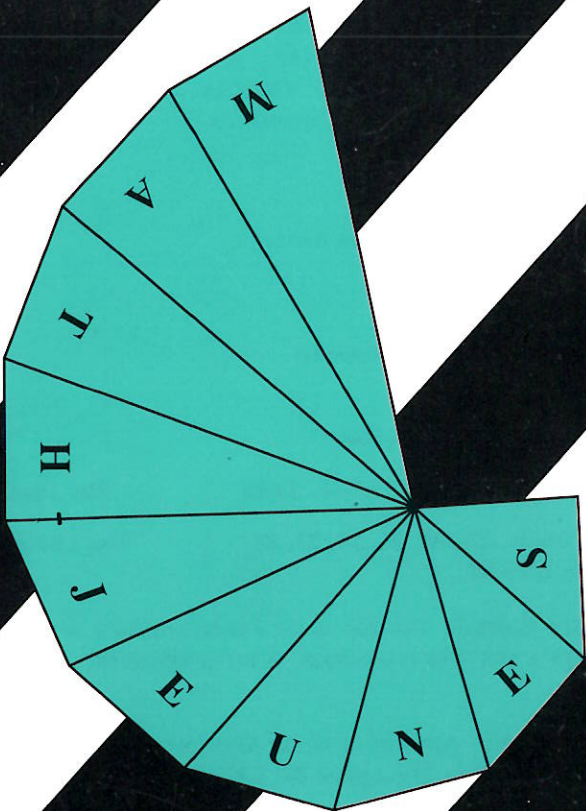
MATH - JEUNES



11ème année
N° 48
Mai 1990
Juillet 1990
Bureau de dépôt: Mouscron 1

Périodique trimestriel édité par la SBPMef

MATH-JEUNES

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Rédaction, administration: 14bis Rue des Fontaines, 7460 CASTEAU.

Abonnements:

- Belgique:
  - — Groupés (5 exemplaires au moins) : 80 FB
  - — Isolés: 120 FB
- Etranger :
  - — Par paquet de 5 abonnements: 800 FB
  - — Isolés: 240 FB

Anciens numéros encore disponibles:

- Années complètes: 86-87, 87-88, 88-89 — Par année: 50 FB
- Numéros isolés: 23, 24, 25, 26, 27, 32, (Etranger: 20 FB) — Par numéro: 10 FB

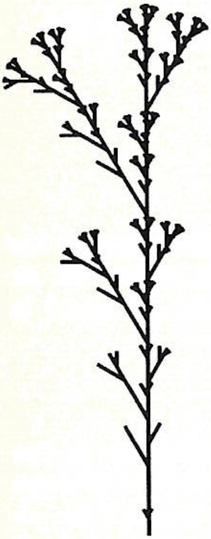
Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements:

- pour la Belgique: par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de Trazegnies 87, 6239 Pont-à-Celles
- pour l'étranger: par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de Trazegnies 87, B 6239 Pont-à-Celles, Belgique, ou par mandat postal international à la même adresse. (Tout chèque bancaire devra être majoré de 200 FB pour frais d'encaissement.)

Editeur responsable: G.Noël, 14bis rue des Fontaines, 7460 CASTEAU

N° 48 Onzième année 1990

MATH-JEUNES



Sommaire

P. Trefois, *Graphe, Jeu et Stratégie. (2)* . . . 98

J.P. Mathieu, *Géométrie à l'atelier* 103

P. Dufour, J. Lion et C. Villers, *De l'autopsie d'un jeu à un code correcteur d'erreurs* . . . 110

A. Parent, *Les polyominos: solutions* 114

Y. Noël, *Le théorème de Pythagore: vos réactions* 116

Sur le grill ! 117

Le coin de la tortue 118

Olympiades 122

Rallye–Problèmes 128

Car–Math 136

S. B. P. M.

 Math-Jeunes n ° 48, 98–102, 1990

Graphe, Jeu et Stratégie. (2)

P. Trefois

Athénée Royal de Mons

Connaissez-vous le jeu de NIM? On dispose sur la table quelques tas d'allumettes. Chacun des deux joueurs, à son tour, en enlève une ou plusieurs du tas de son choix (mais d'un seul tas). Celui qui prend la dernière allumette a gagné.

Exemple:
Position de départ: 4 tas de 1, 4, 5 et 3 allumettes.

le joueur	prend	du tas n °	nouvelle situation
A	3	4	1,4,5
B	2	2	1,2,5
A	2	3	1,2,3
B	1	3	1,2,2
A	1	1	2,2

et B abandonne. Pourquoi?

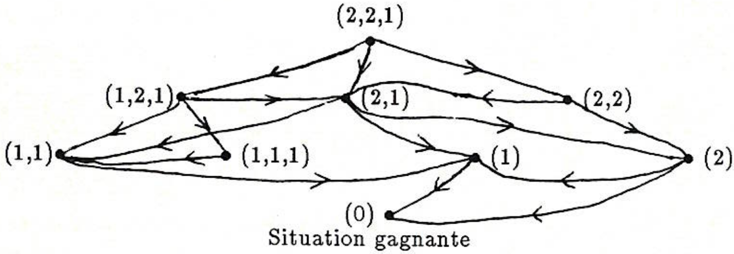
Solution:

- Si B prend 1 allumette de l'un des tas, on arrive à la situation 2, 1 ou 1, 2. A prend une allumette du tas de 2: 1, 1. B prend 1 allumette: 1. A prend la dernière et gagne.
- Si B prend les 2 allumettes d'un des tas, A prend les 2 allumettes restantes (elles appartiennent au même tas) et gagne.

Si vous avez lu la première partie de cet article, vous vous demandez peut-être s'il existe ici une stratégie gagnante. Pour répondre à cette question, rappelons que le noyau d'un graphe est un ensemble de ses points tels que:

- Tout point hors du noyau a au moins un successeur qui appartient au noyau.
- Un point du noyau ne peut avoir de successeur (s'il en a) qu'en dehors du noyau.

Premier élément encourageant (voir article précédent) : "Un graphe ne possédant pas de cycle possède un noyau unique". Ici pas de cycle possible, puisqu'on ne peut qu'enlever des allumettes, pas en ajouter. Donc le graphe d'une partie de NIM comprend un seul noyau. Déterminons-le sur un exemple simple: 3 tas de 2, 2 et 1 allumettes.



Observez bien le graphe: à partir de (2,2,1) on peut arriver notamment aux situations (1,2,1) ou (2,1,1) qui sont en fait identiques (l'ordre des tas n'ayant aucune importance). Vous trouverez alors facilement le noyau. (Cherchez-le avant de lire la suite !). Le voici: {(0), (1,1), (2,2)}

En théorie donc notre méthode est applicable; mais certainement pas en pratique. Essayez de tracer le graphe d'un jeu à 1, 4, 5 et 3 allumettes! C'est inextricable. Remarquons pourtant que nous sommes maintenant certains qu'une stratégie gagnante existe. Et c'est déjà un résultat remarquable, bien que nous laissant un peu sur notre faim. Heureusement, nous ne sommes pas bloqués là. Souvenons-nous d'abord de la manière d'écrire un nombre en base 2:

Base 10	Base 2	Base 10	Base 2
0	0	4	100
1	1	5	101
2	10	6	110
3	11	⋮	⋮

(Pour les explications, voir les articles de C. VILLERS ou P. DECHAMPS dans *Math-Jeunes* n° 45).

En partant de notre situation de début d'article 1, 4, 5, 3 :

- Ecrivons en binaire

$$\begin{array}{ccc} & & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ & 1 & 1 \end{array}$$

Effectuons la somme de chaque colonne sans report et écrivons le résultat — pour chaque colonne — en décimal.

$$\begin{array}{cc|c|c} & & & 1 \\ & 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 \\ + & & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 1 & 3 \end{array}$$

Une des sommes des colonnes au moins est un nombre impair. La situation est gagnante (pour celui qui la reçoit).

- A joue (1,4,5)

$$\begin{array}{cc|c|c} & & & 1 \\ & 1 & 0 & 0 \\ + & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 2 & 0 & 2 \end{array}$$

La "somme" ne contient aucun nombre impair. La position est perdante (pour celui qui la reçoit).

- B joue (1,2,5)

$$\begin{array}{cc|c|c} & & & 1 \\ & & 1 & 0 \\ + & 1 & 0 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 2 \end{array}$$

Il laisse une position gagnante.

- A joue (1,2,3)

$$\begin{array}{cc|c} & & 1 \\ & 1 & 0 \\ + & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 \end{array}$$

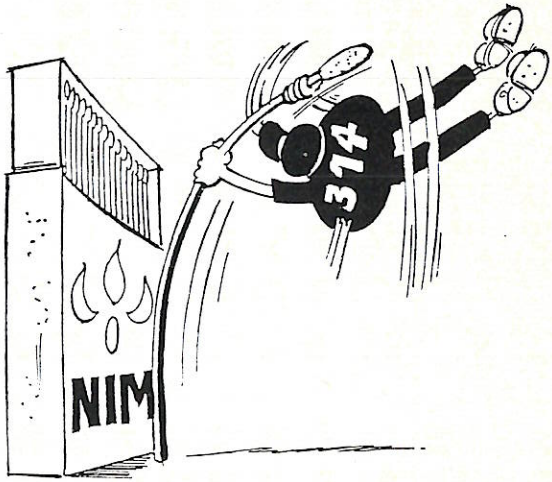
Il laisse une position perdante.

- ...

Vous voyez que la situation laissée à l'adversaire est perdante (pour lui) si la "somme" ne contient que des nombres pairs. En effet, et là est l'astuce, on peut voir qu'à partir d'une position "paire" (aucun nombre impair dans la "somme"), on ne peut obtenir qu'une position "impaire" (au moins un nombre impair dans la "somme") et qu'à partir d'une position "impaire", il est toujours possible d'obtenir une position "paire". Dès que l'on tient une position "paire", on les tient toutes (en jouant bien) et notamment la position finale gagnante (0). Seule la configuration du jeu permet donc de dire qui peut gagner.

Exercice: 5,7,3,1 (allumettes) Dans cette position, préférez-vous commencer ou non?

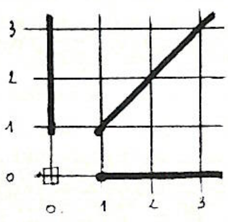
Vous pensez peut-être que le jeu de NIM se prête bien à un traitement informatique. C'est le cas. Le programme est simple à établir. Savez-vous qu'à l'exposition mondiale de Chicago en 1948 (c'était alors l'enfance de l'informatique moderne), on exhibait une machine qui jouait au NIM? Elle était imposante (elle pesait trois tonnes).

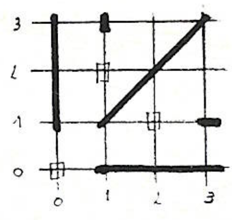


Mais c'était du bluff: on aurait pu faire tenir l'essentiel dans une boîte à chaussures! Elle avait la délicatesse de laisser des coups gagnants à ses partenaires. Elle eut un succès considérable, mais il risqua d'être de courte durée: la machine jouait si rapidement que ses adversaires se lassaient vite. Aussi son inventeur, pour éviter le fiasco, dut la ralentir artificiellement!

Solution de l'exercice de l'article précédent.

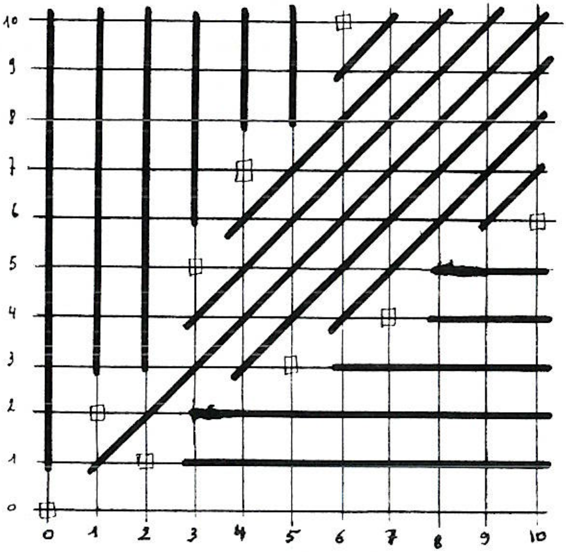
Le but du jeu est d'atteindre le point (0,0) qui appartient donc au noyau. On peut ainsi supprimer toute une série de points (sur les droites en gras).



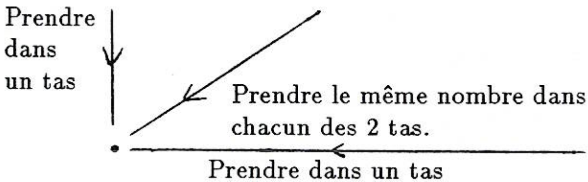


On voit alors que les points (2,1) et (1,2) font partie du noyau.

De proche en proche, on obtient la situation ci-dessous:



Voici un très joli "habillage" de ce jeu. On dispose deux tas d'allumettes (encore!) sur la table. A son tour on prend dans un des 2 tas, ou **le même nombre d'allumettes dans chacun des deux tas**. Gagne celui qui vide la table. On voit l'identité avec le jeu précédent:



Pour les amateurs du nombre d'or: le retrouverez-vous dans le noyau de ce jeu?

Nous terminons ici notre promenade au pays des jeux à "stratégie gagnante". Elle a été bien courte. Le pays est d'ailleurs encore largement inexploré. Si l'envie vous prend de pousser plus avant les recherches, faites-nous part de vos découvertes.

Sources:

PH. PACLET, Radioscopie d'un jeu, *Jeux et stratégies*, n° 9, Paris, 1981.
H. FREUDENTHAL, Mathématiques et réalités, Ed. Hachette, PARIS.
253 problèmes résolus; les problèmes mathématiques d'Euréka, Ed. Dunod, Paris.

Math-Jeunes n° 48, 103–109, 1990

Géométrie à l'atelier

J.P. Mathieu,

Athénée Royal de Mons

Savez-vous que beaucoup d'outils utilisés à l'atelier sont construits suivant des propriétés géométriques que l'on enseigne en classe? Proposons-nous de passer en revue quelques-uns d'entre eux et vous serez surpris de constater qu'ils sont la parfaite application de notions qui apparaissent à certains, en première étude, parfois arides.

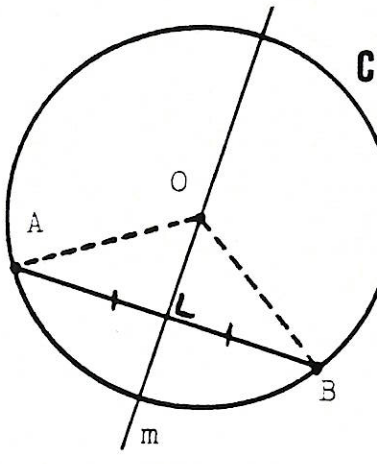
Pour commencer, en voici 3 qui permettent de trouver le centre d'une pièce circulaire.

1. L'équerre à centrer

Peut-être, en classe, avez-vous déjà abordé cet exercice:

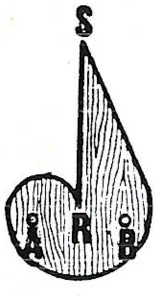
$[AB]$ est une corde de $C(O,r)$, m est la médiatrice de $[AB]$. Prouver que m comprend O. La démonstration utilise une propriété bien connue et qui s'énonce :

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment alors ce point appartient à la médiatrice du segment.

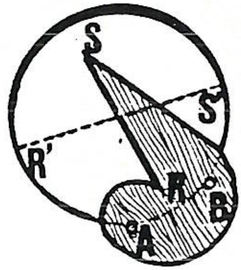


On peut énoncer ce théorème de la manière suivante:

"Dans un cercle, la médiatrice d'une corde est une droite diamétrale".

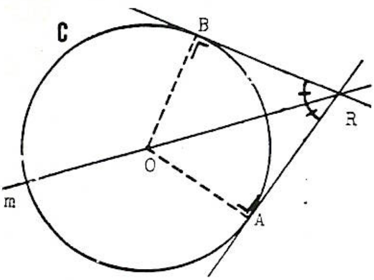


L'équerre à centrer est construite exactement selon ce théorème. En effet l'arête RS est la médiatrice du segment dont les extrémités sont les goujons marqués en A et B. Les goujons étant placés sur le cercle de la pièce, RS comprend le centre de celle-ci. Le point d'intersection de RS et de $R'S'$, tracées pour 2 positions de l'équerre est le centre du cercle.



2. L'équerre à diamètre

Continuons dans les exercices:

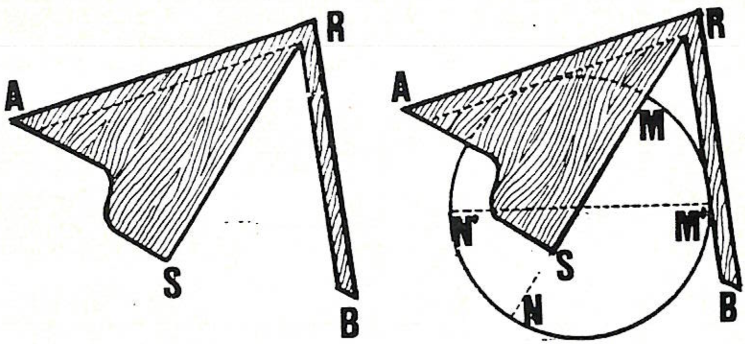


R est extérieur au cercle $C(O,r)$, RA et RB sont tangentes à C et m est la bissectrice de l'angle $A\hat{R}B$
Prouver que m comprend O.
Ici la propriété utilisée pour la démonstration est:

"Si un point est équidistant des côtés d'un angle alors ce point appartient à la bissectrice de l'angle"

L'équerre à diamètre est construite exactement selon cet exercice. (Remarquons l'analogie avec l'instrument précédent).

La branche AR porte une lame ARS telle que RS est la bissectrice de l'angle $A\hat{R}B$. Les branches de l'équerre étant en contact avec le cercle de la pièce, RS comprend le centre de celle-ci. Deux positions de l'équerre donnent les droites diamétrales MN et$M'N'$ dont l'intersection est le centre du cercle.

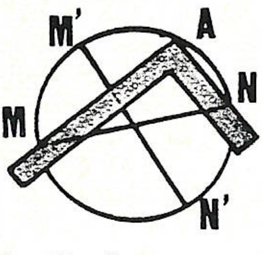


3. L'équerre

Une équerre quelconque peut servir aussi d'équerre à centrer ou d'équerre à diamètre. (Rappelons au passage la simplicité de ces outils mais aussi leur grande efficacité — rien à voir avec l'équerre "aristo").

Ici le théorème illustré est le suivant:

"Un triangle est rectangle si et seulement s'il est inscrit dans un demi-cercle."



On place le sommet A de l'équerre sur le cercle de la pièce puis l'on trace MN droite comprenant les points d'intersection des côtés de l'équerre avec le cercle. Une seconde position de l'équerre fournit la droite $M'N'$. Les droites MN et $M'N'$ sont diamétrales et le point d'intersection est le centre du cercle.

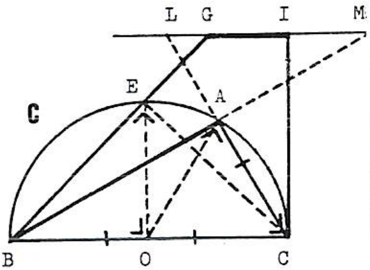
Application

Comment vérifier, à l'atelier, qu'une rainure est demi-circulaire?

La rainure est demi-circulaire si le sommet A de l'équerre s'appuie sur le fond lorsque les côtés AB et AC s'appuient sur les arêtes.

4. L'équerre d'onglet

Poursuivons dans la grande famille des équerres avec celles-ci dont le but recherché est différent des précédentes. Abordons, en premier lieu, l'exercice suivant:



Constructions

- Soit $\mathcal{C}$ demi-cercle de centre O et de rayon r.
- $[BC]$ étant un diamètre de $\mathcal{C}$

1. Chercher $A \in \mathcal{C}$ tel que $|AC| = r$
2. Chercher $E \in \mathcal{C}$ tel que OE soit médiatrice de $[BC]$
3. Sur la perpendiculaire élevée en C à BC, chercher un point I tel que $r < |CI| < 2r$
4. Chercher $G \in [BE$ tel que $GI//BC$

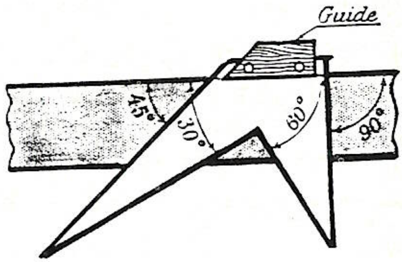
Démontrons que :

- $C\hat{I}M = 90\,^\circ$ (M intersection de AB et GI).
  En effet $GI//BC$ et $CI \perp BC$ entraîne $IM \perp IC$.
- $C\hat{L}I = 60\,^\circ$ (L'intersection de AC et GI).
  $|OA| = |OC| = |AC| = r$ donc le triangle OAC est équilatéral et $B\hat{C}A = 60\,^\circ$. Les parallèles GI et BC coupées par la sécante CL déterminent des angles alternes-internes $C\hat{L}I$ et $B\hat{C}A$ de même amplitude.
- $B\hat{G}L = 45\,^\circ$
  Le triangle BEC est rectangle en E car inscrit dans un demi-cercle; de plus il est isocèle car OE est médiatrice de $[BC]$ et $C\hat{B}E = 45\,^\circ$. Les parallèles GI et BC coupées par la sécante BG déterminent des angles alternes-internes $C\hat{B}E$ et $B\hat{G}L$ de même amplitude.

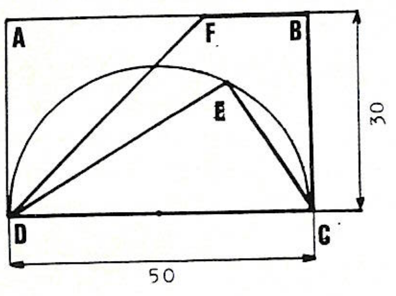
- $\widehat{BMI} = 30°$

  Le triangle BAC est rectangle en A car inscrit dans un dermi-cercle; or $B\widehat{C}A = 60°$ et donc $C\widehat{B}A = 30°$. Les parallèles GI et BC coupées par la sécante BM déterminent des angles alternes-internes $\widehat{BMI}$ et $C\widehat{B}A$ de même amplitude. Ainsi CI, CL, BG, BM font respectivement des angles de 90 °, 60 °, 45 °, 30 ° avec GI.

Cette conclusion va nous permettre de réaliser l'équerre d'onglet; en effet: il suffit de découper dans de la tôle le polygone $BGICA$ et d'y fixer solidement un guide, parallèlement à GI (voir schéma). Elle permet alors de tracer une droite faisant avec l'arête d'une pièce un angle d'amplitude 90 °, 60 °, 45 °, 30 °.



Voici pour suivre un petit problème. Supposez que vous souhaitiez réaliser vous-même l'équerre d'onglet dans une tôle rectangulaire comme l'indique le schéma ci-dessous.

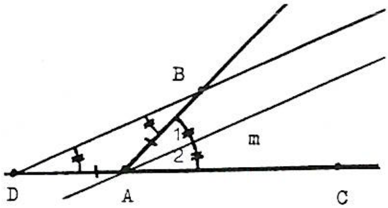


Quelle fraction de la tôle serait représentée par les "déchets" apparus lors du découpage? (Ces déchets peuvent cependant servir à d'autres usages).

5. La sauterelle à bissectrices

Quittons un peu les équerres pour nous intéresser à un ancêtre dont la construction fort ingénieuse permettait de construire la bissectrice d'un angle.

Résolvons à nouveau un exercice.



Soit l'angle $B\widehat{A}C$.

1. Construire $D \in [CA$ tel que $|AD| = |AB|$ et $D \notin [AC]$
2. Démontrer que la parallèle à BD comprenant A est la bissectrice de l'angle $B\widehat{A}C$.

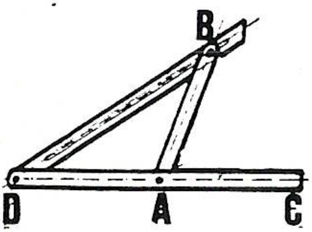
Ici il faut prouver que $\widehat{A_1}$ et $\widehat{A_2}$ ont même amplitude.

En effet:

- les parallèles BD et m coupées par la sécante AB déterminent des angles $\widehat{A_1}$ et B alternes-internes de même amplitude.
- le triangle ABD est isocèle donc les angles $\widehat{D}$ et $\widehat{B}$ ont même amplitude.
- les parallèles BD et m coupées par la sécante CD déterminent des angles $\widehat{D}$ et $\widehat{A_2}$ correspondants de même amplitude.

Donc $\widehat{A_1}$ et $\widehat{A_2}$ ont même amplitude.

Ce qui précède permet de construire la sauterelle à bissectrices.



Les branches DC et DB sont articulées en D. La branche AB telle que $|AB| = |AD|$ est articulée en A avec DC et son extrémité B peut se déplacer dans une mortaise à jour percée dans la branche BD.

Les branches de la sauterelle sont écartées de manière à ce que AC et AB soient appliqués sur les côtés de l'angle dont on veut construire la bissectrice.

On translate la sauterelle de D en A et on trace BD; la droite obtenue est la bissectrice cherchée.

Pour finir, si ceci vous a intéressé, vous pouvez toujours essayer de réaliser ces différents outils dans du carton assez solide ou à la limite dans du bois; qui sait? ... ils pourront toujours servir.

6. Solution du problème

Le triangle AFD est isocèle donc $|AD| = |AF|$ et $|AF| = 30$.

Aire de $ADF = \frac{1}{2}.30.30 = 450$

Dans le triangle DEC rectangle en E, on a: $|DC|^2 = |DE|^2 + |CE|^2$, donc $50^2 = 25^2 + |EC|^2$ et $|EC|^2 = 1875$ donc $|EC| = \sqrt{1875} = 25\sqrt{3}$.

Aire de $DEC = \frac{1}{2}.25.25\sqrt{3} = \frac{625}{2}\sqrt{3}$.

Aire des "déchets" $= 450 + \frac{625}{2}\sqrt{3} = 991,2...$

Aire de $ABCD = 50.30 = 1500$

Fraction (en %) $= \frac{991,2...}{1500}.100 = 66\%$

Sources:

R. CLUZEL et J.P. ROBERT, *La Géométrie et ses applications*, Ed. Delagrave, Paris.

Les élèves de 2ème année du Lycée de Mouscron ont répondu au problème posé dans *Math-Jeunes* n° 47, page 76. Il s'agissait d'étudier une grille engendrant des nombres premiers:

4	1
7	3

Ils montrent d'abord que le nombre 4 ne peut occuper que le coin supérieur gauche du tableau. Puis ils constatent que toutes les grilles obtenues en permutant les nombres 1, 3 et 7 sont acceptables puisque les nombres 43, 17, 41, 37, 47, 13, 71, 31 et 73 sont tous premiers. Enfin, ils montrent qu'il n'existe aucune autre grille ayant les mêmes propriétés.

Math-Jeunes n ° 48, 110–115, 1990

De l'autopsie d'un jeu à un code correcteur d'erreurs

P. Dufour, J. Lion et C. Villers

Université de Mons et Athénée Royal de Mons

L'article "Autopsie d'un jeu" paru dans le numéro 45 de *Math-Jeunes* a rappelé à P. Dufour une technique utilisée en informatique pour construire des codes détecteurs et correcteurs d'erreurs. Le but d'un tel code est de permettre à un destinataire de détecter ou de corriger une erreur de transmission portant sur un caractère (et un seul) dans un message.

Les messages que nous considérons sont constitués exclusivement de chiffres 0 et de chiffres 1, ce qu'on appelle des "bits". Une erreur est donc simplement le remplacement d'un 0 par un 1 ou d'un 1 par un 0. On sait qu'un émetteur et un destinataire peuvent construire un code détecteur d'erreurs en convenant de faire suivre l'information transmise (une séquence de bits) par un bit supplémentaire, appelé bit de contrôle et de valeur telle que le nombre total de bits dans l'état 1 soit toujours impair. Si, lors d'une transmission, un seul bit est altéré, le destinataire peut s'en rendre compte puisque le nombre de bits dans l'état 1 est devenu pair. Il détecte ainsi qu'une erreur de transmission a eu lieu et peut mettre le message en quarantaine ou demander sa retransmission.

Par exemple, la séquence 11001010 sera complétée par un 1, donnant ainsi la séquence 110010101. L'altération d'un seul bit lors de la transmission pourra être détectée puisque le nombre de bits dans l'état 1 dans le message complété reçu sera devenu pair...

Un système plus élaboré permet non seulement la détection d'une erreur (unique) mais également la détermination du bit erroné et donc sa correction. C'est ici que le principe décrit dans l'article *"Autopsie d'un jeu"* trouve son application.

Soit un octet (8 bits) à transmettre, 11001010 p.ex. Nous pouvons le placer, dans un tableau dont les positions sont numérotées de 1 à 8.

Position n°	1	2	3	4	5	6	7	8
Octet	1	1	0	0	1	0	1	0

Nous décidons maintenant d'ajouter 4 positions à notre tableau qui en comportera donc 12 et de réserver les positions n° 1, 2, 4 et 8 pour des bits de contrôle. L'octet à transmettre occupera donc les positions n° 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 et 12 du tableau. Dans le cas de l'exemple, le tableau se présente donc comme suit:

Position n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Octet			1		1	0	0		1	0	1	0

Règle de complétion d'un message de 8 bits

Le bit n° 1 sera utilisé comme bit de contrôle pour les positions 3, 5, 7, 9 et 11. On lui donnera donc la valeur 0 ou 1 de façon qu'un nombre impair des bits n° 1, 3, 5, 7, 9, 11 soient égaux à 1. De même, le bit n° 2 contrôlera les positions n° 3, 6, 7, 10, 11, le bit n° 4 contrôlera les positions n° 5, 6, 7, 12 et le bit n° 8 contrôlera les positions n° 9, 10, 11 et 12. Chacun de nos bits de contrôle correspond à une des cartes dont il est question dans l'article *"Autopsie d'un jeu"*.

Dans le cas de l'exemple, le tableau ci-dessus est ainsi complété:

Bit n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Message transmis	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0

Notons en passant que le bit des huitaines et celui des quatraines contrôlent 4 bits de l'octet à transmettre tandis que le bit des deuzaines et celui des unités en contrôlent 5. Voyons maintenant ce qui se passe si un bit est mal transmis, p. ex. le bit n° 10. Lors du contrôle à la réception, les bits n° 2 et 8 détecteront une erreur sur les bits qu'ils contrôlent...

D'une manière générale, si une seule erreur de transmission a lieu, le n° du bit erroné est donné par la somme des numéros des bits de contrôle pour lesquels on détecte une erreur de parité. On dispose d'un moyen de détecter le bit en erreur et donc de le corriger...

Demandons-nous s'il est possible de trouver une formule générale permettant de déterminer le nombre r de bits de contrôle qu'il faut accoler à un message de longueur m pour corriger une erreur de transmission.

Pour fixer la terminologie, nous appellerons dorénavant:

- Message original: le message qu'on souhaite transmettre et qui comporte m bits;
- Message complet: un message de $m + r$ bits;
- Message valide: un message de $m + r$ bits qu'il est possible de construire en complétant un message original à l'aide des bits de contrôle et selon la règle indiquée;
- Message altéré: un message de $m + r$ bits différant par un bit d'un message valide;
- Message non valide: un message de $m+r$ bits qu'il n'est pas possible de construire en complétant un message original selon la règle indiquée.

Dans l'exemple ci-dessus, nous contrôlions 8 bits avec 4 bits de contrôle. Il est facile de se convaincre que les 4 bits de contrôle nous auraient permis de contrôler 11 bits. En effet, avec 4 bits, il est possible de construire 4 cartes permettant de "deviner" les numéros de 1 à 15, et il reste 11 bits ($15 - 4$ bits de contrôle) pour le message original. Avec 5 bits, nous pourrons de la même manière contrôler un message original de longueur 26 bits. D'une manière générale, r bits permettent de "deviner" les nombres de 1 à $2^r - 1$, ce qui laisse $2^r - 1 - r$ bits pour le message original. Ainsi:

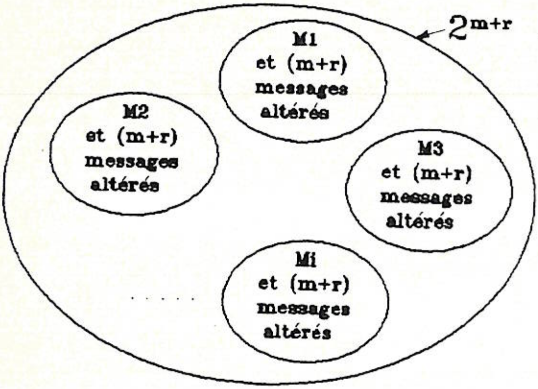
$$m + r \leqslant 2^r - 1 \tag{1}$$

Dans ce qui suit, nous montrerons qu'il n'est pas possible de construire un code correcteur d'erreurs comportant un nombre de bits de contrôle moindre que celui donné ci-dessus.

Pour cela, on aborde le problème d'une autre manière:

On utilise les mêmes notations que ci-dessus: m est la longueur du message original à transmettre (en bits), r est le nombre de bits de contrôle. Le message complété comportera donc $m + r$ bits. Il est facile de se rendre compte que 2^m messages originaux différents pourront être transmis et que donc, parmi les 2^{m+r} messages complétés, seulement 2^m sont des messages complétés valides.

A partir d'un message valide, les erreurs de transmission (supposées ne se produire que sur un bit à la fois) pourront engendrer $m + r$ messages altérés différents. Si on veut pouvoir retrouver le message valide M_i qui aurait dû être transmis mais dont un bit a été altéré, il faut qu'un message altéré ne puisse jamais provenir que d'un seul message valide.



Un message valide M_i et les $m + r$ messages altérés qui lui sont associés (en tout, $m + r + 1$ messages) constituent donc un sous-ensemble de l'ensemble des messages complets qui doit être disjoint des sous-ensembles associés à tous les autres messages valides $(M_j, j \neq i)$.

L'ensemble des 2^{m+r} messages complets (valides, altérés et non valides) doit donc contenir au moins $(m + r + 1)2^m$ messages et on a donc:

$$2^m(m + r + 1) \leqslant 2^{m+r} \tag{2}$$

Après division par 2^m , on retrouve l'équation (1). Il est remarquable de constater que le code correcteur d'erreurs que nous avons présenté permet d'organiser les sous-ensembles de manière à ne pas perdre de place...

On peut reformuler ce qui a été écrit ci-dessus en disant que, si une seule erreur se produit lors de la transmission d'un message, le message altéré reçu diffèrera du message valide qui a été transmis par un seul bit et il devra rester différent de tous les autres messages valides par au moins 2 bits (si ce n'était pas le cas, les sous-ensembles associés aux messages valides ne seraient pas deux à deux disjoints). On pourra donc retrouver le message original à partir d'un message complété dont un bit a été altéré.

On remarque que 2 messages valides diffèrent toujours l'un de l'autre par au moins 3 bits. Le nombre de bits qui diffèrent entre deux mots-code est apppelé distance de HAMMING et le code que nous avons présenté est appelé code de HAMMING [1, 2].

Références

[1] R.W. Hamming, *Error Detecting and Error Correcting Codes*, *Bell System Tech. Journal* **29**, 147-160, (1950).

[2] A.S. Tanenbaum, *Computer Networks*, *Prentice-Hall*, 2^{nd} éd. pp. 206-208.

[3] C. Villers, *Autopsie d'un jeu*, *Math-Jeunes* **45**, 7–10, (1989).

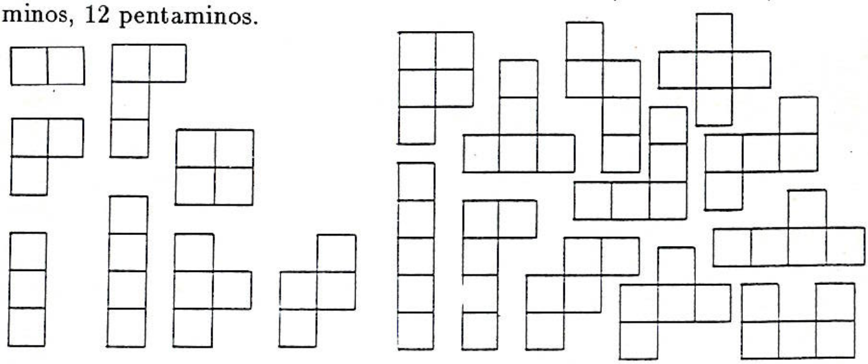
Math-Jeunes n°48, 114–115, 1990

Les polyominos: solutions

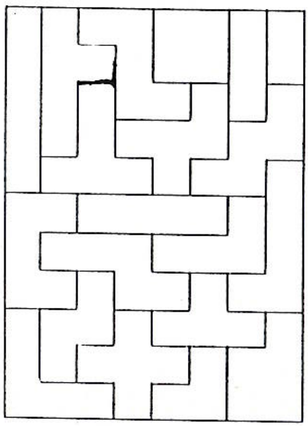
A. Parent

Lycée de Mouscron

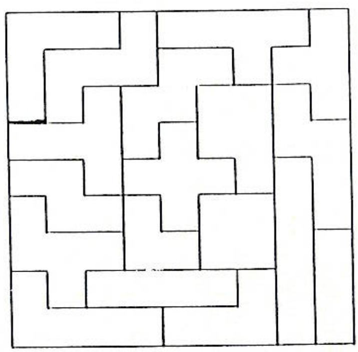
Les 20 pièces se répartissent comme suit: 1 domino, 2 triominos, 5 tétraminos, 12 pentaminos.



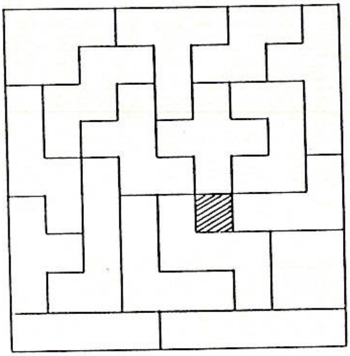
Solution de Jean-Yves DELMEIRE (1ère accueil A) au problème du rectangle 8×11.



Solution de Aurore VAN MEENEN (1ère accueil C) au problème de la grille 9×9.



Solution de Jérémy VANHOUTTE (1ère accueil A) au problème de la grille 9×9 avec une case libre non fixée au départ.



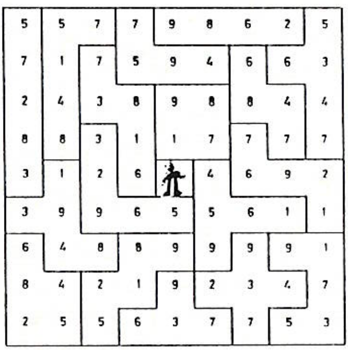
Solution de Robert BRYSSINCK (1ère accueil C) au problème de la grille 9×9 avec la case libre fixée au centre. Recherche de la valeur de chaque pièce:

Nombre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fréquence	1	8	7	8	8	9	9	11	9	11
Produit	0	8	14	24	32	45	54	77	72	99

La valeur totale des 81 cases est de 425. Pour 17 pièces, la case 0 est inutilisée (car occupée par Mathieu), la valeur de chaque pièce est 25. Voici la répartition des chiffres par case et par polyomino. (Le total de chaque colonne est bien de 25.)

9	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	8	7
8	8	7	7	7	8	8	7	7	7	6	6	7	7	7	6	6
7	6	6	5	6	5	4	6	5	4	5	5	6	5	5	5	5
1	2	3	4	4	2	3	2	3	3	4	3	3	4	3	4	4
					1	1	1	1	2	1	2	1	1	2	2	3

Et voici la solution:



 Math-Jeunes n° 48, 116–117, 1990

Le théorème de Pythagore: vos réactions

Y. Noël

ISEPE Mons–Tournai

Nous avons reçu un travail de Antoine BAJARD (élève de 5e rénové en section Math-Sciences à l'Institut du Sacré-Coeur de Mons).

1. **Recherche de triples pythagoriciens.**

   Antoine observe quelques relations obtenues en choisissant des liens particuliers arbitraires entre a et b et entre b et c. Il débouche ainsi sur l'égalité suivante :

   $$[(2x+1)y]^2 + [2x(x+1)y]^2 = [(2x^2+2x+1)y]^2 \tag{1}$$

   D'où une infinité de solutions peuvent être tirées. Voici les premières:

x	y	triple
1	1	3 − 4 − 5
1	2	6 − 8 − 10
2	1	5 − 12 − 13
⋮	⋮	⋮

   ...mais une infinité de solutions échappent à ce processus. L'ensemble des solutions entières de $a^2 + b^2 = c^2$ dépend en effet (au facteur multiplicatif près) de *deux* paramètres et non d'un seul.

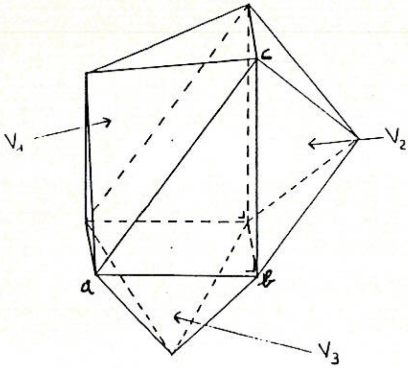
   Ce sont les solutions de

   $$\begin{cases} a = (v^2 - u^2)r & \text{(où } u \text{ et } v \text{ sont des entiers} \\ b = (2uv)r & \text{strictement positifs et } u < v) \\ c = (u^2 + v^2)r & \end{cases} \tag{2}$$

   Le triple (8, 15, 17) par exemple est solution de (2) mais pas de (1).

2. Il applique le théorème de Pythagore à un tétraèdre de sommet s d'où partent trois arêtes perpendiculaires deux à deux et de longueurs a, b et c. Il démontre que l'aire de la face du tétraèdre opposée au sommet s vaut $\frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$.

3. Il fait encore preuve d'originalité en proposant une illustration du théorème de Pythagore dans l'espace.

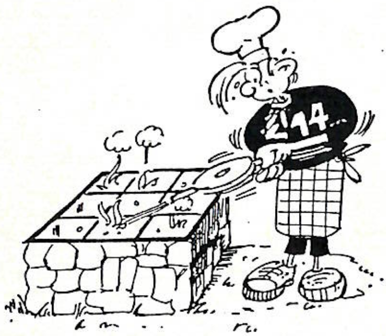


Il considère d'abord un prisme droit ayant comme base un triangle rectangle abc. Sur les trois faces rectangulaires de ce prisme sont fixées des pyramides, comme le montre le dessin. Leurs volumes respectifs sont désignés par V_1, V_2 et V_3.

Antoine affirme que

- si les trois pyramides ont même hauteur, alors $V_1^2 = V_2^2 + V_3^2$.
- si $\frac{h_1}{|ac|} = \frac{h_2}{|bc|} = \frac{h_3}{|ab|}$, alors $V_1 = V_2 + V_3$.

Merci et Bravo à Antoine. Bon amusement à tous ceux qui contrôleront ses résultats.



Sur le Grill !

A. Parent

Solution du problème proposé dans le n° 47.

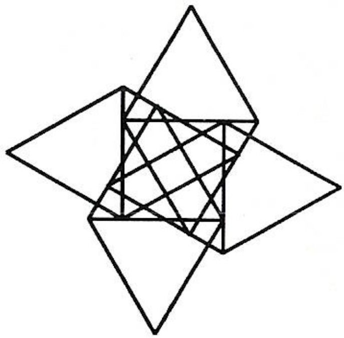
6	9	3	12	→ 1944
7	1	15	5	→ 525
16	13	2	14	→ 5824
4	10	11	8	→ 3520
↓	↓	↓	↓	
2688	1170	990	6720	

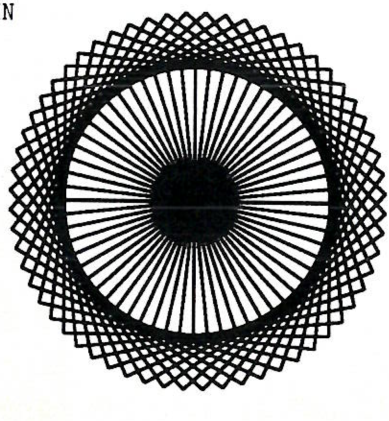
Math-Jeunes n ° 48, 118–121, 1990

Le coin de la tortue

Est-ce parce que la fin de l'année est proche? Toujours est-il que depuis le dernier numéro, nous avons reçu pas mal de courrier pour notre rubrique "TORTUE". Ainsi Geoffrey DEREPPE (14 ans, de Ath) et Moïse OKENDA (de Arbre) nous envoient des programmes qui réalisent les dessins proposés par Philippe TAMIGNIAUX dans notre n ° 46. Nous ne pouvons reproduire tous ces programmes. Contentons-nous de ceux de Philippe.

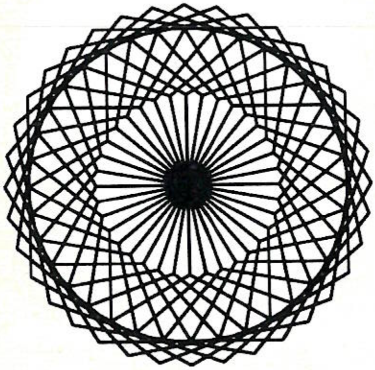
```
POUR EXFC
REPETE 4 [FRISETTE]
FIN

POUR FRISETTE
GA 90 TRI GA 60 TRI
GA 210 AV 30 GA 90
FIN

POUR TRI REPETE 3 [AV 40
DR 120]
FIN
```

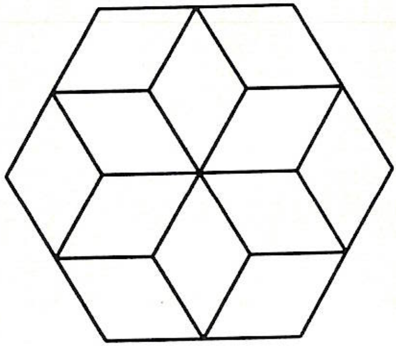




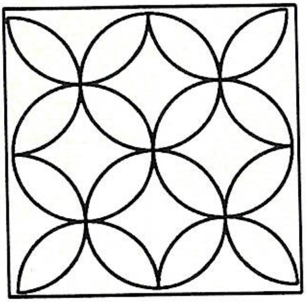
```
POUR CARRES
REPETE 60 [CARRE DR 6]
FIN
POUR CARRE
REPETE 4 [AV 50 DR 90]
FIN
```

Moïse OKENDA a été inspiré par les napperons et nous en propose deux nouveaux. Pouvez-vous les réaliser?

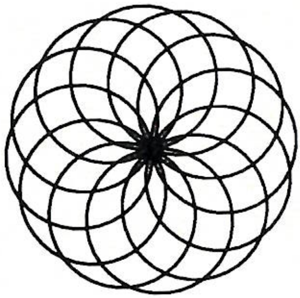




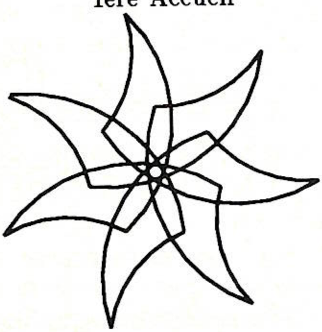
Un lot de dessins nous vient de l'Athénée Royal Marcel Tricot à Laeken où plusieurs élèves de 1ère Accueil et de 2ème Professionnelle font preuve de leur maîtrise du **LOGO**. Voici une sélection de leurs réalisations.



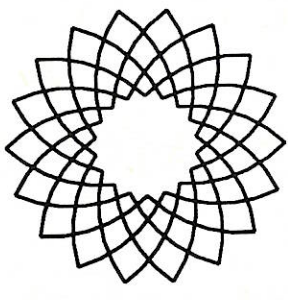
Sébastien MEGANCK
1ère Accueil



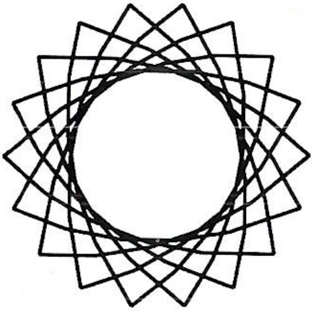
Abdelhamed M'RABET
2ème Professionnelle



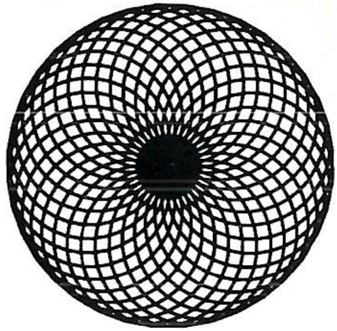
Ivan CRAPANZANO
2ème Professionnelle



Abdula YAKMUR
2ème Professionnelle



Pascal VINDEVOGHEL
2ème Professionnelle



Thierry LEGRAND
2ème Professionnelle

Enfin, Philippe TAMIGNIAUX (14 ans, de La Louvière) nous propose de nouveaux dessins. Retenons le suivant:

```
POUR SPIRALE :COTE :C :ANGLE :A :N
SI :N=0 ALORS STOP
AV :COTE GA :ANGLE
SPIRALE :COTE+ :C :C :ANGLE+ :A :A :N-1
FIN
```

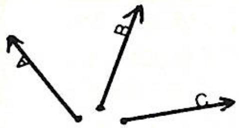
SPIRALE 5 0 4 10 400

La plupart des dessins ci-dessus sont des rosaces, c'est-à-dire qu'ils ont une symétrie circulaire. Par exemple le dessin de YAKMUR est une rosace à 18 branches. Ainsi une rotation de 20 ° autour du centre applique la rosace sur elle-même. Beaucoup de programmes LOGO dessinent des rosaces, car beaucoup consistent en la répétition d'un motif donné. Ainsi, considérons le programme DESSIN de Xavier CHEFNEUX (*Math-Jeunes* n ° 47):

```
POUR DESSIN :N :A :B
REPETE :N [AV :A TE RE:A GA :B]
FIN
```

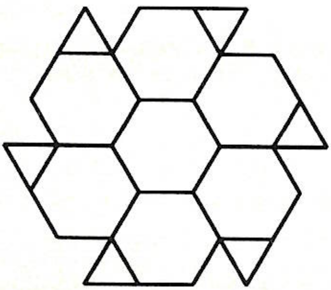
```
POUR TE
REPETE 10 [GA 60 AV 20]
FIN
```

Le motif est ici AV :A TE RE :A GA :B. En exécutant TE, la tortue tourne 10 fois à gauche de 60 °. Au cours d'une exécution du motif, elle tourne donc de 600+ :B degrés. Ainsi pour :B = 60 °, elle tourne de 660 °, ce qui est équivalent à 300 ° à gauche ou 60 ° à droite. A l'aide de demi-droites, marquons la position et le cap de la tortue au départ, après une exécution du motif et après deux exécutions du motif.

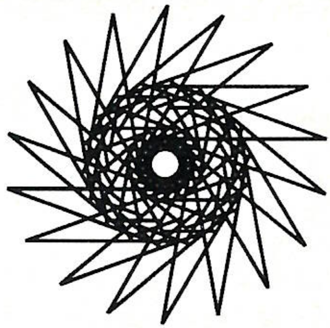


C'est une rotation de 60 ° qui applique la demi-droite A sur la demi-droite B. Et la même rotation applique B sur C. Après que cette rotation de 60 ° ait été appliquée 6 fois, la tortue a tourné au total de 360 ° . Elle est revenue à son point de départ, dans la direction de départ. Et la courbe s'est fermée. Voilà pourquoi Xavier dessine ce motif 6 fois. On dit que la rosace obtenue a une symétrie d'ordre 6.

Par contre pour :B = 20, la tortue, au cours d'une exécution du motif, ne tourne que de 620 ° , ce qui revient à 260 ° . Cette fois pour qu'elle tourne d'un angle total qui soit un multiple de 360 ° , il faut dessiner le motif 18 fois.

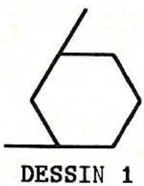


DESSIN 6 40 60

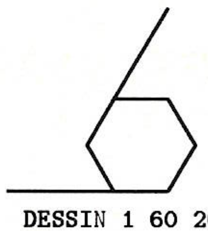


DESSIN 18 60 20

Globalement, les résultats sont très différents puisqu'une des rosaces a une symétrie d'ordre 6 et l'autre d'ordre 18. Cependant les motifs sont presque identiques.



DESSIN 1 40 60



DESSIN 1 60 20

Nous voici arrivés au terme de l'année 1989-1990. Merci à tous ceux qui nous ont envoyé des dessins. Notre tortue vous donne rendez-vous à l'année prochaine.

 Math-Jeunes n° 48, 122–127, 1990

P. Van Elsuwe

Finales 1990

Les demi-finales du 7 mars dernier ont permis de sélectionner 67 élèves en MINI et 54 élèves en MAXI pour la finale du 18 avril. Les critères de sélection étaient les suivants:

	1ère	2ème	3ème	4ème	5ème	6ème
Score $\geq$	91	98	104	91	96	99
Nombre d'élèves	7	16	44	10	22	22

Le jour de la finale, 67 élèves en MINI et 52 en maxi étaient présents. Tu trouveras ci-dessous les questions proposées aux finalistes.

Questions de la finale MINI 1990

1. Ecrit en base 10, un nombre de 6 chiffres se termine par 5. En déplaçant le 5 final devant les autres chiffres sans changer l'ordre de ceux-ci, on obtient l'écriture (toujours en base 10) d'un nombre qui vaut quatre fois le nombre initial. Quel est ce nombre initial?

2. Dans la figure, l'hexagone H de sommets r,s, t, u, v, w possède trois axes de symétrie. Les longueurs de ses côtés $[rs]$ et $[st]$ sont données par $|rs| = 1$ et $|st| = 4$.

a) Que vaut le périmètre de l'hexagone H?

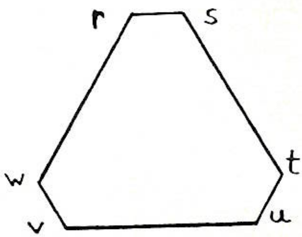
b) Les droites ru, sv et tw se coupent deux à deux en trois points formant un triangle T. Déterminez la longueur de chaque côté du triangle T.

c) Que vaut la longueur $|ru|$?

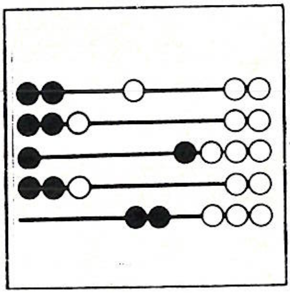
d) Que mesure l'aire du triangle T?

e) Que mesure l'aire de l'hexagone H?

f) Existe-t-il dans le plan un hexagone qui possède en même temps trois axes de symétrie, au moins un côté de longueur 15 et au moins un autre côté de longueur 1990?



3. La mise en page de la présente question 3 comporte une colonne de texte de largeur 90mm (¹) et une figure carrée de largeur 37mm. L'imprimeur peut agrandir ou rétrécir à volonté la figure (toujours carrée), mais doit alors modifier la largeur du texte pour que la distance totale entre les marges reste égale à 127mm (le rectangle de texte est supposé d'aire constante). Par hasard, les hauteurs du texte et de la figure sont ici égales; cela se produira-t-il encore pour une autre grandeur de la figure? Si oui, laquelle?



4. Dans un trapèze de sommets consécutifs k, l, m, n, les bases satisfont $|kl| = 9$ et $|mn| = 4$. Désignons par r le milieu du côté $[kn]$, et par s celui du côté $[lm]$. Les droites kn et lm se coupent au point p.

a) L'homothétie de centre p qui applique le segment $[nm]$ sur le segment $[rs]$ applique aussi un certain segment $[xy]$ sur le segment $[kl]$. Déterminez la longueur $|xy|$. Le segment $[xy]$ contient-il le point d'intersection des diagonales km et ln?

b) Existe-t-il des points z, t tels qu'une certaine homothétie g applique à la fois le couple de points (n, m) sur le couple (z, t) et ce couple (z, t) sur le couple (k, l)? Si oui, calculez la longueur $|zt|$ et situez les points z et t par rapport au trapèze $klmn$.

c) Existe-t-il une homothétie qui applique le couple (x, y) sur le couple (z, t) et en même temps le couple (z, t) sur le couple (r, s)?

Questions de la finale MAXI 1990

1. Un jeune aventurier découvre des instructions pour la récupération d'un trésor.

> *Dans la plaine de Huelva se voient seulement trois arbres: un araucaria a, un bananier b et un cocotier c.*
>
> *Se placer dos contre le bananier b; l'araucaria a apparaît alors à gauche et le cocotier c à droite.*
>
> *Marcher vers l'araucaria en mesurant la distance $|ba|$. Arrivé en a, tourner d'un quart de tour à gauche, puis parcourir en ligne droite une distance égale à $|ba|$. Placer un piquet au point p ainsi atteint. Retourner au bananier b.*
>
> *Marcher vers le cocotier en mesurant la distance $|bc|$. Arrivé en c, tourner d'un quart de tour à droite, puis parcourir en ligne droite une distance égale à $|bc|$. Placer un piquet au point q ainsi atteint.*
>
> *Le trésor est enfoui au point t milieu du segment $[pq]$*

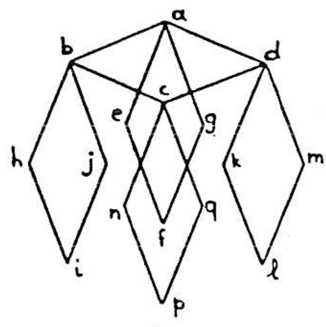
Dans la plaine de Huelva, notre aventurier repère l'araucaria et le cocotier, mais constate la disparition du bananier. Excellent géomètre, il trouve cependant

---

(¹) Les dimensions indiquées ne sont pas respectées dans la présente impression (NDLR) le trésor en creusant un unique trou. Vous aussi, localisez le point t à partir des seuls points a et c.

2. Existe-t-il au moins cinq nombres naturels premiers qui ont chacun la propriété d'être somme de deux cubes de nombres naturels?
Existe-t-il au moins cinq nombres naturels premiers qui ont chacun la propriété d'être somme de deux cubes de nombres entiers?

3. Dans la figure, les cinq losanges $abcd$, $aefg$, $bhij$, $dklm$ et $cnpq$ sont isométriques et leurs diagonales déterminent seulement deux directions du plan.
Montrez que l'octogone $abhiplmd$ est régulier si et seulement si l'octogone $cejnfqkg$ l'est aussi.
Lorsque ces octogones sont réguliers, que vaut le rapport $|bd|/|ac|$ des longueurs des diagonales d'un des losanges?



4. Déterminez la plus grande valeur prise par l'expression

$$xy + yz + zx$$

lorsque x, y et z sont des nombres réels tels que $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ et $x+y+z = 1$.

La proclamation solennelle des résultats de la 15ème Olympiade Mathématique Belge a eu lieu le 5 mai aux Facultés Notre-Dame de la Paix à Namur. En voici les lauréats.

Lauréats de la Mini-Olympiade 1990

Premier prix :

1. VAN den BERGHE Nicolas (3e), Collège St Pierre à Jette

Deuxièmes prix :

2. SMETS Didier (3e), Institut St Joseph à Châtelet
3. BOURGEOIS Frédéric (3e), Collège St Michel à Bruxelles
   HOROWITZ Joël (3e), Athénée Maïmonide à Bruxelles
   VAN POUCKE Roger (3e), Collège St Michel à Bruxelles
6. THAYSE Michel (3e), Collège Don Bosco à Bruxelles
   MONDEREN Dominique (3e), Collège St Pierre à Uccle
   de BROUWER Gregory (3e), Collège N-D à Wavre
9. DEVILLERS Alice (2e), Athénée Royal de Waterloo
   LEMAIRE Reynald (3e), Collège St Michel à Bruxelles
   LUXEN FranYois (3e), Collège St François-Xavier I à Verviers

Troisièmes prix :

12. BEMELMANS Xavier (2e), Collège St François-Xavier I à Verviers
13. MATHOT Valérie (3e), Institut du Sacré Coeur à Profondeville
    SERVAES Denis (3e), Collège N-D à Wavre
15. DE LANGE Sandrine (3e), Athénée Royal d'Ath
16. VAN TUYKOM Alex (3e), Collège St Pierre à Uccle
17. FOUSS Sébastien (3e), Institut N-D à Arlon
18. DUVIVIER Christian (3e), Athénée Emile Bockstael à Bruxelles
    VAN OSTAEYEN Franz (2e), Institut Ste Marie à Saint Ghislain

Quatrièmes prix:

20. MOHY Stéphane (2), Institut St Joseph à Carlsbourg
21. DUYSENS Catherine (3e), Collège St Michel à Bruxelles
    MARGUE Jacques (3e), Athénée de Luxembourg
23. GIGOT Benjamin (3), Collège St Pierre à Uccle
24. ALDENHOFF Olivier (3e), Athénée Royal de Verviers I
    DESFAWES Patrick (2e), Institut St Michel à Verviers
    LAMBO Benoit (3e), Collège St Pierre à Uccle
    PAHAUT Laurent (2e), Lycée Emile Jacqmain à Bruxelles
28. DANEAU Geoffroy (3e), Lycée Martin V à Louvain-la-Neuve
    DENIS Marylin (3e), Institut St Joseph à Carlsbourg
    FRANKENNE Dominique (3e), Collège St Joseph à Chênée

Prix spéciaux : Des prix spéciaux ont été attribués aux meilleurs finalistes des première et deuxième années.

BEMELMANS Xavier (2e) Collège St François-Xavier I à Verviers, DANDOY Alexandre (1e) Collège Don Bosco à Bruxelles, DESFAWES Patrick (2e) Institut St Michel à Verviers, DEVILLERS Alice (2e) Athénée Royal de Waterloo, DEWAELE David (2e) Collège N-D à Tournai, GERMAIN Arnaud (2e) Institut de l'Enfant Jésus à Nivelles, LEROY Sébastien (1e) Institut St Boniface-Parnasse à Bruxelles, LOUVEAUX Quentin (2e) Collège N-D à Wavre, MASSCHELEIN Bernard (1) Collège Don Bosco à Bruxelles, MOHY Stéphane (2) Institut St Joseph à Carlsbourg, PAHAUT Laurent (2e) Lycée Emile Jacqmain à Bruxelles, VAN HALST Matthias (1) Collège du Sacré Coeur à Ganshoren, VAN OSTAEYEN Franz (2e) Institut Ste Marie à Saint Ghislain.

Ont également participé à cette finale :

ARCHER Claude (3e) et CLAUS Isabelle (2e) Lycée Emile Jacqmain à Bruxelles, COLIN Jean-François (3e) Institut St Roch à Theux, COZZI Fabio (2e) Lycée Emile Jacqmain à Bruxelles, de KERCHOVE Floriane (3e) Collège St Hubert à Bruxelles, DUVIGNEAUD Louis (2e) Petit Séminaire de Floreffe, GALAND Christophe (3e) Collège Don Bosco à Bruxelles, HAINAUT Xavier (2e) Institut N-D à Arlon, HANET Laurent (1e) Institut St Joseph à Charleroi, HAUCHAMPS

Philippe (3e) Athénée Provincial Warocqué à Morlanwelz, HENNICO Marc (3e) Collège St Pierre à Jette, HUYBENS Etienne (3e) Collège St Michel à Bruxelles, INSTALLE Nicolas (1e) Institut St André à Charleroi, JACQUES Dany (3e) Institut St Joseph à Carlsbourg, KUMANOVA Engin (3e) Institut St Louis à Namur, LANNEAU Bertrand (3e) Collège du Sacré Coeur à Charleroi, LETAWE Géraldine (2e) Ecole Abbatiale Paix N-D à Liège, MASSA Charles-Henri (2e) Collège St François Xavier I à Verviers, MAYENCE Gilles (3e) Collège St Michel à Gosselies, PHAM Nguyen Phu (2e) Collège St François Xavier I à Verviers, QUESTIAUX David (3e) Institut St Joseph à Carlsbourg, RADOUX Xavier (1e) Communauté scolaire St Benoît à Habay-la-Neuve, ROBERT Pierre (3e) Institut St Remacle à Marche-en-Famenne, STOFFELS Pierre (3e) Petit Séminaire St Roch à Ferrière, VANHOVE Miguel (3e) Collège St Vincent à Soignies, VANHUFFEL Denis (3e) Athénée Adolphe Max à Bruxelles, VAN VYVE Mathieu (3e) Collège Cardinal Mercier à Braine l'Alleud, VERCRUYSSE Stéphanie (3e) Collège Marie-Thérèse à Herve, WIELEMANS Xavier (3e) Institut de la Vallée Bailly à Braine l'Alleud, WILLEMET Ronald (2e) Institut St Joseph à Carlsbourg.

Lauréats de la Maxi-Olympiade 1990

Premiers prix :

1. PAULY Marc (6e), Lycée de garçons à Luxembourg
2. CUISENAIRE Olivier (6e), Institut de l'Enfant Jésus à Nivelles
3. PAULUIS Olivier (6e), Collège St Michel à Bruxelles
   ZEIHEN Pascal (5e), Lycée classique à Diekirch

Deuxièmes prix :

5. DE POORTERE Etienne (5e), Lycée Emile Jacqmain à Bruxelles
6. KREPS Patrick (6e), Collège Ste Croix à Hannut

Troisièmes prix :

7. DESSET Claude (4e), Séminaire St Joseph à Bastogne
8. BOUSMAR Didier (6e), Institut de l'Enfant Jésus à Nivelles
9. NIMAL Jean-Marc (6e), Collège St Michel à Gosselies
   PILLIEZ Etienne (6e), Athénée Royal de Chimay
11. BRITTNER Serge (6e), Lycée classique d'Echternach
12. DUTRIFOY Alexandre (5e), Gosselies Providence Humanités
13. GLINEUR François (4e), Athénée Royal de Quiévrain
14. LOUVEAUX Sébastien (6e), Collège N-D à Wavre

Quatrièmes prix :

15. LECOMTE François-Valéry (5e), Collège N-D à Tournai
    MIRZABEKIANTZ Alexandre (5e), Collège St Michel à Bruxelles
17. ELOY Jean-Marc (5e), Athénée Royal de Jemeppe-sur-Sambre
18. LOUVEAUX Jérôme (5e), Collège N-D à Wavre
19. NIEDERKORN Philippe (4e), Institut Ste Marie à Arlon
20. KAUFFMANN Jean-Marie (5e), Athénée de Luxembourg
    LE BOULENGE Thierry (6e), Lycée Martin V à Louvain-la-Neuve

Prix spéciaux : Des prix spéciaux sont été attribués aux meilleurs finalistes des quatrième et cinquième années.

DE POORTERE Etienne (5e) Lycée E. Jacqmain à Bruxelles, DESSET Claude (4e) Séminaire St Joseph à Bastogne, DUTRIFOY Alexandre (5e) Gosselies Providence Humanités, ELOY Jean-Marc (5e) Athénée Royal de Jemeppe-sur -Sambre, GLINEUR François (4e) Athénée Royal de Quiévrain, GROGNARD Frédéric (5e) Collège N-D à Wavre, JANSSENS Eric (4e) Athénée Royal de Nivelles, JUROWICZ Michel (4e) Athénée Robert Catteau à Bruxelles, KAUFFMANN Jean-Marie (5e) Athénée de Luxembourg, LECOMTE François-Valery (5e) Collège N-D à Tournai, LEURQUIN Vincent (5e) Collège St Michel à Bruxelles, LING Fu-Sin (5e) Athénée Adolphe Max à Bruxelles, LOUVEAUX Jérôme (5e) Collège N-D à Wavre, LUMENS Jean-François (5e) Collège St Vincent à Soignies, MIRZABEKIANTZ Alexandre (5e) Collège St Michel à Bruxelles, NIEDERKORN Philippe (4e) Institut Ste Marie à Arlon, VAN DER STRAETEN Arnaud (4e) Athénée Emile Bockstael à Bruxelles, ZEIHEN Pascal (5e) Lycée de Diekirch.

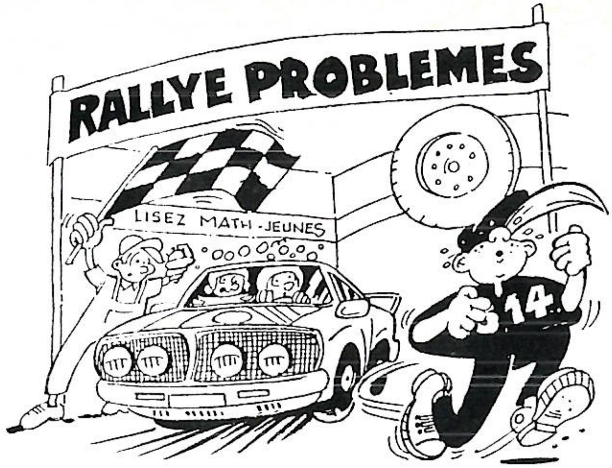
Ont également participé à cette finale :

ARNOULD Sophie (4e) Institut de la Providence à Champion, BAJARD Antoine (5e) Collège du Sacré-Coeur à Mons, BECHOUX Pascal (5e) Institut St Aubain à Namur, BETTENS Frédéric (5e) Lycée Emile Jacqmain à Bruxelles, BILAS Frédéric (6e) Lycée Léonie de Waha à Liège, BOUCHAT Philippe (5e) Institut N-D à Loverval, BRUYERE Isabelle (5e) Athénée Royal de Beauraing, CHEVALIER Mickaël (6e) Athénée Royal d'Ath, CHRISTIAN Jean-Luc (6e) Petit Séminaire St Roch à Ferrière, DE KNIBBER Serge (4e) Athénée Adolphe Max à Bruxelles, DE NYS Christophe (6e) et DURDU Pascal (6e) Institut St Boniface-Parnasse à Bruxelles, FLAMME Cédric (5e) Collège St Julien à Ath, GHEVAERT Cédric (6e) Athénée Emile Bockstael à Bruxelles, JUPRELLE André (6e) Petit Séminaire de Floreffe, LEONET Maxime (5e) et LEONET Nicolas (6e) Institut St Joseph à Carlsbourg, MADARASZ Claude (6e) Institut St André à Charleroi, MEYERS Michel (5e) Athénée Royal de Rixensart, MONBAILLU Olivier (4e) Athénée Fernand Blum à Bruxelles, PIERRET Nicolas (6e) Collège N-D de Bon Secours à Binche, SAUVAGE Joël (5e) Athénée Adolphe Max à Bruxelles, SEIGNEUR Olivier (5e) Athénée Royal Prince Baudouin à Marchin, SULEAU Stéphane (4e) Athénée Royal de Virton.

Prix Willy VANHAMME : Le prix Willy Vanhamme, destiné à récompenser la démonstration la plus élégante, a été attribué à Sandrine DE LANGE élève de 3ème année à l'Athénée Royal d'Ath

Je conclurai en espérant que ces Olympiades t'auront permis de développer ton goût pour la mathématique et t'inciteront encore davantage à la recherche dans la résolution d'exercices.

 Math-Jeunes n ° 48, 128–135, 1990

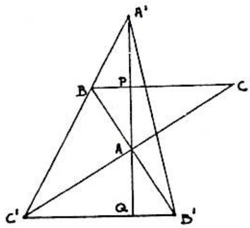


C. Festraets

Il y a eu cette année une très forte participation au Rallye Problèmes. Beaucoup de bonnes solutions, le plus souvent bien rédigées avec une présentation soignée et pas (trop) de fautes d'orthographe, manifestement vous avez tous fait un effort et nous vous en félicitons.

Les solutions ci-dessous ont été choisies parmi celles que nous estimions les meilleures, les plus complètes ou les plus originales. Faute de place nous ne pouvons reproduire les énoncés. Reportez-vous donc aux numéros 45, 46 et 47 de *Math-Jeunes* .

$\boxed{45.1}$ **Solution de Jean-Philippe CREPIN**, 3ème, Athénée Royal d'Ath.



Soit ABC un triangle rectangle en A, aire $ABC = S$, $s_{BC}(A) = A', s_{AC}(B) = B', s_{AB}(C) = C'$ et soit $S' =$ aire $A'B'C'$.

Considérons la symétrie centrale s_A de centre A.

- $s_A(B) = B'$ car $s_{AC}(B) = B'$ et $BA \perp AC$ (donc B, A, B' sont alignés),
- de même $s_A(c) = C'$,
- d'où $s_A([BC]) = [B'C']$, ce qui entraîne $BC \parallel B'C'$ et $|BC| = |B'C'|$.
- Soient P et Q les points d'intersection respectifs de AA' avec BC et avec $B'C'$.
- $|AP| = |PA'|$ et $AP \perp BC$ car $s_{BC}(A) = A'$.
- $s_A(P) = Q$ car P, A, Q sont alignés, $P \in BC, Q \in B'C'$ et $s_A(BC) = B'C'$,

- donc $|AP| = |AQ|$.
- On a ainsi $|A'Q| = |A'P| + |PA| + |AQ| = 3|AP|$.
- De plus, $A'Q \perp B'C'$ car $AP \perp BC$ et $BC \parallel B'C'$.
- Dans le triangle $A'B'C'$, $A'Q$ est la hauteur correspondant au côté $B'C'$

Et on a
$$S' = \frac{1}{2}.|B'C'|.|A'Q| = \frac{1}{2}|BC|.3|AP| = 3S$$

$\boxed{45.2}$ **Solution de Cédric FLAMME**, 5e L-M, Collège St Julien à Ath.

Posons $E_n(a) = a^{E_{n-1}(a)}$, $(n-1 \in \mathbb{N}_0)$ et $E_1(a) = a$.
Avec cette notation, on a $A = E_{101}(2)$ et $B = E_{100}(3)$. Remarquons que
$$\left.\begin{array}{r} 1 < a < b \\ c < d \end{array}\right\} \Rightarrow a^c < b^d$$

D'où
$$\left.\begin{array}{c} 2 < 3 \\ E_n(2) < E_{n-1}(3) \end{array}\right\} \Rightarrow 2^{E_n(2)} = E_{n+1}(2) < 3^{E_{n-1}(3)} = E_n(3)$$

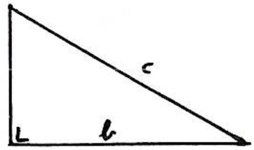
Or, on a $E_3(2) = 2^{2^2} = 2^4 = 16 < E_2(3) = 3^3 = 27$, donc, par la remarque précédente, on a aussi $E_{101}(2) < E_{100}(3)$ et B est le plus grand des deux nombres.

$\boxed{45.3}$ **Solution de Etienne DE POORTERE**, 5e année, Lycée E. Jacqmain à Bruxelles.

1.
$$\begin{aligned} \overline{aabb} &= 1000a + 100a + 10b + b \\ &= 11.(100a + b) \end{aligned}$$

2. Ce nombre est un carré parfait et est multiple de 11, donc
$$11.(100a + b) = (11c)^2 \quad \text{où } c \text{ est un entier et } 1 \leq c \leq 9$$
$$\begin{aligned} 11.c^2 &= 100a + b \\ &= 99a + (a + b) \\ c^2 &= 9a + \frac{a+b}{11} \\ &= 9a + 1 \end{aligned}$$
car a, b, c, sont entiers et $0 < a \leq 9$, $0 \leq b \leq 9$. D'où
$$c^2 - 1 = (c-1).(c+1) = 9.a$$
or $c \leq 9$, la seule valeur possible pour c est 8 et dans ce cas $\overline{aabb} = 7744 = 88^2$.

45.4 **Solution de Mathias LAURENT**, 6e E., Institut Sainte-Marie à Arlon.



Données: $a + b + c = 132$
$a^2 + b^2 + c^2 = 6050$
(Abstraction faite des unités)
Inconnue: h

Puisque le triangle est rectangle, on a : $a^2 + b^2 = c^2$, et l'égalité $a^2 + b^2 + c^2 = 6500$ s'écrit alors $2c^2 = 6050$, d'où $c^2 = 3025; c = 55$. En remplaçant c par cette valeur dans les égalités données, on obtient $a + b = 77$ et $a^2 + b^2 = 3025$. Elevons au carré les deux membres de cette première égalité:

$$\begin{aligned} (a+b)^2 &= 77^2 \\ a^2 + 2ab + b^2 &= 5929 \\ 3025 + 2ab &= 5929 \\ ab &= \frac{1}{2}(5929 - 3025) = 1452 \end{aligned}$$

Or l'aire du triangle est donnée par : $\frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch$. D'où

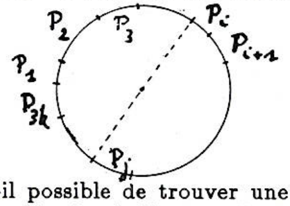
$$h = \frac{ab}{c} = \frac{1452}{55} = \frac{132}{5} = 26,4$$

La hauteur correspondant à l'hypoténuse a comme longueur 26,4m.

45.5 **Solution de Didier BOUSMAR**, 6e A., Institut de l'Enfant Jésus à Nivelles.

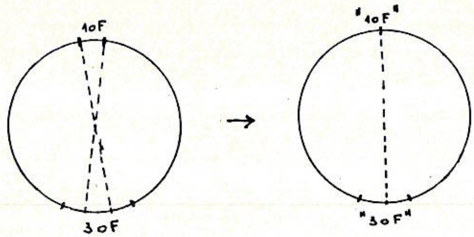
Symbolisons la suite des pièces par un segment de droite de longueur $6k$ sur lequel les pièces de 10 francs, 20 francs et 30 francs sont respectivement représentées par des segments de longueur 1, 2 et 3.

Fermons ce segment de manière à obtenir un cercle de périmètre $6k$.



S'il existe un diamètre reliant deux "bornes" définissant des pièces, alors le cercle étant divisé en deux parties égales, on pourra affirmer qu'il existe une sous-suite de pièces satisfaisant aux conditions de l'énoncé.

Est-il possible de trouver une disposition des pièces ne permettant pas de tracer ce diamètre? Si une telle disposition existe, toute pièce de 10F devra être placée vis-à-vis d'une pièce de 30F.



On peut contracter la pièce de 10F en une borne et celle de 30F en une de 20F sans modifier l'ordre des pièces. Si l'on agit de même avec toutes les pièces de 10F et de 30F, on aura alors $2k$ pièces de 20F sur un cercle de longueur $4k$. Et il est clair que les "bornes" des pièces de 20F sont deux à deux diamétralement opposées. Il est donc impossible de trouver une disposition des pièces ne permettant pas d'extraire une sous-suite pour un montant égal à la moitié du montant total.

$\boxed{46.1}$ **Solution de France-Aline AMERIJCKX**, 5e L-M. Collège St-Pierre, Uccle.

On appelle t la surface du triangle ABC (voir la figure dans *Math-Jeunes* n° 46). Les triangles t_1, t_2, t_3 et ABC sont semblables. Désignons par x la base de t_1 parallèle à BC, par y la base de t_2 parallèle à BC, par z la base de t_3 parallèle à BC. Alors on peut écrire

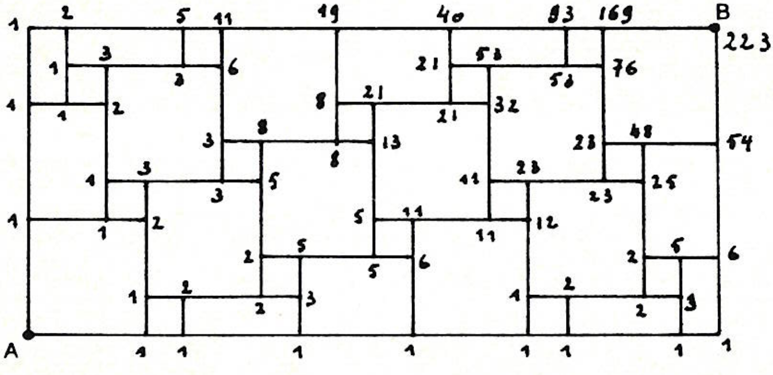
$$\frac{t}{|BC|^2} = \frac{t_1}{x^2} = \frac{t_2}{y^2} = \frac{t_3}{z^2}$$

(par abus de notation, t_1, t_2, t_3 désignent aussi les aires). Ou encore

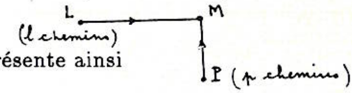
$$\frac{\sqrt{t}}{|BC|} = \frac{\sqrt{t_1}}{x} = \frac{\sqrt{t_2}}{y} = \frac{\sqrt{t_3}}{z} = \frac{\sqrt{t_1}+\sqrt{t_2}+\sqrt{t_3}}{x+y+z}$$

Or $|BC| = x + y + z$. D'où $\sqrt{t} = \sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} + \sqrt{t_3} = 2 + 3 + 7 = 12$ et $t = 144$.

$\boxed{46.2}$ **Solution de Corinne THIELS**, 5e LI, Athénée Royal de Binche.



A chaque carrefour est indiqué le nombre de chemin (partant de A) permettant d'y arriver. On voit que si un carrefour M se présente ainsi



alors il y a $(l+p)$ chemins pour arriver en M. La réponse est donc 223.

46.3 **Solution de Vincent LEFEVRE,** 1e S., Lycée P. de Fermat à Toulouse.

Considérons une partie de l'échiquier ayant cette forme:

	A	
B	C	D
	E	

$B+C+D+E$ doit être un multiple de 5, ainsi que $A+C+D+E$. Donc $(A+C+D+E)-(B+C+D+E)=A-B$ doit aussi être un multiple de 5. Donc A et B sont congrus modulo 5.

Quand on a 2 cases situées ainsi: (ou dans l'autre sens),

A	
	B

(aucune des 2 cases ne doit être dans un coin), $A \equiv B \pmod 5$.

Donc toutes les cases d'une même couleur sauf les 2 cases situées dans les coins portent des numéros tous congrus entre eux modulo 5, ce qui fait 30 cases pour chaque couleur, c'est-à-dire 30 nombres congrus entre eux pour chaque couleur. Mais parmi les entiers naturels de 1 à 64, on ne peut pas avoir 30 nombres différents congrus entre eux modulo 5. Donc il n'est pas possible de placer les nombres dans les 64 cases de l'échiquier.

46.4 **Solution de Olivier CUISENAIRE,** 6e, Institut de l'Enfant Jésus à Nivelles.

Soit

$$
\begin{aligned}
a &= b-x \\
c &= b+x \\
S &= b+2x
\end{aligned}
$$

Si $x=0$, alors le triangle est équilatéral, de côté b et d'aire $S=b$, ce qui est impossible. Donc, x est un entier tel que $0<x<b$, et on a : $0<a<b<c<S$.

L'aire d'un triangle est $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ où p est le demi-périmètre. On a ici

$$
\begin{aligned}
b+2x &= \sqrt{\frac{3b}{2}.\left(\frac{b}{2}+x\right).\frac{b}{2}.\left(\frac{b}{2}-x\right)} \\
&= \frac{b}{2}\sqrt{3\left(\frac{b^2}{4}-x^2\right)}
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}(b+2x)^2 &= 3\frac{b^2}{4}\left(\frac{b^2}{4}-x^2\right)\\ 4(b+2x)^2 &= 3\frac{b^4}{4}-3b^2x^2\end{aligned}$$

$4(b+2x)^2$ et $3b^2x^2$ sont des entiers, donc b doit être pair. Posons $b = 2n$. On a

$$\begin{aligned}4(2n+2x)^2 &= 3.\frac{16n^4}{4}-3.4n^2x^2\\ 4(n+x)^2 &= 3n^2(n^2-x^2)\\ 4(n+x) &= 3n^2(n-x)\end{aligned}$$

Isolons x:

$$x = \frac{3n^3-4n}{3n^2+4} = n - \frac{8n}{3n^2+4}$$

x est entier, donc $\frac{8n}{3n^2+4}$ est entier.

Pour $n = 1$, $\frac{8n}{3n^2+4} = \frac{8}{7} \notin \mathbb{N}$; pour $n = 2$, $\frac{8n}{3n^2+4} = \frac{16}{16} = 1, x = 1, b = 4, a = 3, c = 5$.; pour $n > 2$, on a $8n < 3n^2 + 4$, car le trinôme $3n^2 - 8n + 4$ n'a pas de racine réelle et est strictement positif, donc $\frac{8n}{3n^2+4} \notin \mathbb{N}$.

Le seul triangle solution est celui de côtés 3, 4, 5.

$\boxed{46.5}$ **Solution de Chantal PONCIN**, 6e, Collège Saint Michel à Gosselies.

Pour placer les jetons marqués "n", il faut au minimum n^2 places disponibles, en effet,

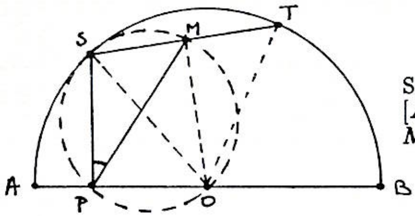
$n^2 =$	$(n-1).n$	$+n$
	$(n-1)$ intervalles de n places chacun situés entre les n jetons marqués n	les places des n jetons marqués "n"

Etant donné qu'il y a exactement n^2 jetons, il faut qu'il y ait un jeton marqué "n" aux deux extrémités de la suite des jetons.

Plaçons maintenant les jetons marqués "$n-1$", il y en a n qui doivent trouver place dans les $(n-1)$ intervalles de n places situées entre les n jetons marqués "n". Il faut donc (au moins) deux jetons marqués "$n-1$" dans le même intervalle.

Mais pour placer deux jetons "$n-1$" le plus près possible l'un de l'autre, il faut une distance de $(n-1)$ places entre les deux jetons et il faut aussi deux places pour y mettre les deux jetons, donc en tout $(n-1)$ places, or on ne dispose, dans l'intervalle, que de n places. Le problème est donc impossible.

$\boxed{47.1}$ **Solution de Philippe NIEDERKORN**, 4e F., Institut Sainte-Marie à Arlon **et de Olivier CUISENAIRE**, 6e, Enfant-Jésus à Nivelles.



Soit O le centre du demi-cercle de diamètre $[AB]$. Construisons $[OS]$, $[OM]$ et $[OT]$. M est le milieu de la corde $[ST]$.

$OM \perp ST, SP \perp AB$; le quadrilatère $SMOP$ est donc inscriptible dans un cercle puisque $\widehat{SMO} + \widehat{OPS} = 180\,°$. Dans ce cercle, les angles inscrits $\widehat{SPM}$ et $\widehat{SOM}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{SM}$, d'où $\widehat{SPM} = \widehat{SOM}$ (1)

Le triangle SOT est isocèle car $|OS| = |OT|$ (longueur du rayon du demi-cercle donné), OM est médiatrice de $[ST]$, donc $\widehat{SOM} = \widehat{MOT} = \frac{1}{2}\widehat{SOT}$ (2). De (1) et (2), il vient $\widehat{SPM} = \frac{1}{2}\widehat{SOT}$. Or, $\widehat{SOT}$ est constant: c'est un angle au centre qui, dans le demi-cercle donné, intercepte une corde de longueur constante, donc $\widehat{SPM}$ est aussi constant quelle que soit la position de la corde $[ST]$.

47.2 **Solution de Rodolphe PETITJEAN,** 5e, Athénée Royal de Spa

Soit Q le quotient de la division des deux polynômes; le reste de la division est au plus de degré 2 puisque le diviseur est du 3e degré.

$$x^{81} + x^{49} + x^{25} + x^9 + x = Q.x(x-1)(x+1) + ax^2 + bx + c$$

Si on remplace x par 0, par 1, par -1, on obtient successivement

$$\begin{aligned} 0 &= 0 + c \\ 1+1+1+1+1 &= 0 + a + b + c \\ -1-1-1-1-1 &= 0 + a - b + c \end{aligned}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} c &= 0 \\ a + b &= 5 \\ a - b &= -5 \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned} c &= 0 \\ a &= 0 \\ b &= 5 \end{aligned}$$

Le reste vaut $5x$.

Remarque : cette solution et celle de C. PONCIN sont sans conteste les plus courtes de toutes celles que j'ai reçues; mais il y avait une faute (corrigée ci-dessus) que je tiens à signaler car je l'ai retrouvée dans plusieurs autres copies. Si l'on simplifie le facteur x commun au polynôme dividende et au polynôme diviseur, le reste est lui aussi divisé par x. La réponse finale n'est donc pas 5, mais $5x$!

$\boxed{47.3}$ **Solution de Sébastien LOUVEAUX**, 6e, Collège Notre-Dame à Wavre

Il y a

- 20 x 20 = 400 points, soit 219 rouges et 181 verts;
- 4 x 20 = 80 points sur les bords ou dans les coins,
  - soit 39 rouges sur les bords,
  - et 37 verts sur les bords et 4 verts dans les coins;
- 19 x 20 = 760 segments, soit 237 noirs et 523 rouges ou verts.

Nombre maximum de segments rouges : $\frac{1}{2}(4.180+3.39) = 418,5$ (de chaque point intérieur partent 4 segments, de chaque point du bord partent 3 segments, de chaque coin partent 2 segments et à un segment correspondent deux extrémités de même couleur). Nombre maximum de segments verts : $\frac{1}{2}(4.140+3.37+2.4) = 339,5$. Mais dans ce compte, nous n'avons pas considéré les segments noirs, il y en a 237 qui ont une extrémité rouge et une extrémité verte; il faut donc enlever $\frac{237}{2} = 118,5$ à chacun des totaux précédents. On obtient alors : 300 segments rouges; 223 segments verts. Ce qui nous donne le total de 523 segments rouges ou verts indiqué plus haut. Il y a donc 223 segments verts.

$\boxed{47.4}$ **Solution de Didier BOUSMAR**, 6e, Institut de l'Enfant-Jésus à Nivelles

Considérons la face qui a le plus grand nombres d'arêtes dans le polyèdre et soit n ce nombre d'arêtes. Cette face a n arêtes communes avec n autres faces du polyèdre et ces autres faces ont entre 3 et $(n-1)$ arêtes. Il y a donc n faces dont le nombre d'arêtes est à choisir dans $(n-3)$ possibilités $(3, 4, 5, \ldots, (n-2), (n-1))$; donc deux de ces faces ont forcément le même nombre d'arêtes.

Etant donnés les délais d'impression de ce numéro de Math-Jeunes, les solutions reçues après le 27 avril n'ont pu être prises en considération. Voici la liste des lauréats de ce rallye-problèmes 1989-1990.

1ers prix:	Cuisenaire, Olivier (6e année)
	Bousmar, Didier, 5e année)
	Poncin, Chantal (5e année)
	Louveaux, Sébastien (6e année]
	Petitjean, Rodolphe (5e année)
	Niederkorn, Philippe (4e année)
2ème prix:	Lefebvre, Vincent (1e année, France)
	Thiels, Corinne (5e année)
	Ameryckx, France-Aline (5e année)
	Couvreur, Jean-Michel (5e année)

En outre, un prix spécial est attribué à Chantal PONCIN pour le soin, la présentation, la clarté de ses copies et d'une manière générale, l'élégance de ses solutions. A tous, nos vives félicitations!

 Math-Jeunes n° 48, 136–137, 1990

Car–Math

Quels sont les débouchés qui s'offrent aujourd'hui aux mathématiciens? Cette question est régulièrement posée notamment aux responsables universitaires. L'Association des Mathématiciens issus de l'Université de Liège y a consacré en 1989 une séance d'information. Le texte qui suit est extrait du procès-verbal de cette réunion.

Pour beaucoup de gens et notamment pour la plupart des jeunes qui pensent à leur avenir, la licence en mathématiques est encore trop souvent synonyme d'études préparatoires à la carrière d'enseignant.

S'il est vrai qu'il en fut ainsi pendant longtemps, la situation est à présent bien différente et le licencié en mathématiques est actuellement une personne appréciée des entreprises de toute nature, publiques ou privées. C'est particulièrement vrai lorsqu'il complète ses connaissances par un minimum d'études complémentaires (en informatique, économie, gestion,...).

Bien entendu, ceci ne change en rien le fait que l'enseignement secondaire constitue toujours un débouché important pour les licenciés. Une pénurie de professeurs de mathématiques s'amorce d'ailleurs aujourd'hui et elle risque de s'aggraver très fort dans les années à venir.

Le professeur RAYNAUD de l'Université de Grenoble prononce une conférence sur le thème "*Quelques métiers de mathématiciens aujourd'hui*".

Professeur à l'Université de Grenoble, spécialiste de renommée mondiale en recherche opérationnelle, le professeur RAYNAUD est le chef d'une équipe de consultants français. Administrateur-fondateur de STRATEC, bureau de Consulting en préparation des décisions stratégiques, il s'intéresse en particulier aux grandes études économiques et au développement urbain, un exemple de chantier étant la prospective de la région bruxelloise. Ce qui montre qu'aujourd'hui des équipes de mathématiciens ont pour métier de résoudre, de manière scientifique, une foule de problèmes de toute nature qui leur sont posés par des entreprises publiques ou privées.

L'astronomie d'abord et la physique ensuite ont été dans le passé à la base de l'introduction de nombreux concepts fondamentaux en mathématiques. Depuis 50 ans, la théorie de la relativité est le champ d'une activité mathématique intense. La collaboration entre utilisateurs des mathématiques et mathématiciens n'est donc pas nouvelle et le Professeur RAYNAUD s'est appliqué à montrer que les domaines où s'instaure cette collaboration sont aujourd'hui de plus en plus nombreux. De plus, les problèmes qui se posent au mathématicien consultant d'aujourd'hui, qu'il s'agisse de gestion, de marketing, de finance, de biologie ou ... de problèmes littéraires, bousculent un peu et même beaucoup les conceptions traditionnelles que l'on a de la mathématique. Cette collaboration peut s'établir de deux façons différentes: l'utilisateur pose un problème précis au mathématicien qui s'attache à le résoudre ou l'utilisateur constate qu'un problème résolu antérieurement par le mathématicien apporte, de façon inattendue, une solution à son problème.

Voici quelques exemples de collaboration ayant trait à des domaines variés. La biologie et la médecine posent de nombreuses questions où les mathématiciens sont sollicités. L'analyse mathématique, l'algèbre, la statistique, la théorie de la mesure, la théorie de la décision, sans parler de la combinatoire, sont aujourd'hui des outils très utiles en médecine. Les problèmes d'évolution de milieux microbiens ou bactériens sont régis par les équations de Volterra. La chronobiologie humaine utilise les séries de Fourier assorties de probabilités. Les sciences humaines avec la gestion et l'organisation des entreprises ainsi que la circulation des informations constituent un gouffre à mathématiciens. La recherche opérationnelle est un secteur dont le développement a été fulgurant et toute entreprise d'une certaine dimension possède une cellule de recherche opérationnelle. L'informatique de gestion est un domaine important et d'ailleurs difficile. La théorie de la décision est appelée aussi à jouer un grand rôle au rayon des sciences humaines. M. RAYNAUD a enfin montré par deux exemples comment l'informatique et la mathématique pouvaient se retrouver concernées par des problèmes d'analyses littéraires.

En conclusion, le professeur RAYNAUD constate donc que les problèmes pour mathématiciens ne manquent pas et, prenant quelque peu le contrepied du titre de sa conférence, il dira qu'être mathématicien, ce n'est pas tout à fait un métier, mais c'est une formation, une façon d'être, une disponibilité. Les mathématiciens qui aujourd'hui travaillent le plus souvent en équipe sont des gens au service d'autres gens. Ils sont les seuls à pouvoir résoudre pas mal de problèmes nouveaux de notre monde actuel. Nous ajouterons pour conclure que c'est la raison pour laquelle leur cote est si bonne à la bourse des débouchés et qu'il importe donc d'en informer les jeunes.