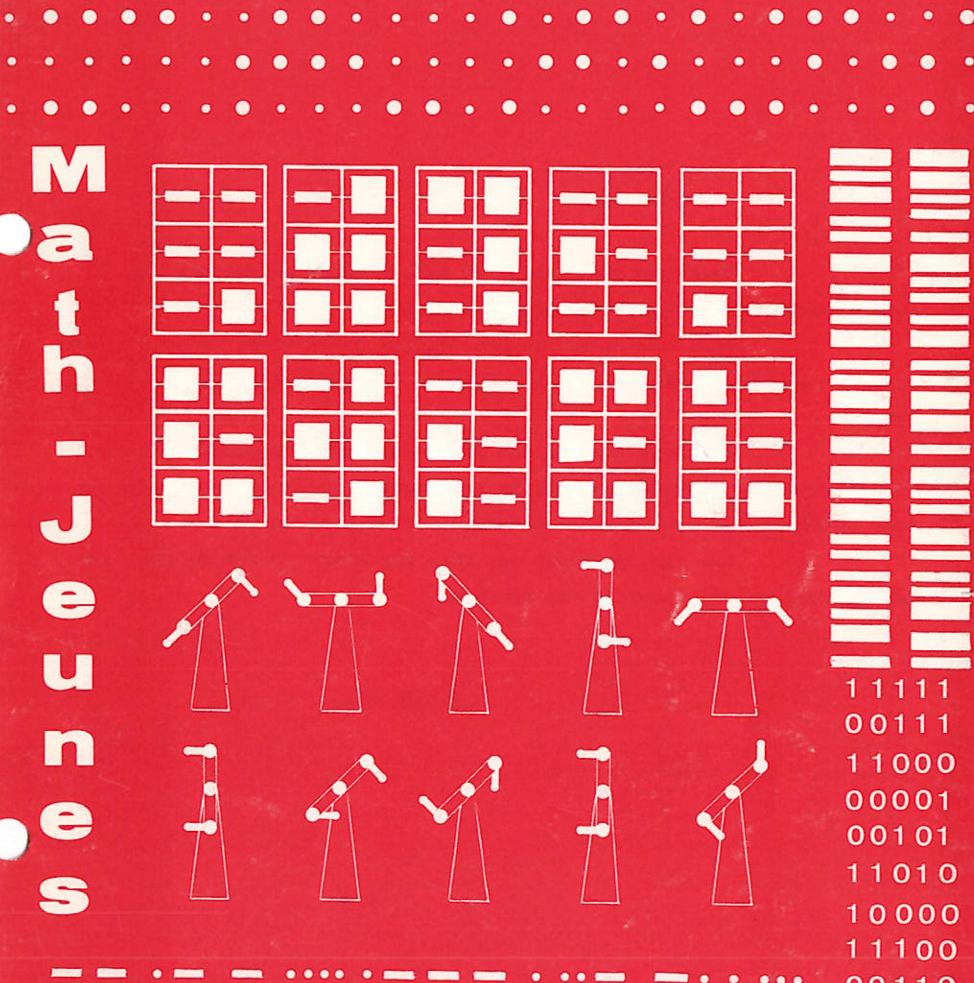
Joyeuses Pâques

Math-Jeunes



Publication trimestrielle de la
Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'expression française. (ASBL)

8ème année **Numéro 31** **Printemps 1986**

Chers amis,

Nous vous proposons, en page 3 de la couverture une petite énigme : qui est l'auteur de ce texte ?

Pour vous aider un peu, sachez qu'il s'agit d'un écrivain français décédé en 1974. Il a été l'auteur de nombreuses comédies et films.

Beaucoup d'entre ces films ont été interprétés par un des plus grands acteurs français de la première moitié de ce siècle et leur interprétation ne se fait pas sans utiliser "l'asseng" .

Aux cinq premiers qui nous enverront le nom de l'auteur, nous ferons parvenir une de ces oeuvres.

La Rédaction

A propos du calendrier

Pour la plupart des étudiants, le 30 mars prochain est surtout la date-charnière où commencent deux semaines de congé! Vous êtes-vous déjà demandé les raisons pour lesquelles l'Eglise Catholique a fixé cette année Pâques à cette date ? Et en 2002, quand vos propres enfants seront à l'école, quelle sera la date de Pâques ?

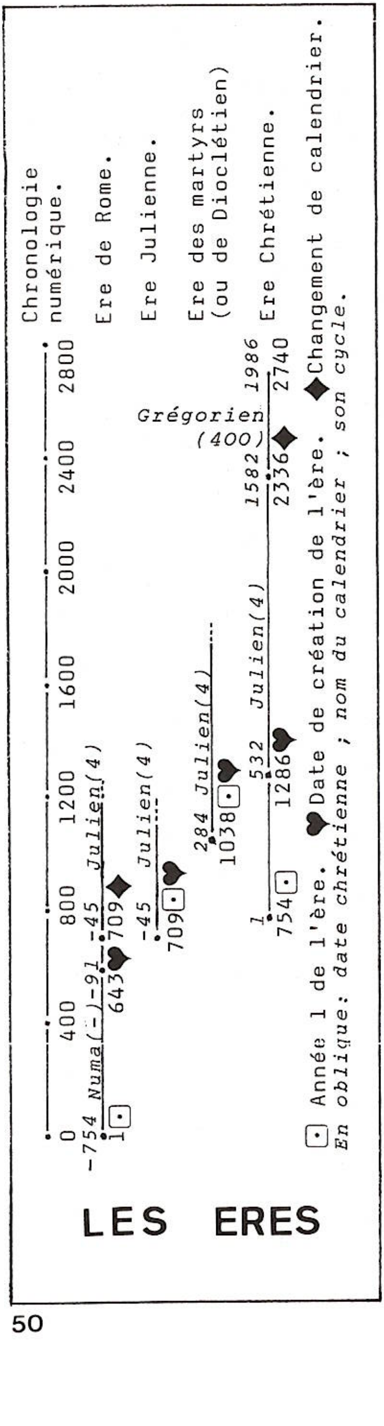
Avant d'aborder le problème de la date de Pâques, il vous faut savoir que vous vivez sous la chronologie de l'ère chrétienne et sous le calendrier grégorien ! voyons ce qui se cache sous ces deux expressions.

Dans les premiers temps qui suivirent l'éclosion du Christianisme, il ne fut pas question de rattacher la chronologie des événements à une origine propre (= ère). On utilisait la chronologie de l'ère julienne basée sur le calendrier julien. L'ère julienne avait débuté à l'adoption d'un nouveau calendrier inventé par le mathématicien Soligène d'Alexandrie. Comme Jules César était alors Grand Pontife chargé de l'établissement du calendrier, on parla d'ère julienne. Jusqu'alors, la chronologie était basée sur la liste plus ou moins bien tenue à jour des Consuls qui s'étaient succédé au pouvoir à Rome depuis la fin de la royauté et début de la république. (= ère de Rome) L'historien Varron avait fixé la fondation de Rome 245 années auparavant - si tant est que la fondation historique d'une ville puisse être un événement facilement datable car lorsque Varron effectue ce calcul, 643 années se sont déjà écoulées -.

Le calendrier julien était un calendrier simple basé sur un cycle de 4 années (3 de 365 jours et 1 de 366 jours dite bissextile). Avant cette réforme, le calendrier en vigueur (dit de Numa) assignait à l'année un nombre de jours décidé unilatéralement par le Grand Pontife en fonction cette année-là. Ce qui, vous l'avouerez, pouvait être assez folklorique ...

Sous le règne de l'empereur Dioclétien, de nombreuses persécutions eurent lieu et les milieux chrétiens établirent à cette occasion une nouvelle chronologie dite ère des martyrs. Comme l'ascension au trône de l'empereur remonte au 29 août 329 de l'ère julienne et que l'ère des martyrs adopta le calendrier julien en vigueur, il est simple de passer d'une chronologie à l'autre.

En 248 de l'ère des martyrs, le moine scythe Denys le Petit proposa une table numérique qui, au regard d'un nombre représentant une année, plaçait la date à laquelle la fête de Pâques devait être célébrée. Adoptée d'emblée par l'Eglise, cette table devint rapidement d'un usage général. Denys décida, -et nul ne sait comment il obtint ce résultat- , que l'ère des martyrs avait débuté 284 années après la naissance de Jésus. Dans sa table de référence, il assigna la valeur 532 (248 + 284) à l'année 248 de l'ère des martyrs. Lentement, ce qui n'est qu'une référence numérique dans une table va s'imposer comme indice de chronologie à côté de l'ère des



martyrs. La première apparition officielle de cette référence comme date se trouve aux alentours de l'an mil dans les diplômes royaux de Hugues Capet. Vers le XIVe siècle, l'ère des martyrs sera définitivement abandonnée au profit de cette nouvelle chronologie qui prendra le nom d'ère chrétienne.

L'ère chrétienne est donc avant tout une chronologie des évenements historiques et son créateur l'a fait débuter 532 années avant le moment où lui-même vivait. La recherche historique moderne a montré que la naissance de Jésus devait être postérieure à l'édit de recensement romain de l'an 38 de l'ère julienne et antérieure à la mort d'Hérode, datée de 41; ce qui, après conversion, situe la naissance de Jésus en 7, 6 ou 5 avant l'ère chrétienne. Pour ne pas troubler la chronologie établie depuis près de vingt siècles, on n'a pas changé le début de l'ère chrétienne, bien qu'elle ait cessé de correspondre au thème voulu par Denys.

L'ère chrétienne abandonna le calendrier julien dans la nuit du 4 octobre 1582 au 15 octobre 1582 ! Les calculs effectués à cette époque par Luigi Lilius prouvaient une "dérive" de 10 jours de l'année calendrier par rapport à l'année astronomique, due à la différence entre la longueur de l'année (365,2422) et sa longueur dans le calendrier julien (365,25). Pour éviter que ne se renouvelle le décalage, le cycle de 4 années juliennes fut remplacé par un cycle de 400 ans (303 années de 365 jours et 97 années de 366 jours) dit calendrier grégorien en l'honneur du pape Grégoire XIII qui avait promu la réforme. Les calculs astronomiques récents ont montré que ce calendrier sera à nouveau décalé d'un jour en 4317 ...

Centaines du millésime.	2 chiffres de droite du millésime.																		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75
	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94
	95	96	97	98	99	↓													
0 19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1 20	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5
2 21	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3 22	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
4 23	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1
5 24	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6
6 25	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
7 26	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8 27	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2
9 28	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7
10 29	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
11 30	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
12 31	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3
13 32	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8
14 33	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
15 34	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
16 35	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4
17 36	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9
18 37	15	16	17	18	19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

NOMBRE D'OR - CYCLE DE METON

Abordons à présent le problème de la date de Pâques. La religion catholique célèbre deux types de fêtes, relativement au calendrier : celles dites mobiles, liées à la célébration de Pâques, depuis la fête dite de la Septuagésime (63 jours avant) jusqu'à la fête dite Fête-Dieu,(60 jours après) et des fêtes fixes comme Noël (25 décembre) ou l'Assomption (15 août). Certaines de ces fêtes sont considérées par l'Etat comme jours fériés légaux. La date de Pâques a donc une influence sur notre vie civile.

Selon les récits de l'Ecriture, la mort de Jésus suivit de peu la Pâque juive célébrée à la pleine Lune lorsque l'orge était en épi en Palestine. La tradition voulait qu'un épi de cette céréale soit offert à Dieu, ce qui nous situe fin Mars, début avril. Le souci de pleine Lune peut s'expliquer par le besoin de lumière lunaire pour les voyageurs qui participaient à la fête, en ces temps où l'éclairage est un problème difficile.

Un calcul astronomique simple (mais si !) peut montrer que si le troisième jour de la mort de Jésus se situe bien un dimanche, deux jours après la Pâque juive, la résurrection rappelée par la fête chrétienne de Pâques eut lieu le dimanche 5 avril

Nombre d'or.	Centaines du millésime.									
	15 16	17 18	19 20 21	22 24	23 25	26 27 28	29 30	31 32 33	34 36	37
1	1	0	29	28	27	26	25	24	23	22
2	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
3	23	22	21	20	19	18	17	16	15	14
4	4	3	2	1	0	29	28	27	26	25
5	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
6	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17
7	7	6	5	4	3	2	1	0	29	28
8	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9
9	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
10	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
11	21	20	19	18	17	16	15	14	13	12
12	2	1	0	29	28	27	26	25	24	23
13	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4
14	24	23	22	21	20	19	18	17	16	15
15	5	4	3	2	1	0	29	28	27	26
16	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7
17	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18
18	8	7	6	5	4	3	2	1	0	29
19	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10

EPACTES

de l'année 33 de l'ère chrétienne. Le véritable anniversaire, au sens habituel du mot, se situe donc le 5 avril.

Aux premiers siècles, Pâques fut célébrée dans les Eglises soit le 5 avril, soit le dimanche suivant le 5 avril, soit deux jours après la Pâque juive, ... Pour couper court à ces hésitations, le Concile de Nicée de l'an 41 (ou 325 comme l'on ne comptait pas encore à cette époque!) énonça la règle :

> *Pâques est le dimanche qui suit le quatorzième jour de la Lune qui atteint cet âge au 21 mars ou immédiatement après.*

Avec cette loi, Pâques vagabonde du 22 mars au 25 avril. Lors du Concile, les Pères mirent bien au point quelques règles empiriques, mais elles s'avérèrent inadaptées ou mal appliquées et bientôt Pâques ne fut plus fêté partout le même jour.

C'est Denys qui va réaliser une table fiable en exploitant un vieux résultat de l'astronome égyptien Méton. Dès 432 avant notre ère, ce dernier avait vérifié que 19 années solaires (19 x 365,25 = 6939,75 jours) équivalaient à 235 lunaisons (235 x 29,53 = 6939,55 jours). Ainsi, après 19 années, les phases de la Lune se répètent aux mêmes dates et la prévision des dates de pleines lunes peut se faire lorsque l'on connaît le numéro d'ordre de l'année dans le cycle de Méton: ce numéro d'ordre est le nombre d'or de l'année, de 1 à 19. (Il n'y a aucun rapport entre ce numéro d'ordre et le nombre d'or des mathématiciens $\Phi = (1 + \sqrt{5})/2$). L'an 1 de notre ère s'est vu, a posteriori, attribuer le nombre d'or 2 par Denys.

Numéro du calendrier	lettre dominicale (année non bis.)	Lettres dominicales (année bissextile). Jan. Févr.	Autres Mois.
1	G	A	G
2	F	G	F
3	E	F	E
4	D	E	D
5	C	D	C
6	B	C	B
7	A	B	A

2 chiffres de droite du mil.						
0	1	2	3		4	5
6	7		8	9	10	11
	12	13	14	15		16
17	18	19		20	21	22
23		24	25	26	27	
28	29	30	31		32	33
34	35		36	37	38	39
	40	41	42	43		44
45	46	47		48	49	50
51		52	53	54	55	
56	57	58	59		60	61
62	63		64	65	66	67
	68	69	70	71		72
73	74	75		76	77	78
79		80	81	82	83	
84	85	86	87		88	89
90	91		92	93	94	95
	96	97	98	99		

Centaines du millésime. <4/10/1582			>15/10/1582											
0	7	14		17	21	25	29	5	6	7	1	2	3	4
1	8	15						4	5	6	7	1	2	3
2	9			18	22	26	30	3	4	5	6	7	1	2
3	10							2	3	4	5	6	7	1
4	11		15	19	23	27	31	1	2	3	4	5	6	7
5	12		16	20	24	28	32	7	1	2	3	4	5	6
6	13							6	7	1	2	3	4	5

LETTRE DOMINICALE - CALENDRIERS

Le tableau intitulé NOMBRE d'OR nous donne pour

1986 : nombre d'or = 11
2002 : nombre d'or = 8

Dans ce tableau, le premier nombre de la ligne i est celui de la ligne (i-1) dans la colonne flêchée.

La connaissance du nombre d'or permet le calcul de l'EPACTE (du grec επακται, jours ajoutés): c'est l'âge de la Lune au premier janvier en convenant d'appeler 0 son âge le jour où elle est nouvelle.

La table intitulée EPACTE nous donne pour

Epacte	Lettre dominicale						
	A	B	C	D	E	F	G
0	16A	17A	18A	19A	20A	14A	15A
1	16A	17A	18A	19A	13A	14A	15A
2	16A	17A	18A	12A	13A	14A	15A
3	16A	17A	11A	12A	13A	14A	15A
4	16A	10A	11A	12A	13A	14A	15A
5	9A	10A	11A	12A	13A	14A	15A
6	9A	10A	11A	12A	13A	14A	8A
7	9A	10A	11A	12A	13A	7A	8A
8	9A	10A	11A	12A	6A	7A	8A
9	9A	10A	11A	5A	6A	7A	8A
10	9A	10A	4A	5A	6A	7A	8A
11	9A	3A	4A	5A	6A	7A	8A
12	2A	3A	4A	5A	6A	7A	8A
13	2A	3A	4A	5A	6A	7A	1A
14	2A	3A	4A	5A	6A	31M	1A
15	2A	3A	4A	5A	30M	31M	1A
16	2A	3A	4A	29M	30M	31M	1A
17	2A	3A	28M	29M	30M	31M	1A
18	2A	27M	28M	29M	30M	31M	1A
19	26M	27M	28M	29M	30M	31M	1A
20	26M	27M	28M	29M	30M	31M	25M
21	26M	27M	28M	29M	30M	24M	25M
22	26M	27M	28M	29M	23M	24M	25M
23	26M	27M	28M	22M	23M	24M	25M
24	23A	24A	25A	19A	20A	21A	22A
25	23A	24A	25A	19A	20A	21A	22A
$\underline{25}$	23A	24A	18A	19A	20A	21A	22A
26	23A	24A	18A	19A	20A	21A	22A
27	23A	17A	18A	19A	20A	21A	22A
28	16A	17A	18A	19A	20A	21A	22A
29	16A	17A	18A	19A	20A	21A	15A

DATE DE PAQUES

1986 : nombre d'or 11,
donc épacte 19
2002 : nombre d'or 8,
donc épacte 16

Ainsi, au premier janvier 1986, la lune avait 19 jours. Après 12 lunaisons de ± 29,5 jours, l'année est avancée de 354 jours et la Lune a toujours 19 jours. Onze jours étant encore nécessaires pour se retrouver en 1987, la Lune aura 19+11=30 jours ou encore zéro. 1987 prend la douzième place dans le cycle de Méton et l'épacte pour 1987 et nombre d'or 12 est bien 0. Ce qui justifie la construction de cette seconde table: d'une année à l'autre, on ajoute 11 et l'on retire 30 dès que cela est possible.

Ce cycle théorique peut parfois se trouver en désaccord de près d'un jour avec le cycle lunaire réel; néanmoins la réforme grégorienne a spécifié que seul le cycle théorique devait être employé. Une légère correction a pourtant été admise: l'épacte 25 correspondant à des nombres d'or supérieurs à 11 est décrétée valoir 26: elle se note $\underline{25}$ dans la table des épactes.

La connaissance de l'épacte permet de connaître la date de la Lune dite pascale, ce qui malheureusement ne nous dit pas quel jour de la semaine nous sommes. Puisque la règle nous demande de chercher le dimanche suivant, il nous faut une autre table qui nous donne les dimanches du calendrier.

Si l'on désigne par A,B,C,D,E,F et G à partir du premier janvier les jours successifs d'une année, en recommencant la série des 7 lettres, les jours de même nom se verront attribuer la même lettre. La lettre qui désigne les dimanches de cette année-là est la lettre dominicale. Une date donnée ne pouvant se nommer que de 7 manières différentes, il y a 7 calendriers possibles de correspondance entre date et nom de jours. Les années bissextiles, le calendrier aura deux lettres dominicales, l'une valable à partir du premier mars et qui est calculée pour être celle valable si l'année n'était pas bissextile; et l'autre, qui précède la première dans l'ordre logique, valable pour les mois de janvier et février.

Le tableau LETTRE DOMINICALE - CALENDRIER donne pour

1986 : calendrier n° 3, année non bissextile, donc lettre dominicale E
(ce qui revient à dire que le 5 janvier était un dimanche, E étant la 5ème lettre)

2002 : calendrier n° 2, année non bissextile, donc lettre dominicale F

Le tableau DATE DE PAQUES nous donne à présent, à partir de l'épacte et de la lettre dominicale, la date de Pâques.

En 1986 : épacte 19
lettre dominicale E
donc Pâques le 30 MARS

En 2002 : épacte 16
lettre dominicale F
donc Pâques le 31 MARS

Une autre méthode consiste à employer une table qui associe aux épactes la date précise du quatorzième jour de la Lune de Pâques.

Epacte	Date	Epacte	Date	Epacte	Date	Epacte	Date
23	21M	15	29M	7	6A	29	14A
22	22M	14	30M	6	7A	28	15A
21	23M	13	31M	5	8A	27	16A
20	24M	12	1A	4	9A	26	17A
19	25M	11	2A	3	10A	25	17A
18	26M	10	3A	2	11A	25	18A
17	27M	9	4A	1	12A	24	18A
16	28M	8	5A	0	13A		

14e JOUR DE LA LUNE PASCALE

Ce tableau nous donne :

en 1986 , l'épacte est 19, le 14ème jour est le 25 mars
en 2002 , l'épacte est 16, le 14ème jour est le 28 mars

Le tableau JOUR DE LA SEMAINE nous permet de connaître le jour de la semaine correspondant à ces dates, en connaissant le numéro de calendrier valable pour ces années.

en 1986, calendrier n° 3, le 25 mars est un mardi,
le dimanche suivant sera donc le 30, jour de Pâques.
en 2002, calendrier n° 2, le 28 mars est un jeudi,
le dimanche suivant sera donc le 31, jour de Pâques.

Janvier	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14			
Octobre	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Février				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Mars				15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Novembre				29	30	31											
Avril							1	2	3	4	5	6	7	8			
Juillet	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22			
Janv.bi.	23	24	25	26	27	28	29	30	31								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13			
Mai	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27			
	28	29	30	31													
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
Juin	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24			
	25	26	27	28	29	30											
Août			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Févr.bi.			15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
			29	30	31												
						1	2	3	4	5	6	7	8	9			
Septem.	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23			
Décembre	24	25	26	27	28	29	30	31									
Numéro du calendrier 1	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME
2	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J
3	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V
4	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S
5	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D
6	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L
7	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA	ME	J	V	S	D	L	MA

JOUR DE LA SEMAINE

Les tableaux CALENDRIER et JOUR DE LA SEMAINE permettent aussi de trouver le jour de la semaine: par exemple, en 1983, le calendrier n° 6 avait cours, le 16 novembre 1983 était donc un mercredi. Autre exemple: Cyrano de Bergerac, est mort le 26 septembre 1655 qui était un dimanche.

Adjoignons à toutes ces tables (c'est la dernière, promis!) une table donnant le décalage du mois lunaire par rapport aux mois du calendrier :

JANV.: 0	MARS: 0	MAI: 2	JUIL.: 4	SEPT.: 7	NOV.: 9	*-29*
FEVR.: 1	AVRIL: 1	JUIN: 3	AOUT : 4	OCT.: 7	DEC.: 9	*-30*

DECALAGE MENSUEL

On peut ainsi calculer l'âge de la Lune à n'importe quelle date. Lorsque l'âge dépasse 29, on soustrait cette valeur pour les mois de la première ligne; on soustrait 30 pour les mois de la seconde ligne: ce phénomène étant dû à l'alternance théorique de Lune de 29 et 30 jours.

Voyons un exemple : le 18 juin 1815.

En 1815, le nombre d'or est 11 et l'épacte 20
En juin, le décalage vaut 3
Le 18, la Lune a 20 + 3 + 18 = 41 jours.
La Lune précédente n'eut que 29 jours, donc celle qui nous concerne a 41 - 29 = 12 jours.

La Lune était quasi pleine à Waterloo ; c'est ce que confirme Hugo dans ses <u>Misérables</u>...

METHODE NUMERIQUE POUR LE CALCUL DE LA DATE DE PAQUES
(Bulletin de l'Observatoire de Paris)

METHODE	1986	2002
Soit $m = 100\,c + u$	$c = 19$ $u = 86$	$c = 20$ $u = 2$
Le retard r de la Pleine Lune sur le 21 Mars est	$E(\frac{c}{4}) = 4$	$E(\frac{c}{4}) = 5$
$r = \left[\,19.\,[m]_{19} + 15 + A\right]_{30}$	$k = 0$	$k = 0$
où $[a]_b$ représente le reste de la division de a par b	$E(\frac{c}{3}) = 6$ $c-4-6 = 9$	$E(\frac{c}{3}) = 6$ $c-5-6 = 9$
et $A = \left[c - E(\frac{c}{4}) - E(\frac{c-k}{3})\right]_{30}$	$A = [9]_{30} = 9$	$A = [9]_{30} = 9$
où $E(x)$ est la partie entière de x	$[m]_{19} = 10$	$[m]_{19} = 7$
et $k = 0$ si $m \leqslant 4199$ $k = \frac{c-17}{25}$ si $m > 4199$	$r = [19.10 + 15 + 9]_{30}$	$r = [19.7 + 15 + 9]_{30}$
Si $r = 29$, $R = 28$	$r = 4$	$r = 7$
Si $r = 28$ et $[m]_{19} > 10$, $R = 27$		
sinon $R = r$	$R = 4$	$R = 7$
$B = \left[2 - c + E(\frac{c}{4})\right]_7$	$B = [2-19+4]_7$ $B = 1$	$B = [2-20+5]_7$ $B = 1$
$J = \left[m + E(\frac{m}{4}) + R + B\right]_7$	$E(\frac{m}{4}) = 496$	$E(\frac{m}{4}) = 500$

La date de Pâques est

P = (28+R-J) mars si R-J⩽3

(R-J-3) avril si R-J>3

$J = [1986\ 496+4+1]_7$	$J = [2002+500+7+1]_7$
J = 2	J = 7
R-J = 2	R-J = 3
P= 28+4-2=30	P= 28+7-4=31
$\boxed{\text{30 MARS}}$	$\boxed{\text{31 MARS}}$

METHODE NUMERIQUE POUR LE CALCUL DE LA DATE DE PAQUES
(Function n°9,part3,June 85, Monash Univ.,Victoria)

Soit X l'année

Dividente	*diviseur*	*quotient*	*reste*	X = 1986	X = 2002
X	19	-	a	a = 10	a = 7
X	100	b	c	b = 19 c = 86	b = 20 c = 2
b	4	d	e	d = 4 e = 3	d = 5 e = 0
b+8	25	f	-	f = 1	f = 1
b-f+1	3	g	-	g = 6	g = 6
19a+b-d-g+15	30	-	h	h = 4	h = 7
c	4	i	k	i = 21 k = 2	i = 0 k = 2
32+2e+2i-h-k	7	-	ℓ	ℓ = 4	ℓ = 2
a+11h+22ℓ	451	m	-	m = 0	m = 0
h+ℓ-7m+114	31	n	p	n = 3 p = 29	n = 3 p = 30
n est le numéro du mois				3ème mois	3ème mois
p+1 = jour de Pâques				p+1 = 30	p+1 = 31
				$\boxed{\text{30 MARS}}$	$\boxed{\text{31 MARS}}$

Ces deux programmes nous ont permis de vérifier que la date de Pâques connait un cycle de 532 années. Or 532 est le produit de 19 (cycle de Méton) par 7 (cycle des lettres dominicales) et par 4 (cycle des années bissextiles dans le calendrier julien en tout cas).

METHODE NUMERIQUE POUR LE CALCUL DU JOUR DE LA SEMAINE.
(Math-Jeunes n° 5, Mai-Juin 1980)

Jour : Calculer le reste de la division du quantième par 7

$r_1 = [J]_7$

Mois : Un nombre "clé" r_2 est associé à chaque mois.

Jan.	Fevr.	Mars	Avr.	Mai	Juin	Juill.	Aout	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	4

Année : (deux derniers chiffres = A)

$r_3 = [A]_7 \qquad Q = E(\frac{A}{4}) \qquad r_4 = [Q]_7$

où E(x) est la partie entière de x

Bissextile : si la date est en janvier ou février d'une année bissextile, alors $r_5 = -1$, sinon $r_5 = 0$

Siècle : Pour 1900, $r_6 = 0$, pour 1800, $r_6 = 2$

Solution : On calcule $S = [r_1+r_2+r_3+r_4+r_5+r_6]_7$

	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
S =	1	2	3	4	5	6	0

Exemple : 16 novembre 1983 : $S = [2+3+6+6+0+0]_7 = 3 \rightarrow$ Mercredi.

METHODE NUMERIQUE POUR LE CALCUL DU JOUR DE LA SEMAINE.
(Congruence de Zeller,Math.digest,Wellington,New Zealand)

Soit la date jour (J), mois (M), année (A)

Si M = 1, alors P = 11 et B = A-1
Si M = 2, alors P = 12 et B = A-1
Sinon P = M-2 et B = A

$C = [B]_{100}$ (reste de la division de B par 100)

$D = E(\frac{B}{100})$ (partie entière du quotient de B par 100)

$$S = [J + E(2,6\ P - 0,2) + C + E(\frac{C}{4}) - 2\ D + E(\frac{D}{4})]_7$$

Exemple : 16 novembre 1983 :

J = 16, M = 11, A = 1983, P = 9, B = 1983, C = 83, D = 19

$S = |16 + 23 + 83 + 20 - 38 + 4|_7 = 3$

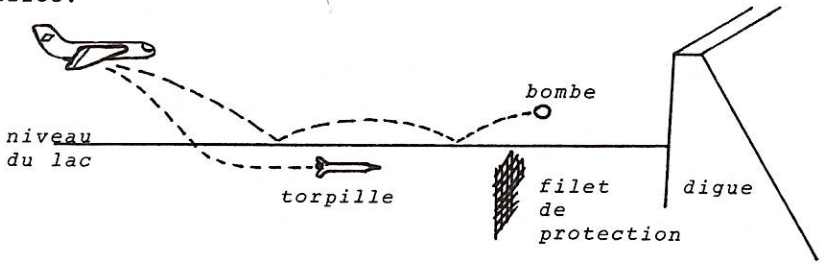
et l'attribution des jours est la même que dans la méthode précédente;

donc 16 novembre 1983 = Mercredi.

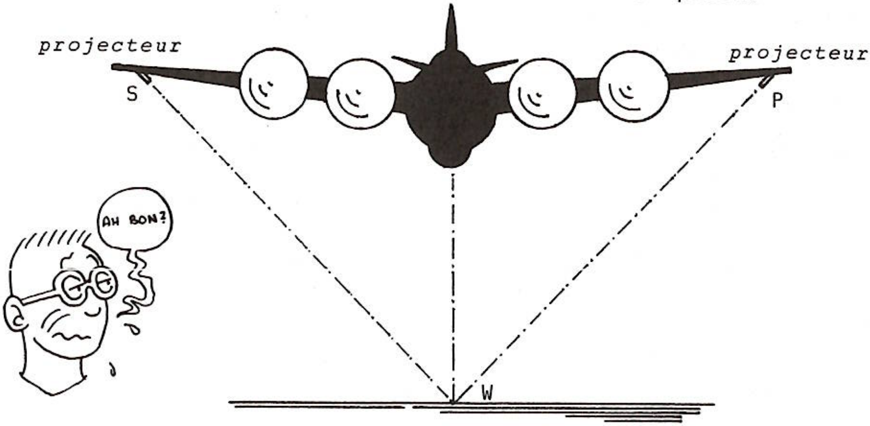
Les math de la RAF

En 1943, la 617e escadrille de la Royal Air Force reçut la mission de détruire une digue de barrage. Il s'agissait de lâcher d'une faible altitude et à une distance précise de l'objectif de petites bombes sphériques rebondissantes spécialement construites pour cette mission.

La défense du barrage avait installé des filets de protection sous-marins, ce qui empêchait le lancer plus classique de torpilles.

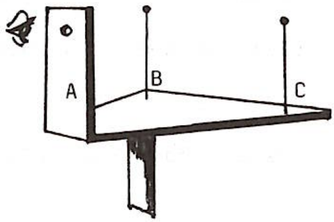


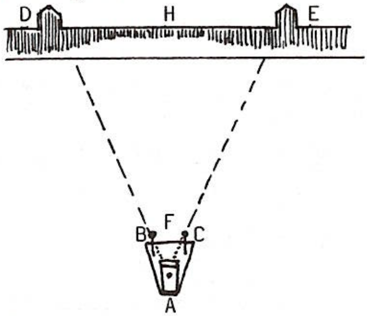
Ces bombes devaient être larguées d'une altitude de 60 pieds. Des projecteurs directionnels furent fixés aux extrémités des ailes des avions Lancaster utilisés. L'envergure de ces appareils est de 102 pieds. Lors de son approche finale de l'objectif, le pilote allumait les projecteurs et ajustait son altitude pour que les deux rayons lumineux SW et PW convergents donnent une seule trace sur les flots. A ce moment l'appareil se trouvait exactement à l'altitude voulue de 60 pieds.



En admettant que les 60 pieds étaient calculés entre l'axe SP des projecteurs et le niveau du lac, pourrez-vous trouver la valeur de l'angle SWP ?

L'autre problème venait de ce que la bombe devait être lancée à 1640 yards de la digue. Pour aider le bombardier à apprécier cett distance, un petit appareil fut fabriqué(ou plutôt réinventé !). Il s'agissait de l'appareil en usage au XVIe siècle pour estimer les distances qui séparaient les bombardes des fortifications des villes assiégées.





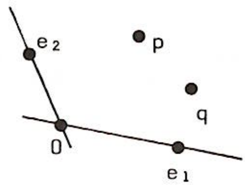
Aux deux extrémités de la digue, existaient deux tours situées symétriquement par rapport à l'axe d'approche de l'avion FH, lui-même perpendiculaire à la digue DE. La reconnaissance aérienne avait montré que la distance entre ces tours était de 105 yards.

Le bombardier regardait au travers de l'oeilleton en A et attendait que les sommets des tours se présentent dans l'alignement des mires B et C. A cet instant, il lâchait la bombe. Pourrez-vous trouver les relations entre DE et BC et entre AF et AH (F point milieu de [BC])? Calculez ensuite la valeur de l'angle BAC.

Perpendicularités... étonnantes

par Didier PIEROUX, 5eA à l'Athénée Royal Vauban à Charleroi.

Je me propose de montrer comment résoudre le problème suivant: étant donnés deux points p et q du plan Π_0 non alignés avec l'origine, différents de l'origine, existe-t-il toujours un produit scalaire tel que p soit perpendiculaire à q ?



En effet, un produit scalaire sur Π_0 est une application du produit cartésien $\Pi_0 \times \Pi_0$ dans l'ensemble des réels définie par des propriétés et non par la donnée d'un résultat algébrique.

Ainsi, si u,v et w sont des vecteurs et a et b des réels, toute application notée . vérifiant :

$(au + bv).w = a\, u.w + b\, v.w$
$u.(av + bw) = a\, u.v + b\, u.w$ } *propriétés de bilinéarité*

$u.v = v.u$ *propriété de symétrie*

$u.u > 0$ lorsque u n'est pas le vecteur nul
propriété de positivité

est un produit scalaire, même si l'on ne connait pas la valeur du réel correspondant à $u.v$.

Lorsque l'on peut démontrer que ce réel est nul, on dit que u et v sont perpendiculaires.

1. Quels sont les produits scalaires de Π_0 ?

Si $x = ae_1 + be_2$ et $y = ce_1 + de_2$ dans une base $\{e_1, e_2\}$,

on a $e_1^2 = A > 0$ (1)

$e_2^2 = B > 0$ (2)

$e_1.e_2 = C$ réel quelconque

et on calcule : $x.y = acA + bdB + (ad+bc)C$ (3)

Par ailleurs, si x est non nul, $x^2 > 0$ implique

$$Aa^2 + 2abC + Bb^2 > 0$$

ce qui est vérifié si ce trinôme du second degré en a, n'a pas de racines, donc si son discriminant

$$b^2C^2 - Ab^2B$$

est négatif, et puisque $b^2 > 0$, on obtient la condition

$$C^2 < AB \quad (4)$$

Les produits scalaires sont donc définis par (3) avec (1),(2) et (4) vrais.

2. Existe-t-il (A,B,C) tel que p soit perpendiculaire à q ?

Soit la base $\{e_1, e_2\}$, p non nul $= ae_1 + be_2$ (H1)

q non nul $= ce_1 + de_2$ (H2)

Par la définition de perpendicularité et par (3), nous devons chercher A,B,C tels que

$$A > 0 \quad (H3)$$
$$B > 0 \quad (H4)$$
$$C^2 < AB \quad (H5)$$
$$acA + bdB + (ad+bc)\, C = 0 \quad (H6)$$

premier cas : $ad + bc = 0$ donc $ad = -bc$

dans ce cas $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$
ce qui se vérifie par l'absurde car

$$a = 0 \rightarrow ad = 0 \rightarrow bc = 0 \rightarrow c = 0 \text{ (par H1)}$$

or $a = 0$ et $c = 0$ dans H6 implique $bd = 0$
et si b est nul, $(a,b) = (0,0)$ contredit H1
si d est nul, $(c,d) = (0,0)$ contredit H2

Dans ce premier cas, H6 devient $acA + bdB = 0$ et donc

$$\left\| \begin{array}{l} B \text{ positif quelconque} \\ A = -\dfrac{B\,bd}{ac} \\ C = 0 \end{array} \right.$$

est bien solution de notre problème puisque A existe ($a \neq 0$ et $c \neq 0$) et

$\frac{bd}{ac}$ est de même signe que bdac qui est de même signe que

$b(-bc)c = -b^2c^2$, qui est bien négatif.

<u>second cas :</u> $ad + bc \neq 0$

Pour A et B quelconques, H6 donne $C = -\dfrac{acA + bdB}{ad + bc}$ (5)

Vérifier que $C^2 < AB$ revient à vérifier que

$$\left(-\frac{acA + bdB}{ad + bc}\right)^2 < AB$$

$$(acA + bdB)^2 < AB\,(ad + bc)^2$$

$$a^2c^2A^2 + 2abcdAB + b^2d^2B^2 < a^2d^2AB + 2abcdAB + b^2c^2AB$$

$$a^2c^2A^2 + b^2d^2B^2 - (a^2d^2 + b^2c^2)\,AB < 0$$

Le membre de gauche de cette inégalité est un trinôme du second degré en A si le coefficient

● $ac \neq 0$

Dans ce cas, pour que le trinôme soit négatif, il nous faudra choisir une valeur de A à l'intérieur des racines, puisque le discriminant est positif. On calcule en effet que

$$\Delta = B^2\,(a^2d^2 - b^2c^2)^2$$

est strictement positif, puisque

$ad \neq bc$ (car $ad = bc \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \rightarrow$ p et q sont alignés)

et $ad \neq -bc$ (voir le premier cas)

Le calcul des racines montre que

si $ad > bc$, $0 < \dfrac{Bb^2}{a^2} < A < \dfrac{Bd^2}{c^2}$ (6)

si $ad < bc$, $0 < \dfrac{Bd^2}{c^2} < A < \dfrac{Bb^2}{a^2}$ (7)

Ainsi, B quelconque, A quelconque vérifiant (6) ou (7) et C calculé par (5).

Le membre de gauche de cette inégalité se réduit à un premier degré si

● ● ac = 0

Dans ce cas, on choisit B quelconque,

$A > \dfrac{Bb^2d^2}{a^2d^2 + b^2c^2}$ et C est calculé par (5)

Une solution existe donc bien dans tous les cas.

<u>Exemple numérique</u> :

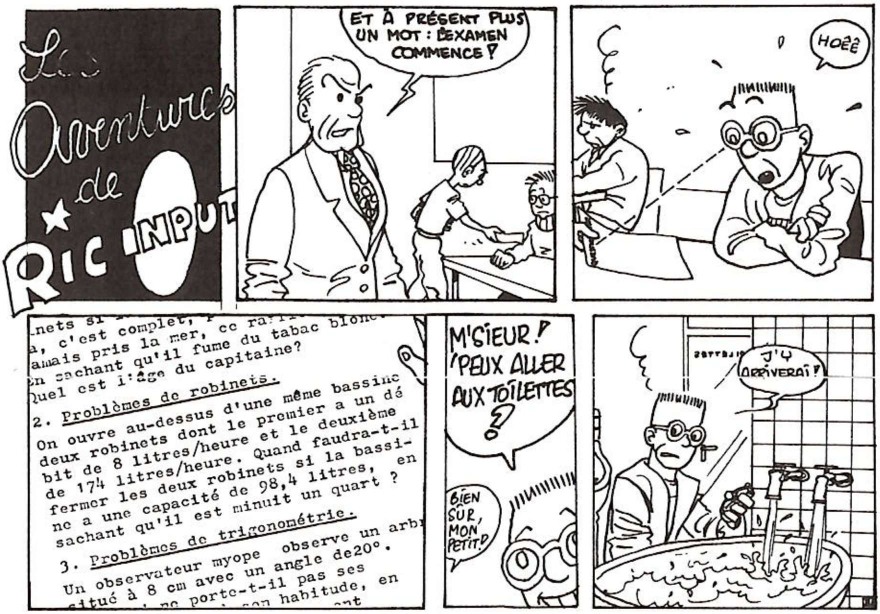
$p = (1,2)$ et $q = (3,4)$

$ad + bc = 10 \neq 0$ donc second cas.

$ac = 3$ donc je calcule $ad = 4$ et $bc = 6$ et donc (7)

Si $B = 1$, $\dfrac{16}{9} < A < 4$ (Je choisis A=2) ; $C = -\dfrac{7}{5}$.

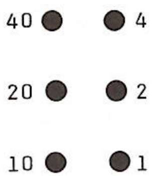
et on vérifie $p.q = 1.3.2 + 2.4.1 - \dfrac{7}{5}(1.4 + 2.3)$
$= 6 + 8 - 14$
$= 0$



Le Braille

C'est le français Valentin HAÜY (1745 - 1822) qui le premier eut l'idée d'imprimer en relief pour permettre une lecture tactile aux non-voyants. Il utilisait notre alphabet imprimé par pression en relief dans des feuilles de cuir. La lecture en était facile, mais ce système ne permettait pas aux aveugles d'écrire aisément.

C'est un des jeunes élèves de Haüy, Louis BRAILLE (1809 - 1852) qui imagina, alors qu'il n'avait que 15 ans, un jeu de caractères basé sur 6 points perforés en relief dans du papier. Ce système permit la mise au point de machines à repousser qui rendirent possible l'écriture pour les aveugles. En fait, le système dérivait d'un code militaire mis au point en 1819 par le Capitaine Charles BARBIER pour les communications nocturnes (système lumineux proche du système de Murray).



Une lettre de Braille se compose de 6 points distants de 2 à 2,3 mm les uns des autres, repoussés en relief ou non. Mathématiquement, un tel système permet 2^6 codes différents, soit 64 caractères. Pour la facilité des voyants et pour l'apprentissage du Braille, chaque point s'est vu attribuer une valeur numérique. C'est ainsi que la lettre T par exemple se lira 36 *(voir le tableau)* : c'est en fait du décimal codé binaire sur deux fois trois bits. *(voir à ce sujet le cours d'assembleur dans les Math-Jeunes de l'année 84-85!)*.

Le Braille dispose de caractères standards "locaux" dépendant de la langue traduite en Braille: c'est ainsi que le Braille anglais ne code pas le -é- et que le Braille français ne code pas le -ß- de l'allemand. Les caractères se rangent en 13 familles dont les dix principales sont représentées dans le tableau. Dans ce tableau, la première colonne code les 10 premières lettres, la colonne n° 2 s'obtient en ajoutant 10 à la colonne n°1, puis col. 3 = col. 1 + 11, col. 4 = col. 1 + 1, col. 5 = col. 1 : 2. Les trois autres séries servent de signes particuliers ou d'annonciateurs. *(On rapprochera le principe des annonciateurs des caractères de contrôle des traitements de textes informatisés!)*

11ème série :	codes :	4	14	15	5	2
	sens :	musique	exposant	§	majuscule	maj.grecq
12ème série :	codes :	6	16	17	7	3
	sens :	minus.gr.	√	numériq.	italiq.	musique
13ème série :	codes :		10	11	1	
	sens :		apostr. pt.abr.	trait d'union	intégrale	

Voici quelques exemples de l'emploi d'annonciateurs.

⠁ 40 A 1	⠅ 50 K	⠥ 51 U	⠡ 41 â	⠂ 20 ,
⠃ 60 B 2	⠇ 70 L	⠧ 71 V	⠣ 61 ê	⠆ 30 ;
⠉ 44 C 3	⠍ 54 M	⠭ 55 X	⠩ 45 î	⠒ 22 :
⠙ 46 D 4	⠝ 56 N	⠽ 57 Y	⠹ 47 ô	⠲ 23 .
⠑ 42 E 5	⠕ 52 O	⠵ 53 Z	⠱ 43 û	⠢ 21 ?
⠋ 64 F 6	⠏ 74 P	⠯ 75 Ç	⠫ 65 ë	⠖ 32 !
⠛ 66 G 7	⠟ 76 Q	⠿ 77 é	⠻ 67 ï	⠶ 33 ( )
⠓ 62 H 8	⠗ 72 R	⠷ 73 à	⠳ 63 ü	⠦ 31 «
⠊ 24 I 9	⠎ 34 S	⠮ 35 è	⠪ 25 œ	⠔ 12 *
⠚ 26 J 0	⠞ 36 T	⠾ 37 ù	⠺ 27 W	⠴ 13 »

g	se code 66	1515	se code : 17 40 42 40 42
G	se code 05 66	3,14	se code : 17 44 20 40 46
g	se code 07 66	1er	se code : 17 40 10 42 72
G	se code 07 05 66	1°)	se code : 17 40 10 52 33
γ	se code 06 66	XIe	se code : 55 24 10 42
Γ	se code 02 66	m^2	se code : 54 76 10
		m^3	se code : 54 44 10

En 1965, un professeur de mathématique américain non-voyant, construisit le code qui porte son nom : Code NEMETH, qui permet une notation mathématique et scientifique très précise.

$+$	se code 00 32 00	$<$	se code 00 25 00
$-$	se code 00 22 00	$\leqslant$	se code 00 52 33 00
$\times$	se code 00 10 00	$>$	se code 00 52 00
$:$	se code 00 23 00	$\geqslant$	se code 00 25 33 00
$=$	se code 00 33 00	$\equiv$	se code 00 03 33 00
$\pm$	se code 00 32 11 00	$\not\equiv$	se code 00 03 37 00
$\in$	se code 00 02 25 00	//	se code 00 77 00
$\cap$	se code 00 03 23 00	$\perp$	se code 00 17 10 00
$\cup$	se code 00 03 13 00	%	se code 17 13 26

valeur absolue : 00 07 puis 07 00
vecteur : 22 20 0
segment orienté : 60 22 20 00 } se place après la(les) lettre(s).
degré, minute,seconde : 05 13 00 , 00 12 , 00 12 12
indice : 41 et exposant : 14
barre oblique de division : 77

les fractions s'écrivent en divisant par 2 le code du numérateur:

$\frac{8}{281}$ s'écrit : 17 31 60 62 40 (le 31 = 62 / 2!)

tandis que 8/281 s'écrit : 17 62 77 60 62 40

Votre nom subsistera-t-il?

Nous abandonnons froidement M. & Mme Smith et M. et Mme Brown sur une île inhabitée. Dans un siècle, en admettant qu'il y ait sur l'île assez de nourriture et de boisson, trouverons-nous leurs descendants qui se nomment tous Smith ou tous Brown ? Ainsi, par exemple, si le couple Smith du départ met au monde 10 filles et si le couple Brown donne le jour à 10 garçons, après la mort des parents et suivant la règle qui veut que l'enfant prenne le nom du père, il n'y aura, à la génération suivante, que des Brown. Cela arrivera-t-il ? Et votre propre nom - si vous êtes un garçon - survivra-t-il, disons pour les 10 générations suivantes, c'est-à-dire, aurez-vous 10 fois de suite des descendants masculins ?

Supposons un homme qui est le seul porteur du nom de Smith. Nous voulons trouver la probabilité P_n que ce nom meure en n générations. Supposons que la probabilité qu'un homme ait exactement m enfants qui survivent aux maladies infantiles est E_m, et que les garçons et les filles naissent avec la même probabilité. Admettons aussi que tous les garçons se marient. Ce nom disparaitra en une génération si :

- il n'a pas d'enfant Probabilité = E_0
- il a une fille Probabilité = $\frac{1}{2} E_1$
- il a 2 filles Probabilité = $\frac{1}{4} E_2$
- ...

$$\text{Ainsi } P_1 = E_0 + \frac{1}{2} E_1 + \frac{1}{4} E_2 + \dots = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^m} E_m \qquad (1)$$

Nous avons ici écrit la probabilité comme une somme d'une infinité de termes, mais la réalité n'est pas ainsi. En pratique, nous pouvons admettre qu'un couple n'a pas plus de 30 enfants; aussi $E_m = 0$ pour $m>30$. Mais c'est une habitude mathématique que d'écrire des sommes infinies.

Maintenant que nous avons calculé P_1, nous recherchons une formule qui nous donne P_n en fonction de P_{n-1}. Supposons un homme ayant m enfants. Le sexe de chacun de ses enfants est déterminé par une probabilité de $\frac{1}{2}$. Les m enfants ont une probabilité de $\frac{1}{2^m}$. Avoir exactement r garçons parmi ses m enfants se réalise de C_m^r manières (Symbole des Combinaisons) avec une probabilité de

$$\frac{1}{2^m} C_m^r$$

Si son nom disparaît après n générations, cela revient à dire que le nom de chacun de ses garçons doit disparaître en n-1 générations. Cette probabilité est P^r_{n-1} s'il y a r garçons. Ainsi, si un homme à m enfants, la probabilité que son nom disparaisse en n générations est

$$\sum_{r=0}^{m} \frac{1}{2^m} C^r_m \; P^r_{n-1} = \frac{1}{2^m} (1 + P_{n-1})^m$$

par le théorème du Binôme de Newton. Mais la probabilité qu'un homme ait m enfants est E_m. Aussi

$$P_n = \sum_{m=0}^{\infty} E_m \frac{1}{2^m} (1 + P_{n-1})^m \qquad (2)$$

Dans la réalité, ici aussi, la somme n'est pas infinie ! Nous tenons une équation de récurrence pour P_n. A partir de P_1, nous pouvons employer cette formule pour calculer successivement P_2, P_3, ...

Nous devons à présent nous décider pour les valeurs à assigner à E_0, E_1, ... Nous allons supposer que tout homme a exactement k enfants. C'est un peu irréaliste, mais nous donne une ligne de réflexion. On a $E_k = 1$ $E_m = 0$ $\forall m \neq k$

La relation (**1**) donne : $P_1 = \frac{1}{2^k}$

et (**2**) donne : $P_n = (\frac{1 + P_{n-1}}{2})^k$

Voici quelques valeurs de P_n en fonction de k :

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}
K = 1	.500	.750	.875	.937	.968	.984	.992	.996	.998	.999	.999	.999
K = 2	.250	.390	.483	.550	.600	.640	.672	.699	.722	.741	.758	.772
K = 3	.125	.177	.204	.218	.226	.230	.232	.234	.235	.235	.235	.235
K = 4	.062	.079	.084	.086	.087	.087	.087	.087	.087	.087	.087	.087
K = 5	.031	.036	.037	.037	.037	.037	.037	.037	.037	.037	.037	.037

On peut se demander, au vu de ces résultats, si P_n tend vers une limite P lorsque n devient grand. Si la limite existe, elle doit, en vertu de (**2**), vérifier :

$$P = (\frac{1 + P}{2})^k$$

<u>Si k = 1</u>, on a $P = \frac{1 + P}{2}$ et <u>P = 1</u>

Donc si chaque homme a 1 enfant, la probabilité est de 1 que son nom disparaisse! (Ceci est moins surprenant qu'il n'y paraît, car dans ce cas 1 enfant remplace 2 parents et la population disparaît...)

Si k = 2, on a $P = \left(\frac{1 + P}{2} \right)^2$ et à nouveau $P = 1$

bien que le tableau montre que le processus est plus lent.

Si k > 2, on peut voir que $P < 1$. Ainsi, pour $k = 3$, on trouve $P = .236$.

Retournons dans notre île avec nos Smith et nos Brown. Si chaque homme a 2 enfants qui survivent aux maladies infantiles, nous avons vu qu'avec une probabilité de 1, le nom de Smith ET le nom de Brown vont disparaître ! Et donc que toute la population meure... Cela n'est pas étonnant car il y a, à chaque génération, une probabilité non nulle que tous les enfants soient du même sexe.

Au lieu de supposer que chaque homme a k enfants, nous pouvons admettre un nombre plus aléatoire et moduler notre position en décidant :

$$E_m = \frac{e^{-k} \; k^m}{m!} \qquad m = 0,1,2,...$$

(formule connue sous le nom de distribution de Poisson)

Par exemple si k = 2, on a :

$E_0 = .135$ $\quad E_3 = .180$ $\quad E_6 = .012$

$E_1 = .271$ $\quad E_4 = .090$ $\quad E_7 = .003$

$E_2 = .271$ $\quad E_5 = .036$ $\quad E_8 = .001$

La relation (**1**) devient :

$$P_1 = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2^m} e^{-k} \frac{k^m}{m!} = e^{-k} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{k}{2}\right)^m = e^{-k} e^{\frac{k}{2}} = e^{-\frac{k}{2}}$$

(On a reconnu le développement de Mac Laurin de e^x)

La relation (**2**) devient :

$$P_n = \sum_{m=0}^{\infty} e^{-k} \frac{k^m}{m!} \frac{1}{2^m} (1 + P_{n-1})^m = e^{-k} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left(\frac{k}{2}(1 + P_{n-1})\right)^m$$

$$= e^{-k} e^{\frac{k}{2}(1 + P_{n-1})} = e^{\frac{k}{2}(P_{n-1} - 1)}$$

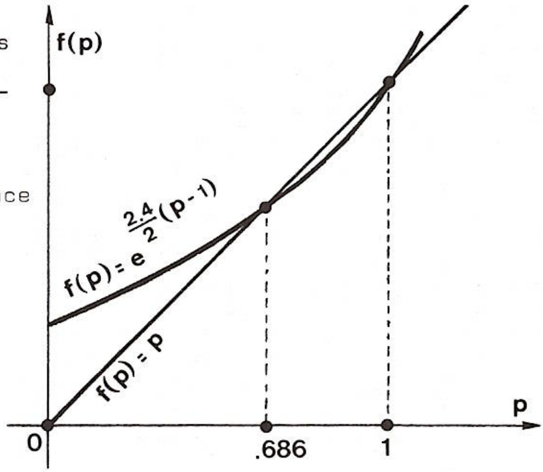
Pour que P_n admette une limite P, il nous faut

$$P = e^{\frac{k}{2}(P-1)} \qquad (\mathbf{3})$$

Si k = 1, on a P = 1 à nouveau. De même si k = 2, P = 1. Pour k > 2, on peut résoudre graphiquement l'équation (**3**) et on trouve P < 1 (Voir M-J 29, méthode du point fixe!)

Pour k = 2.4, on trouve P = .686

Ce qui signifie qu'à long terme, avec un taux de naissances de 2.4 enfants par couple, il y a 68,6 % de chances que le nom disparaisse à très long terme.



Le tableau ci-dessous donne, pour 30 générations avec un taux de 2.4 enfants par couple, la probabilité de disparition d 'un nom.

Après 3 générations, votre nom n'a pas 1 chance sur 2 de subsister.

Ah oui, j'oubliais : 2.4 est le taux dans la plupart des pays industrialisés.

Une dernière conclusion : si l'on néglige l'immigration, le nombre de noms distincts va diminuer, surtout si les fichiers informatisés des registres de population ne permettent plus de légères modifications de noms d'une génération à l'autre...

k = 2,4

$n \to$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_n \to$	.301	.432	.506	.552	.584	.607	.624	.637	.647	.654
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	.660	.665	.669	.672	.675	.677	.678	.680	.681	.682
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	.682	.683	.683	.684	.684	.685	.685	.685	.685	.685

COMBINAISON : Etant donné un ensemble à n éléments E, on appelle combinaison de p éléments tout sous-ensemble de E à p éléments. Le nombre de ces combinaisons est noté :

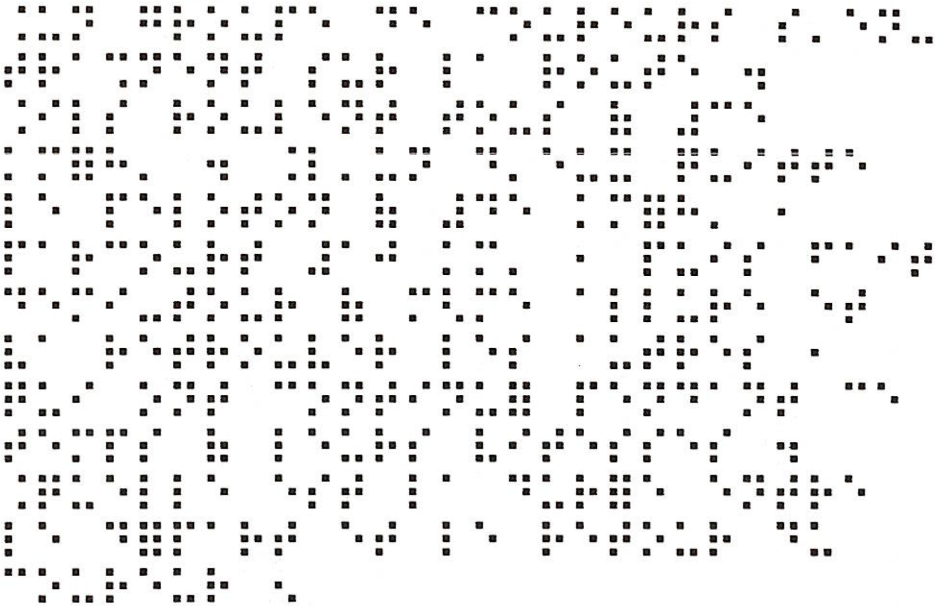
$$C_m^p \quad \text{et vaut} \quad \frac{n!}{p!\,(n-p)!} = \frac{n.(n-1).\ \ldots\ .(n-p+1)}{1.2.3.\ \ldots\ .(p-1).p}$$

où x! (factorielle de x) vaut 1.2.3. ... .(x-1).x

Cet article est tiré de notre excellent confrère : TRIGON, School Mathematics Journal of the Mathematical Association of South Australia, Adelaïde, Vol. 18, n°3.

Le coin des problèmes

134 Petit problème simple ...



135 Histoire de développement.

Le développement d'un parallélipipède rectangle dont aucune face n'est un carré se présente dans le plan comme un ensemble de six rectangles qui se "touchent" par un côté. On déclare de même type deux développements lorsque l'un d'eux est l'image de l'autre par une isométrie. Combien y a-t-il de types différents de développement ? Comment les classer logiquement ?

(Question posée par Melle Bernadette KIPS)

136 Histoire de prénoms.

Chaque lettre désigne un chiffre déterminé; le même chiffre ne peut être représenté par deux lettres différentes.

```
 DONALD
 GERALD
 ------
 ROBERT
```

Mémoires d'enfance par (?)

J'ai reçu une instruction littéraire, j'ai fait mes humanités, comme tout le monde. C'est-à-dire qu'à vingt-cinq ans je possédais un certain nombre de diplômes universitaires, je pouvais lire dans le texte Homère, Virgile, Goethe et Shakespeare. Mais je croyais, en toute bonne foi, que le carré de trois, c'était six.

J'avais, évidemment, suivi au lycée des cours de mathématiques et de sciences : mais c'étaient des cours à l'usage des "littéraires", des cours tronqués, sommaires, et qui glissaient sur les raisonnements pour aboutir à des formules, parce que nous étions incapables de suivre les raisonnements, et qu'au surplus nous n'avions pas le temps, en deux heures par semaine, d'apprendre toute la géométrie, l'algèbre, l'arithmétique, la physique, la chimie et l'astronomie. Notre bon maître, qui s'appelait M. Cros, avait pour nous beaucoup de tendresse et beaucoup de mépris. Lorsqu'il nous expliquait quelque belle formule, il nous disait: "Je ne puis pas vous expliquer comment on y arrive, vous ne comprendriez pas; mais tâchez de la retenir par coeur." En somme, ce n'était pas un cours de science : c'était un cours de religion scientifique, c'était une continuelle révélation de mystères.

Parmi les formules que M. Cros nous donnait, certaines étaient ravissantes. Il déclamait, du haut de son estrade:

" La circonférence est fière
D'être égale à deux pi R,
Et le cercle est tout joyeux
D'être égal à pi R deux. "

Et il souriait. Comme pour dire: "Puisque vous êtes des littéraires, je vous donne de la poésie". M. Cros frappait alors sa chaire au moyen d'un énorme compas de bois, et disait : "Voyons, Messieurs, ne méprisez point la Muse, quand elle vient en aide à la Science." Il disait aussi :

" Le volume de la sphère,
Quoi que l'on puisse faire,
Est égal à quatre tiers de pi R trois. "

Il prenait un temps - un temps de vingt secondes. Il regardait la classe, du premier au dernier. Puis, à mi-voix, l'index levé, l'oeil mi-clos, il ajoutait :

" La sphère fût-elle de bois. "

Il donnait une grande importance à ce vers final; et il le laçait avec une sorte de sévérité triomphale. Mais il ne s'adressait plus à nous : il parlait à la Sphère Elle-même. Il la prévenait, il l'avertissait; de quelque subterfuge qu'elle usât, et quelque grande que fût sa mauvaise foi; qu'elle fût pleine, creuse, lourde ou légère, d'acier ou de graphite; et même (suprême refuge) *"fût-elle de bois"*, elle n'échapperait pas à l'implacable formule où la géométrie l'avait enfermée: elle était prise, mesurée, vaincue, rien qu'en pressant la gâchette de cette arme nickelée : *"quatre tiers de pi R trois."*

SOMMAIRE

Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française. A.S.B.L.

Comité de rédaction :
F. Carlier, Gh. Marin, N. Miéwis, J. Vanhamme

Graphisme :
D. Seron

Edition :
J. Miéwis, Avenue de Péville, 150, 4030 Liège

Abonnements :

Belgique :	*groupés (5 au moins)*	*60 FB*	*par abonnement*
	isolés	*100 FB*	
Etranger :	*par paquet de 5*	*600 FB*	*le paquet*
	isolé	*200 FB*	

Poster historique : Belg. 30 FB (120 FB par 5 unités)
Etr. 60 FB (240 FB par 5 unités)

Compte n° 000-0728014-29, SBPM,
Chemin des fontaines, 14bis, 7460 CASTEAU.

Les abonnements à cette revue, destinée aux élèves, sont de préférence, pris par l'intermédiaire d'un professeur. Nous conseillons aux étrangers de payer par mandat postal international. En cas d'intervention bancaire, majorer la somme due de 100 FB pour frais d'encaissement.