GOTO 210
170  IF B = 12 THEN Y$ = "C": GOTO 210
180  IF B = 13 THEN Y$ = "D": GOTO 210
190  IF B = 14 THEN Y$ = "E": GOTO 210
200  IF B = 15 THEN Y$ = "F"
210 X$ = Y$ + X$
220  REM
230  REM  TEST DE FIN DE CALCUL
240  REM  ---------------------
250  IF A = 0 GOTO 310
260 N = A
270  GOTO 120
280  REM
290  REM  ECRITURE
300  REM  --------
310  DATA  UN,DEUX,TROIS,QUATRE,CINQ,SIX,SEPT,HUIT,NEUF,DIX,ONZ
    E,DOUZE,TREIZE,QUATORZE,QUINZE,SEIZE
320  FOR I = 1 TO K - 1: READ A$: NEXT
330  READ A$
340  RESTORE
350  VTAB 15: PRINT "EN BASE ";A$;" ";NN;" S'ECRIT : ";X$
360  REM
370  REM  INITIALISATION ET NOUVEAU CALCUL
380  REM  -------------------------------
390  VTAB 20: HTAB 38: GET A$
400 X$ = "": GOTO 10
```

CAVALIERI Bonaventura (1598-1647) Italien (L4).
Elève de Galilée, il écrivit des ouvrages de mathématique, d'optique et d'astronomie. Il fut l'artisan de l'introduction des logarithmes en Italie. En concevant une surface comme un ensemble infini de segments parallèles équidistants, il crée la méthode dite des indivisibles qui annonce le calcul intégral.

CAYLEY Arthur (1821-1895) Anglais (L5).
Fondateur de l'école anglaise de mathématique pure, on lui doit près de 900 notes ou écrits mathématiques. Ses principaux travaux furent consacrés à la géométrie à n dimensions, aux invariants algébriques et au calcul matriciel qu'il inventa en 1858.

CESARO Ernesto (1859-1906) Italien (L5).
Il fut à Liège l'élève de Catalan, puis professeur à Palerme et Naples. Il se noya dans le golfe de Naples, en voulant sauver son fils emporté par les vagues. Pendant son séjour en Belgique, il posa les bases de la géométrie intrinsèque: M étant un point de l'arc AB, il existe une relation entre la longueur de l'arc AM et la courbure en M (l'équation intrinsèque) permettant de déduire la forme de la courbe, mais non sa position dans le plan. Il s'est aussi intéressé aux sommations de suites divergentes.

CEVA Giovanni (1648-1734) Italien (L4).
Auteur du premier livre de mathématique économique, il a laissé son nom à des points et droites particuliers du triangle.

CHASLES Michel (1793-1880) Français (L5).
Professeur de géodésie et de mécanique à l'Ecole polytechnique, puis de géométrie à la Sorbonne. En vue d'un concours, il envoie en 1829 à l'Académie de Bruxelles un mémoire sur la dualité qui contribue à l'essor éclatant de la géométrie projective imaginée par Poncelet. Il crée aussi l'Homothétie, l'Homographie et le Birapport, notions essentielles de cette géométrie.

CHOU CHI-KIE (1280-1301) Chinois (L3).
Dans son livre Miroirs précieux des quatre éléments, Chou Chi-kié expose une méthode de résolution appelée Fan Fa connue 500 ans plus tard en Occident sous le nom de méthode de Horner. Le Triangle de Pascal et le Binôme de Newton s'y trouvent aussi. Comme on le voit, les contributions mathématiques des Chinois sont loin d'être inexistantes, malgré la rareté des textes.

CHOU-PEI-SUAN-KING (L1).
Il s'agit en fait du nom du plus ancien document mathématique chinois qu'on ait recensé. On le date généralement du douzième siècle av.J.C.. Chou-pei signifie gnomon et Suan-king arithmétique. Présenté sous forme de dialogue, il explique les propriétés des triangles rectangles (y compris le théorème de Pythagore) et l'utilisation de fractions décimales.
On n'en connaît pas l'auteur, car les versions connues furent

recopiées de mémoire après l'édit de l'empereur qui, en 213 av.J.C., ordonna de brûler tous les livres existants.

CHUQUET Nicolas (1445-1500) Français (L3).

Son ouvrage Triparty en la science des nombres, publié en 1484, est le plus ancien traité d'Algèbre écrit par un Francais. Il utilise les nombres négatifs et le zéro; il emploie une notation des puissances très proche de la nôtre. On lui doit le principe de dichotomie dans la recherche de solutions approchées d'équations. Imprimée seulement en 1880, son oeuvre n'eut malheureusement que peu d'influence sur l'évolution des mathématiques.

CLAIRAUT Alexis Claude (1713-1765) Français (L5).

Entré à 18 ans à l'Académie, Clairaut étudia les courbes dans l'espace, les équations différentielles et les séries trigonométriques. En appliquant la mathématique au problème de l'attraction, il prouva la forme ellipsoidale de la terre, ce qu'il vérifiera par une expédition en Laponie destinée à mesurer, à cette latitude, la longueur d'un arc de méridien d'un degré. Il fut aussi un brillant pédagogue, conseillant l'abandon des démonstrations géométriques dans les manuels et pronant l'intuition et la curiosité naturelles du lecteur.

CLAVIUS Christophe (1537-) Italien (14).

Jésuite astronome, il fut le membre le plus influent et éminent de la Commission chargée par Grégoire XIII, en 1582, de la réforme du calendrier.
En 1983, un chercheur américain devait retrouver dans les archives du Vatican les écrits de LUIGI LILIUS, véritable père de la réforme (en tout cas des calculs ayant mené à cette réforme).

COPERNIC Nicolas (1473-1543) Polonais (L4).

Son De revolutionibus orbium coelestium, dans lequel il expose la théorie de l'héliocentrisme, va créer une polémique philosophique et religieuse qui mettra plusieurs siècles pour se calmer. Mathématiquement, le système copernicien est plus simple que celui de Ptolémée, mais ne rend pas compte exactement des observations de plus en plus précises faites à cette époque. Il faudra attendre les ellipses de Kepler pour donner définitivement tort aux théories géocentriques d' Aristote.

CRAMER Gabriel (1704-1752) Suisse (L4).

Il a publié une règle pour trouver les solutions de systèmes en améliorant la technique des déterminants publiée deux ans auparavant par Mac Laurin.

CUSE Nicolas de (1401-1464) Allemand (L3).

Cardinal, gouverneur de Rome en 1448, cet homme d'Eglise a surtout fait évoluer le contexte philosophique de la mathématique: la connaissance doit se baser sur la mesure. On lui doit quelques travaux sur le cercle.

D

DANDELIN Germinal (1794-1847) Belge (L5).

Ce colonel du génie fut chargé d'organiser le cours d'exploitation des mines à l'Université de Liège où il enseigna la géométrie. Avec son ami Quetelet, il est l'auteur de ce que l'histoire a retenu sous le nom de Théorèmes belges: théorèmes sur des sphères inscrites dans un cône. On lui doit également des techniques de résolution approchée d'équations.

DARBOUX Jean-Gaston (1842-1917) Français (L5).

Mathématicien de haut niveau, il s'est consacré aux équations aux dérivées partielles et aux coordonnées intrinsèques dans l'espace. Il a donné son nom à une intégrale et à un trièdre.

DE CREMER Gérard (1512-1594) Belge (L4).

Plus connu sous le nom de Mercator, il a donné son nom à une nouvelle technique de cartographie, basée sur un cylindre circonscrit à la sphère terrestre. Il enseigna à Louvain, puis à Duisburg.

DEDEKIND Richard Julius (1831-1916) Allemand (L5).

Sa carrière scientifique s'est passée dans l'ombre; il est pourtant un des fondateurs de l'algèbre moderne. Son insatisfaction devant le besoin d'une intuition géométrique pour comprendre la différence entre les rationnels et les irrationnels, lui fit mettre au point la théorie des coupures, qui justifie la continuité de l'ensemble des réels par l'arithmétique seulement. Il a aussi créé l'Idéal.

DEMOCRITE (-460,-370) Grec (L1).

La création de l'univers est le résultat d'une coagulation d'atomes possédant certaines ressemblances: cette doctrine physique de l'"atomisme" est la base de sa pensée mathématique. Père très lointain de la doctrine infinitésimale, tous ses écrits ont disparu. On sait par Archimède, qu'il avait écrit sur les nombres, les tangentes et les irrationnels; il a aussi découvert que le volume des pyramides est le tiers de celui des prismes de même base et même hauteur.

DE MOIVRE Abraham (1667-1754) Anglais (L4).

Protestant, né en France, il quitte ce pays après la révocation de l'Edit de Nantes. Il travaillera à Londres avec Newton et Halley. On lui doit des recherches en probabilité, notamment l'intégration de l'exponentielle de moins x carré, la formule dite de Stirling sur l'approximation de la fonction factorielle et surtout la formule dite de Moivre égalant la puissance nième de (cosX + i sinX) avec cos nX + i sin nX.

DE MORGAN Augustus (1806-1871) Anglais (L5).

Il a adapté la logique d'Aristote à la nature symbolique de l'Algèbre. On lui doit de nombreuses lois dans cette matière. Accessoirement, il a suggéré l'écriture des fractions avec barre oblique.

DESARGUES Gérard (1596-1650) Français (L4).

Ingénieur conseiller technique du Cardinal de Richelieu, il est le fondateur de la géométrie projective qui sera reprise au dix-neuvième siècle par Poncelet. Car au même moment, Descartes crée la géométrie analytique et comme celle-ci semble plus féconde, Desargues attendra deux siècles avant de voir son génie reconnu.

DESCARTES René (1596-1650) Français (L4).

Infatigable voyageur, ce bachelier en droit s'intéressa à la biologie, à l'optique, aux mathématiques et à la philosophie. Dans son Discours de La Méthode, Descartes présente la connaissance mathématique comme modèle de toute connaissance. Il développe dans ce but la géométrie analytique: géométrie dans laquelle apparaît la coordonnée (le repère cartésien). Il mettra au point des méthodes pour rechercher les tangentes aux courbes, surtout pour prouver que son système était meilleur que celui de Fermat qui pratiquait le même genre de recherches. Après avoir passé près de 20 ans en Hollande, il mourra en Suède. Leibnitz et Newton généraliseront son oeuvre.

DINOSTRATE (v-330) Grec (L1).

Frère de Ménechme, il utilisa le premier une quadratrice (courbe non construisible avec la règle et le compas, mais qui permet la recherche de la longueur du cercle).

DIOCLES (v-100) Grec (L1).

Il utilisa une cissoide pour résoudre le problème de la duplication du cube.

DIOPHANTE (325-409) Grec (L2).

Théoricien de l'algèbre, isolé dans le monde géométrique grec, le seul détail privé que l'on connait de sa vie est l'épigramme, inscrite près de son tombeau et rapportée par l'Anthologie Palatine. Son enfance dura le sixième de sa vie, il eut de la barbe après un douzième, puis se maria un septième en plus; un fils lui naquit 5 ans plus tard; ce fils vécut la moitié de l'age de son père, et le père pleura 4 ans son fils. (Ce qui nous donne l'âge du capitaine...)
Nous avons conservé 13 livres sur la théorie des nombres: les Arithmétiques, et un petit traité: les Nombres polygones qui furent, en 1926, traduits pour la première fois du grec en français par P. VER EECKE, un Anversois. Le problème 8 du livre 2, partager un carré en deux carrés, est devenu célèbre, car il donnera naissance au "grand théorème de Fermat".

DIRICHLET Peter Gustav Lejeune (1805-1859) Allemand (L5).

Elève puis successeur de Gauss, il généralise le théorème d'Euclide sur l'infinité de nombres premiers, met au point les critères de convergence des séries de Fourier, et définit les fonctions uniformes.

E

ERATOSTHENE (-284,-192) Grec (L1).

Il était "Pentathlos", c'est-à-dire champion dans 5 disciplines sportives et précepteur des enfants de Ptolémée III d'Egypte. Il était poète, historien, géographe et mathématicien... Il a mesuré le diamètre de la terre avec une précision énorme pour l'époque, instauré une chronologie des faits historiques en les dégageant des légendes. On lui doit aussi une duplication du cube (gravée dans la tombe du pharaon) et une méthode pour découvrir les nombres premiers.

EUCLIDE (v-315,v-255) Grec (L1).

Rien de positif n'est connu sur sa vie, et on s'est demandé si son nom ne serait pas l'appellation d'une école mathématique. Ses Eléments, 13 livres contenant 372 théorèmes et 93 problèmes, récapitulent méthodiquement les connaissances mathématiques de l'Antiquité. La petite dizaine d'axiomes et de postulats d'Euclide sont à la base de la mathématique qui va règner jusqu'à la fin du dix-neuvième siècle. Deux voies se dégageront alors: d'une part, Hilbert montrera qu'il faut 27 axiomes pour que la géométrie d'Euclide "marche"; d'autre part, en niant le fameux axiome des parallèles, Lobatchevski et Riemann créeront des géométries nouvelles.

EUDOXE DE CNIDDE (-406,-355) Grec (L1).

Mathématicien, médecin et orateur, Eudoxe visita l'Egypte où il apprit l'astronomie, puis revint à Athènes où il eut une grande réputation, notamment dans des "débats" qui l'opposaient à Platon. Plusieurs des résultats sur les proportions (livre V des Eléments d'Euclide) doivent lui être attribué. Archimède dit lui-même que le résultat connu aujourd'hui sous le nom de "lemme d'Archimède", était d'Eudoxe. Il inventa le cadran solaire horizontal et un système astronomique basé sur le géocentrisme.

EULER Leonhard (1707-1783) Suisse (L4).

Ayant épousé une Russe, il vécut essentiellement à Saint-Petersbourg où il a publié 30 volumes de mathématiques, 32 de mécanique et d'astronomie et 12 de physique ou de recherches diverses. Il est difficile de dégager l'essentiel de son oeuvre car tout y est important: signalons sa théorie sur les mouvements de la lune, qui est la plus simple connue à cette époque, sa théorie ondulatoire de la lumière et les équations générales de l'hydrodynamique. Il étudie en détail les fonctions circulaires, logarithmiques et exponentielles (e est l'initiale d'Euler!). Il a redonné de l'élan aux travaux de Fermat dans la théorie des nombres et préparé la voie à de nombreux résultats démontrés ou généralisés par Lagrange.

F

FERMAT Pierre-Simon de (1601-1665) Français (L4).

Il était juriste au Parlement de Toulouse, n'est jamais "monté" à Paris et correspondait avec tous les grands mathématiciens de son temps. Il a contribué à l'étude de la géométrie analytique

avec Descartes, à celle des probabilités avec Pascal, abordé des questions de calcul différentiel avant Newton,... Ses notes, il les gribouillait en marge d'un exemplaire de Diophante: amélioration de résultats connus, nouveaux théorèmes qu'il faudra plusieurs siècles pour "re"-démontrer. L'un de ses résultats, dit "le grand théorème de Fermat", résiste toujours...
Il est à jamais le PRINCE DES AMATEURS.

FERRARI Ludovico (1522-1565) Italien (L4).
On lui doit la résolution complète de l'équation du quatrième degré.

FEUERBACH Carl Wilhehm (1800-1834) Allemand (L5).
Il a établi un certain nombre de propriétés de points et droites particuliers dans un triangle.

FIBONACCI Leonardo de Pise (v1175-v1240) Italien (L3).
Fils de marchands, il voyagea avec son père en Algérie où il apprit le calcul avec les méthodes arabes. En 1202, il publie le Livre de l'Abaque, véritable mode d'emploi pour l'Occident sur le nouveau système indo-arabe de numération. Il a laissé son nom à une suite célèbre, liée au nombre d'or des classiques.

FIELDS John Charles (médailles) (L6).
Il s'agit d'une récompense équivalente en mathématiques au prix Nobel. Elle est décernée tous les quatre ans, durant le Congrès international des Mathématiciens à des lauréats de moins de 40 ans. Elle fut créée en 1936 à Oslo en souvenir du mathématicien canadien Fields (1863-1932). Le belge Pierre DELIGNE fut lauréat en 1978.

FOLIE Jacques-Philippe (1833-1905) Belge (L6).
Il s'est intéressé à des problèmes de géométrie projective et à l'étude du rapport anharmonique. Il abandonna la géométrie pour l'astronomie et fonda en 1881 l'Institut d'Astro-Physique de Cointe. Il fut également directeur à Uccle de 1885 à 1897.

FONTANA Nicolas dit TARTAGLIA (1499-1557) Italien (L4).
Orphelin à 6 ans, il reçut en 1512 un coup de sabre au visage durant le siège de Brescia, sa ville natale. Il en devint bègue, d'où son surnom de Tartaglia. Autodidacte talentueux, il trouva la solution de plusieurs types d'équations cubiques.

FOURIER Jean-Baptiste Joseph (1768-1830) Français (L5).
Un des premiers professeurs de l'Ecole Polytechnique, secrétaire perpétuel de l'Institut d'Egypte, Secrétaire Perpétuel pour les Sciences Mathématiques à l'Académie des Sciences, Académicien, Baron d'Empire, Préfet et j'en passe..., Fourier est aussi le premier physico-mathématicien: ses travaux sur la propagation de la chaleur l'amèneront à étudier les séries trigonométriques qui portent aujourd'hui son nom.

FREGE Gottlob (1848-1925) Allemand (L5).
Dans son Begriffsschrift (Ecriture des concepts), Frege est le premier à élaborer le calcul des propositions de manière complète: opérateurs, quantificateurs, distinction entre une fonction propositionnelle et ce qu'elle désigne... Il montre aussi que les fondements de l'Arithmétique peuvent se ramener à la Logique.

●●●G●●●

GALILEO GALILEI (1564-1642) Italien (L4).
On lui doit de nombreux travaux en mécanique et en astronomie et on peut le considérer comme l'un des principaux fondateurs de la Science Moderne. On connaît, en particulier, son Dialogue sur les deux systèmes du monde dans lequel Galilée défend les thèses coperniciennes face à l'Inquisition qui défend les thèses scolastiques d'Aristote. Ce qui lui vaudra quelques ennuis... et la gloire.

GALOIS Evariste (1811-1832) Français (L5).
Plusieurs fois exclu des grandes écoles pour ses menées subversives et emprisonné à deux reprises, il mourra au cours d'un duel "pour les yeux d'une coquette". La nuit précédente, il avait une fois de plus annoté son mémoire sur la non-résolubilité par radicaux des équations polynomes à coéfficients rationnels de degré supérieur à 5. Ce travail, Galois l'avait présenté à Fourier qui mourut avant d'avoir pu l'examiner, à Cauchy qui le rejeta pour raison politique, et à Poisson qui ne l'a pas compris.

GAUSS Friedrich Carl (1777-1855) Allemand (L5).
Gauss se distingua par la précocité de ses talents: à 19 ans il découvrit la construction à la règle et au compas du polygone régulier à 17 côtés. A 22 ans, il démontra le théorème fondamental: tout polynome entier sur le corps des complexes a au moins un zéro. Chargé de trianguler le royaume de Hanovre où il habite, il s'intéressera aux moindres carrés et aux théories des surfaces. On connaît un plan de Gauss et une courbe de Gauss.

GERARD (dit de Cremone) (1114-1187) Espagnol (L3).
Il a traduit 87 manuscrits arabes en latin: la version de Tabit Ben Qurra des Eléments d'Euclide, l'Almageste de Ptolémée, l'Algèbre d'Al-Khuwarizmi entre autres... C'est au travers de ses travaux que l'Occident redécouvrira la plupart des textes scientifiques anciens.

GERBERT d'Auvergne (v940-1003) Français (L2).
Ce moine étudiera les sciences près des Arabes de Séville et de Cordoue. Rentré en France, il enseigne l'usage des chiffres indo-arabes à Reims. En 980, il écrit un traité sur des abaques, utilisant ces nouveaux chiffres. Considéré comme un grand

savant, il sera archevêque de Reims, puis de Ravenne, et enfin le 9 avril 999, il deviendra le 138ème pape sous le nom de Sylvestre II. A ce titre, il établira la "Paix de Dieu" et la "Trève de Dieu" qui limitent les hostilités entre chrétiens à 90 jours par an, ce qui aidera grandement l'organisation médiévale de la Chrétienté.

<u>GERGONNE Joseph Diaz (1771-1859) Français (L5).</u>
Eminent géomètre, qui fonda les <u>Annales</u>, pour promouvoir la géométrie analytique. On lui doit un point particulier du triangle.

<u>GIRARD Albert (1595-1632) Français (L4).</u>
On lui doit l'aire des triangles sphériques.

<u>GRASSMANN Hermann Gunther (1809-1877) Allemand (L5).</u>
Pionnier de l'algèbre moderne et de la théorie des structures, il s'est intéressé aux coordonnées en géométrie. Accessoirement, il a aussi écrit un dictionnaire de sanscrit, toujours utilisé de nos jours.

<u>GREGOIRE de Saint-Vincent (1584-1667) Belge (L4).</u>
Ce père jésuite avait étudié à Rome avec Clavius. Ses recherches sur les côniques et les cubatures ont valu à leur auteur les éloges de Huygens et de Leibnitz. On lui doit l'idée de lieux géométriques et les transformations des figures. Comme sa technique se rapproche plus de celle des Anciens que de l'emploi des coordonnées, il ne peut être regardé comme le fondateur de la géométrie analytique.

<u>GULDIN Paul (1577-1643) Français (L4).</u>
Auteur de théorèmes sur les aires et volumes engendrés par des courbes planes en rotation, et sur des problèmes de centre d'inertie.

●●●H●●●

<u>HADAMARD Jacques (1865-1963) Français (L5).</u>
Il a démontré, indépendamment de la Vallée-Poussin, le théorème des nombres premiers (Le nombre des nombres premiers au plus égaux à x est asymptotiquement x/ln x). Il a aussi obtenu des résultats sur les équations différentielles et l'analyse fonctionnelle. Il était un excellent pédagogue au Collège de France.

<u>HALLEY Edmond (1656-1742) Anglais (L4).</u>
Ami de Newton, il étudia plus spécialement les trajectoires des comètes. Il a aussi établi une des premières tables de mortalité.

<u>HAMILTON William Rowan (Sir) (1805-1865) Irlandais (L5).</u>
Astronome, on lui doit des travaux en optique. En mathématique, il invente les quaternions, premier exemple de corps non commutatif.

Equations Diophantiennes

Si vous lisez la biographie de DIOPHANTE (lexique p.12) vous y trouvez signalé que DIOPHANTE s'est intéressé à la décomposition d'un carré en une somme de deux carrés. De manière plus générale, on appelle *équation diophantienne* toute équation de la forme

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$$

où f est un polynôme à coefficients entiers en les variables $x_1, x_2, \dots, x_n$ dont on recherche les solutions entières (éléments de $\mathbb{Z}$).

Nous allons nous intéresser ici aux plus simples d'entre elles, les équations de la forme

$$ax + by = c \quad \text{avec } a \neq 0 \text{ et } b \neq 0$$

et a, b, c $\in \mathbb{Z}$, dont on recherche les solutions entières.

1. Remarquons en premier lieu que si l'on trouve une solution
$$\begin{cases} x = m \\ y = n \end{cases}$$
on en a une infinité
$$\begin{cases} x = m - bt \\ y = n + at \end{cases}$$
où t est un élément quelconque de $\mathbb{Z}$. En effet :
$$ax + by = am - abt + bn + abt = am + bn = c$$

2. Si a, b, c ne sont pas premiers entre eux, on obtient une équation équivalente (ayant les mêmes solutions) si on divise les deux membres de l'équation par le plus grand commun diviseur de a, b, c.

   Nous ne considérerons donc que les cas où a, b, c sont premiers entre eux.

3. Si a et b ne sont pas premiers entre eux, l'équation n'admettra pas de solution en nombres entiers, car un diviseur commun de a et b diviserait ax et by et donc aussi leur somme; il devrait donc diviser c.

4. Plaçons-nous donc dans la situation
   a, b, c sont premiers entre eux
   a, b sont premiers entre eux

   Si b divise c, on trouve facilement une solution particulière
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = c/b \end{cases}$$

5. On peut, sans nuire à la généralité, supposer a > b.
   Si b ne divise pas c, divisons a par b. Soient q le quotient entier et r le reste de la division :

$$a = bq + r \qquad \text{avec } r < b$$

L'équation peut s'écrire

$$(bq + r)x + by = c$$

ou encore

$$b(qx + y) + rx = c$$

Remarquons que b et r sont également premiers entre eux et que b est plus grand que r.

En posant

$$\begin{cases} x_1 = qx + y \\ y_1 = x \end{cases} \qquad (1)$$

on obtient une équation du même type que celle à résoudre, mais avec des coefficients plus petits

$$bx_1 + ry_1 = c$$

Si r divise c on peut trouver une solution particulière de cette dernière équation. En remplaçant x_1 et y_1 par leurs valeurs dans (1) on pourra déterminer x et y.

Si r ne divise pas c, on recommence.

Ce processus nous conduit nécessairement à rencontrer un reste qui divise c. Vous avez, en effet, certainement reconnu dans celui-ci le processus de recherche du plus grand commun diviseur de a et b. Comme a et b sont premiers entre eux, 1 est un des restes successifs que l'on rencontrera (si on n'a pas eu la chance de pouvoir s'arrêter avant).

L'équation $kx_i + hy_i = c$ avec h divise c admet la solution particulière

$$\begin{cases} x_i = 0 \\ y_i = c/h \end{cases}$$

En remontant de proche en proche dans les équations (soigneusement conservées) des changements de variables du type (1) on obtiendra une solution particulière

$$\begin{cases} x = m \\ y = n \end{cases}$$

et donc la solution générale

$$\begin{cases} x = m - bt \\ y = n + at \end{cases}$$

(voir question du challenge programmation, page couverture)

Approximation Numérique d'une «NORMALE»

Si p est la probabilité pour qu'un événement se produise lors d'une expérience (probabilité de *succès*), et si $q = 1-p$ est la probabilité pour qu'il ne se produise pas (probabilité d'*échec*), alors la probabilité pour que cet événement se produise X fois en N expériences (c'est-à-dire X succès, N-X échecs) est donnée par

$$P(X) = C_N^X \, p^X \, q^{N-X} = \frac{N!}{X!(N-X)!} \, p^X \, q^{N-X}$$

où $X \in \{0,1,2,\dots,N\}$ et $N! = 1.2.3.4. \dots .(N-1).N$ et $0! = 1$.
Il s'agit là de la distribution BINOMIALE bien connue.

Quand N est grand et quand ni p, ni q ne sont trop proches de zéro, la distribution binomiale peut être approchée par la distribution NORMALE qui correspond à la variable (dite réduite)

$$Z = \frac{X - Np}{\sqrt{Npq}}$$

L'approximation est d'autant meilleure que N est très grand. Dans ce cas, les probabilités individuelles P(X) sont faibles (car la somme de toutes les probabilités doit rester égale à 1) et on s'intéresse rarement à l'une ou l'autre d'entre elles, mais plutôt à des problèmes de type

$$P(a \leqslant X \leqslant b) \quad \text{où a et b sont deux réels}$$

que l'on ramène par réduction à des problèmes de type

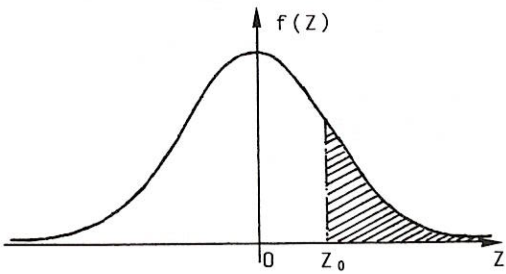
$$P\left(\frac{a - Np}{\sqrt{Npq}} \leqslant \frac{X - Np}{\sqrt{Npq}} \leqslant \frac{b - Np}{\sqrt{Npq}}\right) = P(a' < Z < b')$$

En pratique, on admet que l'approximation est fiable si Np et Nq sont plus grands que 5.

Une distribution normale type est représentée par la fonction continue

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{\ \pi}} \exp\left(-\frac{Z^2}{2}\right)$$

qui est la courbe de Gauss.



La probabilité que Z soit supérieur à Z_0 donné ($P(Z>Z_0)$) peut se calculer par

$$P(Z > Z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{Z_0}^{\infty} \exp(-\frac{t^2}{2}) \, dt$$

qui exprime la valeur de l'aire hachurée. L'aire totale sous la courbe vaut 1, et cette courbe est symétrique. On trouve généralement la valeur de ces aires dans des tables. Nous donnons ici une approximation de ces aires avec une précision de l'ordre de 10^{-6} garantie, ce qui est suffisant pour vos travaux d'humanité.

La connaissance de formules approchées (dans le programme 1, Z_0 est donné, l'aire est calculée ; dans le programme 2, l'aire est donnée, Z_0 est calculé) permet de résoudre n'importe quel problème d'intervalle; par exemple :

$$\begin{aligned} P(a' \leqslant Z \leqslant b') &= P\ (a' \leqslant Z \leqslant 0) + P\ (0 \leqslant Z \leqslant b') \\ &= P\ (0 \leqslant Z \leqslant -a') + P\ (0 \leqslant Z \leqslant b') \\ &= \tfrac{1}{2} - P\ (Z > -a') + \tfrac{1}{2} - P\ (Z > b') \\ &= 1 - P\ (Z > -a') - P\ (Z > b') \end{aligned}$$

Ces probabilités sont du type de celles que donnent les deux programmes d'approximation.

Voici un problème où l'on emploie le premier programme.

> *On lance un dé 180 fois. Trouver la probabilité que la face 6 apparaisse entre 29 et 32 fois.*

On a : $N = 180$, $p = 1/6$, $q = 5/6$ $\qquad Np = 30 > 5$, $Nq = 150 > 5$ $\qquad \sqrt{Npq} = 5$

Puisque Np et Nq sont supérieurs à 5, on peut se servir de l'approximation par la distribution normale. Comme les résultats possibles (les X) sont ici 29,30,31 et 32, valeurs précises, nous transformons notre problème en recherche de

$$P\ (28{,}5 < X < 32{,}5)$$

qui respecte le caractère continu de la distribution normale. Cette probabilité se traduit en termes de Z :

$$\begin{aligned} & P\ \left(\frac{28{,}5 - 30}{5} \leqslant Z \leqslant \frac{32{,}5 - 30}{5}\right) \\ =\ & P\ (-0{,}3 \leqslant Z \leqslant 0{,}5) \\ =\ & 1 - P\ (Z > 0{,}3) - P\ (Z > 0{,}5) \\ =\ & 1 - 0{,}3821 - 0{,}3085 \\ =\ & 0{,}3094 \end{aligned}$$

La probabilité cherchée est donc approximativement de 31 %.

00	32 7	STO 7
01	55	×
02	33 0	RCL 0
03	75	+
04	01	1
05	85	=
06	25	1/x
07	32 6	STO 6
08	55	×
09	33 5	RCL 5
10	75	+
11	33 4	RCL 4
12	85	=
13	55	×
14	33 6	RCL 6
15	75	+
16	33 3	RCL 3
17	85	=
18	55	×
19	33 6	RCL 6
20	75	+
21	33 2	RCL 2
22	85	=
23	55	×
24	33 6	RCL 6
25	75	+
26	33 1	RCL 1
27	85	=
28	55	×
29	33 6	RCL 6
30	45	:
31	02	2
32	24	$\sqrt{x}$
33	85	=
34	45	:
35	30	π
36	24	$\sqrt{x}$
37	85	=
38	32 6	STO 6
39	33 7	RCL 7
40	23	x^2
41	45	:
42	02	2
43	84	+/-
44	85	=
45	-13	INV LNx
46	55	×
47	33 6	RCL 6
48	85	=
49	81	R/S

Programme n° 1

On peut comparer la facilité à obtenir ce résultat avec le calcul que demandait la loi binomiale :

$$C_{180}^{29}\left(\frac{1}{6}\right)^{29}\left(\frac{5}{6}\right)^{151} + \ldots + C_{180}^{32}\left(\frac{1}{6}\right)^{32}\left(\frac{5}{6}\right)^{148}$$

Voici l'approximation qui a permis le calcul des deux aires.

$$P\ (\ Z > Z_0\ ) = \text{Aire}\ (Z_0)$$

$$\text{Aire}\ (Z_0) = f(Z_0).\ Q(t)$$

$$Q(t) = b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5$$

$$t = \frac{1}{1 + R.Z_0}$$

$R = 0{,}2316419$ $\quad b_3 = 1{,}781477937$

$b_1 = 0{,}31938153$ $\quad b_4 = -1{,}821255978$

$b_2 = -0{,}35656378$ $\quad b_5 = 1{,}330274429$

Le programme ci-contre est écrit pour une T.I.57. . Les constantes sont introduites préalablement comme suit:

R STO Ø , b_1 STO 1 , b_2 STO 2 , b_3 STO 3 b_4 STO 4 , b_5 STO 5.

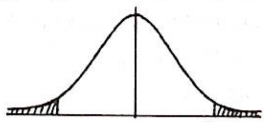
La mémoire 6 contient t pour le calcul de Q(t), puis un résultat intermédiaire. La mémoire 7 garde Z_0.

Inst. 1 à 6 : calcul de t
Inst. 7 à 29 : calcul de Q(t)
Inst. 3Ø à 48 : calcul de $f(Z_0)$

Voici à présent un exemple d'emploi du second programme :

Combien de faces doit-on obtenir sur 64 lancers d'une pièce pour décider avec une certitude de 95 % qu'elle est parfaitement équilibrée ?

La courbe étant symétrique et la surface hachurée devant valoir ici 0,05, la surface entre Z_0 et l'infini vaut 0,025, ce qui correspond (programme n° 2) à une valeur Z_0 = 1,96



Z_0

00	23		x^2
01	25		1/x
02	13		LNx
03	24		$\sqrt{x}$
04	32	6	STO 6
05	55		×
06	33	5	RCL 5
07	75		+
08	33	4	RCL 4
09	85		=
10	55		×
11	33	6	RCL 6
12	75		+
13	33	3	RCL 3
14	85		=
15	55		×
16	33	6	RCL 6
17	75		+
18	01		1
19	85		=
20	32	7	STO 7
21	33	6	RCL 6
22	55		×
23	33	2	RCL 2
24	75		+
25	33	1	RCL 1
26	85		=
27	55		×
28	33	6	RCL 6
29	75		+
30	33	0	RCL 0
31	85		=
32	45		:
33	33	7	RCL 7
34	85		=
35	84		+/-
36	75		+
37	33	6	RCL 6
38	85		=
39	81		R/S

Programme n° 2

Par ailleurs : $N = 64$, $p = q = \frac{1}{2}$

$Np = 32$, $\sqrt{Npq} = 4$

Donc :

$$-1{,}96 = \frac{a - 32}{4} \quad \rightarrow \quad a = 24{,}16$$

$$1{,}96 = \frac{b - 32}{4} \quad \rightarrow \quad b = 39{,}84$$

On conclura donc au parfait équilibre de cette pièce si le nombre de faces est de 25 à 39, valeur entière entre 24,16 et 39,84.

Voici l'approximation qui a permis le calcul de Z_0 à partir de l'aire A

$$Z_0 = 1 - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3}$$

$$t = \ln \frac{1}{A^2}$$

$c_0 = 2{,}515517$ $\quad d_1 = 1{,}432788$
$c_1 = 0{,}802853$ $\quad d_2 = 0{,}189269$
$c_2 = 0{,}010328$ $\quad d_3 = 0{,}001308$

Le programme ci-contre est écrit pour une T.I.57. Les constantes sont introduites préalablement comme suit:

c_0 STO Ø , c_1 STO 1 , c_2 STO 2
d_1 STO 3 , d_2 STO 4 , d_3 STO 5

Les instructions Ø à 4 calculent t; de 5 à 20 se trouve le dénominateur, de 21 à 31 le numérateur, puis le calcul de Z_0.

(Les approximations sont du Handbook of Mathematical Functions de Abramowitz et Stegun)

●●●●

DERNIERES NOUVELLES.

Le mathématicien SLOWINSKI a démontré que le nombre de Mersenne $2^{86243} - 1$ était premier. *(Avez-vous une idée du nombre de chiffres de ce nombre premier ?)*

Le coin des problèmes

101 Une vodka-orange.

A l'heure de l'apéritif, je me dirige vers le bar et prépare le mélange; je sors une bouteille contenant un litre de vodka et une cruche contenant 0.75 l de jus d'orange.

J'ajoute alors un peu de jus d'orange dans la bouteille de vodka, l'agite ensuite énergiquement, puis reverse dans la cruche de jus d'orange une quantité de ce mélange égale à celle de jus d'orange qui y avait été prélevée. L'opération terminée, il y a donc de nouveau un litre de liquide dans la bouteille de vodka et 0.75 l dans la cruche de jus d'orange.

Supposons que le fait de mélanger vodka et jus d'orange n'affecte en rien le volume respectif des 2 breuvages. Les 2 opérations décrites ayant été exécutées avec soin, y a-t-il, à ton avis, plus de vodka dans la cruche de jus d'orange que de jus d'orange dans la bouteille de vodka ? Ou bien y en a-t-il moins, ou encore penses-tu que les quantités de vodka et de jus d'orange sont identiques ?

102 Ouvrez l'oeil !

Francine et Pierre, spécialistes dans l'art de chercher les champignons, en rapportèrent un jour une assez grande quantité qu'ils vendirent au légumier du village. Le légumier leur remit une certaine somme d'argent, dont Francine reçut la plus grande part car sa cueillette avait été plus abondante.

Si on sait quelle somme totale d'argent à été versée par le légumier et combien de kg a rapporté chaque chercheur,il est vraiment très facile de calculer le gain de chacun des enfants. Aussi, pour vous compliquer la tâche, tous les chiffres figurant dans les opérations d'arithmétique à effectuer pour ce calcul ont-ils été remplacés par des astérisques (tous, à l'exception d'un chiffre 7). Il s'agit de déchiffrer les solutions :

1. Bilan total de la ceuillette (en kg):

$$\begin{array}{r} * \\ + \; * \\ \hline * * \end{array}$$

2. Prix (en F) d'un kilogramme de champignons:

$$\begin{array}{r|l} * * * & * 7 \\ \cline{2-2} - * * & * * \\ \cline{1-1} * * & \end{array}$$

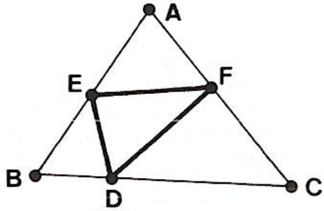
3. Gain (en F) de Francine:

$$\begin{array}{r} * * \\ \times \;\; * \\ \hline * * \end{array}$$

4. Gain (en F) de Pierre:

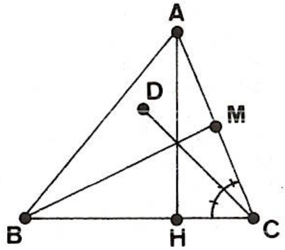
$$\begin{array}{r} * * \\ \times \;\; * \\ \hline * * \end{array}$$

103 Le petit triangle.



Comment peut-on dans un triangle ABC, inscrire un triangle DEF de périmètre minimum ?

104 Un triangle spécial.



Il est bien connu que dans les triangles, les hauteurs, les médianes et les bissectrices intérieures sont concourantes.

Existe-t-il des triangles dans lesquels la hauteur AH, la médiane BM et la bissectrice CD concourent ?

105 L'interro.

Nous allons parler d'un problème totalement impossible: vous vous présentez à l'interro en n'ayant strictement rien étudié ! Vous avez le choix entre deux questionnaires:
20 questions de type vrai-faux sans pénalisation pour les mauvaises réponses, mais il vous en faut réussir au moins 14; ou bien 10 questions où trois réponses sont proposées, sans pénalisation pour les mauvaises réponses, et il suffit d'en trouver 5. Que choisissez-vous ?

106 Conversation dans un train.

Dans un train, deux étudiantes discutent :
- *"Je remarque, dit l'une d'elles, que toutes les cinq minutes nous croisons un train qui se dirige vers Namur. A ton avis, combien arrive-t-il de trains par heure à Namur, si l'on admet que la vitesse des trains est la même dans les deux sens?*
-Douze, évidemment, répondit l'autre, puisque 60 : 5 = 12. "

Qu'en pensez-vous ?

107 L'hexagone.

Comment s'y prendre pour découper, à l'aide de lignes droites, un hexagone régulier en 6 parties susceptibles de former un triangle équilatéral ? Il y a plusieurs moyens !
Signalons, qu'à notre connaissance, personne n'a réussi jusqu'à présent à le découper en 5 parties, mais que personne, non plus n'a pu démontrer l'impossibilité d'un tel découpage.
Alors, bonne chance...

37, Cet Inconnu

Le nombre 37 est un nombre premier, c'est-à-dire qu'il a exactement deux diviseurs, l'unité et lui-même . Ce nombre a cependant d'autres propriétés intéressantes.

Si nous multiplions 37 par 3 ou par des multiples de 3 (jusqu'à et inclus 27) nous obtenons des produits qui sont toujours écrits avec les mêmes chiffres.

37 x 3 = 111	37 x 6 = 222	37 x 9 = 333
37 x 12 = 444	37 x 15 = 555	37 x 18 = 666
37 x 21 = 777	37 x 24 = 888	37 x 27 = 999

Le produit de 37 et de la somme de ses chiffres est égal à la somme des cubes de ses chiffres.

$$37 \times (3 + 7) = 3^3 + 7^3$$
$$37 \times 10 = 27 + 343$$
$$370 = 370$$

Si nous additionnons les carrés des chiffres du nombre 37, et que nous soustrayons le produit de ses chiffres, la différence est égale à 37.

$$3^2 + 7^2 - 3 \times 7 = 37$$

Les nombres suivants sont des multiples de 37 :
037,370,703 074,407,740 148,481,814
185,518,851 259,592,925 296,629,962
(Dans chaque série, il y a permutation circulaire des chiffres.)

SOMMAIRE MATH-JEUNES 22

Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'Expression française.
A.S.B.L.

Rédaction et Edition de Math-Jeunes

Gh. MARIN, J. MIEWIS et W. VANHAMME

Courrier

Math-Jeunes, Avenue de Péville, 150, 4030 - Liège

Abonnement

Belgique :	*groupés (5 au moins)*	*60 FB*	*par abonnement*
	isolés	*100 FB*	
Etranger :	*par paquets de 5*	*600 FB*	*le paquet*
	isolé	*200 FB*	

Compte n° 000-0728014-29 , SBPM
Chemin des Fontaines, 14 bis, 7460 - Casteau
Les abonnements à cette revue, destinée aux élèves, sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur.

Poster historique: *Belgique : 30 FB*
par paquets de 5 : 120 FB
Etranger : 60 FB
par paquets de 5 : 240 FB

Nous conseillons aux étrangers de payer par mandat postal international. En cas d'intervention bancaire, majorer la somme à payer de 100 FB.