6ème Année Numéro 25 Automne 1984

MATH-JEUNES

Publication trimestrielle de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française. A.S.B.L.

Chers amis,

Voici le premier numéro de l'année 1984-85 de votre revue. Nous espérons que vous serez très nombreux à nous rejoindre. Vous qui êtes des abonnés fidèles, qui aimez votre revue aidez-nous :"houspillez" vos professeurs, contactez vos amis et ceux de vos frères et soeurs, rendez-la plus vivante et plus proche de vous encore en participant à sa rédaction, en nous envoyant des réponses aux problèmes, en nous faisant part de vos critiques et desiderata.

Aucun concours n'est actuellement prévu pour cette année scolaire.

Abonné à MATH-JEUNES, vous vous intéressez sans doute aux questions scientifiques. Les jeunesses scientifiques de Belgique organisent dans les mois qui viennent des stages de mathématique et d'informatique. Voici les renseignements concernant les réunions qui n'ont pas encore eu lieu.

DATES	INTITULES	NIVEAU ETUDES	LIEUX	PRIX
31/10/84-3/11/84	Initiation au BASIC	4-5-6	Auberge de Tilf (Liège)	3.050 FB pens.comp.
24/11/84-25/11/84	Les fractals	4-5-6	Labo des J.S.	873 FB
2/2/85-3/2/85	Les paradoxes	4-5-6	Labo des J.S.	874 FB
1/4/85-5/4/85	Initiation et perfectionnement au PASCAL et BASIC	4-5-6	ULB	4.551 FB (interne) 2.551 FB (externe)
1/7/85-5/7/85	Etude du PASCAL et du BASIC. Information sur le LOGO et le PILOT	1 à 6	Irchowelz-Ath	5.052 FB (interne) 2.552 FB (externe)

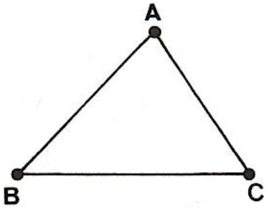
Pour tous renseignements complémentaires, veuillez prendre contact avec :

Christian VANDERCAMMEN
Jeunesses scientifiques
Rue de Bourgogne 48
1190 Bruxelles

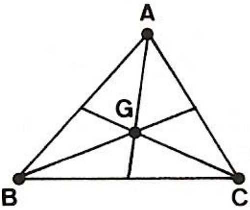
Tél 347 03 79

POINTS et CONTREPOINTS

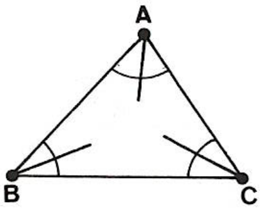
D'après un article de Dwihqt Paine dans Mathematics Magazine,
Vol.56, n°4, Septembre 83. Adaptation française de C. FESTRAETS.



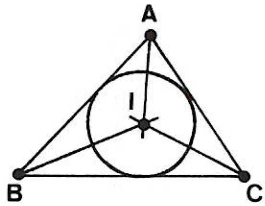
Voici le triangle ABC,
Sujet intéressant à traiter,



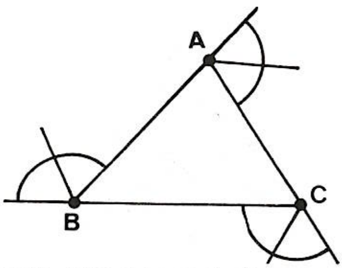
Ses trois médianes se coupent
En G, *centre de gravité.*



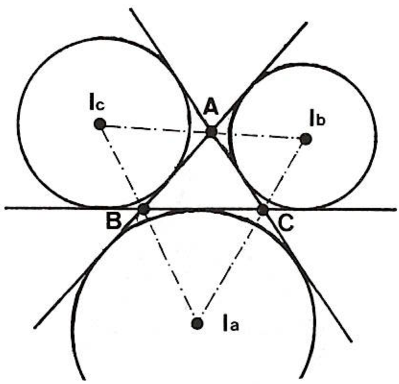
Partageons les angles en deux,
Avec le compas, bon outil,



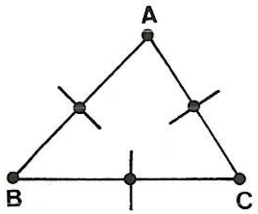
Les bissectrices se rencontrent
En I, *centre du cercle inscrit.*



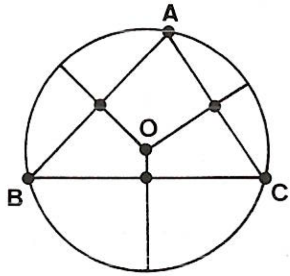
Voici les bissectrices extérieures,
Observons dans le même esprit,



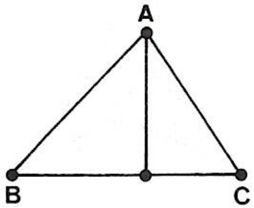
Qu'elles se coupent en I_a, I_b, I_c,
Centres des cercles exinscrits.



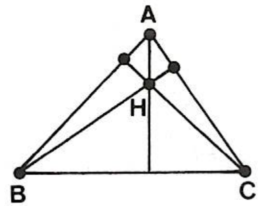
Les médiatrices, perpendiculaires
Aux milieux des côtés,



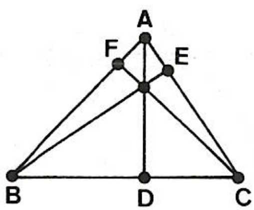
Du cercle circonscrit O,
Sont des rayons privilégiés.



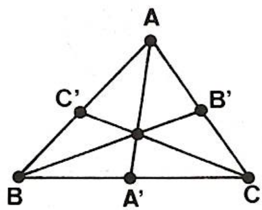
Et voici les hauteurs,
Elles sont trois, que diantre!



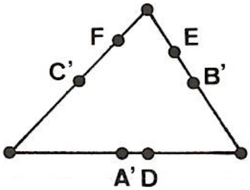
Un point leur est commun,
C'est H, *l'orthocentre.*

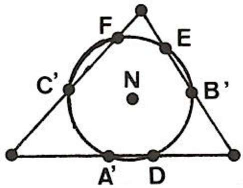


Leurs pieds souvent sont notés
D,E,F, *et rien que pour la rime*

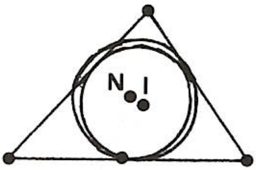


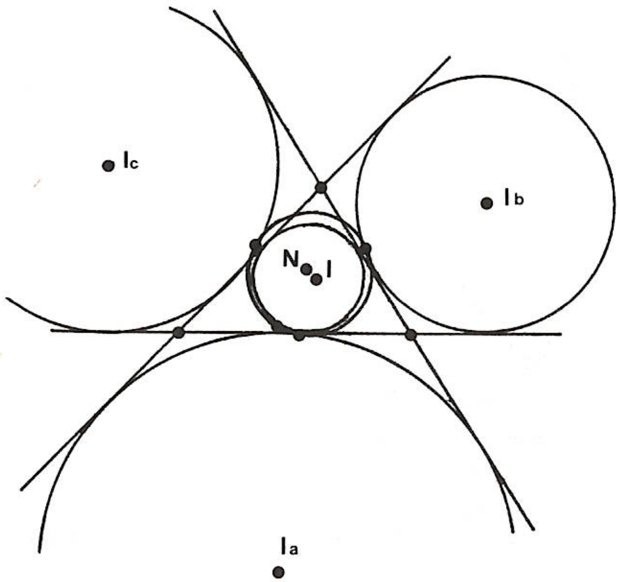
Désignons les pieds des médianes
Par A *prime,* B *prime,* C *prime.*



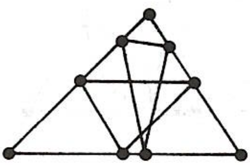


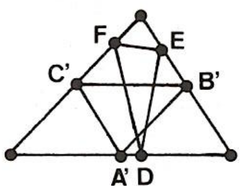
Ces pieds (je veux dire tous les six)
Se trouvent, quoi qu'il advienne, *Sur le cercle des 9 points*
Dont le centre est noté N.



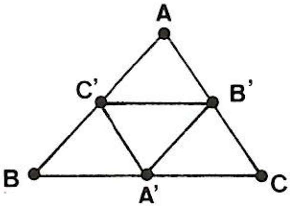


Le cercle des 9 points,
Voilà qui est inouï,
Est tangent au cercle inscrit
Et aux trois cercles exinscrits.

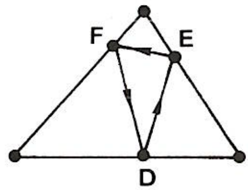




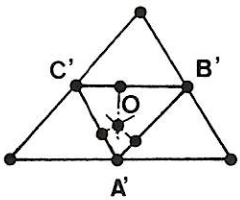
Les triangles médian et orthique
Au triangle initial sont inscrits, A'B'C' *et* DEF *sont leurs noms,*
Nous n'en sommes guère surpris.



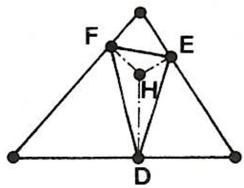
Au triangle ABC,
Le médian est homothétique,



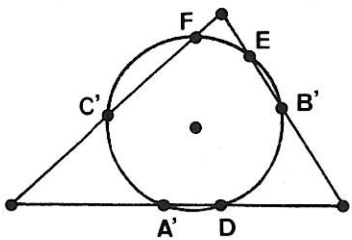
Le plus court chemin reliant
Les 3 côtés, c'est le triangle orthique.



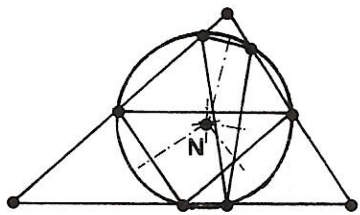
Les hauteurs du triangle médian,
Se coupent en O*, quelle surprise!*



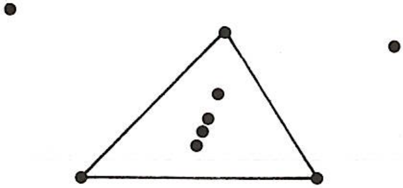
Les bissectrices du triangle orthique
Passent par H*, quoi qu'on en dise!*



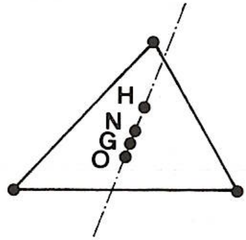
Et puisque leurs 6 sommets
Sont sur le cercle des 9 points,



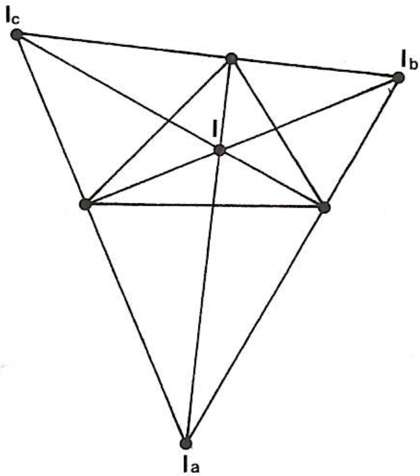
Leurs médiatrices en N
Se rencontrent, c'est certain.



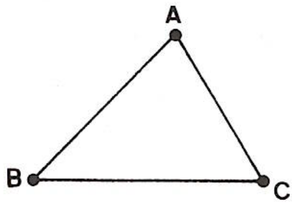
Ainsi les triangles ont des centres,
Mes yeux en sont réjouis,
Et je veux me faire le chantre
De l'ordre qui les unit.



4 centres sur la droite d'Euler
Sont en rang bien disposés,
Entre O et H, G est au tiers
Et voici N à la moitié.



Et voici 4 autres centres,
En un quadrangle, ils sont placés.
Voyez, chacun est orthocentre
Du triangle par les autres formés.



Aviez-vous déjà pensé
A tous ces points remarquables?
Un triangle comme ABC
Est un trésor inépuisable.

A propos de Polynômes

Il existe un résultat assez simple à démontrer qui peut vous aider à limiter vos recherches de racines de polynômes. Le voici :

> Soit $P(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$
>
> Si z est une racine de $P(x)$, alors
>
> $|z| \leqslant \sup(1, |a_0| + |a_1| + \ldots + |a_{n-1}|)$

On pose : $Q(x) = a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$

On a : $|Q(z)| = |a_{n-1}z^{n-1} + \ldots + a_1z + a_0|$

$$\leqslant |a_{n-1}||z|^{n-1} + \ldots + |a_1||z| + |a_0|$$

Lorsque l'on se choisit $|z| > 1$,
il vient : $1 < |z|^{n-1}$, $|z| < |z|^{n-1}$, ... $|z|^{n-2} < |z|^{n-1}$

et $|Q(z)| < |a_{n-1}||z|^{n-1} + \ldots + |a_1||z|^{n-1} + |a_0||z|^{n-1}$

$$= (|a_{n-1}| + \ldots + |a_1| + |a_0|)\ |z|^{n-1}$$

$$= A\ |z|^{n-1}$$

Si z est une racine vérifiant $|z| > 1$ et telle que $A < |z|$,

il vient : $|Q(z)| < A\ |z|^{n-1} < |z||z|^{n-1} = |z|^n$

Pour ce z : $|P(z)| = |z^n + Q(z)|$

$$\geqslant |\ |z|^n - |Q(z)|\ |$$

$$= |z|^n - |Q(z)|$$

$$> 0$$

Nous avons montré que : $|z| > \sup(1,A) \Rightarrow |P(z)| > 0$
ce qui implique que z ne peut être racine.

Notre proposition est bien démontrée par l'absurde!

La Géométrie (1)

On attribue généralement aux Babyloniens et aux Egyptiens les premières recherches géométriques.Cette science ainsi que les autres ont pris naissance sous l'influence de besoins exclusivement pratiques. Ce n'était certes pas une curiosité désintéressée qui poussait les gens de cette époque à calculer des nombres : c'est qu'ils avaient à partager des terres ou des sacs de blé, ou bien à dresser le plan d'un autel ou d'un temple.

Aujourd'hui, la géométrie est une science essentiellement théorique, et le mathématicien qui invente un nouveau théorème n'a guère d'espoir de monnayer sa trouvaille. Mais il n'en était pas de même deux mille ou trois mille ans avant notre ère. En Egypte, par exemple, le Nil inonde ses rives régulièrement chaque année, en effaçant les démarcations des champs. Ces inondations périodiques, qui laissent des limons très fertiles, ont été à l'origine d'interminables contestations entre propriétaires des terres envahies tant qu'ils ne trouvèrent des règles d'arpentage, de mesure leur permettant de récupérer leur bien.

Mais les documents historiques que nous possédons nous permettent de supposer l'existence de certaines "connaissances géométriques" avant la naissance des grandes civilisations antiques. Il est presque certain que l'homme de Néanderthal (40.000 avant J.C.) a commencé à prendre conscience de son milieu (souvent hostile) et de la nécessité d'y assurer sa survie.

De nombreuses fouilles révèlent qu'il fabriquait des outils et réalisait des constructions utilisant des symétries ou des figures géométriques.

La géométrie chez les Babyloniens.

Cette civilisation englobe un ensemble de peuples : Sumériens, Akkadiens, Chaldéens, Babyloniens et autres ont vécu en Mésopotamie dès + 5000 avant J.C. jusqu'au début du Christianisme. Plus précisément, Babylone fut le centre culturel entre 2000 et 550 avant J.C..

La connaissance actuelle des mathématiques babyloniennes provient de fouilles entreprises à partir du 19*ième* siècle. On y trouva des tablettes d'argile sur lesquelles étaient gravés des textes mathématiques contenant des séries de nombres, des relations géométriques et des listes de problèmes.

L'étude des textes qui ont trait à la géométrie révèle qu'ils utilisaient déjà le théorème dit "de Pythagore" et le théorème attribué à Thalès de Milet selon lequel "*un angle inscrit dans un demi-cercle est droit*". Je rappelle que Pythagore est du 6*ième* siècle avant J.C. et Thalès du 7*ième* avant J.C. !!! Les Babyloniens pouvaient calculer exactement l'aire d'un triangle, celle d'un trapèze et le volume d'un prisme droit. Ils connaissaient une formule approchée pour évaluer le volume d'un tronc de cône

$$V = \frac{1}{2}h(a^2+b^2)$$ *où h est la hauteur, a et b sont les périmètres des bases,*

et le volume d'un tronc de pyramide à base carrée

$$V = h\left(\frac{(a+b)^2}{2}+\frac{3}{4}(a-b)\right)$$ *où h est toujours la hauteur, a et b les périmètres des bases.*

Ils déterminaient généralement la circonférence d'un cercle en multipliant son diamètre par 3; ceci est équivalent à prendre pour π la valeur 3.

La géométrie chez les Egyptiens.

C'est vers 3100 avant J.C. que naquit cette civilisation; elle se termine avec la conquête grecque par Alexandre le Grand, en 332 avant J.C..

L'étude scientifique de la civilisation égyptienne commença lors de l'expédition de Napoléon Bonaparte dans ce pays. L'Egypte fut longtemps considérée comme le champ par excellence des fouilles historiques à cause du climat très sec de la région. C'est pourquoi elle fourmille de constructions de toute sorte (temples, pyramides, obélisques, etc.) et contient de nombreux papyrus et objets que le climat favorable a très bien conservés.

La majeure partie de ce que nous connaissons des mathématiques égyptiennes provient de la traduction en 1877 du papyrus dit de Rhind. Celui-ci fut trouvé en 1858 sur une rive du Nil, à Louxor,et fut acheté par un Anglais nommé Henry Rhind. Ce papyrus date de ±1650 avant J.C.; il a été écrit par le scribe Ahmes et constitue une copie d'un texte plus ancien datant d'environ 1850 avant J.C.. Le titre de ce papyrus a été traduit de la manière suivante : "*Directions pour obtenir une connaissance de toutes les choses, inhérentes à tout ce qui existe, connaissance de tous les secrets...*". Tout comme les tablettes babyloniennes, ce papyrus et d'autres analogues contiennent tout simplement des règles courantes destinées à faciliter les calculs des administrations.

Au sujet de la géométrie, on y trouve des formules pour calculer l'aire de certaines surfaces et le volume de certains solides, mais les figures qui les accompagnent sont à peu près méconnaissables, et des erreurs de calcul contribuent à rendre l'ensemble quasi incompréhensible.

Ainsi pour évaluer l'aire d'un quadrilatère de côtés a, b, c, d,ils se servaient de la formule

$$\frac{a+c}{2}\cdot\frac{b+d}{2}$$

donnant une valeur d'autant plus approchée que les angles du quadrilatère se rapprochent plus d'angles droits.

De même, l'aire du triangle isocèle de côtés a, a, b était pour eux donnée par la formule $\frac{a.b}{2}$

qui donne une approximation d'autant meilleure que *a* est plus grand que *b*.

L'aire du cercle de rayon *R* était calculée par la formule :

$$\left(\frac{16}{9}\right)^2 R^2$$

ce qui donnait pour valeur de π le nombre 3,1604.

La perle de la géométrie égyptienne est l'énoncé suivant qu'on retrouve dans le papyrus de Moscou, trouvé en Egypte en 1893 par un russe du nom de Golenischeff :

> *"Si l'on vous dit:une pyramide tronquée de h=6 et de base 4 et 2; vous devez prendre le carré de 4 qui donne 16, puis doubler 4 pour donner 8, prendre le carré de 2 qui donne 4, ajouter 16 et 8 et 4 pour donner 28; prendre un tiers de 6 qui donne 2, prendre 28 deux fois pour donner 56; vous voyez c'est 56."*

Il est évident que l'écrivain connaît la formule suivante permettant de calculer le volume d'un tronc de pyramide à base carrée :

$$V = \frac{h}{3}(a^2+b^2+ab).$$

Les papyrus existants nous renseignent très peu sur la géométrie et les propriétés mathématiques de la pyramide à base carrée. On sait avec certitude que les auteurs de ces documents historiques savaient calculer la pente des côtés d'une pyramide et son volume.

Dans la majorité des cas, on remarque qu'il s'agit de *recettes utilitaires* : jamais l'intérêt théorique d'un problème ne semble aperçu. Nous pourrions appeler le contenu de ce savoir : *savoir d'arpenteurs*.

C'est aux Grecs que revient le mérite d'avoir cherché à aller au-delà de la résolution d'exemples, d'avoir énoncé et surtout démontré des formules générales.Ils ont assurément tiré leurs premières connaissances des mathématiciens égyptiens (*Hérodote pensait que la géométrie était un don du Nil...*); ces connaissances leur parvinrent grâce aux échanges commerciaux. On attribue à Thalès de Milet, un des premiers géomètres grecs, vivant vers l'an 600 avant J.C., l'introduction dans son pays de la géométrie égyptienne.

Vous connaitrez la suite de l'histoire de la géométrie dans le prochain numéro !!!

Le Coin des Problèmes

112 Histoire de fractions.

Ajoute 1 aux deux termes d'une fraction : elle devient alors égale à 222/333 ; retranche, au contraire, 1 de ses deux termes, elle devient égale à 333/666. Quelle est cette fraction ?

113 A chacun sa profession!

Trois hommes, M. Blanc, M. Nègre et M. Lenoir ont chacun deux professions reprises parmi les suivantes : *coiffeur, jardinier, cordonnier, chauffeur, violoniste et peintre*. Trouve les deux professions de chacun d'eux sachant que :

1° Le chauffeur a ri du violoniste qui dodelinait de la tête en jouant.
2° M. Blanc a gagné une partie d'échecs à M. Lenoir et une au peintre.
3° Le jardinier et le violoniste sont allés à la chasse avec M. Nègre.
4° M. Lenoir a emprunté 50.000 Frs. au jardinier.
5° Le peintre a acheté 4 timbres rares au cordonnier.
6° La nièce du chauffeur a posé une fois chez le peintre.

114 Prédiction d'un calcul sur les doigts.

Un mathématicien fut un jour intrigué de la curieuse façon dont sa petite fille commençait à compter sur les doigts de sa main gauche . Elle comptait le pouce pour 1, l'index pour 2, le majeur pour 3, l'annuaire pour 4 et l'auriculaire pour 5 . Ensuite, elle revenait en arrière en comptant 6 sur l'annuaire, 7 sur le majeur, 8 sur l'index 9 sur le pouce, avant de reprendre dans l'autre sens 10 sur l'index, 11 sur le majeur et ainsi de suite . Elle continua à compter ainsi dans un sens puis dans l'autre jusqu'à ce qu'elle trouve 20 sur son annuaire.

- *Que fais-tu donc ?* lui demanda son père .
- *Tu viens de me faire oublier où j'en étais . Il va me falloir recommencer . Je veux compter jusqu'à 1984 pour voir à quel doigt je vais arriver .*

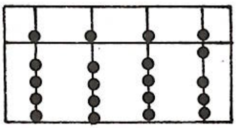
Le mathématicien ferma les yeux et se livra à un calcul mental très simple. "*Tu finiras sur ton ...*", déclara t-il. Quand la fillette eut fini de compter, elle constata que son père avait raison ; elle en eut un tel respect pour la puissance déductive de la mathématique qu'elle décida de travailler deux fois plus ses leçons d'arithmétique . Comment son père avait-il pu deviner ? Et quel est le doigt "1984" ?

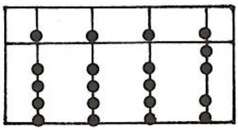
L'ABAQUE

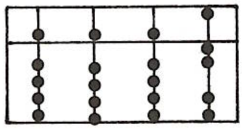
Voici 10.000 ans, à la fin de l'ère glaciaire, les chasseurs nomades de l'âge de pierre se muèrent en agriculteurs sédentaires dans les vallées du Nil, du Tigre et de l'Euphrate. Ils eurent bientôt à résoudre des problèmes d'arithmétique, par exemple, le partage équitable des terres, les taxes à payer le décompte des jours de l'année avant les semailles, etc . Cela demandait un système de numération et des moyens de calcul de plus en plus "développés".Ces hommes utilisaient sans doute des cailloux amassés sur le sol. De cet usage est né le boulier compteur, machine à calculer primitive, d'un emploi encore courant au Moyen-Orient et en Extrême-Orient. Le premier boulier n'était peut-être qu'un ensemble d'objets d'une valeur étalon, 1, 10, 100,... et par la suite, on a imaginé de faire glisser les unités sur des tiges.

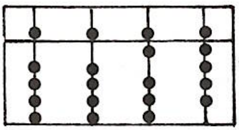
D'une planche entaillée de rainures où glissaient des disques, Les Chinois ont tiré l'abaque à tiges et à boules. On compte en poussant les boules dont la colonne détermine la valeur : à droite les unités, puis les dizaines, les centaines, et ainsi de suite de droite à gauche. Au-dessus de la barre transversale, les boules représentent 5, 50, 500 , ...

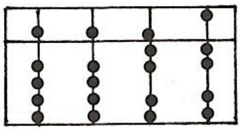
On trouve encore au début du XVIº siècle ce texte de Simon Jacob : *Il est vrai qu'il* (le calcul à l'abaque) *apparaît de quelque avantage dans les calculs domestiques où il faut souvent sommer, soustraire ou ajouter mais dans les*

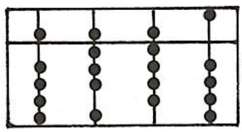

1


2


7


14

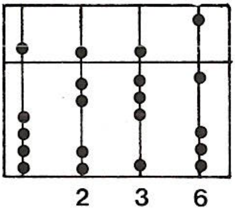

27


345

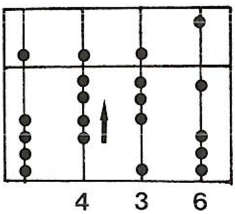
calculs de l'art un peu plus compliqués, il est souvent embarassant. Je ne dis pas qu'on ne puisse faire sur les lignes ces calculs mais tout l'avantage qu'a un piéton libre et sans charge sur celui qui est lourdement chargé, le calcul avec les chiffres l'a sur le calcul avec les lignes.

Pour se fabriquer un abaque de fortune, une feuille de papier sur laquelle on a tracé des lignes parallèles et un certain nombre de jetons suffisent.

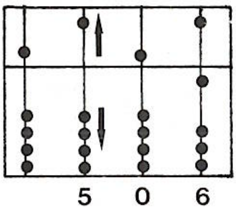
Calculer avec un abaque demande un peu de patience au début, mais ne présente pas de difficultés. Voici un exemple d'addition : 272 + 236. On additionne de gauche à droite en allant des centaines aux unités.



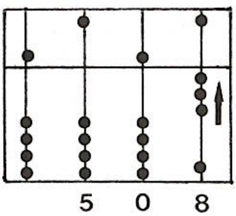
Le nombre 236.



On ajoute deux centaines :
236 + 200 = 436.



Pour ajouter 70, on ne dispose ni de 7 dizaines, ni d'une centaine dont on retirerait 30. Aussi reste t-il à ajouter 500, puis à retirer 4 x 100 et 3 x 10. On a 506.



Il reste à ajouter deux unités. On peut alors lire le résultat : 508.

Cet instrument permet aussi de soustraire, de multiplier. La multiplcation par 42, par exemple : on additionne 3 fois le nombre à lui-même, puis on fait tout glisser vers la gauche. On a multiplié par 40. Il reste à additionner 2 fois le nombre de départ à ce résultat.

LECON ZERO

Qu'est ce que l'ASSEMBLEUR ?

Nous comptons cette année vous initier à la philosophie du langage machine; non que le but premier de MATH-JEUNES soit de s'occuper de l'Informatique, mais parceque la logique de la programmation en Assembleur est proche de celle employée sur les calculatrices programmables.

Nous avons choisi l'Assembleur du 6502 pour illustrer par des exemples notre petit cours: ce choix s'est dégagé du type de machine employée dans vos réponses aux concours programmation des deux précédentes années.

Vous savez tous que les ordinateurs fonctionnent avec un langage composés de 0 et de 1 que l'on nomme le BINAIRE. Comme personne n'est assez fou pour programmer dans cette langue, on a inventé des LANGAGES EVOLUES, comme le BASIC, le PASCAL, ... Ces deux langages appartiennent à deux grandes catégories: le premier est un langage INTERPRETE; c'est-à-dire, qu'à chaque exécution du programme, chaque instruction est traduite en langage binaire. La conséquence de ce système est l'obligation de présence permanente en mémoire centrale de l'INTERPRETEUR, programme souvent plus gros que votre propre programme. Le second est un exemple de langage COMPILE: votre programme est traduit en bloc par un COMPILATEUR, le résultat est un programme "codé" qui peut fonctionner en étant seul en mémoire: gain de place pour les variables du programme et gain de temps car le "code" est déjà du binaire.

Pourtant ces langages ont toujours un gros défaut: l'interprétation ou la compilation se fait sur un modèle standart qui, loin s'en faut, n'est pas toujours ce qu'il y a de mieux pour profiter au maximum de la puissance du micro-processeur.

Sachant simplement que tous transferts de mémoires s'effectuent via ce que l'on nomme les régistres internes du microprocesseur, si l'on considère un régistre nommé "A" et le programme consistant à échanger les valeurs des variables M et N,

l'interprétation du BASIC	L=M:M=N:N=L
ou la compilation du PASCAL	L:=M;M:=N;N:=L;

donneront toutes deux :

```
METTRE M DANS A
RANGER A DANS L
METTRE N DANS A
RANGER A DANS M
METTRE L DANS A
RANGER A DANS N
```

Nous verrons que l'assembleur se contente dans cette situation de seulement 4 opérations car il connait l'existence d'autres régistres qu'il pourrait employer à cet instant du programme!

Le 6502 est un 8 BITS (BInary digiTS) (Suite de 8 chiffres 0 et 1 représentant les nombres de 0 à 255 = 1 BYTE ou OCTET): le langage machine est donc une suite d'octets et si notre variable M est rangée dans la mémoire 174 de notre ordinateur, l'instruction METTRE M DANS A s'écrira:

10100101 10101110

On s'empresse de remplacer le binaire par l'hexadécimal (les demi-octets de 0000 à 1111 sont remplacés par les chiffres de 0 à 9, puis A,B,C,D,E et F) et on obtient:

A5 AE

On retrouve en AE la valeur hexadécimale de 174; A5 est le CODE D'OPERATION (OP-CODE) signifiant METTRE LE CONTENU DE LA MEMOIRE DONT L'ADRESSE SUIT DANS LE REGISTRE DE TRAVAIL A. C'est sous cette forme que dans un premier temps, on communiquera avec la machine.

Comme il est aussi fastidieux de dire "METTRE..." que de se parler par code, on a inventé un ASSEMBLEUR SYMBOLIQUE ou MNEMONIQUE qui résume en trois lettres l'opération effectuée par l'OPCODE; ces lettres sont empruntées à la version anglaise de la signification de l'OPCODE. Si vous savez que le régistre A est appelé ACCUMULATEUR, linstruction A5 AE s'écrit

LDA $AE

LoaD Accumulator with the content of hexadécimal memory AE
(le $ indique que le AE qui suit est hexadécimal!)

Nous communiquerons entre nous par les mnémoniques et vous communiquerez avec votre machine par les opcodes. Sachez néanmoins qu'il existe des utilitaires qui vous permettent de vous exprimer en mnémonique et qui cherchent pour vous les opcodes adéquats, mais ils ne sont pas nécessaires pour notre petite initiation...

LECON UN

Comment dialoguer ?

L'accès au langage machine, la lecture d'un groupe de mémoires, l'affectation d'une valeur à l'une des $FFFF mémoires et l'obtention à l'écran de la mnémonique sont des détails pratiques que l'utilisateur trouvera dans le mode d'emploi de sa machine. Signalons succintement :

CALL-151 (RETURN) passage en mode moniteur (un * apparait au curseur)
(controle C)(RETURN) abandon du mode moniteur
800 (RETURN) lecture du contenu de la mémoire $800
800:A4 (RETURN) affectation de la valeur A4 à la mémoire $800
800L (RETURN) mnémonique de 20 instructions à partir de $800
800.880 (RETURN) affichage par groupe de 8 du contenu des

mémoires $800 à $880

Le MICROPROCESSEUR possède une structure complexe qui la plupart du temps n'est pas modifiable par programmation (le HARDWARE); seuls quelques REGISTRES (=mémoires privées du microprocesseur) sont programmables: ils se nomment A (l'ACCUMULATEUR ou UNITE ARITHMETIQUE ET LOGIQUE), X et Y (mémoires dont l'accès est très rapide), S (STOCK POINTER = POINTEUR DE PILE, employé à la gestion des adresses de retour des sous-programmes), PC (PROGRAM COUNTER, employé à la gestion du flux d'instruction) et P (PROCESSOR STATUTS, il regroupe des drapeaux).

Derniers détails de vocabulaire avant d'attaquer notre premier programme: les 65636 mémoires sont numérotées en hexadécimal de $0000 à $FFFF. On dit que $89 est l'ADRESSE BASSE et que $17 est l'ADRESSE HAUTE ou la PAGE de la mémoire $1789. Les OPCODES sont toujours différents lorsque l'on travaille dans la page ZERO, pour un gain de place et de temps. Quant aux OPCODES qui travaille dans les autres pages, ils exigent toujours l'écriture de la mémoire basse avant la haute: LDA $1789 se code: (code de LDA) 89 17.

La rédaction d'un programme se fait en trois temps:

1. on écrit en clair ce que l'on veut faire (ORGANIGRAMME)
2. on traduit l'organigramme en ASSEMBLEUR SYMBOLIQUE
3. on traduit l'assembleur en OPCODES.

LECON DEUX

Le premier programme: l'addition.

Soit à additionner le nombre A rangé en mémoire $1000 au nombre B rangé en mémoire $1010; la réponse devant se ranger en mémoire $1020.

Examinons l'opération d'addition:

ADC ADd with Carry

Elle additionne le contenu actuel de l'ACCUMULATEUR avec le contenu d'une mémoire spécifiée dans l'instruction ADC et avec un CARRY (une retenue).
Cette retenue un l'un des drapeaux du registre P: elle vaut 0 ou 1 suivant que la dernière opération effectuée sur l'accumulateur A a donné une réponse inférieure ou supérieure à $FF. Ce drapeaux C peut s'annuler par l'instruction

CLC CLear Carry.

Nous connaissons déjà l'instruction LDA de chargement de l'Accumulateur; il nous reste à découvrir l'opération de déchargement de l'accumulateur vers une mémoire:

STA STore Accumulator

Notre programme s'écrit en assembleur synbolique:

```
LDA $1000           transfert du contenu de $1000 dans A
                    avec perte du précédent contenu de A
CLC                 forcer le Carry à zéro
```

```
ADC $1010             additionner la mémoire $1010 à A
                      le résultat est en A
STA $1020             ranger le résultat dans $1020
RTS                   fin du programme
```

Cette instruction

RTS ReTurn to calling Subroutine

oblige le programme à rendre la main à l'appelant qui dans notre cas sera le clavier.

Pour traduire ce programme en Opcodes, il nous faut décider de l'endroit physique où l'on va écrire notre programme ($800 par exemple), puis consulter une table de conversion et ne pas oublier le piège de l'écriture des mémoires.

```
800:  AD  00  10          LDA  $1000
803:  18                  CLC
804:  6D  10  10          ADC  $1010
807:  8D  20  10          STA  $1020
80A:  60                  RTS
```

Pour tester le programme, il vous faut:

1. l'introduire (800: AD 0 10 18 6D 10 10 8D 20 10 60 RETURN)
2. introduire A (1000:2E RETURN)
3. introduire B (1010:A1 RETURN)
4. faire fonctionner le programme (800G RETURN)
5. vérifier la solution (1020 RETURN)
   et l'écran affiche 1020 CF

Si la somme est supérieure à $FF, le Carry est à 1 et il serait judicieux de le récupérer en mémoire $1021. Deux méthodes sont possibles: soit par un test sur la valeur du Carry soit en recopiant le Carry dans l'Accumulateur.

BCS Branch if Carry Set

permet de faire un branchement relatif à l'une des mémoires comprises entre la mémoire située 127 positions avant et 128 positions après le BCS. Le branchement a lieu si le Carry est à 1, sinon le flux passe à l'instruction suivante. (Comparez avec les tests des calculatrices!)

Voici le programme :

```
800: AD 00 10    LDA $1000     Transfert de $1000 dans A
803: 18          CLC           Forcer le Carry à 0
804: 6D 10 10    ADC $1010     Addition de A avec $1010
807: 8D 20 10    STA $1020     Ranger la partie basse de la somme
80A: B0 06       BCS (+6)      Si Carry=1, alors sauter 6 mémoires
80C: A9 00       LDA #$0       mettre $0 dans l'accumulateur
80E: 8D 21 10    STA $1021     le recopier en $1021
811: 60          RTS           fin dans le cas Carry=1
812: A9 01       LDA #$1       mettre $1 dans l'accumulateur
814: 8D 21 10    STA $1021     le recopier en $1021
817: 60          RTS           fin dans le cas Carry=0
```

Les Diviseurs Communs

Du départ 130, il faut atteindre l'arrivée 130. Le déplacement s'effectue dans tous les sens d'une case à une autre case voisine (des cases voisines ont un côté ou un sommet commun). Pour passer d'une case à une case voisine, il faut que leurs deux nombres admettent au moins un diviseur commun, autre que 1.

Exemple : 45 - 25 : passage possible ;
mais 45 - 49 : passage impossible.

Bon courage !

130	39	12	24	15	25	35
14	85	19	241	91	49	36
49	247	51	121	99	68	81
77	52	55	27	119	45	25
187	289	39	25	52	49	95
16	34	27	32	65	19	56
56	91	85	99	56	187	32
33	81	25	28	121	15	28
77	49	68	65	51	77	45
63	27	39	34	49	133	130

SOMMAIRE MATH-JEUNES 25

Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'expression française
A.S.B.L.

Rédaction et Edition de Math-Jeunes

Gh. Marin, J. Miewis et W. Vanhamme

Courrier

Math-Jeunes, Avenue de Péville, 150, 4030 Liège

Abonnement

Belgique : groupés (5 au moins) 60 FB par abonnement
isolés 100 FB
Etranger : par paquets de 5 600 FB le paquet
isolé 200 FB
Compte n° 000-0728014-29, SBPM
Chemin des Fontaines, 14 bis, 7460 - CASTEAU

Les abonnements à cette revue, destinée aux élèves, sont de préférence, pris par l'intermédiaire d'un professeur.

Poster historique : *Belgique : 30 FB*
par paquets de 5 : 120 FB
Etranger : 60 FB
par paquets de 5 : 240 FB

Nous conseillons aux étrangers de payer par mandat postal international. En cas d'intervention bancaire, majorer la somme due de 100 FB pour frais d'encaissement.