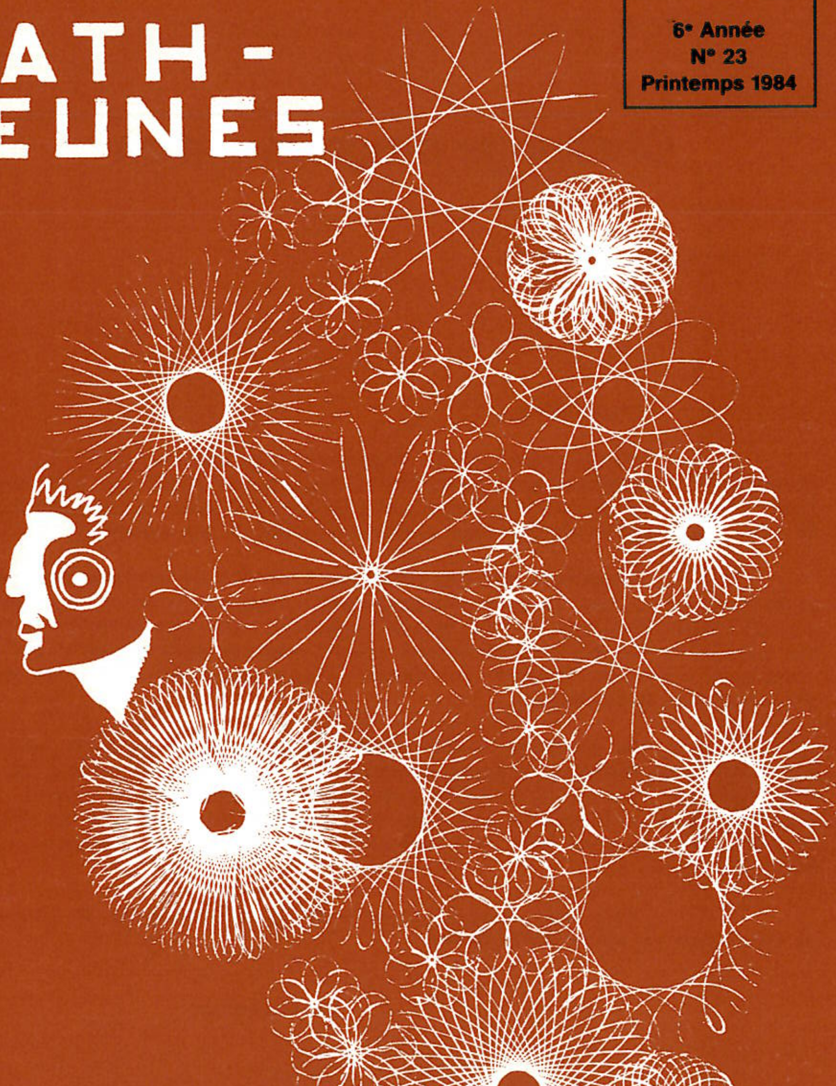
MATH-JEUNES

6e Année
N° 23
Printemps 1984



Publication trimestrielle de la
SOCIETE BELGE des PROFESSEURS
de MATHEMATIQUE d' Expression Française (A.S.B.L.)

Challenge programmation

A NOS JEUNES ABONNES

Chers amis,

Comme promis, vous trouverez dans votre journal le bulletin d'inscription pour votre participation au challenge programmation. Nous espérons que vous êtes très nombreux à nous avoir préparé de beaux programmes et que vous n'hésiterez pas à les envoyer.

N'oubliez pas non plus que l'on attend vos réponses aux problèmes posés dans le coin des problèmes. Réponses à un ou plusieurs des problèmes réponses partielles ou complètes sont les bienvenues. Vos résultats des différents envois seront cumulés pour obtenir le classement final du "Rallye Problèmes". Les meilleures solutions seront publiées dans MATH-JEUNES.

Le prochain numéro sera déjà le dernier de cette année scolaire. Pour préparer l'année prochaine, nous aimerions savoir ce que vous aimeriez trouver de nouveau dans votre journal, ce qui vous a particulièrement intéressé cette année, ce qui vous a paru moins intéressant. Ecrivez-nous pour nous donner votre opinion, si possible en précisant votre âge.

Nous vous souhaitons de très bonnes vacances de Pâques en compagnie de votre MATH-JEUNES

La Rédaction

Les fractions continues

En 1767, le mathématicien français LAGRANGE réussit à exprimer les racines d'une équation sous forme de fractions continues. La théorie de ces fractions, quelque peu délaissées actuellement, fut pourtant à la base d'une première approche numérique des valeurs des irrationnels. Elle mérite pourtant que l'on s'y intéresse, ne fut-ce que parcequ'elle permet de nombreuses démarches algorithmiques.

Une expression telle que $$q_0 + \cfrac{1}{q_1 + \cfrac{1}{q_2 + \cfrac{1}{q_3 + \cfrac{1}{\cdots}}}}$$

où $q_0, q_1, q_2, q_3, \ldots \in \mathbb{N}_0$

s'appelle une fraction continue et se représente par $<q_0,q_1,q_2,\ldots>$ où les q_i sont les "quotients incomplets".

La suite déterminée par $u_n = < q_1, \ldots ,q_n >$ est la suite des *réduites* associée à la fraction continue.

Par exemple, la suite des réduites associée à la fraction continue $<2,3,1,4,2>$ comprend les termes suivants :

$$u_0 = <2> = 2$$

$$u_1 = <2,3> = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

$$u_2 = <2,3,1> = 2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1}} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$u_3 = <2,3,1,4> = 2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4}}} = 2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{4}{5}} = 2 + \frac{5}{19} = \frac{43}{19}$$

$$u_4 = <2,3,1,4,2> = \frac{95}{42}$$

Cette méthode devient rapidement fastidieuse. On doit au Hollandais Huygens un algorithme pour calculer les termes u_n.

> Le numérateur et le dénominateur du terme u_n de la suite des réduites associée à la fraction continue $<q_0, \ldots ,q_n>$, sont les termes de rang n des suites
>
> A: $a_{-2} = 0,\ a_{-1} = 1,\ a_n = q_n\, a_{n-1} + a_{n-2}$
>
> B: $b_{-2} = 1,\ b_{-1} = 0,\ b_n = q_n\, b_{n-1} + b_{n-2}$

L'amorçage de cette démonstration par récurrence est simple:

$$u_0 = \frac{a_0}{b_0} = \frac{q_0\ a_{-1} + a_{-2}}{q_0\ b_{-1} + b_{-2}} = \frac{q_0}{1} = q_0$$

$$u_1 = \frac{a_1}{b_1} = \frac{q_1\ a_0 + a_{-1}}{q_1\ b_0 + b_{-1}} = \frac{q_1\ q_0 + 1}{q_1} = q_0 + \frac{1}{q_1}$$

Il reste à démontrer que $\frac{a_k}{b_k} = u_k \Longrightarrow \frac{a_{k+1}}{b_{k+1}} = u_{k+1}$

Comme on peut déduire u_{k+1} de u_k en remplaçant dans le dernier membre de $u_k = \frac{a_k}{b_k} = \frac{q_k\ a_{k-1} + a_{k-2}}{q_k\ b_{k-1} + b_{k-2}}$, le quotient incomplet q_k par $q_k + \frac{1}{q_{k+1}}$, on trouve

$$u_{k+1} = \frac{(q_k + \frac{1}{q_{k+1}})\ a_{k-1} + a_{k-2}}{(q_k + \frac{1}{q_{k+1}})\ b_{k-1} + b_{k-2}} = \frac{q_{k+1}\ (q_k\ a_{k-1} + a_{k-2}) + a_{k-1}}{q_{k+1}\ (q_k\ b_{k-1} + b_{k-2}) + b_{k-1}}$$

$$= \frac{q_{k+1}\ a_k + a_{k-1}}{q_{k+1}\ b_k + b_{k-1}} = \frac{a_{k+1}}{b_{k+1}}$$

On peut à présent reprendre l'exemple précédent par le tableau :

n	-2	-1	0	1	2	3	4
q_n			2	3	1	4	2
a_n	0	1	2	7	9	43	95
b_n	1	0	1	3	4	19	42

où les lignes a_n et b_n se calculent par :

		z	q_n
x	y	x + y z	a_n et b_n

Voila donc la manière -facilement transformable en un algorithme- qui permet de transformer une fraction continue en une suite de fractions qui "convergent" vers la vraie valeur de la fraction. Examinons la technique dans l'autre sens : comment transformer une fraction M/N en fraction continue ?

Si $M > N$, $\frac{M}{N} = a_1 + \frac{M_1}{N} = a_1 + \frac{1}{\frac{N}{M_1}}$, la fraction $\frac{N}{M_1}$ a un numérateur également plus grand que le dénominateur: on peut recommencer en suivant le même principe.
Si $M < N$, on admet $a_1 = 0$ et on continue le processus.

Appliquons ce "truc" à la fraction $\frac{381}{266}$

$\frac{381}{266} = 1 + \frac{115}{226}$ $\qquad$ $\frac{226}{115} = 2 + \frac{36}{115}$ $\qquad$ $\frac{115}{36} = 3 + \frac{7}{36}$

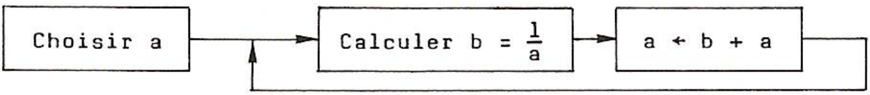
$\frac{36}{7} = 5 + \frac{1}{7}$ $\qquad$ $\frac{7}{1} = 7 + 0$

$$\frac{381}{266} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{7}}}} = < 1,2,3,5,7 >$$

Convergence des suites de réduites. (Dans le cas de fractions continues avec une infinité de termes identiques : <a,a,a,...>)

On a $u_0 = \frac{1}{a}$ et $u_n = \frac{1}{a + u_{n-1}}$ $\quad \forall n \in N_0 \quad \forall a > 0$

Calculons, à l'aide d'une machine, des termes successifs de la suite pour différentes valeurs de a. Un organigramme du calcul est, par exemple,



Pour a = 1, on obtient : (1; 0,5 ; 0,66 ; 0,6 ; 0,625 ; 0,615...)
L'observation de différents résultats suggère que la suite converge en oscillant !

On a : $u_n = \frac{1}{a+u_{n-1}} \Longrightarrow a+a_{n-1} = \frac{1}{u_n} \Longrightarrow u_{n-1} = \frac{1}{u_n} - a$

et : $u_{n+1} = \frac{1}{a + u_n}$

Dès lors, $u_n - u_{n-1} = u_n - \frac{1}{u_n} + a = \frac{u_n^2 + au_n - 1}{u_n}$

et $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{a + u_n} - u_n = \frac{1 - au_n - u_n^2}{a + u_n}$

Puisque a est strictement positif, u_n et $a+u_n$ le sont aussi.

Or $u_n^2 + au_n - 1 = - (1 - au_n - u_n^2)$, donc $u_n - u_{n-1}$ et $u_{n+1} - u_n$ sont de signes contraires.

De plus si on pose $\delta_n = |u_n - u_{n-1}|$ et $\delta_{n+1} = |u_{n+1} - u_n|$,

alors $\delta_{n+1} < \delta_n$ puisque les deux fractions

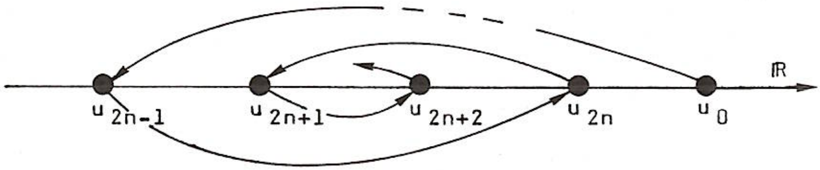
$$\delta_n = \frac{|\, u_n^2 + au_n - 1 \,|}{u_n} \quad \text{et} \quad \delta_{n+1} = \frac{|\, 1 - au_n - u_n^2 \,|}{a + u_n}$$

ont des numérateurs égaux et que $a > 0 \implies a + u_n > u_n$

Ces considérations permettent de conclure que la suite oscille et qu'elle peut être décomposée en deux suites monotones si on sépare les termes de rang pair et ceux de rang impair .

La suite (u_{2n}) est décroissante et minorée par u_1

La suite (u_{2n+1}) est croissante et majorée par u_0



(u_{2n}) converge donc vers un x positif, et

$$x = \frac{1}{a + \frac{1}{a + x}} \implies x = \frac{a+x}{a^2 + ax + 1}$$

$$\implies a^2x + ax^2 + x - a - x = 0 \implies x^2 + ax - 1 = 0$$

On retiendra de cette équation la racine positive :

$$x = \frac{\sqrt{a^2 + 4} - a}{2}$$

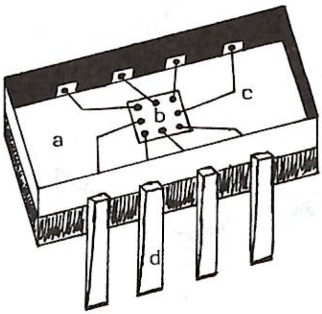
Dans le cas où a = 1, on a : $\langle 1,1,1,\ldots \rangle = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ (*Nombre d'or*)

Dans le cas où a = 2, on a : $\langle 2,2,2,\ldots \rangle = \sqrt{2} - 1$

Ce dernier cas peut donner naissance à une intéressante approximation de $\sqrt{2}$ par la suite de ses réduites.

Les puces

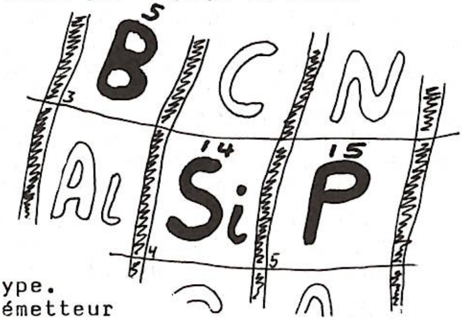
L'ordinateur est un calculateur électronique extrêmement rapide : il se compose d'une unité centrale et d'un ensemble d'unités périphériques. Chacune d'elles comprend de nombreux circuits électroniques miniaturisés disposés sur des micro-plaquettes de silicium, appelées *PUCES*. Ces puces, rectangles de quelques millimètres, sont enfermées dans des petits boitiers de céramique qui en permettent le maniement.



a : support céramique
b : puce (Silicium dopé)
c : fils d'or
d : broches (Aluminium)

En surface des plaquettes, plusieurs couches de silicium impur ont été déposées. C'est dans ces couches que s'écrit le programme -immuable- qui représente la tâche à accomplir par cette puce (jusqu'à 250 000 opérations élémentaires!).

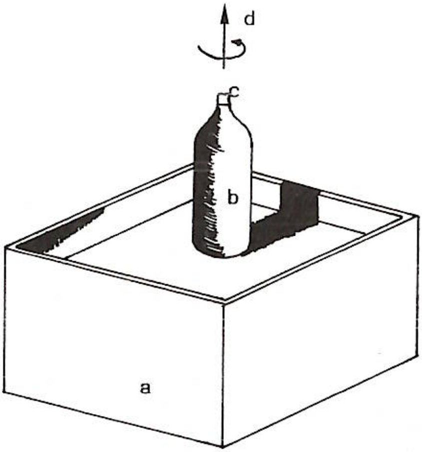
Le silicium de type N est dopé à l'aide d'une impureté comme le phosphore afin de produire un exès d'électrons. Le silicium de type P manque d'électrons et s'obtient par dopage au bore.

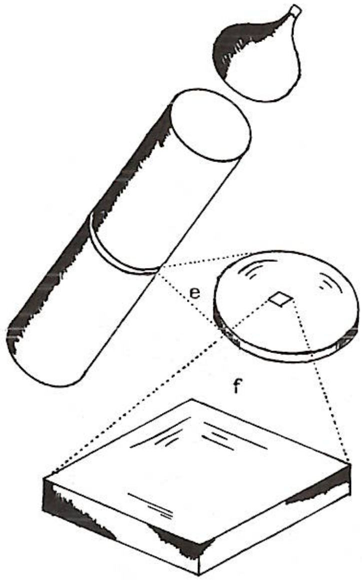


L'élément de base d'une puce est le *TRANSISTOR*. Deux zones de silicium P (l'émetteur et le collecteur) encadrant une zone de silicium N (la base) constituent un transistor type. Le passage du courant de l'émetteur au collecteur n'est possible que lorsqu'une tension appropriée est appliquée à la base. Le tout fonctionne donc comme un interrupteur à bouton poussoir. (Le courant passe lorsque le doigt pousse!).

Fabriquer une puce est donc simple : on dope trois zones (petits îlots dans la masse) et on soude troix fils. Ce qui l'est moins c'est d'en doper plusieurs milliers par mm^2!

Nous allons voir en détail la technique qui permet de fabriquer ces puces.





a : cuve de silicium
b : cristal en cours de tirage
c : germe monocristallin
d : traction et rotation
e : tranche du cristal
f : zone d'implantation d'une puce.

1. Fabrication des tranches.

Partant d'une charge en silicium très pur, il s'agit avant tout de réaliser la structure cristalline la plus parfaite possible. Pour cela, un germe monocristallin est fixé à l'extrémité d'une tige en rotation et trempé dans du silicium pur en fusion (1420°). Les conditions du tirage du cristal dépendent du type de circuit intégré que l'on veut fabriquer. Depuis 1968, le diamètre est passé de 20 à 100 mm et ce, avec une qualité cristalline supérieure.

Le cristal est rectifié et découpé en tranches qui sont ensuite polies suivant un procédé chimico-mécanique jusqu'à une épaisseur d'environ 5/10 mm.

2. Epitaxie.

Cette opération très délicate permet de déposer, en phase gazeuse, une couche de silicium de dopage extrêmement bien contrôlé sur la tranche de silicium. C'est à l'intérieur de cette couche qu'est réalisée la structure du circuit intégré.

3. Oxydation.

Cette couche d'oxyde constitue une barrière étanche à la pénétration des atomes étrangers à l'intérieur du silicium.

Cette propriété de l'oxyde de silicium justifie en partie le choix de ce matériau pour la fabrication des puces.

4. Dépôt de résine.

Il s'agit d'une résine photo-sensible du type de celles employées en photographie.

5. Exposition.

La couche de résine est soumise à une source de rayons ultra-violets(car leur diffraction est faible), au travers d'un masque photographique représentant les motifs d'oxyde que l'on veut représenter dans le silicium.

De plus en plus, dans les opérations de photogravure, l'utilisation d'un masque est remplacée -lorsqu'une précision de l'ordre du millième de mm est nécessaire- par le déplacement piloté par ordinateur d'un faisceau très fin d'électrons qui impressionnent la résine photosensible, créant ainsi directement les motifs désirés.

6. Développement.

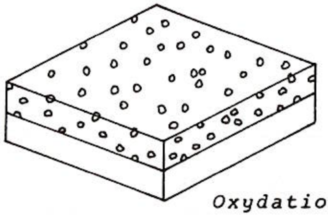
La résine exposée est dissoute par passage dans divers bains de solvants.

7. Gravure.

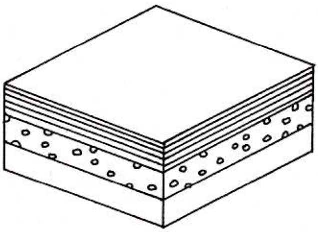
La tranche est alors plongée dans un bain de gravure constitué d'un mélange d'acides qui attaque l'oxyde de silicium dans les zones où il a été mis à nu, créant ainsi de microscopiques fenêtres nécessaires à la suite des opérations.

8. Dissolution de la résine.

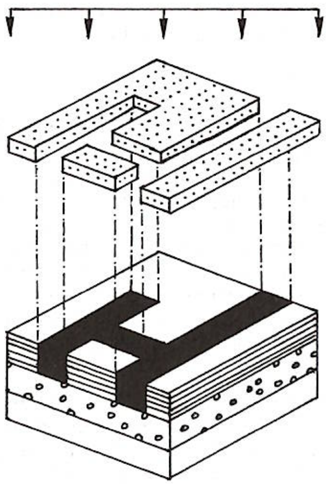
La résine se trouvant sur les zones qu'elle est chargée de protéger est enfin dissoute par des



Oxydation↑

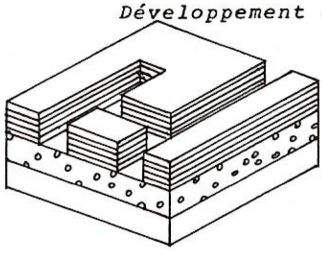


Dépôt de résine ↑



Exposition↑

Développement ↓

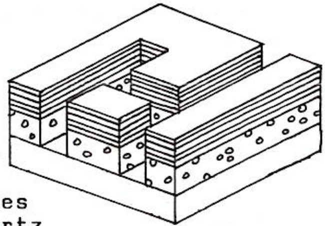


solvants plus puissants.

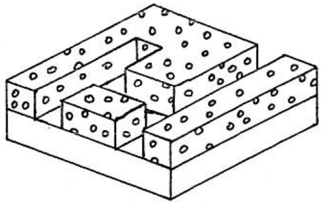
9. Diffusion.

Ce traitement consiste à faire pénétrer à haute température des atomes dopants (bore, phosphore,...) dans les fenêtres ouvertes dans l'oxyde par photogravure. Les tranches sont placées dans une nacelle de quartz et introduites dans un four de diffusion en présence des sources de dopants. Il y règne une température de 1200°.

Lorsque la précision requise ne peut être atteinte par diffusion, on utilise l'implantation ionique. Cette technique permet de créer des ions, de les accélérer, de les focaliser et d'en bombarder les fenêtres ouvertes.



Gravure ↑



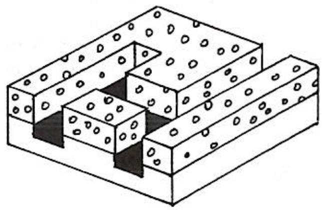
Dissolution de la résine ↑

Les étapes 3 à 9 sont répétées plusieurs fois: une puce classique ayant 11 couches.

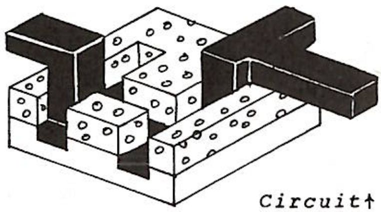
10. Circuit.

Enfin, on dépose une pellicule de métal (aluminium) que l'on masque et que l'on grave à l'acide pour former le réseau des connexions. Cette couche comporte également des griffes de contact qui permettent de relier chaque puce à l'extérieur, via de fins fils d'or. La plaquette est finalement recouverte d'une couche protectrice d'oxyde.

Lorsque le circuit devient trop complexe et que plusieurs couches sont nécessaires, elles sont séparées par des couches de quartz projeté sous atmosphère raréfiée d'argon.



Diffusion ↑



Circuit ↑

Les tranches sont ensuite découpées et testées à 100%. Moins d'une seconde suffit à appliquer l'ensemble des tests sur une micro-plaquette.

En 1960, Gordon Moore, un phycisien américain, avait prédit que le nombre de composants qu'on arriverait à tasser sur une seule puce doublerait tous les ans. La "loi" est toujours vérifiée aujourd'hui...

HARDY Godfrey Harold (1897-1947) Anglais (L6).
D'abord généticien, il découvre avec le physicien allemand Weinberg, certaines lois de la génétique. Il se consacre ensuite à l'étude de la théorie des nombres à Cambridge, puis à Oxford.

HERMITE Charles (1822-1901) Français (L5).
Professeur d'algèbre à la Sorbonne pendant plus de 30 ans, Hermite a en 1873 démontré la transcendance du nombre e, base des logarithmes népériens. Ses autres travaux portent sur les formes quadratiques, les intégrales eulériennes et les fonctions modulaires.

HERON D'ALEXANDRIE (1er siècle p.J.C) Grec (L2).
Il nous a laissé des techniques de calcul approché de racines carrées et cubiques, un traité sur le calcul des aires, la loi de la réflexion de la lumière, et des ouvrages sur la construction de machines.

HILBERT DAVID (1862-1943) Allemand (L6).
Grand algébriste et arithméticien, il introduit les espaces de dimension infinie (espace de Hilbert). Mais sa plus grande contribution est un ouvrage sur les fondements de la géométrie: Grundlagen der Geometrie qui contient la première exposition totalement axiomatisée et abstraite de la géométrie euclidienne. Hilbert apparaît comme le père de l'école axiomatique, par opposition à l'école intuitionniste.

HIPPARQUE DE NICEE (-161,-127) Grec (L1).
Mathématicien fondateur de la trigonométrie en Grèce, il a introduit le système de base 60, hérité des Babyloniens. Comme astronome, il découvrit la précession des équinoxes et l'obliquité de l'écliptique. On lui attribue l'invention d'un système de référence en termes de longitude et de latitude, et une contribution importante a la théorie des éclipses.

HIPPAS d'Elis (v-430) Grec (L1).
Sophiste qui découvrit une quadratrice, courbe spéciale utilisée pour résoudre le problème de la trisection d'un angle et de la quadrature du cercle.

HIPPOCRATE de Chios (v-460) Grec (L1).
Il fut le premier a composer des Eléments, récapitulation du savoir de l'époque. Il résolut aussi le problème de la quadrature de certaines lunules.

HORNER William (1786-1837) Anglais (L5).
Mathématicien qui a donné son nom à une technique de recherche de solutions d'équations numériques de degré quelconque. Bien connue des Chinois au 13ème siècle, elle était inconnue des Occidentaux avant qu'il ne la redécouvre.

HUYGENS Christian (1629-1695) Néerlandais (L4).
Inventeur de l'horloge à balancier, on lui doit aussi les concepts de force centrifuge, de moment d'inertie, de résonance et la résolution correcte du problème des chocs, basée sur la conservation de la quantité de mouvement. En mathématique, il compose le premier traité complet sur les probabilités, invente la théorie des développées et développantes, rectifie la cissoïde, établit la théorie de la fonction logarithmique et de la chaînette.

HYPATIE D'ALEXANDRIE (370,415) Grecque (L2).
Première mathématicienne dont l'histoire ait retenu le nom, elle était la fille de Théon et chef de file des néoplatoniciens d'Alexandrie. Son éloquence, sa modestie rare, sa beauté et ses remarquables dons intellectuels lui attirèrent de nombreux élèves. Hypatie symbolisait l'étude et la science, ce qui à cette époque était identifié au paganisme par les premiers chrétiens. Ils l'assassinèrent sauvagement, provoquant le déclin d'Alexandrie comme centre d'études. On a gardé d'elle des commentaires sur Diophante et Apollonius, et des lettres dans lesquelles elle parle d'astronomie.

●●●I●●●

ISIDORE DE SEVILLE (V600) Espagnol (L2).
Erudit à qui l'on doit une Encyclopédie en 20 livres qui sera éditée jusqu'au XIIIème siécle. Un de ces vingt livres est un condensé de l'arithmétique de Boetius, complété d'une interprétation mystique des nombres.

●●●J●●●

JACOBI Carl Gustav Jacob (1804-1851) Allemand (L5).
Professeur de mathématique à l'Université de Königsberg, il a fondé avec Abel la théorie des fonctions elliptiques. Il fut aussi un pionnier de la théorie des déterminants. Il meurt emporté par la variole.

JORDAN Camille (1838-1922) Francais (L6).
Professeur à l'Ecole Polytechnique, éditeur du Journal de Mathématique pure et appliquée de 1885 à 1922, il a le premier explicité les travaux de Galois sur les groupes de substitution. Il développe la théorie des formes. Il définit correctement aire, volume, intégrale, longueur d'arc de courbe (Courbes de Jordan) et mesure d'un ensemble de points.

●●●K●●●

KEPLER Johann (1571-1630) Allemand (L4).
En tant qu'astronome, il découvrit que la terre et les planètes se meuvent autour du soleil sur des orbites elliptiques en poursuivant les travaux de Brahe a qui il succéda à l'Observatoire de Prague. En tant que mathématicien, on lui

doit la notion de foyer et de points à l'infini des coniques ainsi qu'un petit traité sur la détermination du volume des tonneaux de vin...

KHAYYAM Omar (1050-1122) Iranien (L3).
Poète et mathématicien, il a laissé un traité d'algèbre où il développe les théories de Al Khuwarizmi en proposant entre autres une solution géométrique de l'équation du troisième degré. Il a aussi écrit des Commentaires sur la difficulté des postulats d'Euclide.

KLEIN Felix (1849-1925) Allemand (L5).
Il publie en 1872, à 23 ans, le PROGRAMME D'ERLANGEN où il etudie la géométrie par ses propriétés d'invariance pour un groupe donné de transformations. En algèbre et en analyse, il montre aussi l'importance de la notion de groupe, admirant les possibilités d'unification des mathématiques qu'apportait cette notion. Son influence fut déterminante sur nos "math. modernes".

KOLMOGOROV Andrey Nicolayevich (1903-) Russe (L6).
Etudiant, chercheur puis professeur à l'Université de Moscou, ses travaux ont influencé diverses branches des mathématiques. Son système axiomatique pour l'étude des probabilités est universellement employé.

●●●L●●●

LAGRANGE Joseph Louis, comte de (1736-1813) Francais (L5).
Savant discret, il travailla a Turin où il fonda une Académie des Sciences, à Berlin ou il succéda à Euler, puis à Paris où il participa à l'élaboration du système métrique. Principalement connu pour ses travaux en mécanique, (Lagrangien d'un mouvement, libration de la Lune, mouvements de Jupiter et de Saturne, propagation du son ...), on lui doit aussi des méthodes d'approximation de racines d'équations (th. des accroissements finis, coéf. d'interpolation de Lagrange...) et des travaux d'Arithmétique (résolubilité d'équations diophantiennes, forme quadratique...) Il prépare avec Vandermonde une théorie des équations qui aboutira avec Galois à la théorie des groupes.

LAMBERT Johann Heinrich (1728-1777) Suisse-Allemand (L5).
Fils d'un tailleur, cet autodidacte prouva rigoureusement en 1761 que "pi" était irrationnel. Il fit aussi la première étude systématique des fonctions hyperboliques. Il édita un almanach d'astronomie et mesura les intensités lumineuses (le Lambert est l'unité C.G.S. de luminescence).

LAPLACE Pierre Simon de (1749-1827) Français (L5).
Professeur à l'Ecole Royale Militaire à 20 ans, il aura le jeune Napoléon comme élève. Plus tard, il sera un moment Ministre de l'Intérieur de son ancien élève. Avec des amis scientifiques (Coulomb, Lavoisier, Gay-Lussac,...), il fonde la société d'Arcueil d'où sortiront de nombreux travaux de physique mathématique. Il publiera une Mécanique céleste et un Essai sur les Probabilités.

LA VALLEE POUSSIN Charles (1866-1962) Belge (L6).
Il a montré que le nombre N de nombres premiers inférieurs à un entier x, tend asymptotiquement vers le quotient de x par le logarithme népérien de x.

LEBESGUE Henri Léon (1875-1941) Français (L6).
Dans sa thèse de doctorat en 1902, il détrône l'intégration au sens de Riemann par une nouvelle technique plus souple, plus puissante qui étend le nombre de fonctions intégrables. Il introduira a cette occasion une nouvelle notion de mesure d'un ensemble de points.

LEIBNIZ Gottfried Wilhelm (1646-1716) Allemand (L4).
Diplomate, il rencontra Louis XIV et Pierre le Grand. Théologien, il examinera avec Bossuet les possibilités de fusion entre les Eglises catholique et réformée. Comme philosophe, il s'opposera à Descartes et Locke. Venu tard à la mathématique, il sera l'opposé et le complémentaire de Newton: ses notations de différentielles et d'intégrales s'imposeront. On lui doit une machine arithmétique surpasant de loin celle de Pascal.

L'HOSPITAL Guillaume Francois Antoine de (1661-1704) Français (L4).
Après une courte carrière militaire, il se consacre aux mathématiques, principalement aux nouvelles techniques de Newton et Leibniz: l'emploi de la différentielle pour obtenir les extréma, les inflexions et les rebroussements des fonctions algébriques. Il y énonce surtout sa technique pour lever les indéterminations dans certains calculs de vraies valeurs.

LIE Sophus (1842-1899) Norvégien (L5).
Dans sa théorie des groupes de transformation, il expose la théorie des groupes finis. Il appliquera ses théories à la géométrie différentielle.

LINDEMANN Ferdinand von (1852-1939) Allemand (L6).
Il prouva en 1882 que pi est un nombre transcendant (il n'est la solution d'aucune équation algébrique à coéfficients rationnels). Il prouvait ainsi que le problème des Grecs, la construction de la longueur d'un arc de cercle à partir de son rayon en se servant d'une règle et d'un compas, était définitivement insoluble.

LIOU HOUI (3ème siècle) Chinois (L2).
Il commente, après l'avoir reconstitué, l'art mathématique en 9 sections, le livre mathématique ayant eu le plus d'influence en

Chine ancienne. (Il avait été détruit par l'autodafé de 213). On y trouve des résultats exacts sur la géométrie du triangle, pi avec 6 décimales, calculé par un polygone à 172 cotés, les systèmes de 3 équations à 3 inconnues résolus par matrices, et des formules de volumes de pyramides.

LIPSCHITZ Rudolf Otto Sigismond (1832-1903) Allemand (L5).
On lui doit une généralisation de la notion de continuité, qui permet l'application de la méthode d'approximation dite du point fixe.

LISSAJOUS Jules Antoine (1822-1880) Français (L5).
Il est le père de courbes obtenues paramétriquement par 2 courbes sinusoïdales: elles sont fondamentales en physique.

LOBATCHEVSKI Nicolai Ivanovitch (1792-1856) Russe (L5).
Il est le père d'une géométrie non euclidienne, où le postulat des parallèles est modifié: il existe une infinité de droites parallèles à une droite donnée par un point donné. Cette géométrie a la même valeur logique que celle d'Euclide.

LUKASIEWICZ Jan (1878-1956) Polonais (L6).
Philosophe et mathématicien, il a découvert un système de notation plus simple que les "parenthèses" de Descartes: le système dit "de la notation polonaise", employé de nos jours sur certaines machines à calculer.

●●●M●●●

MACHIN John (1680-1751) Anglais (L4).
Professeur d'astronomie à Cambridge, il trouva une formule permettant d'obtenir assez facilement une centaine de décimales de pi.

MACLAURIN Colin (1698-1751) Ecossais (L4).
Disciple de Newton, il est le premier à définir clairement le critère permettant de distinguer les maxima des minima. En 1742, son traité des fluxions contient un développement en série entière qui porte son nom. Cette série est un cas particulier utile de celle de Taylor, trouvée en 1715.

MARKOV Andrey Andreyevitch (1856-1922) Russe (L6).
Professeur à Leningrad, il a développé l'étude des processus stochastiques, particulièrement ceux que l'on appelle de nos jours "chaînes de Markov" (problèmes de probabilités en chaînes, files d'attente, mouvement brownien...)

MENECHME (V-375,-325) Grec (L1).
Elève d'Eudoxe, il est le premier à sentir la différence entre théorie et problèmes. Sa plus grande contribution est la découverte des "sections coniques" par des coupes d'un cone circulaire droit. Il a découvert une solution analytique de la duplication du cube.

MENELAUS d'Alexandrie (v100) Grec (L2).

Il a écrit de nombreux livres, la plupart perdus: sur les triangles sphériques et sur les transversales dans un triangle.

MERIZIAC Bachet de (1581-1638) Français (L4).

Auteur des Problèmes plaisants et délectables, sorte d'ancêtre de Math-Jeunes (sic!), il énonca certains résultats d'arithmétique, dont s'inspira Fermat.

MERSENNE Marin (1588-1648) Français (L4).

Ce révérend Père de l'Ordre des Minimes apparaît comme l'un des hommes les plus ouverts de son temps, dans tous les domaines de la pensée scientifique. Ses relations épistolaires avec Descartes, Desargues, Fermat, Pascal et Galilée sont considérées comme l'ébauche d'un véritable journal scientifique. Il fonda en 1635 l'Académie de Paris, idée reprise trente ans plus tard par Colbert pour fonder l'Académie des Sciences. Personnellement, il détermina les rapports de fréquences des notes de la gamme et mesura la vitesse du son. En mathématique, il proposa une formule permettant de trouver les nombres premiers; bien qu'imparfaite, cette formule est à l'origine de nombreuses recherches en théorie des nombres.

MINKOWSKI Hermann (1864-1909) Russe (L6).

Il est le père de l'espace-temps, conception mathématique qui sera exploitée de façon magistrale par l'un de ses élèves: Einstein. On lui doit également des résultats en théorie des nombres et en analyse.

MOEBIUS Augustus Ferdinand (1790-1868) Allemand (L5).

Cet astronome de Leipzig s'est acquis une renommée mathématique en imaginant les coordonnées homogènes et barycentriques toujours employées en géométrie projective. Sa célébrité, il la doit au ruban à une face dont il a prouvé l'existence dans ses remarquables travaux en topologie.

MONGE Gaspard (1746-1818) Français (L5).

A 16 ans, il occupe la chaire de Physique au Collège de Lyon. Chargé de lever, avec des moyens rudimentaires, un plan de Beaune, il se fait remarquer par des méthodes nouvelles et efficaces. Durant la Révolution, il est un personnage très en vue et participe à l'élaboration du système métrique. En 1795, il enseigne sa nouvelle géométrie descriptive à l'Ecole Polytechnique qui vient d'être créée. En 1798, il accompagne Napoléon en Egypte, devient comte de Pélouse et sénateur de Liège sous le Consulat. La Restauration le prive de toutes ses charges: lors de ses funérailles, les élèves de Polytechnique ne sont pas autorisés à assister à la cérémonie. Lors de leur première sortie autorisée, ils se réuniront sur sa tombe.

MULLER Johannes (dit REGIOMONTANUS) (1436-1476) Allemand (L3).

Né à Konigsberg (d'où son surnom), il est le mathématicien le plus influent du XVeme siècle. Ami du Cardinal Bessarion (un

Byzantin qui tenta de rapprocher les Eglises grecque et latine), il s'initia aux grands classiques grecs et acquit pour les traduire et les imprimer, de nombreux textes inconnus en Occident a cette époque. Appelé à Rome par Sixte IV pour réformer le calendrier, il y mourut mystérieusement. Sur le plan mathématique, il effectua un relevé systématique des méthodes trigonométriques plane et sphérique.

●●● N ●●●

NASIR Al Din Al Tusi (1201-1274) Arabe (L3).
Astronome du petit-fils de Gengis Khan, il expose le premier traité de trigonométrie comme une doctrine indépendante de l'astronomie. Il essayera de démontrer le postulat des parallèles d'Euclide: ses travaux en ce domaine seront poursuivis 400 ans plus tard par Wallis.

NEMORARIUS Jordanus (-1237) Allemand (L3).
On sait de lui qu'il était professeur à Paris en 1220, général des Dominicains en 1222 et qu'il mourut en revenant de Terre Sainte. Il est le fondateur de l'école médiévale de mécanique. Il énonce le premier la formule exacte du plan incliné. Son Arithmetica est le premier texte dans lequel sont employés les paramètres, ce qui permet des énoncés généraux d'algèbre. Il laissera de nombreux algorismes (techniques de calcul).

NEPER John (NAPIER) (1550-1617) Ecossais (L4).
Théologien et mathématicien, il créa les logarithmes, puissant outil de calcul. Avec Briggs, il établit la première table des mantisses en base 10. Le logarithme naturel de base 2,7182... est dit népérien en son honneur. Neper est aussi le père d'un procédé automatique de multiplication.

NEWTON Sir Isaac (1642-1727) Anglais (L4).
La carrière scientifique de Newton fut longue et brillante. En examinant les mouvements planétaires, il découvrit la loi de gravitation universelle. Il formula également une définition correcte de la lumière blanche. En mathématique, il inventa, parallèlement à Leibniz, le calcul différentiel. Il était professeur à Cambridge et responsable du poids des monnaies.

●●● O ●●●

ORESME Nicole d' (1323-1382) Francais (L3).
Professeur au Collège de Navarre, il fut chargé par Charles V de réformes financières. Il traduisit Aristote et mourut évêque de Lisieux. On lui doit les règles des exposants, quelques lois pour la détermination des convergences de séries infinies, et les représentations graphiques en axes rectangulaires.

●●●P●●●

PAPPUS d'Alexandrie (v300) Grec (L2).

Il a écrit une Collection Mathématique de 8 livres dont 6 nous sont parvenus. C'est notre meilleur témoin des mathématiques grecques. Il récapitule Euclide, Archimède, Apollonius et Ptolémée en y incluant ses propres travaux: c'est le requiem de la géométrie grecque et l'inauguration de l'ère des commentateurs.

PASCAL Blaise (1623-1662) Français (L4).

Philosophe, il écrira les Provinciales, pour défendre les Jansénistes contre les Jésuites, et les Pensées. Physicien, il fabriquera la première machine à calculer pour aider son père commerçant, et découvrira les lois de la pression en inventant la seringue et la presse hydraulique. Mathématicien, il créera la théorie des probabilités et la combinatoire. Il s'est intéressé aussi à l'analytique découverte par Descartes et on lui doit des théorèmes sur les hexagones inscrits à des coniques.

PEANO Giuseppe (1858-1932) Italien (L6).

Il fonda une logique symbolique qui est devenue la base de la définition axiomatique des ensembles. Il eut une grande influence sur les Bourbakistes et sur l'évolution des mathématiques en général. Il s'est occupé également des notions de dimension et de continuité en étudiant des courbes fractales (sans leur donner ce nom). Sur la fin de sa vie, il créa l'"Interlingua", langue artificielle avec une grammaire très simple, ancetre de l'Esperanto.

PLATON (-428,-348) Grec (L1).

Il est avec Socrate et Aristote le fondateur de toute la philosophie occidentale. A plusieurs reprises, il abordera les mathématiques dans ses écrits, il dira notamment: "Dieu fait toujours de la Géométrie". Il a écrit un traité sur les nombres et sur les 5 polyèdres réguliers. Il croyait que la terre était le centre du monde et que les astres étaient animés de mouvements circulaires uniformes. Il fonda en -387 l'Académie d'Athènes, centre de recherches philosophique et scientifique.

PLUCKER Julius (1801-1868) Allemand (L5).

En 1829, il propose que l'élément fondamental en géométrie analytique ne soit pas forcément le point, mais parfois la droite: il inaugure la série des théorèmes duaux (théorèmes restant vrais lorsque l'on interchange les mots "droite" et "point"). Il proposera une classification des courbes algébriques, et des résultats d'analytique (hyperboles de Plucker). En physique, il découvrit la déviation des rayons cathodiques par les champs magnétiques, principe employé dans les téléviseurs. Peu de temps avant sa mort, il énonça l'existence des raies spectrales, caractéristique de toute substance chimique. Quelques mois après sa mort, on prouvera ainsi la présence d'hydrogène dans le soleil.

Les nombres premiers

Considérons un ensemble infini connu : l'ensemble des naturels privé de zéro. Existe-il dans la suite 1, 2, 3, ... des nombres qui pourraient engendrer les autres à l'aide d'une règle simple (en prenant au besoin plusieurs exemplaires du même)?

Si nous nous intéressons à l'addition, le nombre 1 suffit à lui tout seul, puisque l'on obtient n'importe quel nombre naturel en ajoutant 1 à lui-même un certain nombre de fois.

Et pour la multiplication? Existe-t-il des entiers tels qu'en les multipliant les uns par les autres on obtienne tous les autres ?

Ces nombres sont ceux qui n'admettent pas de diviseurs, sauf évidemment 1 et lui-même. De tels nombres sont appelés NOMBRES PREMIERS : par exemple 2, 3,et 5 sont premiers, tandis que 4 (=2x2), 6 (=2x3), ... ne sont pas premiers.

On démontre facilement que tout nombre peut se mettre d'une seule manière sous la forme d'un produit de nombres premiers. Par exemple :

$$16200 = 2^3 \times 3^4 \times 5^2$$

Venant de définir une nouvelle catégorie de nombres, demandons-nous quels sont les nombres premiers ou si un nombre donné, 823 par exemple, est premier.

1 Il existe une méthode classique permettant d'établir tous les nombres premiers de 1 à un nombre déterminé quelconque. Le principe est le suivant : on va "verser" en quelque sorte tous les nombres dans un tamis qui ne laisse passer que les naturels non premiers,ce qui restera sera alors les naturels premiers. La méthode est dite la méthode du TAMIS D'ERATHOSTENE.

Décrivons cette méthode : commençons par écrire la liste ordonnée des naturels : comme elle est infinie, arrêtons-nous à , par exemple, 26 :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16

17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 .

Un nombre non-premier peut s'écrire comme le produit de 2 nombres entiers : n=axb où a, b sont des entiers supérieurs à 1, donc inférieurs à n; si on trouve un nombre n,qui n'est divisible par aucun des nombres qui lui sont inférieurs, il est premier. Nous pouvons améliorer en remarquant que si a est plus petit ou égal à b, alors axa est inférieur ou égal à axb c'est à dire au nombre n lui-même. Nous pouvons donc en déduire : a est plus petit ou égal à $\sqrt{n}$.

Ce qui signifie que dans la liste des nombres de 1 à 26, si nous barrons les multiples de 2, 3 et 5 en exceptant ces

3 nombres, il restera les nombres premiers

1 2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ ~~9~~ ~~10~~ 11 ~~12~~ 13 ~~14~~ ~~15~~ ~~16~~
17 ~~18~~ 19 ~~20~~ ~~21~~ ~~22~~ 23 ~~24~~ ~~25~~ ~~26~~ .

On remarque que les multiples de 4 sont barrés car ils sont également multiples de 2.

2 Une autre méthode amusante consiste à établir un tableau qui va nous permettre d'affirmer si un nombre donné est premier en utilisant le théorème suivant :

Le nombre p = 2n + 1 est premier si et seulement si le nombre n ne figure pas dans le tableau.

Voici le tableau :

4	7	10	13	16	19 ...
7	12	17	22	27	32 ...
10	17	24	31	38	45 ...
13	22	31	40	49	58 ...
16	27	38	49	60	71 ...
⋮					

il est infini dans les deux sens.

Comment a-t-il été construit?

Toutes les lignes sont des suites arithmétiques de raisons différentes.

Pour rappel : une suite arithmétique est une suite de nombres, (de termes), dans laquelle chaque terme s'obtient en ajoutant au précédent un même nombre déterminé que l'on appelle le RAISON.

En effet,
la première ligne est une suite arithmétique de premier terme 4 et de raison 3 :

4   4+3=7   7+3=10   10+3=13 .....

la première colonne est identique à la première ligne.

la deuxième ligne est une suite de raison 5 :

7   7+5=12   12+5=17 .....

la troisième ligne est une suite de raison 7 :

$$10 \quad 10+7=17 \quad 17+7=24 \; ....$$

....etc....

la $m^{ième}$ ligne est une suite arithmétique de raison $(2m+1)$.

Appliquons le théorème et déterminons si, par exemple, le nombre 117 est premier.

$$117 = 2n + 1$$
$$n = \frac{117 - 1}{2}$$
$$= 58$$

Le nombre 58 se trouve dans le tableau; ce qui signifie que 117 n'est pas premier (en effet : $117=13\times9$).

Considérons un autre exemple : le nombre 179 est-il premier?

$$\frac{179 - 1}{2} = 89$$

89 ne se trouve pas dans le tableau, donc 179 est premier.

<u>Démontrons ce théorème.</u>

$\Longrightarrow$ le 1^{ier} terme de la $m^{ième}$ colonne est

$$4 + (m-1).3 = 3m + 1$$

le $k^{ième}$ terme de la $m^{ième}$ ligne est alors

$$(3m + 1) + (k-1).(2m + 1) = 2mk + m + k$$

appelons A_k^m ce terme général

donc $p = 2A_k^m + 1 = 2.(2mk+m+k) + 1$

$$= (2m+1).(2k+1)$$

ce qui signifie que p n'est pas premier puisqu'il peut s'écrire comme un produit (k et m sont des entiers supérieurs à 1).

On peut donc en conclure :

<u>si n appartient au tableau</u>
<u>alors p n'est pas premier.</u>

$\Longleftarrow$ si $p = 2n + 1$ n'est pas premier, il peut, étant impair, s'écrire comme le produit de 2 nombres impairs :

$$p = (2m+1).(2k+1)$$

calculons n : $2n + 1 = (2m+1).(2k+1)$
$= 4mk + 2m + 2k + 1$

$n = 2mk + m + k$

$= A_k^m$ où A_k^m est un nombre se trouvant dans le tableau.

On peut donc en conclure :

si p n'est pas premier alors n se trouve dans le tableau.

Le coin des problèmes

108 La soirée dansante.

42 personnes participent à un bal. Au cours de la soirée, une demoiselle danse avec 7 jeunes gens, une deuxième avec 8, une troisième avec 9, et ainsi de suite jusqu'à la dernière, qui dansa avec tous les hommes. Combien y avait-il de demoiselles à ce bal ?

109 L'avion.

Un avion parcourt 18 km avec le vent, puis contre le vent, en 10' 25" au total. La vitesse du vent est de 12m/sec. Quelle est la vitesse propre de l'avion ? Quelle serait la durée de l'aller-retour par temps calme ?

110 Drôle de triangle.

Les côtés d'un triangle ont pour expressions

$$a = x^2 + x + 1$$
$$b = 2x + 1$$
$$c = x^2 - 1 \quad (x>1)$$

Montrez que l'un des angles de ce triangle vaut 120°.

111 Nombres premiers.

Pouvez-vous démontrer que les nombres premiers sont toujours du type :

$$6\ m \pm 1$$

avec m naturel non nul , si l'on execpte 2 et 3.

Archimède
287-212 avant J.-C.

Lorsqu'en 212 avant notre ère, les troupes de Marcellus, général romain, entrèrent par surprise dans Syracuse, le siège de la ville durait depuis 3 ans.

La supériorité technique de cette cité grecque se concrétisait pour les Romains en un seul nom, celui de l'ingénieur prestigieux : Archimède.

Celui-ci fit construire des machines pour lancer des pierres à de grandes distances; au moyen d'énormes miroirs paraboliques judicieusement placés, il enflammait les vaisseaux des assiégeants.

Marcellus ordonna qu'on le captura vivant, mais un soldat qui ne le connaissait pas tua l'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.

On lui doit de nombreuses découvertes tant en physique qu'en mathématique.

Il inventa la "vis sans fin" destinée à puiser l'eau souterraine dans les mines d'Egypte.

La légende se plaît à représenter Archimède parcourant, dévêtu, les rues de Syracuse en criant "*Eurêka ! Eurêka !*" (j'ai trouvé). Il venait de trouver à la demande du roi Hiéron comment confondre un orfèvre indélicat.

Le roi de Syracuse avait commandé à un bijoutier de lui faire une couronne et mis à sa disposition l'équivalent dans nos mesures de 4,334 kg d'or pur. Mais il soupçonna l'orfèvre d'y avoir mêlé de l'argent; il commanda à Archimède de découvrir la fraude tout en conservant la couronne intacte.

L'écrivain PLUTARQUE, né vers 46 à Chéronée en Béotie était en fait prêtre d'Apollon à Delphes. Ses nombreux loisirs lui permirent de rédiger quelque deux cents cinquante biographies d'"hommes illustres" grecs et romains. L'une des plus lues est sans conteste la vie de Marcus Claudius Marcellus (268,208 a.J.C.), l'un des plus célèbres (?) généraux romains qui se distingua lors du siège de Syracuse durant la seconde guerre punique (218,201 a.J.C.). Et il eut bien du mérite, ce général, car la ville était défendue par les machines de guerre **dessinées et construites par** Archimède.

Voici, extrait de la vie de Marcellus, quelques passages qui concernent Archimède.

Mais Archimède, ayant un jour proposé au roi (Hiéron de Syracuse),..., *qu'il était possible de remuer avec tant et si peu de force que l'on voudrait tel poids et tel fardeau que l'on présenterait; et s'étant vanté, à ce que l'on dit, ..., que s'il y eût eu une autre terre, il eût pu remuer celle-ci en passant en l'autre; le roi Hiéron s'en émerveillant, le pria de vouloir mettre en fait cette proposition, et lui en faire voir quelque expérience.*

Il accrocha l'un des gros navires du roi, de ceux dont il fallait beaucoup d'hommes pour le tirer en terre,..., il y fit mettre un grand nombre de personnes outre la charge ordinaire, et lui seul, de loin, étant assis à son aise, sans aucun effort, en tirant de la main, le bout d'un engin à plusieurs roues et plusieurs poulies, fit approcher le bateau de lui, en le glissant aussi doucement que s'il eut flotté et couru sur la mer.

De quoi le roi s'ébahissant, et connaissant par cette preuve la grande force de l'art d'Archimède, le pria de lui faire des engins, tant pour assaillir que pour défendre en toutes façons un siège ou un assaut...

Et pourtant, Archimède a eu le coeur si haut et l'entendement si profond,..., qu'il ne daigna jamais laisser par écrit aucune oeuvre de la manière de dresser toutes ces machines de guerre, pour lesquelles il avait acquis gloire et renommée,... et réputant tout art d'un usage vil, bas et mercenaire, il employa son esprit et son étude à écrire seulement ces choses dont la beauté et la subtilité n'est pas mêlée avec la nécessité.

Car ce qu'il a écrit sont des propositions géométriques, qui ne souffrent aucune comparaison, parce que le sujet qu'elles traitent en donne la beauté et la grandeur, et la démonstration, cette preuve qu'il n'y a qu'à redire, lui donne une force et facilité merveilleuses ; car on ne saurait trouver dans toute la géométrie de plus difficiles matières écrites en plus simples et clairs termes, et par plus simples principes, que ceux qu'il a inventé.

Ce que les uns attribuent à la vivacité et à la dextérité de son entendement, qui de nature était aisé, les autres le réfèrent à un travail extrême... Pourtant, il me semble fort vraisemblable ce que l'on dit de lui, qu'il était si fort épris de cette Sirène, qui en quelques sortes logeait en lui, qu'il en oubliait le boire et le manger et le reste du traitement de sa personne, de sorte que bien souvent ses serviteurs le traînaient par force au bain pour le laver, oindre et étuver; et là, dans les cendres du foyer il traçait quelques figures géométriques. Et pendant qu'on l'oignait d'huiles, il tirait avec le doigt des lignes sur son corps nu, tant il était transporté du plaisir qu'il prenait à l'étude de la géométrie.

Mais, entre plusieurs belles choses qu'il a inventées, il semble qu'il estimait le plus la démonstration de la proportion qu'il y a entre le cylindre, c'est-à-dire la colonne ronde, et la sphère ou boule dedans contenue, parce qu'il pria ses parents et amis que, quand il serait mort, ils fissent mettre dessus sa sépulture un cylindre contenant une sphère massive, avec une inscription de la proportion, dont le contenant excède le contenu... (*)

Mais, lors de la prise de Syracuse, rien ne déplût à Marcellus comme l'inconvénient d'Archimède (sic), lequel était d'aventure en son étude, cherchant la démonstration de quelque proposition géométrique, dont il en avait tiré la figure, et y ayant mis sa pensée, mais aussi sa vue et ses yeux, il n'avait point entendu le bruit des ennemis qui couraient dans la ville. Il fut si ébahi de voir près de lui un soudard qui voulait l'emmener parler à Marcellus, qu'il demanda au soldat d'attendre jusques à ce qu'il eût achevé sa proposition , et réduite en démonstration; de quoi le soudard se courrouçant, dégaina son épée, et le tua.

Les autres disent que le soudard lui présenta dès l'abord la pointe de son épée pour le tuer, et qu'Archimède, l'ayant soudain aperçu, le requit qu'il voulût attendre un instant afin que ce qu'il cherchait ne demeurât pas imparfait; le soudard, ne se souciant pas de sa spéculation, le tua.

Il y en a qui le content d'un troisième manière, disant que quelques soudards crois èrent Archimède en rue, alors qu'il portait à Marcellus quelques instruments de mathématique dans une caisse, comme sont cadrans, sphères et compas, avec lesquels on mesure à la vue la grandeur du soleil, et croyant qu'il s'agissait d'or ou d'argent, le tuèrent.

Il est en tout cas certain que Marcellus en fut fort déplaisant et qu'il eut en horreur et ne voulut jamais voir le meutrier qui tua Archimède...

(*) Ce fut la découverte de ce monument qui fit reconnaître à Cicéron le tombeau d'Archimède lorsqu'il alla à Syracuse en 75 p.J.C. pour informer contre Vérres.

Celui-ci, étudiant ce problème, fut frappé, lorsqu'il prenait son bain, par la diminution de poids que subissaient ses membres plongés dans l'eau.

Voici comment il s'y prit pour satisfaire son roi.

Il commença par peser deux volumes égaux, l'un d'or pur, l'autre d'argent ; il trouva que le rapport de leurs masses valait 20/11. En imergeant la couronne dans l'eau pure, il s'aperçut qu'elle ne pesait plus que 4,025 Kg car elle avait déplacé une masse d'eau valant 0,309 kg.

Archimède se dit alors.

$$\text{masse Or} + \text{masse Argent} = 4,334 \text{ kg}$$

et que d'autre part :

$$\frac{\text{masse Or}}{20} + \frac{\text{masse Argent}}{11} = \frac{\text{masse Eau}}{1}$$

on résoud facilement ce petit système :

$$\text{M. Or} = 4,334 - \text{M. Argent}$$

$$\frac{4,334 - \text{M. Argent}}{20} + \frac{\text{M. Argent}}{11} = 0,309$$

$$11\times(4,334 - \text{M. Argent}) + 20\times\text{M.Argent} = 11\times20\times0,309$$

$$47,674 + 9\times\text{M. Argent} = 67,980$$

$$9\times\text{M. Argent} = 20,306$$

$$\text{masse Argent} = 2,256$$

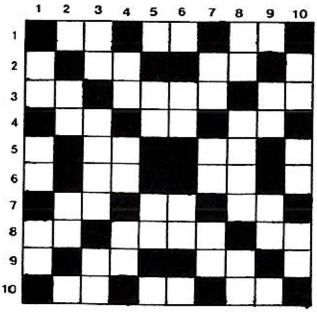
et donc

$$\text{masse Or} = 4,334 - 2,256 = 2,0778$$

Il en conclut qu'il n'y avait que $\frac{2,0778}{4,334} = 48\ \%$ d'or dans la couronne !!

Il étudia aussi les principes des leviers et trouva une application très originale de cette théorie : *Donnez-moi un point d'appui et je soulèverai le monde.*

Mais les remarquables découvertes théoriques d'Archimède n'ont pas toujours donné lieu aux applications pratiques que l'on aurait pu espérer car il mettait toute son ambition dans les seuls objets dont la beauté et l'excellence ne sont mêlées d'aucune nécessité. Cette attitude se retrouvera plus tard chez un Léonard de Vinci, qui lui au si fourmillera d'idées plus géniales les unes que les autres, mais passera rarement à leur réalisation pratique.



CHIFFRES CROISES

Le premier chiffre est toujours significatif et les nombres sont entiers.

HORIZONTAL :

1. Carré d'un nombre pair - racine de $2x^2-26x+24$ - multiple de 33. 2. multiple de 11 - chiffre des unités double du chiffre des dizaines. 3. Cube parfait - cube parfait - multiple de 9. 4. multiple de 7 - entre ces chiffres, il y a une symétrie centrale - multiple de 7. 5. le plus grand premier inférieur à 20 - le plus petit multiple de 10. 6. multiple de 5 - la somme des chiffres est 2. 7. multiple de 18 - jeu de cartes - nombre premier. 8. "v'la les flics" - 15 en binaire - la somme est 7, la différence 1. 9. chez le médecin - carré. 10. nombre de semaines par an - racine carrée de 196 - la somme est 15, la différence 3.

VERTICAL :

1. multiple de 13 - racine carrée de 169 - le dernier Jean. 2. de bas en haut: cube parfait - la différence des chiffres est 1. 3. carré d'un impair - carré parfait inférieur à 2000 - multiple de 8. 4. Le chiffre des dizaines est triple du chiffre des unités - multiple de 10 - la somme des chiffres est 4. 5. Multiple de 18 - jeu de cartes. 6. la somme des chiffres est 16 - deux fois le même chiffre. 7. carré parfait - ces chiffres se suivent - entre ces chiffres, une différence de 3. 8. carré parfait - palindrome - multiple de 9. 9. multiple de 11 - premier. 10. racine cubique de 10648 - premier supérieur à 20 - fin de guerre.

A force d'être premier, UN était devenu prétentieux...
DEUX fut lassé de son arrogance.
- Veux-tu jouer avec moi ? lui dit-il.
- Je veux bien, dit UN, puisque je gagnerai.
- Le jeu consiste à nous multiplier.
- Est-ce là tout? demanda UN avec un air hautain.
Ils se multiplièrent. Et comme 1 x 2 égale 2, UN disparut.
Et DEUX resta le seul des deux...

Moralité : croissez, si vous voulez, mais évitez de vous multiplier.

SOMMAIRE MATH-JEUNES 23

Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'Expression française.
A.S.B.L.

Rédaction et Edition de Math-Jeunes

Gh. MARIN, J. MIEWIS et W. VANHAMME

Courrier

Math-Jeunes, Avenue de Péville, 150, 4030 - Liège

Abonnement

Belgique :	*groupés (5 au moins)*	*60 FB*	*par abonnement*
	isolés	*100 FB*	
Etranger :	*par paquets de 5*	*600 FB*	*le paquet*
	isolé	*200 FB*	

Compte n° 000-0728014-29 , SBPM
Chemin des Fontaines, 14 bis, 7460 - Casteau
Les abonnements à cette revue, destinée aux élèves, sont normalement pris par l'intermédiaire d'un professeur.

Poster historique: *Belgique : 30 FB*
par paquets de 5 : 120 FB
Etranger : ***50 FB***
par paquets de 5 : 200 FB

Nous conseillons aux étrangers de payer par mandat postal international. En cas d'intervention bancaire, majorer la somme à payer de 100 FB.