MATH - JEUNES

11ème année
N° 45
Août 1989
Octobre 1989
Bureau de dépôt: Mouscron 1

Périodique trimestriel édité par la SBPMef

MATH-JEUNES

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française

Rédaction, administration: 14bis Rue des Fontaines, 7460 CASTEAU.

Abonnements:

- Belgique:
  — Groupés (5 exemplaires au moins) : 80 FB
  — Isolés: 120 FB
- Etranger :
  — Par paquet de 5 abonnements: 800 FB
  — Isolés: 240 FB

Anciens numéros encore disponibles:

- Années complètes: 84-85, 87-88, 88-89
- Numéros isolés: 25, 26, 30, 31, 32, 33, 34

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements:

- pour la Belgique: par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de Trazegnies 87, 6239 Pont-à-Celles
- pour l'étranger: par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de Trazegnies 87, B 6239 Pont-à-Celles, Belgique, ou par mandat postal international à la même adresse. (Tout chèque bancaire devra être majoré de 200 FB pour frais d'encaissement.)

Editeur responsable: G.Noël, 14bis rue des Fontaines, 7460 CASTEAU

N° 45 Onzième année 1989

MATH-JEUNES

Sommaire

S. B. P. M.

Math-Jeunes a 10 ans!

10 ans déjà. Le premier numéro de notre revue paraissait en octobre 1979, Il était bien modeste: 8 pages. Depuis lors, *Math-Jeunes* a fortifié, atteignant une centaine de pages par an et diversifiant ses rubriques. Il convient de donner un coup de chapeau à ceux qui ont permis d'arriver à ce résultat, en particulier aux fondateurs et premiers animateurs de la rédaction: Willy et Jacqueline Vanhamme, Jules et Nicole Miewis.

Pour ses 10 ans, *Math-Jeunes* reçoit une nouvelle équipe de rédaction et un nouveau *look*. Mais ses objectifs sont inchangés. Comme par le passé, nous voulons te montrer que les mathématiques peuvent être intéressantes, amusantes, passionnantes... et parfois même utiles.

Pour atteindre notre but, nous avons besoin de toi. Participe au rallye problèmes, individuellement ou avec des copains. Rédige et envoye-nous des solutions même incomplètes. Adresse-nous aussi des articles, même très courts, des réflexions, des questions, des dessins.

Dans ce numéro, apparaît un nouveau personnage: Mathieu Troikatorz···. Il nous guidera d'un article à l'autre, ajoutant à l'occasion son grain de sel. Nous aimerions beaucoup le voir s'engager dans de véritables aventures mathématiques, comme Anselme Lanturlu et son amie Sophie. Mais nous manquons peut-être un peu d'imagination! Peux-tu nous aider?

Math-Jeunes est fait pour les jeunes et, de préférence, PAR eux. A vos plumes les ami(e)s!

La Rédaction

Un héritage de la Révolution Française: la longue et tortueuse histoire du mètre

S. Trompler,

Une mesure universelle et prise dans la nature est de tous les bons effets qui resteront de la Révolution Française celui que nous aurons payé moins cher, et si ce grand changement a éprouvé quelques contradictions, elles tenaient uniquement à cet esprit d'inertie et de paresse, qui commence toujours par repousser les nouveautés les plus utiles.

Jean-Baptiste DELAMBRE

Le besoin et le désir d'une mesure universelle de longueur sont très anciens. Plus les échanges entre les peuples se sont multipliés, plus les inconvénients de mesures diverses se sont fait sentir.

Jusqu'à la fin du 18e siècle les unités de longueur et de poids variaient, non seulement d'une nation à l'autre, mais également, dans chaque pays, d'une région à l'autre.

CESAR, déjà, chercha à imposer en Gaule les lois romaines relatives aux poids et mesures, assura la conservation des étalons dans certains lieux sacrés et punit sévèrement les fabricants de fausses mesures; CHARLEMAGNE créa des étalons uniformes gardés au Palais Royal, décréta l'emploi de mesures identiques dans toute l'étendue de son empire. Mais les rivalités seigneuriales anéantirent ces décisions, chacun mettant un point d'honneur à avoir ses propres mesures.

A diverses reprises il y eut de nouvelles tentatives d'unification mais toutes échouèrent. Nous parlerons seulement des plus proches.

Deux idées de mesure naturelle de longueur coexistent à la deuxième moitié du 17e siècle: la longueur du pendule qui bat la seconde et une fraction du méridien terrestre.

Le pendule séduit d'abord les savants: sa longueur est facile à retrouver en tout temps et en tout lieu. Il suffit d'en déterminer le rapport avec les unités en usage pour les définir et les contrôler.

La mesure du méridien terrestre, faite dans l'Antiquité par ERATOSTHENE, est reprise et améliorée en 1670 par l'abbé PICARD (arc entre Paris et Amiens). L'abbé MOUTON propose pour la première fois une division décimale: il prend pour base le méridien et le subdivise jusqu'à trouver une longueur maniable; il appelle *milliare* la longueur d'une minute d'arc terrestre. Cette unité est le mille marin, connu précédemment, mais l'idée de l'appliquer à toutes les mesures de longueur et de là aux surfaces et volumes est nouvelle.

La longueur du pendule qui bat la seconde sert de contrôle.

Mais hélas,... en 1673 RICHER découvre que le pendule battant la seconde à Cayenne est plus court qu'à Paris! *"Pas de pendule universel, pas de mesure universelle offerte par la Nature aux hommes" s'écrie* MOUTON.

LA CONDAMINE reprend le flambeau et est le véritable initiateur du système métrique universel. Puisque le pendule varie d'un endroit à l'autre du globe, il faut en choisir un particulier.

En 1747, il effectue sa mesure à Quito, sur l'équateur, y fait fondre une règle de bronze qui conservera la longueur du pendule, la fait sceller dans le marbre, avec ces mots gravés: *"Modèle de pendule simple équinoxial battant la seconde de temps moyen à l'altitude du sol de Quito, exemplaire d'une mesure naturelle; puisse-t-elle aussi être universelle"* (cette règle est encore visible en ce lieu, actuellement).

Mais il meurt en 1774 sans que son projet d'universalité soit reconnu et adopté. A son tour, CONDORCET prend la relève, mais il préfère la latitude de 45 ° parce que *"sa situation au milieu des contrées où les sciences fleurissent permet d'en vérifier la longueur aussi commodément et aussi souvent qu'on le voudra"*. Le parallèle de 45 ° passe près de Bordeaux et, en 1775 le Ministre TURGOT ordonne le départ.

Malheureusement, il faut une pendule très précise et celle de l'Observatoire ne marche plus. Le temps d'en construire une autre et TURGOT est disgrâcié: nouvel abandon!

Est-ce la fin de l'entreprise? Non. TALLEYRAND élabore un nouveau projet, pour lequel il espère le concours de l'Angleterre. C'est que la Royal

Society de Londres, plus ancienne que l'Académie des Sciences de Paris est sa rivale et il est évident que toute recherche conclue sans elle ne pourrait être approuvée par l'Angleterre et marquerait la fin de l'espoir d'universalité. Or, les deux organismes viennent de collaborer au raccordement de la carte de leur pays et l'Angleterre songe à réformer ses mesures, (elle y mettra le temps!). C'est donc le moment.

RIGGS MILLER présente le projet de TALLEYRAND, un peu modifié, à la Chambre des Communes en 1790, avec comme base le pendule de Londres. Les français acceptent. Tout est bien parti, mais ... un litige entre l'Angleterre et l'Espagne, alliée de la France, menace la paix. L'Angleterre fait traîner les choses et, après élection, RIGGS MILLER n'appartient plus à la Chambre des Communes. Le projet est enterré, une nouvelle fois!

Pourtant, l'Espagne et les Etats-Unis sont devenus favorables à l'entreprise. Tant pis pour l'Angleterre, la France agira sans elle et, en 1791, l'Académie des Sciences fait une nouvelle proposition basée sur la mesure du méridien terrestre. Les promoteurs principaux sont : CONDORCET, LAGRANGE, LAPLACE, MONGE, COULOMB, DELAMBRE, LAVOISIER. Quelle brochette de savants! Comment ne pas réussir avec des hommes aussi éminents!

En 1792, DELAMBRE et MECHAIN partent pour mesurer le méridien de Dunkerque à Barcelone. DELAMBRE écrit: *"Nous étions convenus que* MECHAIN *aurait dans son lot les 170.000 toises qui mesurent la distance de Barcelone à Rodez. Le mien était composé des 380.000 toises que l'on compte de Rodez à Dunkerque"*

Cela ne va pas tout seul. Les habitants se méfient: *"On nous reconnaît, on se rappelle que nous avions voulu placer un signal sur la tour de Montjai; on nous enlève, on nous entraîne à travers champs par une pluie affreuse"*

Néanmoins les travaux avancent. On est sur la bonne voie.

Hélas, le 8 août 1793, les académies sont supprimées. Heureusement la Commission Temporaire des Poids et Mesures est maintenue en fonction. Pas pour longtemps: LAVOISIER est arrêté le 28 novembre. DELAMBRE racontera: *"La Commission avait demandé au Comité de Salut Public que* LAVOISIER *pût sortir tous les matins avec un gendarme pour continuer les travaux qu'il avait commencés. Cette faveur s'accordait assez communément à des hommes moins célèbres et sur des motifs plus ou moins spécieux".*

Le comité de Salut Public répond à leur pétition *"considérant combien il importe à l'amélioration de l'esprit que ceux qui sont chargés du gouvernement ne délèguent de fonction ni ne donnent de mission qu'à des hommes* *dignes de confiance pour leurs vertus républicaines et leur haine pour les rois; après s'en être concerté avec les membres du Comité d'Instruction Publique, occupés spécialement de l'opération des poids et mesures, arrête que* BORDA, LAVOISIER, LAPLACE, COULOMB, BRISSON *et* DELAMBRE *cesseront, à compter de ce jour, d'être membres de la commission ...*"

Heureusement, la politique révolutionnaire évolue, les dirigeants se succèdent et, sans attendre la fin des mesures (elles ne seront terminées qu'en 1798), la loi du 7 avril 1795 institue le système métrique décimal en France, fixe la nomenclature des nouvelles unités de longueur (mètre), de superficie (are), de capacité (litre) et de poids (gramme); les unités subiront encore bien des changements plus tard, et divers prototypes, à partir de 1799, seront construits avec un souci croissant de précision. La définition du mètre variera plusieurs fois et elle est fixée depuis 1983 comme la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière durant $\frac{1}{299792458}$ de seconde.

Nous voici arrivés à la fin (actuelle) de l'épopée du mètre et nous pouvons peut-être faire nôtres les paroles du pauvre LAVOISIER: *"Jamais rien de plus grand et de plus simple, de plus cohérent dans toutes ses parties n'est sorti de la main des hommes"*.

Bibliographie

[1] DELAMBRE, J.B. *Base du système métrique décimal,* Mémoires de l'Institut de France, Paris, 1806.

[2] FAVRE, A. *Les origines du système métrique,* P.U.F., 1931.

[3] MOREAU, H.*Le système métrique,* La Nature, Décembre 1948.

[4] Encyclopedia Universalis.

Autopsie d'un Jeu

C. Villers,

Athénée Royal de Mons

Je me trouvais chez mon droguiste habituel lorsque j'eus l'attention attirée par des pochettes transparentes dont le contenu consistait en cartes portant l'indication de nombres. Constatant ma curiosité, le commerçant m'invita à emporter une de ces pochettes en précisant qu'il s'agissait d'un jeu offert, à titre publicitaire, par la firme B. bien connue. Il ajouta tout aussi vite qu'il avait égaré les modes d'emploi mais qu'il devait très probablement s'agir d'un jeu de nombres.

Voici comment se présentent les 6 cartes contenues dans la pochette en question.

1	3	5	7	9	11	13	15
17	19	21	23	25	27	29	31
33	34	37	39	41	43	45	47
49	51	53	55	57	59	61	63

2	3	6	7	10	11	14	15
18	19	22	23	26	27	30	31
34	35	38	39	42	43	46	47
50	51	54	55	58	59	62	63

4	5	6	7	12	13	14	15
20	21	22	23	28	29	30	31
36	37	38	39	44	45	46	47
52	53	54	55	60	61	62	63

8	9	10	11	12	13	14	15
24	25	26	27	28	29	30	31
40	41	42	43	44	45	46	47
56	57	58	59	60	61	62	63

16	17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30	31
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63

La première question qui vient à l'esprit, lorsqu'on se trouve confronté à de telles listes est de déterminer à quoi elles peuvent bien servir .

Une autre question tout aussi agaçante (surtout si la réponse n'est pas immédiate) est de trouver comment les cartes ont été "construites" c'est-à-dire de définir à quelles règles éventuelles obéissent les nombres qui figurent sur ces listes.

Je vous propose d'essayer de répondre à ces deux questions avant de lire la suite de ce texte. Vous aurez ainsi l'occasion d'établir un certain nombre de conjectures sur la base de ces seuls indices.

Alors, avez-vous des réponses ou des éléments de réponse? Voici quelques réflexions sur le sujet proposé.

- Un premier examen des cartes montre que des nombres figurent sur certaines et pas sur les autres. Ainsi, par exemple, 33 est inscrit sur les cartes portant aussi 1 et 32 et non sur celles portant 2, 4, 8 et 16. De même 39 figure sur les cartes commençant par 1 , 2 , 4 et 32 mais pas sur celles commençant par 8 et 16. 56 figure sur les cartes commençant par 8, 16 et 32 et pas sur celles commençant par 1, 2 et 4.

  Après avoir effectué quelques relevés de ce type, je me suis demandé s'il y avait une relation entre ces nombres c'est-à-dire

  entre 39 et 1 , 2 , 4 , 32
  entre 56 et 8 , 16 , 32
  entre 33 et 1 , 32
  etc.

  Il est assez aisé de constater que $33 = 1 + 32$
  que $39 = 1 + 2 + 4 + 32$
  que $56 = 8 + 16 + 32$
  etc.

  Ainsi donc voilà la réponse à la première question: ces cartes servent à deviner un nombre pensé par quelqu'un. Vous proposez à quelqu'un de penser un nombre naturel (de 1 à 63) et vous lui demandez de vous montrer les cartes sur lesquelles figure le nombre choisi. Il ne vous reste alors qu'à additionner mentalement les premiers nombres des cartes désignées, pour donner l'impression à votre interlocuteur d'avoir lu dans sa pensée. Vous aviez certainement trouvé ceci.

- Mais avez-vous découvert la loi de formation des cartes ? Voici une réponse à cette question.

  Tout d'abord, vous constatez que les premiers nombres des cartes sont 1 , 2 , 4 , 8 , 16 et 32 c'est-à-dire les 6 premières puissances naturelles successives de 2. Ce constat incite à s'orienter vers une utilisation de la numération en base 2 au lieu de celle en base 10 .

Rappelons que dans cette base 2 les nombres naturels sont écrits à l'aide de l'unité, de la deuxaine(?), de la quatraine, de la huitaine, de la seizaine, de la trente-deuxaine, ... au lieu des unités, des dizaines, des centaines, ... de la base 10. Ainsi 39 = 3 dizaines + 9 unités (en base 10) mais 39 = 1 trente-deuxaine + 1 quatraine + 1 deuxaine + 1 unité. ([1])

Ecrivons donc la panoplie des nombres naturels à deviner, dans cette base 2.

	32	16	8	4	2	1
1	0	0	0	0	0	1
2	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	0	1	1
4	0	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1
⋮						
39	1	0	0	1	1	1
⋮						
56	1	1	1	0	0	0
⋮						
62	1	1	1	1	1	0
63	1	1	1	1	1	1

Il suffit donc de construire autant de fiches que de colonnes dans notre tableau (ici 6) en faisant correspondre une fiche à une colonne et en notant sur cette fiche chaque nombre naturel dont l'écriture binaire comporte 1 dans la colonne considérée.

Cette écriture constitue ce qu'on appelle (notamment en informatique) un masque. Le masque de 39 est donc 1 0 0 1 1 1 ce qui signifie que 39 sera noté sur les cartes commençant par 32 , 4 , 2 et 1 .

Pour conclure !

1. Pouvait-on inclure 0 dans les nombres à penser?

2. 6 cartes permettent de trouver les nombres naturels jusqu'à 63, ($2^6 - 1$). Que permettraient la construction de 7 cartes, de 8 cartes,. . . ? (Personne ne vous interdit d'ailleurs de les réaliser.)

([1]) Avez-vous vu pourquoi on utilise le singulier pour la base 2 et le pluriel pour la base 10 ?

3. Le jeu qui vient d'être analysé est connu depuis très longtemps. Il est décrit par Edouard LUCAS dès 1888 (*"Arithmétique amusante"* chez A.Blanchard, 9 rue de Médicis Paris) sous le nom de *"Eventail mystérieux"*.

4. Ne peut-on pas envisager d'utiliser une autre base de numération que 2? (3 par exemple)

Voilà quelques sujets de discussion que je vous propose. Je serais très heureux de recevoir vos réflexions et vos idées à propos de ce sujet et en particulier de cette 4ème remarque. Vous pouvez me les faire parvenir en adressant vos envois à la rédaction.

Récréations

1. Une boîte contient 6 oranges. Sans en découper aucune, comment partager équitablement ce trésor entre 6 personnes de manière à ce qu'une orange reste dans la boîte?

2. Comment découper équitablement en huit parties un gâteau ayant la forme d'un cylindre, et cela en trois coups de couteau?

Réponses: page 32

Quelle heure est-il, M.Rubik?

F. Glineur,

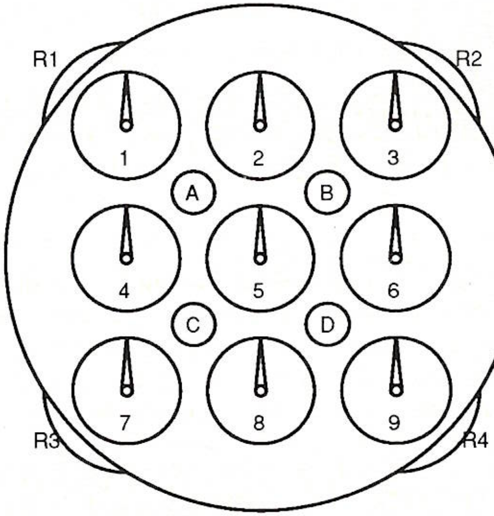
Athénée Royal de Quiévrain, 3ème A

Voici un moyen infaillible de réussir le nouveau casse-tête d'Erno Rubik: Pour cela, vous avez besoin d'un étau, d'un bon tournevis, de colle et ... euh, non, enfin, je blaguais. En fait, vous aurez simplement besoin d'un peu de patience et d'habileté.

Tout d'abord, nous allons nommer les 9 cadrans d'une face de 1 à 9, les quatre roues $R1 \ldots R4$ et les quatre boutons $A \ldots D$ (voir la figure ci-contre).

$X1$ signifie qu'il faut enfoncer le bouton X.

$X0$ signifie qu'il faut le relâcher.



Il est aisé de résumer les diverses positions des boutons et leurs effets respectifs en un court tableau, que je vous laisse le loisir de réaliser vous-même... Il faut surtout noter que TOUT est symétrique, et que l'effet qui se produit sur la face opposée à celle que l'on regarde n'est PAS le contraire de ce que l'on fait sur la face visible. En fait, il se passe exactement se qui se passerait si l'opération était effectuée sur la face visible, à ce détail près que tout est renversé (selon un axe imaginaire reliant 2 à 8), et que les boutons sont à l'état opposé (relâché si enfoncé, et vice-versa). Voici le suivi des opérations à réaliser:

Au départ, prenez une face, n'importe laquelle, midi en haut, et enfoncez tous les boutons.

1. (a) $A0$ Tournez $R1$ jusqu'à ce que 2 soit comme 6 (c-à-d dans la même position).
   (b) $A1$ $C0$ Tournez $R3$ jusqu'à ce que 5 soit comme 2 et 6.
   (c) $C1$ $B0$ Tournez $R2$ jusqu'à ce que 2, 5 et 6 soient comme 8.
   (d) $D0$ Tournez $R2$ jusqu'à ce que 2, 5, 6 et 8 soient comme 4.
   (e) $C0$ Tournez $R1$ jusqu'à ce que 1 soit comme 2, 4, 5, 6 et 8.
   (f) $A0$ $B1$ Tournez $R2$ jusqu'à ce que 3 soit comme 2,. . . , 8.
   (g) $B0$ $D1$ Tournez $R4$ jusqu'à ce que 9 soit comme 2, . . . , 8.
   (h) $D0$ $C1$ Tournez $R3$ jusqu'à ce que 7 soit comme 2, . . . , 8.
   (i) $C0$ Tournez $R1$ jusqu'à ce que toutes les horloges soient à midi.

Jusque là, tout est simple. Mais il faut maintenant trouver une suite d'opérations qui arrange la deuxième face sans modifier la première. Dans ma solution, j'utilise trois opérations dont l'effet s'annule sur la face opposée mais reste visible sur la face manipulée.

Prenez l'autre face, midi en haut. Concrètement, le cadran situé derrière le 3 vient prendre la place du 1, le cadran situé derrière le 1 vient remplacer le 3, le cadran situé derrière le 2 se substitue au 2, etc. Il en est de même pour les roues ($R1 \rightarrow R2$, $R2 \rightarrow R1$, etc) et pour les boutons ($A \rightarrow B$, $B \rightarrow A$, etc) mais de plus, leur état est inversé (Relâché → Poussé, et vice-versa).

2. (a) $A0$ $B0$ Comptez le nombre de pas dont 2 a besoin pour arriver à midi (par le plus court chemin). En principe, ce nombre est inférieur ou égal à 6. Appelons ce nombre x. En tournant $R1$, faites avancer l'aiguille 2 de x pas, mais dans le "mauvais sens", c-à-d le sens contraire à celui qu'elle devrait emprunter pour rejoindre midi. Les cadrans 1 à 6 tournent en même temps de x pas dans le "mauvais sens".

(b) $B1$ Tournez $R1$ jusqu'à ce que 1 soit à midi. Les cadrans 1,2,4 et 5 tournent de x pas dans le "bon sens". Donc, 1,2,4 et 5 se retrouvent dans la même position qu'avant l'opération a) (car ils ont tourné de x pas dans le "mauvais sens", puis de x pas dans le "bon sens").

(c) $B0$ $A1$ Tournez $R2$ jusqu'à ce que 3 soit à midi. Les cadrans 2,3,5 et 6 tournent de x pas dans le "bon sens". Donc, 3 et 6 se retrouvent dans la même position qu'avant l'opération a) (voir justification plus haut). Par contre les cadrans 2 et 5 ont finalement tourné de x pas dans le "bon sens" (les mouvements a) et b) s'annulant). 2 est donc dans la bonne position!

Cet ensemble d'opérations a l'avantage de conserver la position de 1,3,4,6 et de ne modifier la position que de 2 (pour le mettre à midi) et de 5. Celui-ci ne sera arrangé qu'en tout dernier lieu. Pour ce qui est de l'autre face, voici les changements s'opérant: ($D1$ signifie le cadran se situant derrière le cadran 1, sur l'autre face).

- Lors de l'opération a) $D1$ et $D3$ sont tournés de x pas dans un sens.
- Lors de l'opération b) $D1$ est tourné de x pas dans l'autre sens (revient comme avant).
- Lors de l'opération c) $D3$ est tourné de x pas dans l'autre sens (c-à-d dans le même sens que $D1$ ci-dessus) Même conséquence: il revient comme avant.

Comme vous pouvez le constater, ces 3 opérations n'ont changé en aucune façon la face opposée.

Les opérations de d) à l) répètent la procédure a) à c) trois fois, pour les cadrans 6,8 et 4.

(d) $D0$ Comptez le nombre de pas dont 6 a besoin pour arriver à midi (par le plus court chemin). En tournant $R2$, faites avancer l'aiguille 6 de x pas, dans le "mauvais sens" (voir plus haut).

(e) $D1$ Tournez $R2$ jusqu'à ce que 3 soit à midi.

(f) $B1$ $D0$ Tournez $R4$ jusqu'à ce que 9 soit à midi.

(g) $C0$ Comptez le nombre de pas dont 8 a besoin pour arriver à midi (par le plus court chemin). En tournant $R3$, faites avancer l'aiguille 8 de x pas, dans le "mauvais sens".

(h) $C1$ Tournez $R4$ jusqu'à ce que 9 soit à midi.

(i) $C0$ $D1$ Tournez $R3$ jusqu'à ce que 7 soit à midi.

(j) $A0$ Comptez le nombre de pas dont 4 a besoin pour arriver à midi (par le plus court chemin). En tournant $R1$, faites avancer l'aiguille 4 de x pas, dans le "mauvais sens".

(k) $C1$ Tournez $R1$ jusqu'à ce que 1 soit à midi.

(l) $C0$ $A1$ Tournez $R3$ jusqu'à ce que 7 soit à midi.

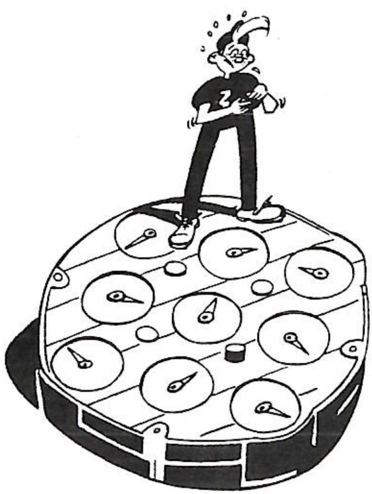
(m) $B0$ Comptez le nombre de pas dont 5 a besoin pour arriver à midi (par le plus court chemin). En tournant $R2$, faites avancer l'aiguille 5 de x pas, dans le "mauvais sens". Les cadrans 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 se déplacent de x pas dans le "mauvais sens".

(n) $C1$ Tournez $R2$ jusqu'à ce que 3 soit à midi. 2,3,5 et 6 tournent de x pas dans le "bon sens" et reprennent leur position d'avant l'opération m).

(o) $C0$ $B1$ Tournez $R3$ jusqu'à ce que 7 soit à midi. 4,5,7,8 tournent de x pas dans le "bon sens". Ainsi 4, 7 et 8 reprennent leur position d'avant l'opération m) tandis que l'aiguille de l'horloge 5 se place sur midi.

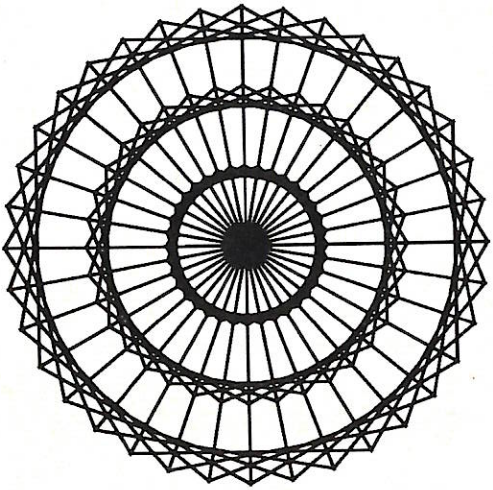
En ce qui concerne l'autre face, l'opération m) tourne $D3$ et $D7$, l'opération n) replace $D3$ et l'opération o) replace $D7$.

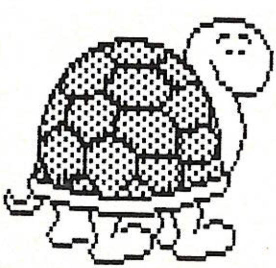
(p) Et c'est gagné. Ce n'était pas plus difficile que ça!



La tortue et le napperon

Es-tu de ceux qui ont déjà rencontré la tortue LOGO ? Si oui, imagine et envoie-nous un programme qui dessine le napperon suivant:





Sous ta conduite, notre gentille tortue peut réaliser de petits chefs d'oeuvre. N'hésite pas à nous envoyer tes dessins, et les programmes qui les réalisent. Nous publierons les plus beaux dessins reçus.

Un peu de lumière sur l'ombre d'un cube et d'un tétraèdre

Maryza Grand'Henry,
Collège St Michel, Bruxelles

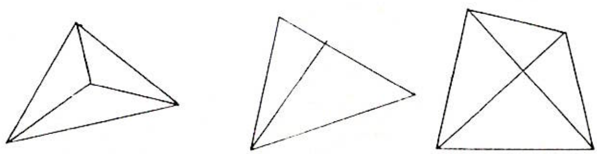
Si, par un jour ensoleillé (mais j'avoue que c'est rare en Belgique) vous avez l'immense courage (si, si!) d'enrichir votre intellect en plein soleil, voici ce que je vous propose. D'abord, il vous faudra construire à l'aide de pailles et de cure-pipes le modèle d'un cube et d'un tétraèdre régulier (bien entendu, je ne vous interdis pas d'utiliser d'autres matériaux mais il est important que le cube et le tétraèdre soient réduits à leurs arêtes). Ceci étant dit, je rappelle en passant qu'un cube est composé de 6 faces carrées et qu'un tétraèdre régulier est composé de faces triangulaires équilatérales. (Je ne doute pas de vos compétences mais on ne sait jamais.) Enfin, munissez-vous d'un carton ou autre support rigide clair; il vous servira pour recevoir l'ombre.

Voilà. A présent que vous en avez fini avec toutes ces tâches bassement manuelles, on va pouvoir passer aux choses sérieuses.

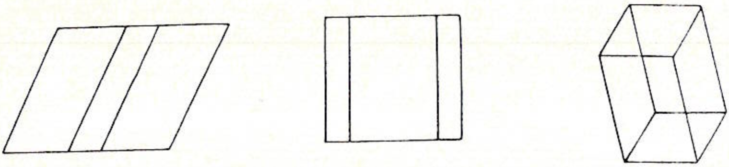
1. Expérimentation au soleil

En manipulant les polyèdres construits et derrière eux l'écran, on obtient des ombres de différentes formes.

En voici quelques-unes. D'abord celles des ombres d'un tétraèdre:



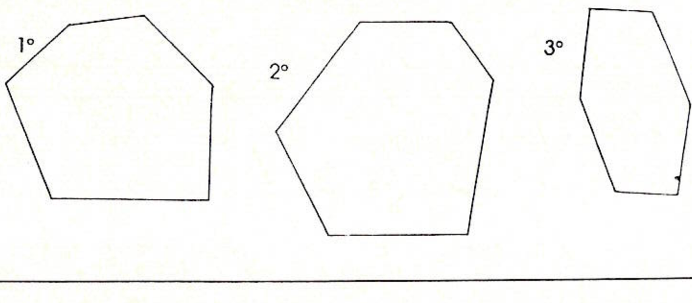
et ensuite, celles d'un cube:



On peut déjà observer les premières propriétés de l'ombre au soleil:

- L'ombre d'une arête est un segment de droite ou un point.
- Deux arêtes parallèles ont comme ombres deux segments parallèles.
- Deux arêtes parallèles et de même longueur ont comme ombres deux segments parallèles et de même longueur.
- Si une arête est parallèle au plan de l'ombre, alors son ombre est un segment de même longueur.
- Les ombres de deux arêtes sécantes sont deux segments sécants.

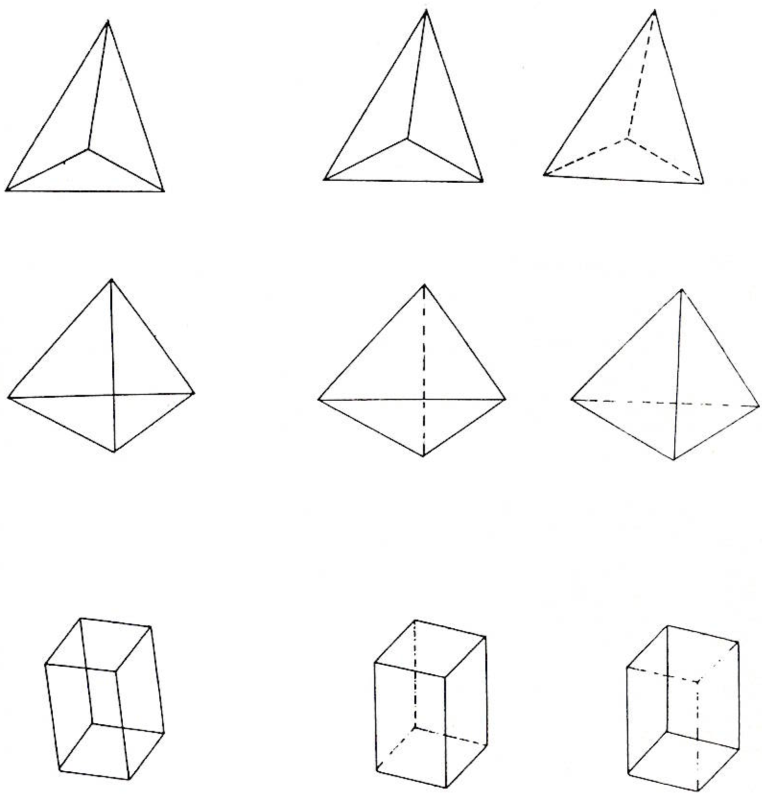
Vous avez pu observer que le contour de l'ombre d'un cube peut être un hexagone. Est-il possible d'obtenir les hexagones suivants? Pourquoi?



2. Vers des représentations planes d'un cube et d'un tétraèdre régulier

Imaginons-nous à présent que le cube et le tétraèdre ont des faces pleines. Alors certaines arêtes deviennent cachées. Des dessins d'ombres sur lesquels les arêtes cachées sont représentées en pointillés peuvent vous servir pour représenter dans le plan un cube et un tétraèdre.

Ombres des squelettes de solides. | Représentations planes des solides.



Ainsi, l'ombre au soleil nous fournit un modèle de représentation plane des figures de l'espace. Dans cette représentation dite **perspective cavalière**, le parallélisme des droites est conservé.

3. Modélisation géométrique de la lumière

Pour comprendre le fonctionnement de la représentation plane que nous venons d'adopter, il faut savoir expliquer l'ombre, donc d'abord comprendre le phénomène de la lumière. Un des modèles adoptés par les physiciens, qui nous sera utile ici est celui qui utilise le concept de rayon lumineux. Un rayon lumineux, en géométrie, est représenté par une droite. De plus, on peut supposer que les rayons solaires sont parallèles. Nous les représenterons par des droites parallèles. Ainsi l'ombre n'est qu'une zone sombre qui apparaît quand les rayons lumineux sont arrêtés par un corps opaque.

4. De l'ombre aux projections parallèles sur un plan

Géométriquement parlant, l'ombre d'un solide au soleil n'est rien d'autre que sa projection sur un plan, parallèlement à la direction des rayons solaires. Les mathématiciens définissent une telle projection de la manière suivante:

Dans l'espace, on se donne une droite D et un plan Π non parallèles. Soit m un point quelconque dans l'espace. La parallèle à D passant par m perce le plan Π en un point m', qui s'appelle projection de m sur Π parallèlement à D.

Les propriétés de l'ombre peuvent être traduites dans le langage des projections parallèles. Voici celles qui sont relatives aux projections de droites:

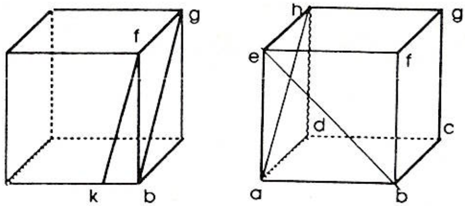
1. La projection d'une droite parallèle à la direction de projection est un point, d'une droite non parallèle à la direction de projection est une droite.

2. Les projections de deux droites parallèles sont deux points si les droites sont parallèles à la direction de la projection; dans les autres cas ce sont deux droites parallèles.

3. La projection de la figure formée de deux droites sécantes est une droite si la direction de projection est parallèle à une des deux droites; dans les autres cas, cette projection est constituée de deux droites sécantes.

   Et qu'en est-il de la projection de droites non coplanaires?

   Le dessin ci-dessous vous suggérera peut-être une partie de la réponse:



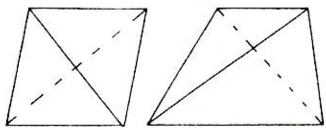
On peut en effet énoncer la propriété suivante:

4. Les projections de deux droites non coplanaires sont soit deux droites parallèles (quand la direction de projection est dans un plan parallèle à ces deux droites), soit une droite et un point (quand une des deux droites est parallèle à la direction de projection), soit deux droites sécantes (dans tous les autres cas).

5. Autour de l'ombre d'un tétraèdre

Voyons si vous êtes maintenant capables de répondre à la question suivante:

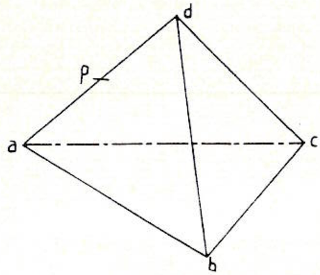
Est-il possible de représenter un tétraèdre quelconque des manières suivantes? Pourquoi?



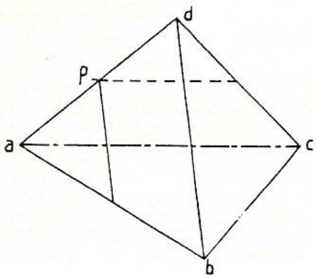
Pour conjecturer la réponse nous nous référons à l'expérimentation au soleil; il semble qu'il soit possible d'obtenir un trapèze et même un parallélogramme comme contours des ombres. On peut remarquer aussi que les côtés opposés de ces quadrilatères sont obtenus comme ombres d'arêtes non coplanaires. Ainsi, vu la propriété 4, pour obtenir une ombre en forme de trapèze il suffit que les rayons solaires soient dans des plans parallèles à deux arêtes non coplanaires. Pour obtenir une ombre en forme de parallélogramme il suffit que les rayons solaires soient à la fois dans des plans parallèles à une paire d'arêtes non coplanaires et dans des plans parallèles à l'autre paire.

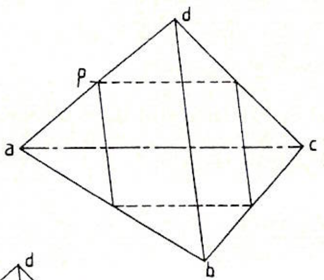
Quelle est cette direction qui donne comme ombre un parallélogramme?

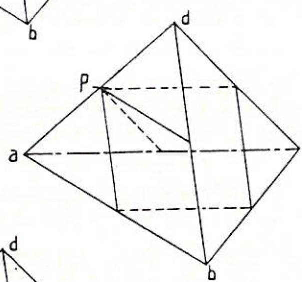
Voici une représentation d'un tétraèdre quelconque. Construire une droite D passant par le point p telle que l'ombre du tétraèdre ait la forme d'un parallélogramme, si les rayons lumineux sont parallèles à D (et ceci quel que soit le plan de l'ombre).

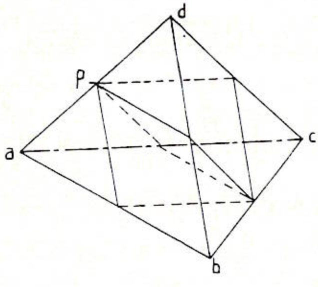


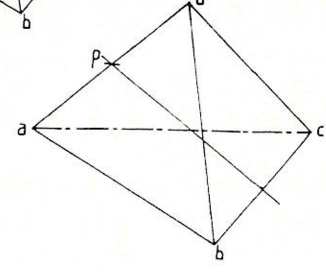
Solution:











Calculatrices: système binaire et logique

P.Dechamps,

Athénée Royal de Mons

1. Introduction

Nos calculatrices sont incapables, pour des raisons technologiques, de travailler comme nous dans le système décimal (base 10); elles utilisent le système binaire (base 2).

Rappelons qu'en base 10 on dispose des dix chiffres de 0 à 9 et que le nombre 5234, par exemple, est une somme de puissances de 10; en effet:

$$5234 = 5.10^3 + 2.10^2 + 3.10^1 + 4.10^0$$

tandis qu'en base 2 on dispose seulement des deux chiffres 0 et 1 et que le nombre 1101, par exemple, est une somme de puissances de 2:

$$1101 = 1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0$$

Les chiffres 0 et 1 sont représentés dans la machine par l'absence ou la présence d'un courant électrique dans un conducteur. Les nombres sont alors représentés grâce à l'utilisation de plusieurs conducteurs; avec quatre conducteurs, par exemple, on peut représenter les nombres compris entre 0000 et 1111 en base 2, c-à-d, entre 0 et 15 en base 10.

Pour effectuer des opérations sur les nombres, on construit des opérateurs logiques que nous allons définir dans le paragraphe suivant et dont nous allons examiner une utilisation ensuite.

2. Les opérateurs logiques de base

A l'aide de circuits électriques constitués de semi-conducteurs (diodes, transistors, condensateurs, etc...), on peut simuler les opérateurs logiques de base: NON , ET , OU . Les voici, avec leurs symbolisations et leurs tables de vérité.

NON

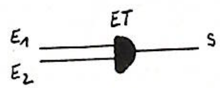
- Le circuit NON a une entrée E et une sortie S. Le conducteur S est à l'état 1 si E est à l'état 0, et à l'état 0 si E est à l'état 1.

E	$S = \text{NON } E$
0	1
1	0

ET

- Le circuit ET a deux entrées E_1, E_2 et une sortie S. Le conducteur S est à l'état 1 si E_1, E_2 sont tous deux à l'état 1, il est à l'état 0 dans les autres cas.

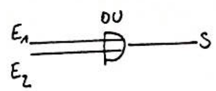
E_1	E_2	$S = E_1 \text{ ET } E_2$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



OU

- Le circuit OU a aussi deux entrées E_1, E_2 et une sortie S. Le conducteur S est à l'état 0 si E_1 , E_2 sont tous deux à l'état 0 et il est à l'état 1 dans les autres cas.

E_1	E_2	$S = E_1 \text{ OU } E_2$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



3. Un additionneur simple: addition de deux chiffres binaires

Lorsque l'on additionne deux chiffres binaires, le résultat est compris entre 00 et 10 en base 2. Il faudra donc un circuit électrique à deux entrées E_1 et

E_2 pour introduire les deux chiffres à additionner et deux sorties S_0 et S_1 pour le résultat. Voici la table d'addition:

E_1	E_2	$E_1 + E_2$	
		S_1	S_0
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

En examinant le tableau, on peut dire que:

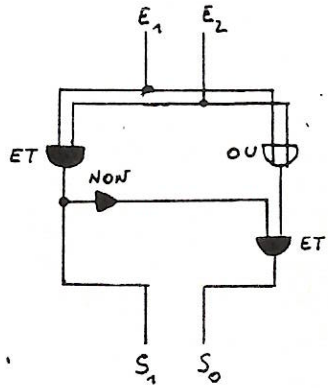
1. S_1 vaut 1 si E_1, E_2 sont tous deux à l'état 1; on a donc:

$$S_1 = E_1 \,\texttt{ET}\, E_2$$

2. S_0 vaut 1 si une seule des entrées est à l'état 1; on a donc:

$$S_0 = (E_1 \,\texttt{OU}\, E_2)\,\texttt{ET}\,(\texttt{NON}\ S_1)$$

Le circuit de l'additionneur simple se présente alors de la façon suivante:



4. Un additionneur plus complexe

Pour additionner deux nombres binaires, il faut disposer d'un additionneur capable de calculer la somme de trois chiffres, en effet, on peut avoir un report. Voici un exemple :

Report	1		1	1	
Premier nombre		1	0	1	1
Deuxième nombre		1	0	0	1
somme	1	0	1	0	0

A l'additionneur, on ajoutera une entrée E pour tenir compte du report éventuel provenant d'une addition précédente.

Voici un tableau reprenant tous les cas possibles:

E	E_1	E_2	$E+E_1+E_2$	
			S_1	S_0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

En examinant le tableau, on peut dire que:

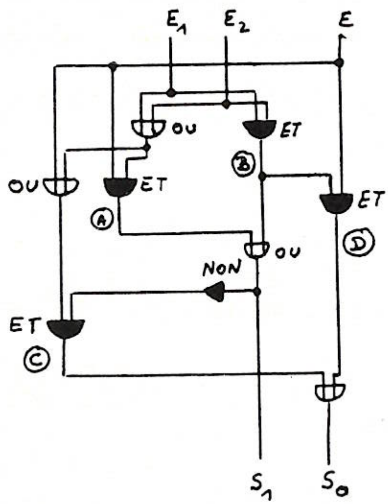
1. S_1 vaut 1 si E étant à l'état 1, au moins une des entrées E_1, E_2 est à l'état 1 ou si E_1, E_2 sont toutes deux à 1. On a donc:

$$\begin{aligned} S_1 &= ((E_1 \texttt{OU}\ E_2)\texttt{ET}\ E) \\ &\quad \texttt{OU}\ (E_1\texttt{ET}\ E_2) \\ &= (A)\,\texttt{OU}\,(B) \end{aligned}$$

2. S_0 vaut 1 si une seule des entrées est à 1 ou les trois sont à 1. On a donc:

$$\begin{aligned} S_0 &= (((E_1\texttt{OU}\ E_2)\texttt{OU}\ E)\,\texttt{ET}\ (\texttt{NON}\ S_1))\texttt{OU}\ ((E_1\texttt{ET}\ E_2)\texttt{ET}\ E) \\ &= (C)\,\texttt{OU}\,(D) \end{aligned}$$

Le circuit de l'additionneur se présente alors de la façon suivante:



D' après "*L'informatique*" de M.PONTE et P.BRAILLARD, Ed. du Seuil.

OMB
OLYMPIADE
MATHEMATIQUE BELGE

P.Van Elsuwe

Cette rubrique a pour but d'informer élèves et professeurs de tout ce qui concerne les Olympiades Mathématiques.

En effet, beaucoup d'élèves se plaignent d'être mal informés à ce sujet, que ce soit au niveau national ou international. L'existence même de ces Olympiades semble être ignorée dans certaines écoles et dans de nombreuses classes. Cette situation est fort regrettable, car elle condamne sans doute de jeunes talents à rester dans l'ombre et empêche la participation à l'Olympiade de nombreux élèves qui souhaitent s'y inscrire sans autre prétention que d'en retirer une satisfaction personnelle.

Olympiades Mathématiques Internationales

Les Olympiades mathématiques internationales (O.M.I.) ont été créées longtemps avant les Olympiades belges puisque la première O.M.I fut organisée en Roumanie en 1959. Cette année elle se déroula en Allemagne de l'Ouest. Depuis 1979, la Belgique participe à ces O.M.I. Il s'agit là d'une épreuve de très haut niveau réservée aux jeunes de moins de vingt ans, élèves de l'enseignement secondaire.

L'épreuve comporte six problèmes sélectionnés par le jury parmi les énoncés proposés par les différents pays.

Chaque équipe nationale comporte six élèves, la sélection belge comprenant trois élèves francophones et trois élèves néerlandophones. Du côté francophone, la sélection et la préparation des futurs concurrents sont assurés par la SBPMef.

Ainsi chaque année une quinzaine d'élèves francophones choisis sur base de leurs résultats à l'Olympiade Belge et ayant en outre subi une épreuve préliminaire, sont invités à une série de stages de préparation à Han-sur-Lesse.

Ils y sont initiés à certaines formes de raisonnements utilisées couramment dans la résolution de problèmes et à des matières qui ne trouvent pas de place dans les programmes actuels du secondaire. L'équipe des professeurs qui anime ces stages sous la direction du professeur J. WILMET, président de la SBPMef, (1) est constituée de professeurs de nos universités et de professeurs de l'enseignement secondaire.

Résultats de l'Olympiade Internationale 1989

Cinquante pays et 231 étudiants ont participé à la 30e O.M.I. La Belgique francophone était représentée par Philippe MASSON (Athénée Robert Catteau, Bruxelles), Serge LEHMAN (Athénée Adolphe Max, Bruxelles), et Marc LARDINOIS (Athénée Royal de La Louvière). Les étudiants ont été confrontés à six problèmes notés chacun sur 7 points.

Au classement par pays, la Chine l'emporte avec un total de 237 points sur 252 devant la Roumanie (223 points), l'URSS (217 points), l'Allemagne de l'Est (216 points), les Etats-Unis (207 points). La Belgique se classe 27e avec 104 points.

Au classement individuel, 20 étudiants ont obtenu une médaille d'or (de 38 à 42 points), 55 une médaille d'argent (de 30 à 37 points) et 72 une médaille de bronze (de 18 à 29 points).

Le comportement de nos compatriotes a été plus que satisfaisant. Trois d'entre-eux ont obtenu une médaille de bronze: deux néerlandophones et un francophone, Philippe MASSON, qui a réussi le meilleur résultat belge avec 22 points. Deux autres de nos compatriotes ont échoué seulement à un point de la médaille de bronze.

Olympiades Mathématiques Belges

C'est en 1976 que la SBPMef a créé , à l'initiative du professeur F. BUEKENHOUT, une Olympiade Mathématique Belge ayant notamment pour but d'intéresser les élèves à la mathématique par le biais d'une compétition qui les passionne et fait appel à la créativité et l'imagination.

L'Olympiade Belge est ouverte aux élèves de toutes les sections et de tous les niveaux du secondaire. Elle se subdivise en deux épreuves parallèles dénommées "Mini" (destinée aux élèves des trois premières années des

(1) A partir de 1990, cette direction sera assurée par G. TROUSSAERT, professeur à l'Athénée Royal d'Arlon

humanités) et “Maxi” (destinée à ceux des trois dernières années). Elle comporte trois stades: une éliminatoire qui se déroule dans les écoles, une demi-finale qui regroupe environ 15% de l'effectif initial et qui se déroule dans dix centres régionaux et une finale à laquelle participent une cinquante d'élèves en “Mini” et en “Maxi”. A l'issue de cette finale le jury retient une vingtaine de lauréats pour chacune des deux épreuves.

L'Olympiade Belge 1990

J'espère que les renseignements que tu viens de lire te stimuleront à participer à la prochaine Olympiade. Parles-en à tes compagnons de classe, encourage-les à s'inscrire avec toi et rappelle à ton professeur de bien vouloir rassembler les inscriptions à temps!

J'insiste sur le fait que ces Olympiades ne sont pas uniquement destinées aux élèves de fin de cycle (3ème et 6ème)! Nous comptons beaucoup sur une grande participation des élèves des autres niveaux, et notamment de ceux de 1ère et 2ème années. Bien sûr ils ne pourront répondre à toutes les questions. Mais il faut savoir que chaque année, le jury tient compte de leur présence en prévoyant des énoncés à leur niveau. De plus des classements séparés par année d'étude permettent aux élèves de 1ère, 2ème, 4ème, 5ème de se qualifier pour la demi-finale et la finale et d'y obtenir un prix. Et, comme dans tout sport, l'important n'est-il pas de participer?

Voici les dates à noter immédiatement dans ton agenda:

- Mercredi 15 novembre 1989: date limite d'inscription
- Mercredi 24 janvier 1990: éliminatoire
- Mercredi 7 mars 1990: demi-finale
- Samedi 18 avril 1990: finale
- Samedi 5 mai 1990: proclamation des résultats

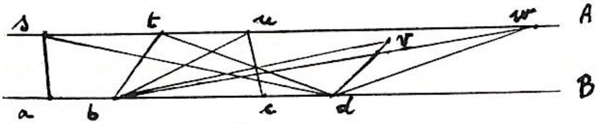
Pour te préparer, tu peux te procurer deux manuels qui reprennent les questions et les réponses des olympiades précédentes :

- Olympiades Mathématiques Belges 1 (de 1976 à 1981)
- Olympiades Mathématiques Belges 2 (de 1982 à 1987)

Demande à ton professeur comment les obtenir.

Afin de pouvoir déjà t'amuser pendant tes moments de loisirs, je te soumets quelques questions posées en 1989.

1. (MINI éliminatoire 1989) Si les droites A et B sont parallèles, alors



(a) aire(buc) = aire(btd) (b) aire(bwd)= aire(btd)
(c) aire(bvd) > aire(bwd) (d) aire(asd)< aire(bwd)
(e) aire(asd)= aire(btd)

2. (MINI demi-finale, 1989) Un train de 120 mètres de long roule à la vitesse de 75 kilomètres par heure. Il dépasse un cycliste roulant à la vitesse de 21 kilomètres par heure sur la piste qui longe parallèlement la voie ferrée. Combien de secondes s'écoulent entre le moment où l'avant du train passe à côté du guidon du vélo et le moment où l'arrière du train passe à côté de ce guidon?

   (a) 18 (b) 15 (c) 9,6 (d) 9 (e) 8

3. (MINI finale, 1989) Un fût contient 100 litres d'eau. On en retire 10 litres, puis on y rajoute 10 litres de vin, et on mélange bien. Après cette première manipulation, on retire 10 litres du nouveau contenu, on rajoute à nouveau 10 litres de vin, on mélange. Combien de fois, au minimum, faut-il répéter cette manipulation pour que le fût contienne plus de vin que d'eau (on comptera dans ce nombre la toute première manipulation)?

4. (MAXI éliminatoire, 1989) Le reste de la division de 3^{1989} par 11 est

   (a) 9 (b) 4 (c) 5 (d) 2 (e) 1

5. (MAXI demi-finale, 1989) Dans une course de cross-country disputée par deux équipes de 5 coureurs chacune, le coureur terminant en n-ème position contribue pour n points au score de son équipe. L'équipe obtenant le plus petit score gagne. Si deux coureurs ne terminent jamais ex-aequo, combien existe-t-il de scores **gagnants** possibles?

   (a) 10 (b) 13 (c) 27 (d) 120 (e) 126

6. (MAXI Finale, 1989) Kouar, un petit rongeur, place des réserves de noix aux quatre sommets consécutifs a, b, c, d d'un carré. En vue d'assurer une

garde, il part d'un point k intérieur au carré et se déplace en ligne droite vers a. Quand il a accompli la moitié de la distance $|ka|$, en l, il bifurque vers b. De même, en m, à mi–distance de l et b, il bifurque vers c. Finalement, depuis le milieu n de $[mc]$ il se dirige vers d. Il termine son tour de garde en p, point à mi-distance de n et d.

(a) Déterminez la (ou les) position(s) du point k par rapport aux sommets du carré pour que le tour de garde s'achève où il a commencé, c'est-à-dire en k.

(b) Si le tour de garde s'achève en k et si l'aire du carré $abcd$ vaut 75, quelle est l'aire de $klmn$?

(c) Koukouar, un congénère moins expérimenté, a disposé ses réserves de noix aux quatres sommets a', b', c', d' d'un parallélogramme dont l'aire vaut aussi 75, et effectue un tour de garde de manière analogue à Kouar. Déterminez (si possible à partir de vos réponses précédentes) le point k', départ et arrivée du tour de garde de Koukouar. Trouvez (si possible à partir de vos réponses précédentes) l'aire $k'l'm'n'$ enclose par le chemin de Koukouar.

7. (Olympiade Internationale, 1989) Démontrer que l'on peut décomposer l'ensemble $1, 2, \ldots, 1989$ en 117 sous-ensembles deux à deux disjoints A_1, A_2, ..., A_{117} tels que :

   (a) chaque A_i contient 17 éléments,

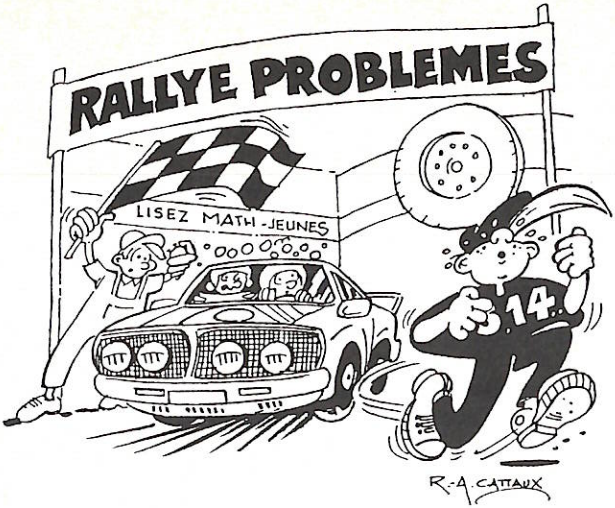
   (b) la somme des éléments de chaque A_i est la même pour tout $i = 1, 2, \ldots, 117$.

8. (Olympiade Internationale, 1989) Soit ABC un triangle dont tous les angles sont aigus. Les bissectrices intérieures des angles A, B, C recoupent le cercle circonscrit au triangle ABC respectivement en A_1, B_1, C_1. On appelle A_0 le point d'intersection de la bissectrice intérieure AA_1 avec les bissectrices extérieures des angles B et C. Les points B_0 et C_0 sont définis de manière analogue. Prouver que :

   (a) l'aire du triangle $A_0B_0C_0$ est le double de l'aire de l'hexagone $AC_1BA_1CB_1$,

   (b) l'aire du triangle $A_0B_0C_0$ est supérieure ou égale à quatre fois l'aire du triangle ABC.

Je te souhaite bonne recherche dans la résolution de ces problèmes (ne te décourage pas si tu éprouves des difficultés dans les deux derniers problèmes, ils sont d'un niveau jugé très difficile).



C.Festraets

Notre rallye-problèmes comportera 3 étapes, publiées dans les numéros 45, 46 et 47 de Math-Jeunes. Chaque étape fera l'objet d'un classement séparé, mais seuls les concurrents ayant pris part aux 3 étapes interviendront dans le classement général final.

Pour participer et (peut-être) gagner un prix intéressant, envoyez vos solutions au plus tard pour le 12 janvier 1990 à C. FESTRAETS, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles.

Les solutions des différents problèmes seront rédigées sur des feuilles séparées. Sur chacune d'elles, vous indiquerez vos nom, prénom, âge, adresse personnelle, classe et école.

Il n'est pas nécessaire d'avoir pu répondre à tous les problèmes pour être primé, mais toute solution doit être soigneusement expliquée et justifiée. Veillez aussi à ce que vos figures et démonstrations soient sur la même page, ou se fassent vis-à-vis.

1. ABC est un triangle rectangle dont l'aire est S. A', B', C' sont respectivement les symétriques des points A, B, C par rapport aux droites BC, CA, AB. Que vaut l'aire du triangle $A'B'C'$?

2. Quel est le plus grand des nombres A, B ?

$$A = 2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}} \qquad\qquad B = 3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{3}}}}}}$$

   A comporte 101 chiffres 2 et B comporte 100 chiffres 3. Justifier votre réponse. (Pour éviter toute ambiguïté au sujet des exposants ci-dessus, voici un exemple:

$$2^{2^{2^{2}}} = 2^{2^{4}} = 2^{2^{16}} = 2^{65536})$$

3. Trouver un nombre de quatre chiffres qui est un carré parfait et qui s'écrit sous la forme $\overline{aabb}$ (a, b sont des chiffres et $a \neq 0$).

4. Le périmètre d'un triangle rectangle est 132m et la somme des carrés de ses côtés est $6050m^2$. Déterminer la longueur de la hauteur correspondant à l'hypoténuse.

5. Jean possède k pièces de 10 francs, k pièces de 20 francs et k pièces de 30 francs qu'il aligne dans un ordre arbitraire; cet alignement est symbolisé par

$$P_1, P_2, \ldots, P_{3k}$$

Démontrer que, quel que soit l'ordre dans lequel il a placé les pièces, Jean peut toujours extraire de sa suite de pièces une "sous-suite"

$$P_i, P_{i+1}, P_{i+2}, \ldots, P_j (1 \leqslant i \leqslant j \leqslant 3k)$$

formée de pièces consécutives pour un montant égal à la moitié du montant total des $3k$ pièces.

Réponses aux problèmes de la page 10

1. A la sixième personne, donner la dernière orange avec la boîte!

2. Deux coups de couteau suivant des diamètres perpendiculaires, et, sans séparer les morceaux, le troisième découpe le cylindre à mi-hauteur.

En tant que membre de la SBPMef, vous recevez *Math-Jeunes* gratuitement.

N'utilisez donc pas le bulletin de virement ci-joint pour souscrire votre abonnement personnel!

Utilisez-le pour abonner vos élèves. Pour rappel:
—Abonnements groupés (au moins 5): 80 F
—Abonnements isolés: 120 F

Le numéro 46 de *Math-Jeunes* paraîtra fin janvier 1990.