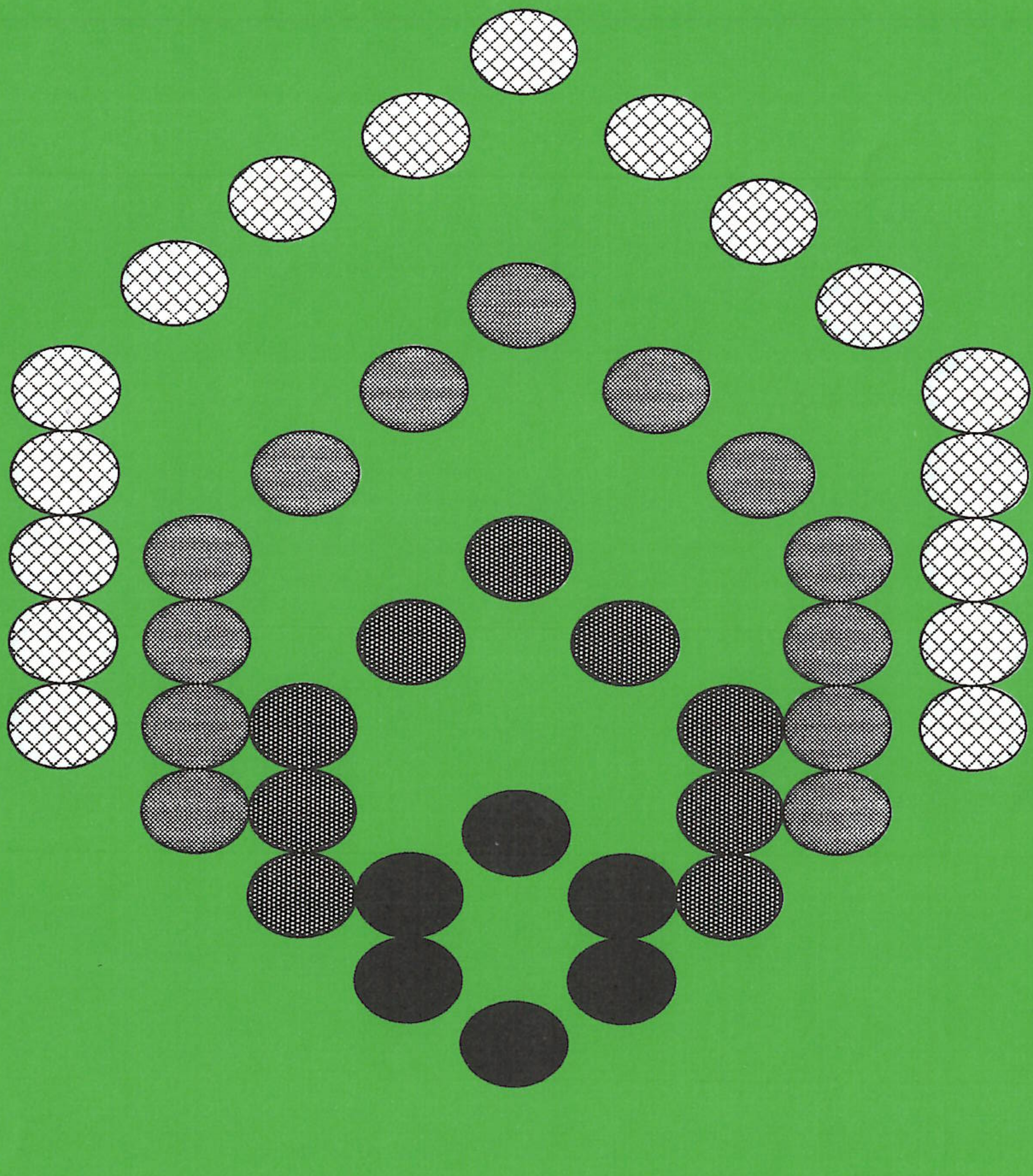
MATH-JEUNES



15e année
Mars — n° 64
Bureau de dépôt: Mons X

BUL 001770

MATH-JEUNES

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Rédaction, administration : Rue A. Moitroux 22, 7100 LA LOUVIERE.

Comité de Rédaction : M.BALLIEU, J.-P.CAZZARO, C.FESTRAETS, G.NOËL, A.PARENT, S.TROMPLER, C.VAN HOOSTE, C.VILLERS
Illustrations : R.A.CATTAUX
Conception de la couverture : K. MARTROYE

Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés à la rédaction (adresse ci-dessus).

Abonnements :

Belgique :		Etranger :	
• Groupés (5 ex. au moins) :	100 FB	• Pour 5 abonnements :	1000 FB
• Isolés :	140 FB	• Isolés :	280 FB

Anciens numéros encore disponibles :

• Avant 1989	Par numéro : 10 FB (Etranger : 20 FB)
• Années 89/90, 90/91	Par année : 50 FB (Etranger : 100 FB)
• Années 91/92, 92/93	80 FB (Etranger : 160 FB)

Pour connaître la liste des numéros encore disponibles, s'adresser chez N. DEBAILLE JOELANTS, Rue Delpierre 2, 7022 Harmignies.
Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n°001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de Trazegnies 87, 6230 Pont-à-Celles
- pour l'étranger : par virement international au Compte n°000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de Trazegnies 87, B 6230 Pont-à-Celles, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 FB pour frais d'encaissement.)

Editeur responsable : M. Ballieu, Rue Alfred Moitroux 22, 7100 La Louvière

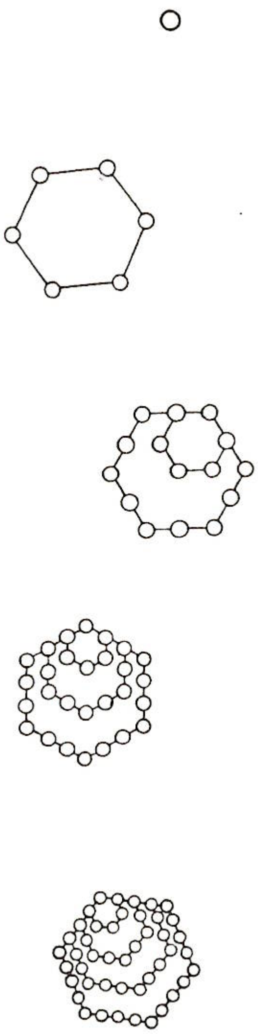
©SBPM Toute reproduction partielle ou totale est interdite sans autorisation.

BUL 00170

N°64 Quinzième année 1994

CREM asbl
B-1400 NIVELLES

Math-Jeunes



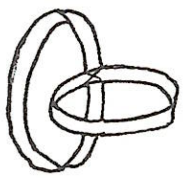
Math-Jeunes n°64, 50–50, 1994

Jeux et Passe-temps (7)

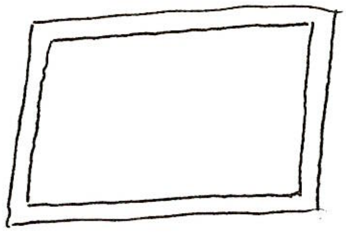
C. Villers, *Athénée Royal de Mons*

Le ruban de Möbius (suite)

Voici encore quelques petites manipulations qui donnent de curieux résultats.
Construisez deux rubans ordinaires et assemblez-les par collage comme l'indique le croquis ci-dessous.



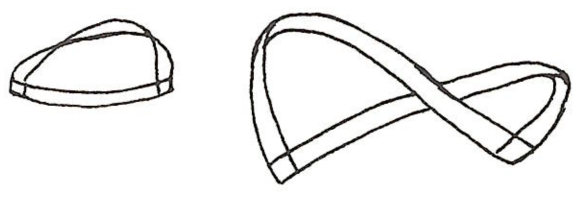
Si vous découpez chacun d'eux dans le sens de la longueur, que va-t-il se passer ?
A nouveau, je vous invite à réaliser réellement l'expérience et vous serez surpris.
Voici ce que vous allez obtenir :



Après avoir découpé convenablement les deux rubans, vous vous retrouverez en possession d'un quadrilatère particulier. Il est quand même un peu étrange de former un quadrilatère en partant de deux objets quasi circulaires. Vous avez réalisé la quadrature des cercles (?!??!).

Bien entendu, en réfléchissant un peu, vous trouverez comment réaliser et assembler les deux rubans pour obtenir un rectangle, un carré, un losange. Est-il possible d'obtenir un trapèze ?
Maintenant, je vous propose de recommencer ce travail mais en utilisant deux rubans de Möbius. Allez-y avant de lire la suite.

Si, à nouveau, vous avez travaillé avec soin, vous aurez obtenu deux morceaux cette fois. De plus, chacun d'eux possède deux faces mais aucun des deux ne peut être complètement mis à plat sans être déchiré.

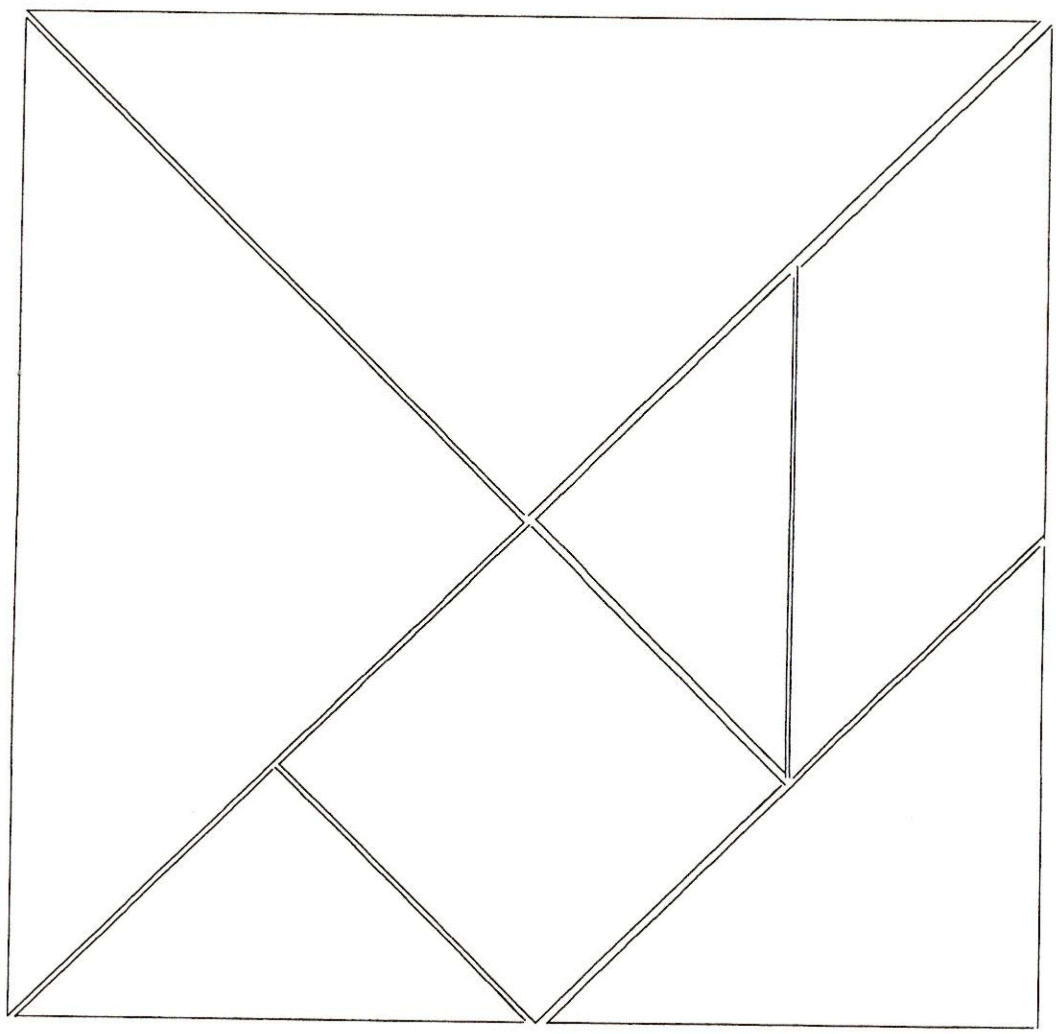


Si vous avez fait d'autres découvertes au cours de vos manipulations, vous pouvez nous en faire part. C'est avec grand plaisir que nous les publierons dans Math-Jeunes, au plus grand profit de tous.
N'hésitez pas à nous écrire à ce sujet.
Merci.

Détente

Michel Ballieu, *Athénée Royal de Binche*

Le Tangram



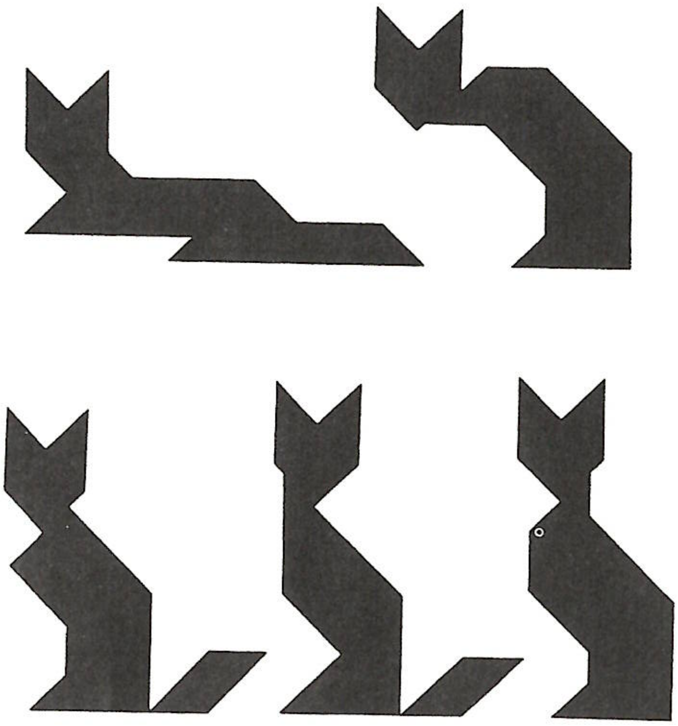
Le Tangram chinois est défini à partir d'un carré découpé en sept pièces telles qu'elles sont présentées à la page précédente. A priori, le Tangram est un jeu dont le but est de réaliser des « figures » humaines, animales telles que chats, poissons, etc., échoppes, ponts, maisons, etc.

Le Tangram porte aussi les noms de « Jeu du Sage » ou encore « Les Sept Pièces de "l'Art fin". » Les règles du jeu sont évidentes : les sept pièces doivent être utilisées pour réaliser une figure.

De quelle époque date le Tangram ? Nul ne le sait. On ne connait pas plus le nom de son « inventeur ». En chinois, le jeu s'appelle « ch'i ch'ae pan ». Il semblerait que le premier livre connu consacré au Tangram date de 1813.

Dans un premier temps, nous te proposons de réaliser une photocopie de la page précédente, de la coller sur un carton « assez » fort, puis de découper les sept pièces de « ton » Tangram.

Ensuite, en utilisant les sept pièces du jeu, essaie de réaliser les cinq figures ci-dessous (chats) :



Une propriété intéressante du Tangram est sa « convexité ». Si tu ne sais vraiment pas de quoi il s'agit, n'hésite surtout pas à en parler à ton « prof. de math. ». En 1942, Fu Traing Wang et Chuan-Chih Hsiung de la National University of Chekiang, ont démontré qu'il existait exactement treize (13) Tangrams convexes différents. (American Mathematical Monthly, vol. 49).

Tu peux essayer de les trouver ... Nous attendons tes solutions ...

Le Casse-tête des systèmes d'unités

Maurice Famelart, *Institut Sainte-Claire, Soignies*

1. Observation

Chacun sait qu'une période de temps peut s'exprimer ainsi : 43 ans 275 jours 21 heures 47 minutes 37,538 secondes.
De même, un angle peut être décrit : 4 tours de circonférence 323 degrés 27 minutes et 42,561 secondes.
Pour passer des minutes aux secondes ou des heures aux minutes, la base est 60 (système sexagésimal).
Pour passer des jours aux heures, la base est 24.
Pour passer des années aux jours la base est 365 ou 366.
Ainsi une même grandeur, que ce soit le temps ou l'amplitude d'un angle s'exprime au moyen d'unités « non "homogènes" » — nous entendons par là, d'unités qui ne sont pas régies par le fractionnement décimal attribué à tort au mathématicien et physicien brugeois Simon STEVIN (1548–1620).
Nous attirons l'attention sur le fait que STEVIN n'est nullement l'inventeur des fractions décimales ni même leur premier utilisateur. On en trouve déjà un usage systématique, entre autres, dans la Chine ancienne, dans le monde arabe médiéval, ... On associe souvent le système décimal à Simon STEVIN car il a largement étudié ces fractions dans son opuscule *De thiende*, publié à Leyden en 1585. Une version française intitulée *La disme* est parue la même année.

2. Passage d'un système à l'autre

On peut rendre décimal l'angle 23 degrés 37 minutes et 45 secondes. On convertit par exemple le tout en secondes, cela donne :

$$37 \times 60 + 45 = 2265 \text{ (secondes)}.$$

Puis, on utilise une **règle de trois** :

$$\begin{array}{rcll} 3600 \text{ (sec.)} & \longleftrightarrow & 1 & \text{(deg.)} \\ 1 \text{ (sec.)} & \longleftrightarrow & \frac{1}{3600} & \text{(deg.)} \\ 2265 \text{ (sec.)} & \longleftrightarrow & \frac{1}{3600} \times 2265 & \\ & & = 0,6291666\ldots & \text{(deg.)} \end{array}$$

On obtient ainsi 23,6291666... degrés.
On peut aussi opérer la transformation réciproque. Par exemple, partant de 37,598 degrés, cela représente 37 degrés et la quantité après la virgule est une fraction de degré donc un certain nombre de minutes et de secondes. En appliquant à nouveau une règle de trois, on obtient :

$$0,598 \text{ (deg.)} \longleftrightarrow 0,598 \times 60 = 35,88 \text{ (min.)}$$

Cela nous donne donc 35 minutes et des fractions de minutes, que nous multiplions également par 60 pour obtenir les secondes :

$$0,88 \text{ (min.)} \times 60 = 52,8 \text{ (sec.)}$$

c'est-à-dire 52 secondes et 8 dixièmes de secondes. Après les secondes, on en revient souvent au système décimal. Nous avons ainsi obtenu, pour 37,598 degrés (décimaux), 37 degrés, 35 minutes, 52 secondes et 8 dixièmes de seconde. La plupart des calculatrices possèdent une touche du genre D.M.S. (c'est en tout cas son nom sur la TI 66) qui permet ce type de conversion dans les deux sens.
L'expérience montre qu'il faut parfois effectuer des opérations arithmétiques (multiplications, divisions, ...) sur des grandeurs exprimées dans de tels systèmes d'unités.
Ainsi, par exemple, si on sait qu'un navire parcourt un arc de 1 degré de méridien en 3 heures 25 min., quel temps faudra-t-il pour qu'il parcoure un arc de 5 degrés, 40 minutes et 25 secondes ?

Math-Jeunes n°64, 54–55, 1994

On trouve la réponse T en effectuant le produit de 3 heures 25 min. par 5 degrés, 40 minutes et 25 secondes. Cela, tel quel, n'est guère simple ; il faut changer d'unités. On prendra pour unités de travail celles qui sont proposées dans la donnée mais on les rendra décimales. Ensuite, on opérera la conversion réciproque de manière à fournir la réponse dans les unités habituellement utilisées.
Par exemple, pour le problème qui nous occupe, nous te proposons de convertir 3 heures et 25 minutes en heures décimales. Bravo si tu trouves 3,416666667 (nous avons arrondi à 9 décimales). De même, tu dois convertir 5 degrés, 40 minutes et 25 secondes en degrés décimaux. Bravissimo ! si tu trouves 5,673611111 – toujours avec le même arrondi.
Il vient :

$$\begin{aligned} T &= 3,416666667 \times 5,673611111 \\ &= 19,38483797 \end{aligned}$$

Il s'agit bien sûr d'heures décimales. Il te reste maintenant à fournir une réponse conforme aux unités utilisées dans la vie de tous les jours. À toi de jouer ! Bravo, bravo, bravissimo si tu obtiens 19 heures, 23 minutes, 05 secondes et 4 167 dix-millièmes de seconde (surtout si tu n'as pas utilisé la touche D.M.S. de ta calculatrice).
Nous te proposons, en exercice, le problème suivant :
Un navire parcourt un arc de méridien de 5 degrés, 40 minutes et 25 secondes en 19 heures, 23 minutes et 05 secondes. Combien de temps lui faudra-t-il pour parcourir un arc de 7 degrés, 23 minutes et 49 secondes ?
Amuse-toi bien ! ... Tu dois trouver 25,272742622 en heures décimales ou encore 1 jour, 1 heure, 16 minutes, 21 secondes et 8 734 dix-millièmes de seconde.

S'entraîner pour les Olympiades... (suite)

Hector Dujacquier,
École Normale de Braine-le-Comte

1. Introduction

Les solutions des problèmes du numéro précédent sont, dans l'ordre,

D B E C B B C E D B D A

Voici maintenant un autre type de test « à choix multiple » où tu vas devoir comparer des quantités. D'abord, essaie d'en comprendre le principe.

2. Principle

- Quantitative comparison questions emphasize the concepts of equalities, inequalities and estimation.
- Each of the questions consists of two quantities, one in column A and one in column B. You have to compare the two quantities and write **A**, **B**, **C** or **D** on the answer sheet. You'll write :

  A if the quantity in column A is greater

  B if the quantity in column B is greater

  C if the two quantities are equal

  D if the relationship cannot be determined from the information given.
- Letters such as x, n and k stand for real numbers.

	column A		column B
1	$-a-2b$	$a=b<c=d=e$	$-c-d-e$
2	$3x^2$	$x\neq 0$	$(3x)^2$
3	p^2+q^2	$p>q>r>0$	$p\cdot q+q\cdot r$
4	y	$x\cdot y\cdot z>o$ and $x<0$	z
5	16% of x	16% of $2x=96$	48
6	8	$-7<n<-3$	$(-n)^2$
7	$x+1$		$2x+1$
8	$\dfrac{x^2-1}{x-1}$	$x\neq 1$	x
9	t	A car travels d km in t minutes at a constant rate of 60 km/h.	d
10	$\tilde{x}$	x is an integer greater than 1. $\tilde{x}$ denotes the smallest positive integer factor of x not equal to 1	$\widetilde{x^2}$
11	$(-1)^n$	n is a positive integer	$[1+(-1)]^n$
12	volume of a cylinder with radius 2		volume of a cylinder with radius 4

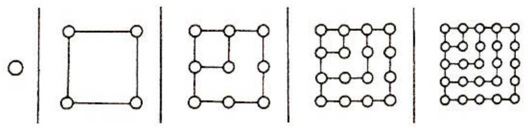
Ces bulles nous sont envoyées par Michaël BRUNEEL de Virginal (élève de quatrième).

Math-Jeunes n°64, 56–56, 1994

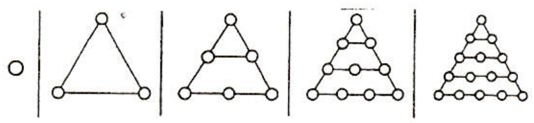
Tout est nombre (suite)

Michel Ballieu, *Athénée Royal de Binche*

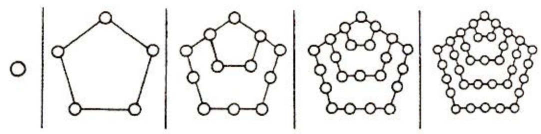
Souviens-toi : dans le premier *Math-Jeunes* de cette année (numéro 62), nous t'avons présenté les **nombres carrés**. Un nombre carré de rang r (= 1, 2, 3, ...) vaut r^2, ce qui donne : 1, 4, 9, ...



Dans le numéro 63, nous avons rencontré les **nombres triangulaires**. Un nombre triangulaire de rang r (= 1, 2, 3, ...) vaut $\dfrac{r \cdot (r+1)}{2}$; on obtient ainsi : 1, 3, 6, ...

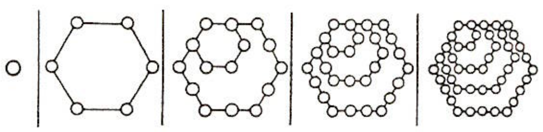


Il existe évidemment des **nombres pentagonaux.**



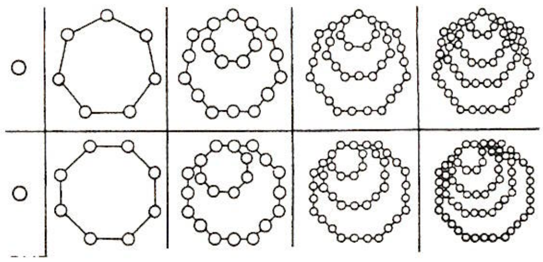
Essaie de prouver que le nombre pentagonal de rang r vaut $\dfrac{r \cdot (3r-1)}{2}$, ce qui donne 1, 5, 12, ...

La couverture de ce numéro 64 te propose les **nombres hexagonaux**.



Tout nombre hexagonal de rang r égale $r \cdot (2r-1)$ et on obtient ainsi 1, 6, 15, ...

Trouve une formule (rang r) pour les **heptagonaux** et les **octogonaux** ci-dessous.

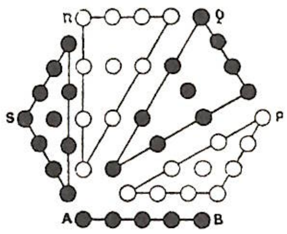


Il est évidemment possible d'obtenir une formule générale pour un nombre n-gonal. Au boulot ...

Voici, pour terminer, une propriété des nombres hexagonaux :

Quatre fois le triangulaire de rang r augmenté de $(r+1)$*, donne l'hexagonal de rang* $(r+1)$.

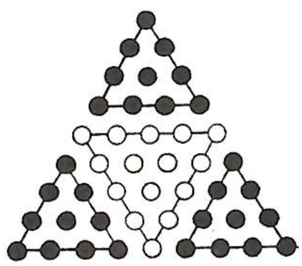
$$4T_r + (r+1) = H_{r+1}$$



En unissant $(r+1)$ à un des quatre triangulaires de rang r, on a encore

$$3T_r + T_{r+1} = H_{r+1}$$

Mais alors :

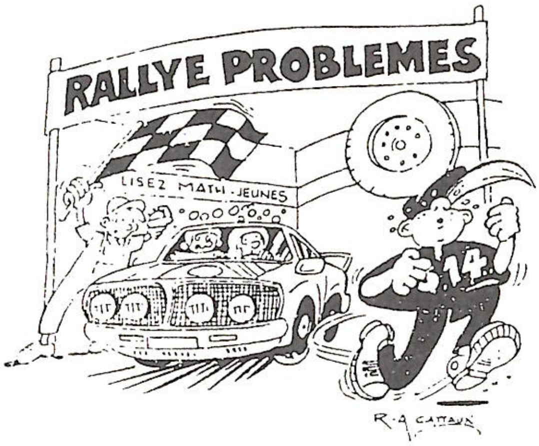


ce qui s'énonce :

Tout hexagonal est un triangulaire de côté impair et réciproquement.

Discutes-en avec ton prof. de math. !

Math-Jeunes n°64, 57–60, 1994



C. Festraets

Voici les derniers problèmes de ce rallye 1993-1994.

J'espère que tous ceux qui m'ont envoyé d'excellentes solutions aux problèmes précédents vont persévérer malgré le court laps de temps qu'il leur est accordé pour envoyer leurs réponses. Que ceux qui, jusqu'à présent, n'ont pu résoudre que deux ou trois problèmes ne se découragent surtout pas. Ils peuvent encore espérer se trouver dans le classement final qui paraîtra dans le prochain numéro.

Je rappelle que, pour chaque problème, la solution doit être rédigée sur une feuille différente.

Les solutions doivent parvenir à C. FESTRAETS, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles avant le 1er mai 1994.

m7 Deux ferry-boats traversent une rivière perpendiculairement aux deux rives. Ils vont et viennent, chacun à vitesse constante, tournent lorsqu'ils atteignent une rive sans perte de temps. Ils quittent en même temps des rives opposées (que nous désignerons par A et B), se croisent pour la 1ère fois à 70 mètres de la rive A, continuent, atteignent la rive opposée à celle de départ, tournent et se croisent pour la 2nde fois à 40 mètres de la rive B. Quelle est la largeur de la rivière ?

m8 Trouver deux chiffres a et b ($a \neq 0$), tels que le nombre $ababab1$, écrit en numération décimale, soit un cube parfait.

m9 On sait que les médiatrices d'un triangle sont des droites concourantes. Etant données trois droites concourantes d'un même plan, est-il possible de construire un triangle dont elles sont les médiatrices ?

M7 Prouver qu'il n'existe aucun triple (m, n, p) d'entiers autre que (0,0,0) tel que

$$m + n\sqrt{2} + p\sqrt{3} = 0.$$

M8 Un élève doit calculer la longueur a d'un côté d'un triangle. Il connaît les longueurs b, c des deux autres côtés, ainsi que l'angle A opposé au côté a. Il utilise judicieusement la relation

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

puis, voulant passer aux logarithmes, se trompe et écrit

$$2\log a = 2\log b + 2\log c - \log 2 - \log b - \log c - \log\cos A.$$

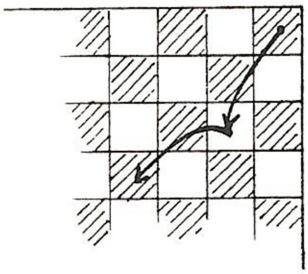
Curieusement, il aboutit à une réponse correcte pour $\log a$, puis pour a. A quelles conditions le triangle ABC doit-il satisfaire pour que cette méthode conduise à un résultat correct ?

M9 Le plan est partagé en régions par un nombre fini de cercles de centres et de rayons arbitraires. Montrer qu'il est toujours possible de colorier chaque région, soit en rouge, soit en bleu, de manière à ce que deux régions adjacentes n'aient jamais la même couleur.

Solutions des problèmes proposés dans le n°63

m4 L'homme coupe le 3ème maillon de la chaîne. Il dispose ainsi d'un maillon détaché et de deux chaînettes, l'une de 2 maillons, l'autre de 4 maillons ; nous les désignerons par M_1, M_2, M_4 respectivement.
Le 1er jour, il paye avec M_1.
Le 2ème jour, il reprend M_1 à l'aubergiste et paye avec M_2.
Le 3ème jour, il paye avec M_1.
Le 4ème jour, il reprend M_1 et M_2 à l'aubergiste et paye avec M_4.
Le 5ème jour, il paye avec M_1.
Le 6ème jour, il reprend M_1 à l'aubergiste et paye avec M_2. Le 7ème jour, il paye avec M_1.

m5 Sur un échiquier, les cases sont alternativement blanches et noires.
Supposons que la case de départ (le coin supérieur droit) soit noire. Alors, lorsque le cavalier effectue son premier saut, il aboutit dans une case blanche. Lorsqu'il effectue un deuxième saut, il aboutit dans une case noire. Et ainsi de suite.



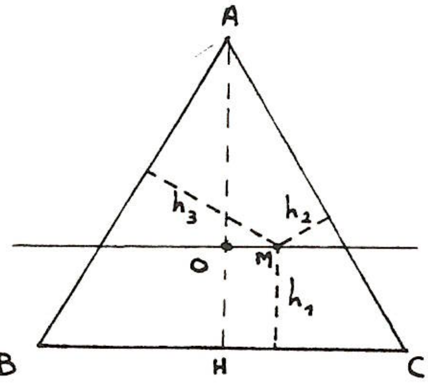
Selon que le nombre de sauts est pair ou impair, il aboutit dans une case noire ou blanche. Il doit passer une et une seule fois par chaque case de l'échiquier, donc il doit faire exactement 63 sauts et, par conséquent, il arrive dans une case blanche.
Il est impossible qu'il soit à ce moment dans le coin inférieur gauche car celui-ci est de la même couleur que le coin supérieur droit, c'est-à-dire noir (toutes les cases d'une diagonale du carré ont même couleur).

m6 Avec les notations de la figure, on a :

$$\begin{array}{rcccccc} \text{aire tr. } ABC & = & \text{aire tr. } MBC & + & \text{aire tr. } MCA & + & \text{aire tr. } MAB \\ \frac{1}{2}|AH|\cdot|BC| & = & \frac{1}{2}\cdot h_1\cdot|BC| & + & \frac{1}{2}\cdot h_2\cdot|CA| & + & \frac{1}{2}\cdot h_3\cdot|AB| \end{array}$$

Comme le triangle est équilatéral, on a $|AB| = |BC| = |CA|$, d'où $|AH| = h_1 + h_2 + h_3$.
Or, $h_1 = |OH|$, donc $h_2 + h_3 = |AH| - |OH| = |AO|$.
Comme O est le centre du triangle ABC, O est le point d'intersection des trois médianes, c'est-à-dire le centre de gravité de (A, B, C) et on sait que $|AO| = \frac{2}{3}|AH|$ et $|OH| = \frac{1}{3}|AH|$ donc

$$|AO| = 2|OH|$$
$$h_2 + h_3 = 2h_1$$
$$h_1 = \frac{h_2 + h_3}{2}$$



h_1 est bien la moyenne arithmétique de h_2 et h_3.

M4 Supposons que l'homme coupe k anneaux isolés, déterminant ainsi $(k + 1)$ morceaux dans sa chaîne initiale. Il faut payer pendant k jours consécutifs en donnant chaque jour un anneau à l'aubergiste.
Le $(k+1)^e$ jour, il devra donner à l'aubergiste un morceau de chaîne comportant un certain nombre ℓ d'anneaux, mais reprendre $(\ell - 1)$ anneaux isolés. Le mieux, c'est que $\ell = k + 1$, car ainsi, il reprend tous les anneaux isolés ce qui lui permet de payer pendant les k jours suivants.
Au total, il aura payé pendant $(2k + 1)$ jours.

Un raisonnement analogue montre que le $(2k+2)^e$ jour, il donne à l'aubergiste un morceau de chaîne de $(2k+2)$ anneaux et reprend tout ce qu'il a donné précédemment, c'est-à-dire k anneaux isolés et un morceau de chaîne de $(k+1)$ anneaux qui lui permettront de payer chaque jour pendant $(2k+1)$ jours.
Au total, il aura payé pendant $(4k+3)$ jours. Le morceau de chaîne suivant comportera $(4k+4)$ anneaux.
Et ainsi de suite.
Comme il y a $(k+1)$ morceaux de chaîne, le dernier comportera $(2^k \cdot k + 2^k)$ anneaux. Le nombre total d'anneaux de la chaîne étant de

$$\begin{aligned} S &= k + (k+1) + (2k+2) + (4k+4) + \cdots + (2^k \cdot k + 2^k) \\ &= k + (k+1) \cdot (1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^k) \\ &= k + (k+1) \cdot \frac{2^{k+1}-1}{2-1} \\ &= k + (k+1) \cdot (2^{k+1} - 1) = 2^{k+1}(k+1) - 1 \end{aligned}$$

Pour	$k = 0, S = 1$	$k = 4, S = 159$
	$k = 1, S = 7$	$k = 5, S = 383$
	$k = 2, S = 23$	$k = 6, S = 895$
	$k = 3, S = 63$	$k = 7, S = 2\,047$

Pour toute chaîne comportant entre 896 et 2 047 anneaux, le nombre minimum d'anneaux à couper est 7.
C'est le cas de notre chaîne de 2000 anneaux.

M5 Soit $P = (n-1)n(n+1)(n+2)$ le produit de quatre entiers strictement positifs $(n > 1)$.

1. $$\begin{aligned} P &= (n^2+n)(n^2+n-2) \\ &= (n^2+n-1)^2 - 1 \end{aligned}$$

Si P était le carré d'un entier, alors P et $(n^2+n-1)^2$ seraient deux entiers carrés consécutifs, ce qui est impossible.

2. Si $n = 2$, $P = 24$ et n'est pas un cube. Donc $n > 2$.
Si n est pair, alors $(n+1)$ est impair et premier avec n, avec $(n+2)$ et avec $(n-1)$ (deux nombres entiers consécutifs n'ont aucun diviseur commun ; de même, deux nombres impairs consécutifs).
Donc $(n+1)$ n'a aucun diviseur commun avec le produit

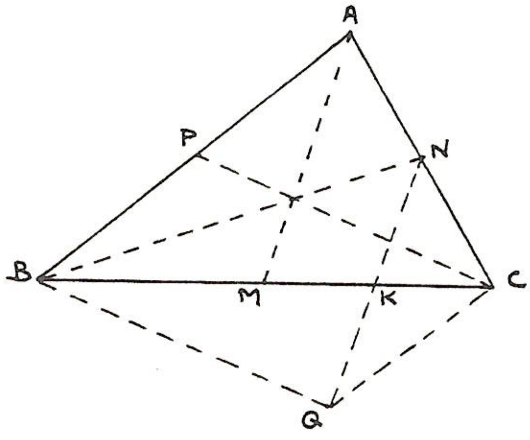
$$n(n-1)(n+2) = n^3 + n^2 - 2n.$$

P ne peut être un cube que si $(n+1)$ est un cube et si (n^3+n^2-2n) est aussi un cube, mais ceci est impossible car

$$n^3 < n^3 + n^2 - 2n < (n+1)^3 \qquad (n > 2)$$

$n^3 + n^2 - 2n$ étant compris entre deux cubes consécutifs ne peut être un cube.
Si n est impair, alors n est premier avec $(n-1)$, avec $(n+1)$ et avec $(n+2)$. Donc n n'a aucun diviseur commun avec $(n-1)(n+1)(n+2) = n^3 + 2n^2 - n - 2$. P ne peut être un cube que si n est un cube et si $(n^3 + 2n^2 - n - 2)$ est aussi un cube. Ce qui est impossible car

$$n^3 < n^3 + 2n^2 - n - 2 < (n+1)^3 \qquad (n > 2).$$



M6 1. Par B et par C, menons les parallèles respectives à PC et à AB. Ces deux droites se coupent en Q.
$BPCQ$ est un parallélogramme, donc ses diagonales BC et PQ se coupent en leur milieu qui est le point M.
Or $PM//AC$ et $|PM| = |AN| = |NC|$ d'où $MQ//AC$ et $|MQ| = |AN|$.
$AMQN$ est donc un parallélogramme $|NQ| = |AM|$. On a ainsi formé un triangle dont les côtés ont même longueur que les trois médianes du triangle ABC, c'est le triangle BNQ.

2. Le quadrilatère $QMNC$ est un parallélogramme ($MQ//NC$ et $|MQ| = |NC|$), donc K est le milieu de $[NQ]$ et on a

$$\begin{aligned}
\text{aire tr. } BQN &= 2 \cdot \text{aire tr. } BKN \\
&= 2 \cdot \text{aire tr. } BCN - 2 \cdot \text{aire tr. } KCN \\
&= \text{aire tr. } ABC - 2 \cdot \tfrac{1}{4} \cdot \text{aire tr. } AMC \\
&= \text{aire tr. } ABC - 2 \cdot \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \text{aire tr. } ABC \\
&= \tfrac{3}{4} \cdot \text{aire tr. } ABC.
\end{aligned}$$

On a donc $T_2 = \frac{3}{4}T_1$, $T_3 = \frac{3}{4}T_2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 T_1$, $T_4 = \frac{3}{4}T_3 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 T_1, \ldots$

et

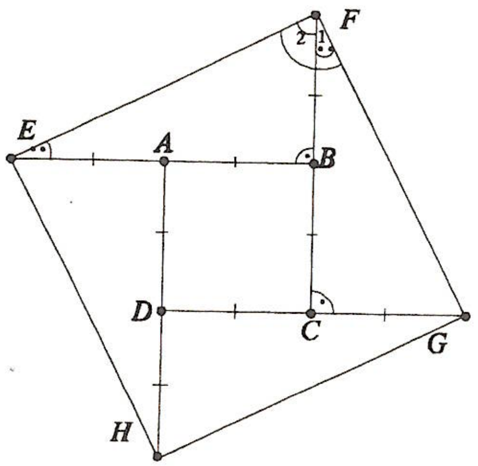
$$\begin{aligned}
T_1 + T_2 + T_3 + \cdots &= T_1 + \tfrac{3}{4}T_1 + \left(\tfrac{3}{4}\right)^2 T_1 + \cdots \\
&= T_1 \left(1 + \tfrac{3}{4} + \left(\tfrac{3}{4}\right)^2 + \cdots\right) \\
&= T_1 \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \frac{3}{4}} = T_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{4}} = 4 \cdot T_1.
\end{aligned}$$

Triangles, carrés et aires (suite)

J.-P. Mathieu, *Athénée Royal de Beaumont*

3. Deuxième situation : carrés et aires

a. Le sujet n'est pas épuisé et on relance l'activité à partir d'un carré



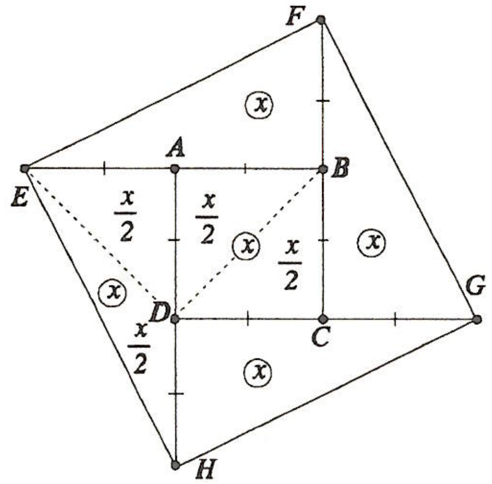
certains élèves sont surpris, à la construction, de constater que le quadrilatère $EFGH$ est un carré. On décide de le démontrer :

en effet,

- les triangles FBE et FCG sont isométriques comme ayant un angle de même amplitude bordé de deux côtés deux à deux de même longueur ;
- donc $|FE| = |FG|$ et $\widehat{E} = \widehat{F_1}$
- $\widehat{F} = \widehat{F_1} + \widehat{F_2} = \widehat{E} + \widehat{F_2} = 90°$
- de la même manière, les triangles AEM et DGH sont isométriques à FBE et donc
  $|FE| = |FG| = |GH| = |EH|$
  $\widehat{F} = \widehat{G} = \widehat{H} = \widehat{E} = 90°$

ce qui prouve que le quadrilatère $EFGH$ est un losange rectangle, donc un carré.

b. Le calcul d'aire de l'autre activité est relancé : si x désigne l'aire de $ABCD$, calcule en fonction de x l'aire de $EFGH$.



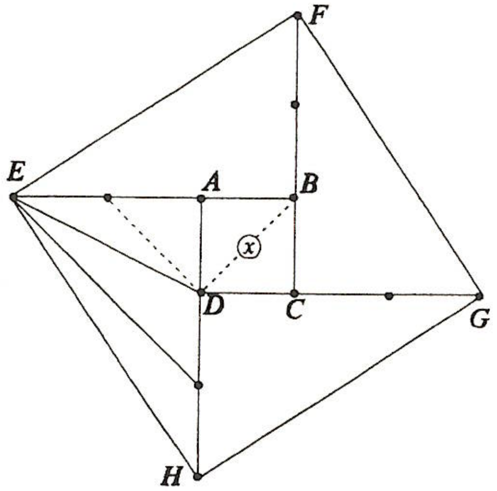
Traçons la diagonale $[BD]$ de $ABCD$; on a :

$$\text{aire}(ABD) = \text{aire}(BCD) = \frac{x}{2}$$

Donc aire(ADE) = aire(DEH) = $\frac{x}{2}$ (car une médiane d'un triangle partage celui-ci en deux triangles de même aire) et aire(AEH) = x.

Donc aire(BFE) = aire(FGC) = aire(DGH) = x (car triangles isométriques) et aire($EFGH$) = $4x + x = 5x$.

c. Cette situation peut-elle être généralisée comme précédemment ? Essayons (le dessin sera construit pour $k = 3$) :



Si la longueur d'un côté de $ABCD$ est multipliée par

- 2 : aire$(AED) = \frac{1}{2}x$
- 3 : aire$(AED) = \frac{2}{2}x = x$
- 4 : aire$(AED) = \frac{3}{2}x$
- 5 : aire$(AED) = \frac{4}{2}x = 2x$

Si la longueur d'un côté de $ABCD$ est multipliée par k :

$$\text{aire}(AED) = \frac{k-1}{2} \cdot x$$

Donc aire$(AEH) = k \cdot \dfrac{k-1}{2} \cdot x$

$$\begin{aligned}\text{et aire}(EFGH) &= 4 \cdot k \cdot \frac{k-1}{2} \cdot x + x \\ &= 2 \cdot k \cdot (k-1) \cdot x + x \\ &= (2k^2 - 2k) \cdot x + x\end{aligned}$$

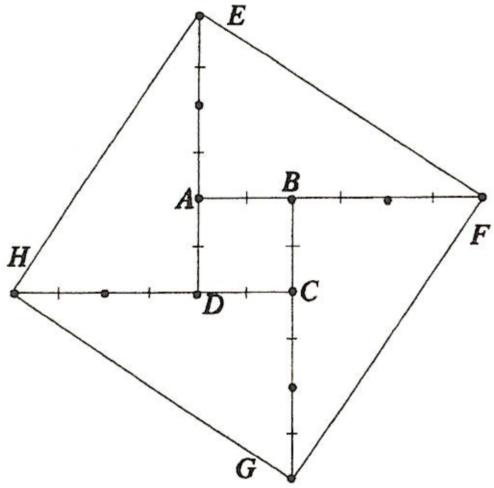
$$\boxed{\text{aire}(EFGH) = (2k^2 - 2k + 1) \cdot x}$$

On retrouve un polynôme dont la similitude avec le précédent est frappante.

d. Pour terminer, je vous propose deux petits problèmes :

1. Par quel naturel dois-je multiplier la longueur de chaque côté de $ABCD$ pour que l'aire de $EFGH$ soit égale à 85 fois l'aire de $ABCD$?

2. Quelle doit être la longueur d'un côté de $ABCD$ pour que la longueur d'un côté de $EFGH$ soit de 10 dans la situation ci-dessous ? (un conseil : penser à Pythagore).



Solution des exercices

1. On a : $(2k^2 - 2k + 1)x = 85x$
   $2k^2 - 2k + 1 = 85$
   $2k^2 - 2k - 84 = 0$
   $k^2 - k - 42 = 0$
   $k^2 - k + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 42 = 0$
   $\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{169}{4} = 0$
   $\left(k - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{13}{2}\right)^2 = 0$
   $\left(k - \frac{1}{2} + \frac{13}{2}\right) \cdot \left(k - \frac{1}{2} - \frac{13}{2}\right) = 0$
   $(k+6) \cdot (k-7) = 0$
   $k = -6$ ou $k = 7$
   La solution -6 est à rejeter donc le naturel recherché est 7.

2. Je désigne par ℓ la longueur d'un côté de $ABCD$.
   On a $|AF| = 3\ell$ et $|AE| = 2\ell$.
   Dans le triangle AEF rectangle en A :
   $|AE|^2 + |AF|^2 = |FE|^2$
   $4\ell^2 + 9\ell^2 = 100$
   $13\ell^2 = 100 \quad \ell^2 = \frac{100}{13}$
   $\ell = \sqrt{\frac{100}{13}} = 2,77\ldots$

Math-Jeunes n°64, 63–66, 1994

L'aiguille de Buffon

Eric Moïs (élève de 4è année), *Athénée Royal d'Arlon*

Dans le n°58 de *Math-Jeunes*, Madame Rita Lesplingart fait un appel concernant le problème de l'aiguille de BUFFON. Ce petit article est un essai de réponse. Nous y introduirons brièvement le concept de probabilité, une méthode simple pour estimer l'aire d'une figure et enfin nous résoudrons le problème de l'aiguille de BUFFON.

Le concept de probabilité ($\mathbb{P}$)

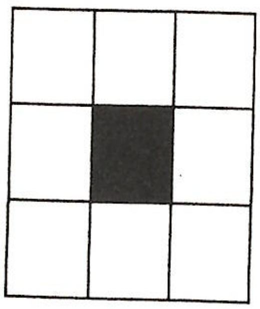
La base du concept de probabilité est la notion d'expérience aléatoire c'est-à-dire une expérience dont on ne peut prévoir le résultat avec certitude. On appelle événement le résultat d'une telle expérience.

Exemple

- expérience aléatoire : jet d'un dé
- événement : apparition du chiffre 6.

L'objet du calcul des probabilités est d'évaluer le pourcentage de chance qu'un événement a de se produire lors de la réalisation d'une expérience aléatoire.

Exemple



On jette une fléchette sur la cible rectangulaire figurée ci-contre, on suppose que tous les points du rectangle ont la même chance de recevoir la fléchette et que celle-ci ne peut manquer la cible.

On imagine aisément que la fléchette a une chance sur 9 de tomber dans le rectangle noir, on dira que *la probabilité que la fléchette tombe dans la case noire vaut* $\frac{1}{9}$, ce qui correspond au quotient :

$$\frac{\textit{Aire de la case noire}}{\textit{Aire totale}}$$

En réalité, dire que la probabilité vaut $\frac{1}{9}$, c'est dire que si on lance la fléchette un très grand nombre de fois dans le rectangle, le rapport :

$$\frac{\textit{Nbre de fléch. atteign. la case noire}}{\textit{Nbre de fléch. atteignant la cible}}$$

devient très proche de $\frac{1}{9}$.

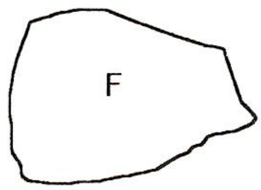
La valeur $\frac{1}{9}$ serait atteinte en lançant la fléchette une infinité de fois.

Généralisons :

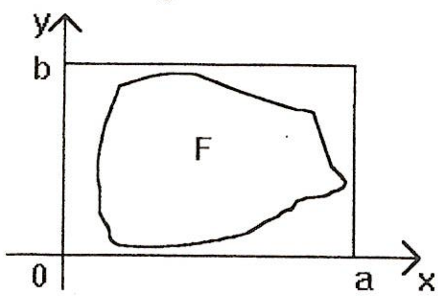
$$\mathbb{P}(\textit{événement } A) = \frac{\textit{Aire associée à } A}{\textit{Aire totale associée à l'exp. aléatoire}}.$$

Aire d'une figure plane

Nous pouvons utiliser ce qui précède pour estimer l'aire d'une figure plane. Soit F la figure dont on veut estimer l'aire :



Plongeons F dans une surface simple dont nous connaissons l'aire (par exemple un carré ou un rectangle) et plaçons le tout dans repère orthogonal.



En utilisant la fonction RANDOM de l'ordinateur, nous sélectionnons au hasard des couples de réels (x, y) avec $x \in [0, a]$ et $y \in [0, b]$. Chaque couple correspond à un point du rectangle. Le point, choisi au hasard, peut appartenir ou non à la figure F.

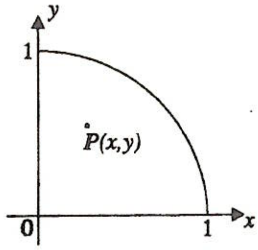
$$\mathbb{P}(point \in F) = \frac{Aire\ de\ F}{Aire\ du\ rectangle}$$
$$\approx \frac{Nombre\ de\ points\ choisis\ dans\ F}{Nombre\ total\ de\ points\ choisis}$$

Si le nombre de points choisis est suffisamment grand on en déduit la formule :

$$AiredeF = \frac{Nbre\ pts\ choisis\ dans\ F}{Nbre\ tot.\ de\ pts\ choisis} \cdot Aire\ rectangle$$

Application : Calcul de π en considérant l'aire du disque

Plongeons un quart de disque (D) dans un carré de côté 1.



Soit $P(x, y)$ un point du carré ($x \in [0, 1]$ et $y \in [0, 1]$).
P appartient au quart de disque ssi sa distance à l'origine est inférieure ou égale à 1 ssi $x^2 + y^2 \leqslant 1$ (théorème de Pythagore).
L'aire du quart de disque vaut $\frac{\pi}{4}$ et l'aire du carré vaut 1.
En utilisant la formule de l'aire définie au point 2, on a :

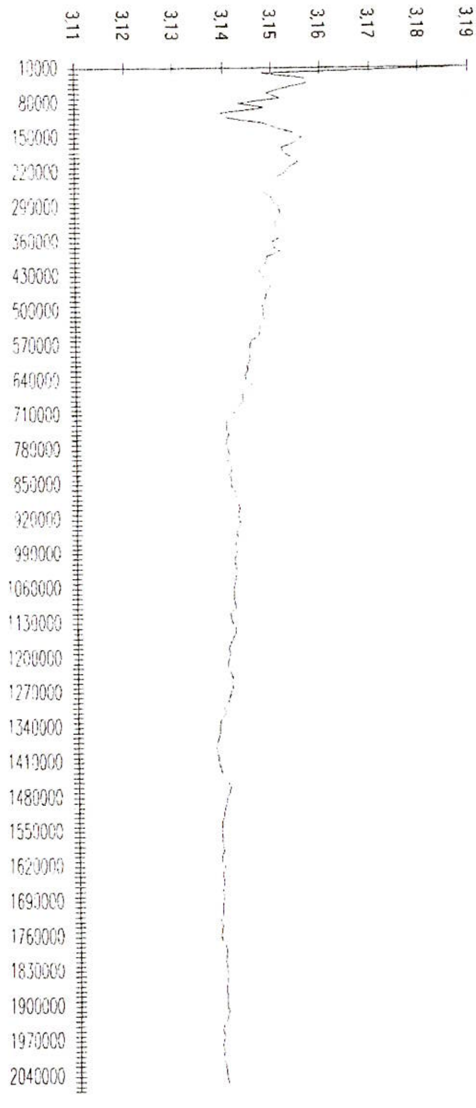
$$\frac{\pi}{4} \approx \frac{Nbre\ pts\ choisis \mid x^2 + y^2 \leqslant 1}{Nbre\ pts\ choisis}$$

Voici un programme GWBASIC permettant d'estimer π en utilisant la formule ci-dessus :

```
10  FOR A = 1 TO 1000
20  X = RND(1)
30  Y = RND(1)
40  OP = X * X + Y * Y
50  IF OP ≤ 1 THEN G = G + 1
60  I = I + 1
70  PI = G / I * 4
80  NEXT A
90  PRINT I, PI
100 GOTO 10
```

On choisit les coordonnées du point (lignes 20, 30), on calcule le carré de sa distance à l'origine (ligne 40), à la ligne 50, on détermine si le point appartient au disque, à la ligne 70, on calcule la valeur approchée de π. Le programme est conçu pour afficher une valeur approchée de π toutes les mille itérations.

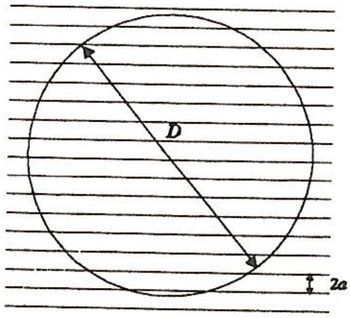
Graphique de résultats Valeur de π



Le problème de l'aiguille

Georges Louis Leclerc, comte de Buffon (1707-1788), est surtout connu pour son œuvre de naturaliste, mais il a aussi publié, en 1777, son *Essai d'arithmétique morale* dans lequel on peut trouver le mémoire sur le jeu de franc carreau, qui contient ce fameux problème. Pour la première fois, semble-t-il, la géométrie est utilisée pour résoudre un poblème de probabilité.

Soit un parquet fait de lattes de largeur $2a$. Laissons-y tomber une aiguille de longueur $2b$ ($b < a$). Quelle est la probabilité que cette aiguille a de rencontrer une rainure formée par deux lattes voisines ?

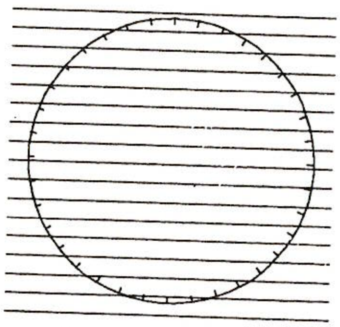


Imaginons que nous laissions tomber un anneau de diamètre D sur une surface plane sur laquelle a été tracé un réseau de droites parallèles équidistantes (distantes de $2a$ avec $D \gg a$). L'anneau interceptera environ $\frac{D}{2a}$ droites, il y aura donc environ $\frac{2D}{2a} = \frac{D}{a}$ points d'intersection.
Partageons l'anneau en un grand nombre d'arcs de cercles tous de longueur L telle que $L < 2a$.
La probabilité qu'a un arc de cercle de couper une droite du réseau est

$$\frac{Nbre\ pts\ communs\ cercle/droites}{Nbre\ d'arcs\ de\ cercle}$$

et vaut donc approximativement

$$\frac{\frac{D}{a}}{\frac{D\pi}{L}} = \frac{L}{a\pi}$$



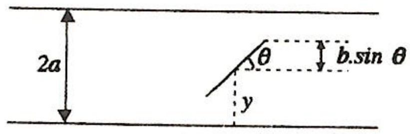
Un arc de cercle étant petit par rapport à la circonférence, on peut assimiler un arc à la corde qui le sous-tend. La probabilité qu'a une corde d'intercepter une droite du réseau est donc également approximativement égale à

$$\frac{L}{a\pi}.$$

Revenons-en maintenant au problème de l'aiguille tombant sur un parquet, cette aiguille peut être vue comme étant une corde d'une cercle, si la longueur de l'aiguille est $2b$, on peut dire que

$$\mathbb{P}(L'aiguille\ coupe\ une\ rainure) = \frac{2b}{a\pi}$$

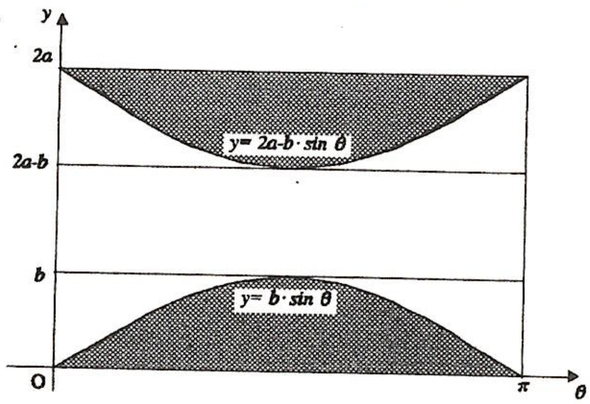
Un raisonnement plus rigoureux conduit au même résultat.
Soit une lame de parquet symbolisée par deux droites parallèles distantes de $2a$ et une aiguille de longueur $2b$.



La position de l'aiguille peut être définie par deux coordonnées :

- y la distance entre le milieu de l'aiguille et la limite inférieure du parquet ($0 \leqslant y \leqslant 2a$),
- θ l'angle formé par l'aiguille et la direction des lames ($0 \leqslant \theta \leqslant \pi$).

Il y aura intersection lorsque $y \leqslant b \cdot \sin\theta$ ou $y + b \cdot \sin\theta \geqslant 2a$.
Il y aura intersection si la position de l'aiguille donnée par un couple (θ, y) appartient à la zone hachurée du graphique ci-après.



La probabilité recherchée est donc égale au quotient de l'aire de la superficie hachurée par l'aire du rectangle.

Math-Jeunes n°64, 66–70, 1994

On peut montrer que la mesure de l'aire hachurée est égale à $4b$ (1), l'aire du rectangle est $2\pi a$ donc

$$\mathbb{P}(Aiguille\ coupe\ rainure) = \frac{4b}{2\pi a} = \frac{2b}{a\pi}$$

Si la longueur de l'aiguille vaut la moitié de la largeur d'une lame, c'est-à-dire si $a = 2b$, on a alors

$$\mathbb{P}(L'aiguille\ coupe\ une\ rainure) = \frac{1}{\pi}$$

Nous avons là un moyen de calculer une approximation de la valeur de π. Grâce à un micro-ordinateur, on peut facilement simuler les jets d'aiguilles en générant des couples (θ, y).
Plaçons-nous par exemple dans le cas $b = 1$, $a = 2$, if faudra que $0 \leqslant y \leqslant 4$ et $0 \leqslant \theta \leqslant \pi$.
On comptera une intersection si une des deux conditions suivantes est vérifiée : $y + \sin\theta \geqslant 4$ ou $y - \sin\theta \leqslant 0$
Nous savons que :

$$\frac{Nombre\ d'intersections}{Nombre\ de\ jets} = \frac{1}{\pi} \text{ ou}$$

$$\frac{Nombre\ de\ jets}{Nombre\ d'intersections} = \pi$$

Référence

Numéro spécial π, supplément au *Petit Archimède* n°64-65, mai 1980.

(1) Il est bien évident que les deux zones hachurées ont des aires égales, l'aire recherchée vaut donc

$$2\int_0^{\pi} b \cdot \sin t \cdot dt = 4b$$

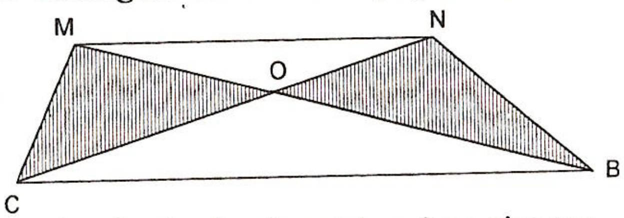
Mêm'aire

Jean Michel Slowik,

Lycée Robespierre d'Arras

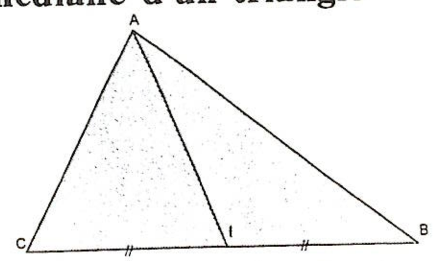
Pour « démontrer » en géométrie, il faut parfois peu d'outils ! Dans cet article, nous supposerons connu :
« *l'aire d'un triangle* $= \dfrac{base \times hauteur}{2}$ ».
C'est peu ... et pourtant ... Quelques configurations de base en découlent ...

La configuration du « papillon »



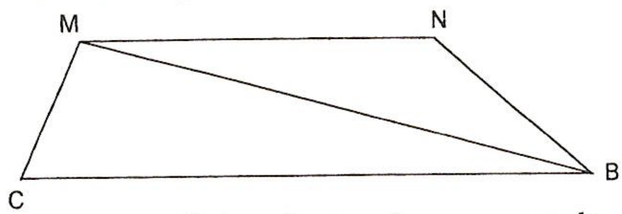
Les triangles hachurés ont la même aire car les triangles BCM et BCN ont la même aire (ils ont même base et même hauteur) et le triangle OCB commun.

La médiane d'un triangle



La médiane partage le triangle en deux triangles de même aire puisqu'ils ont même base et même hauteur.

Aire du trapèze convexe

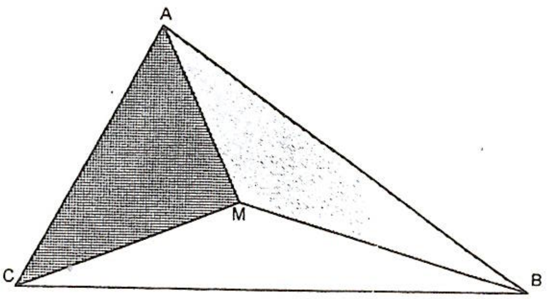


En calculant l'aire du trapèze comme la somme des aires des triangles, on trouve

rapidement : « *aire du trapèze = moyenne des bases × hauteur* ».
Vous voyez, c'est peu ...
À présent, un théorème et on y va ...

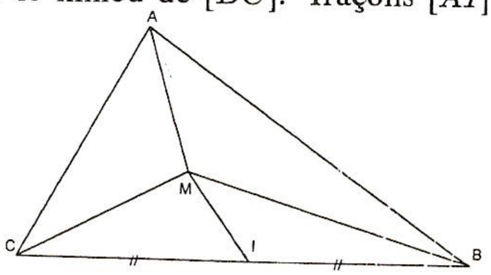
1. Un théorème simple et utile

Théorème des « aires égales » :
Soit ABC un triangle et M un point tel que les deux triangles AMC et AMB aient même aire



alors AM passe par le milieu de $[BC]$

Soit I le milieu de $[BC]$. Traçons $[AI]$

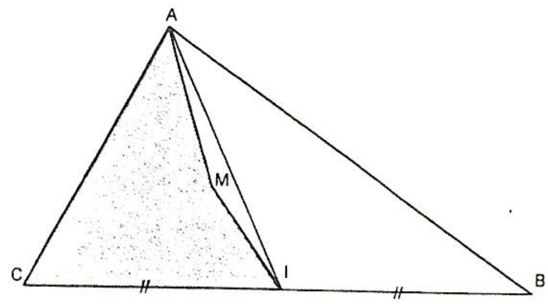


Une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire, donc aire(CMI) = aire(IMB) ; comme, par hypothèse, aire(AMC) = aire(AMB), alors aire($AMIC$) = aire($AMIB$). Donc chacune des deux aires vaut la moitié de l'aire du triangle ABC.

$$\text{aire}(AMIC) = \frac{\text{aire}(ABC)}{2}$$

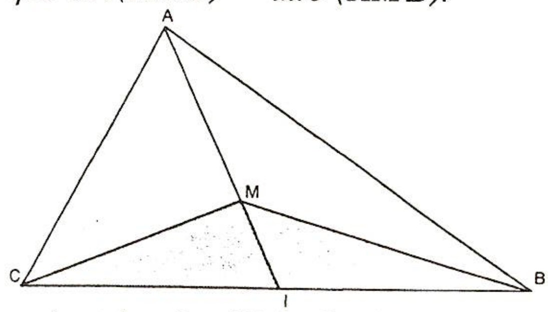
$$\text{Or} \quad \text{aire}(AIC) = \frac{\text{aire}(ABC)}{2}$$

$$\text{donc} \quad \text{aire}(AMIC) = \text{aire}(AIC)$$



Comme les deux aires sont égales, il est nécessaire que M soit sur $[AI]$.

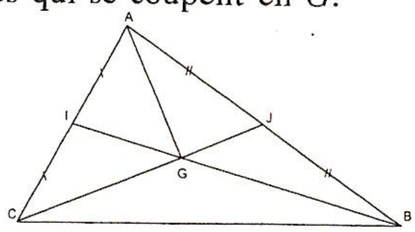
Réciproque du « théorème des aires égales »
Tout point M situé sur la médiane $[AI]$ est tel que aire(AMC) = aire (AMB).



Dans le triangle ABC, $[AI]$ est une médiane, donc aire(ACI) = aire(AIB).
Dans le triangle MBC, $[MI]$ est une médiane, donc aire(MCI) = aire(MIB).
Par différence, aire(ACM) = aire(AMB).

2. Quelques conséquences de ce théorème

Conséquence 1
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes.
Soit un triangle ABC et deux de ses médianes qui se coupent en G.



D'après le théorème des milieux

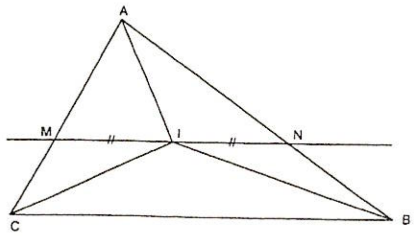
$$[IJ]//[BC].$$

D'après la configuration du papillon, dans le trapèze $IJBC$: aire(IGC) = aire(GJB).

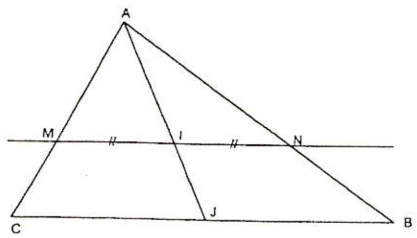
Comme IG et GJ sont des médianes, aire(IGC) = aire(IGA) et aire(JGB) = aire(JGA).
Donc aire(AGC) = aire(AGB) et, d'après le théorème des aires égales, $[AG]$ passe par le milieu de $[CB]$. $[AG]$ est ainsi la troisième médiane.

Conséquence 2

La droite qui joint le milieu d'un segment parallèle à un côté d'un triangle au sommet opposé à ce côté, passe par le milieu de ce côté.



Soit I milieu d'un segment parallèle à un côté d'un triangle ABC.
aire(AMI) = aire(AIN) car AI est une médiane.
aire(MCI) = aire(INB) car ces deux triangles ont même base et même hauteur.
Donc aire(AIC) = aire(AIB). D'après notre « *beau* » théorème des aires égales, AI passe par le milieu J de $[BC]$.

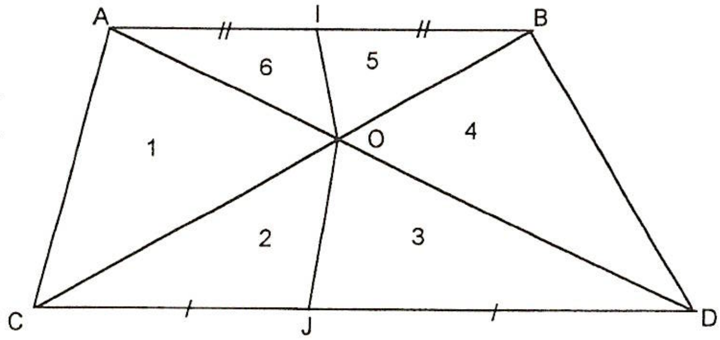


Conséquence 3

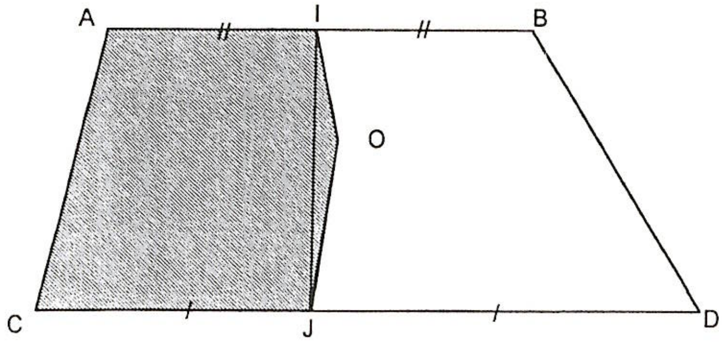
La démonstration du théorème des aires égales nous donne une belle idée ...
Soit $ABCD$ un trapèze convexe, I le milieu de $[AB]$, J le milieu de $[CD]$, O le point de concours des diagonales. Alors I, J et O sont alignés. Ce qui s'énonce :

Dans un trapèze convexe, le point de concours des diagonales est sur la droite qui joint les milieux des bases.

Construisons une figure volontairement fausse.



OI est une médiane (6) = (5)
OJ est une médiane (2) = (3)
D'après la configuration du papillon, (1) = (4).
Donc (6) + (1) + (2) = (5) + (4) + (3).
Les polygones $AIOJC$ et $IBDJO$ ont même aire, la moitié de celle du trapèze.
Mais $AIJC$ et $IJDB$ sont deux trapèzes de même hauteur et de mêmes bases ; ils ont donc même aire. IJ coupe le trapèze en deux régions de même aire : la moitié de celle du trapèze $ABCD$. La surface hachurée et $AIJC$ ont même aire et donc O est sur $[IJ]$.

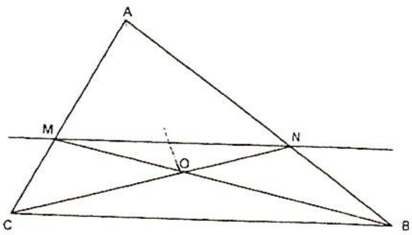


Conséquence 4 : « La configuration du trapèze complet »

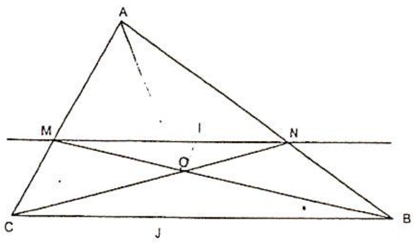
Dans un trapèze convexe, la droite qui joint les milieux des bases passe par le point de concours des diagonales et le point de concours des côtés obliques.

Montrons-le à l'envers !

Montrons que, si MN est parallèle à la base BC alors AO passe par les milieux de $[MN]$ et de $[BC]$.

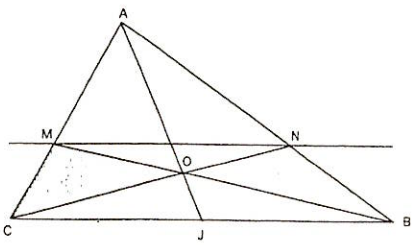


Plaçons sur une figure « fausse » les milieux I et J de $[MN]$ et de $[BC]$.



D'après la conséquence 3 : I, O et J sont alignés.
D'après la conséquence 2 : I, A et J sont alignés.
Donc I, O, J et A sont alignés, ce qui s'énonce encore : OA passe par I et J.

Conséquence 5 : « le théorème dit de Thalès »
Nous sommes prêts pour démontrer le théorème dit de Thalès !



On suppose $MN//BC$. Posons $\dfrac{|AC|}{|MC|} = k$.

$$\text{aire}(OAC) = \frac{AC \times h}{2}$$
$$\text{aire}(OMC) = \frac{MC \times h}{2}$$

donc $\dfrac{\text{aire}(AOC)}{\text{aire}(OMC)} = \dfrac{|AC|}{|MC|} = k$

mais aire(OAC) = aire(OAB) d'après la réciproque du théorème des aires égales. La configuration du papillon nous donne aire(OMC) = aire(ONB). Ainsi,

$$\frac{\text{aire}(AOC)}{\text{aire}(OMC)} = \frac{\text{aire}(AOB)}{\text{aire}(ONB)} = k = \frac{|AB|}{|BN|}$$

Finalement :

$$\frac{|AC|}{|MC|} = \frac{|AB|}{|BN|}$$

On a successivement :

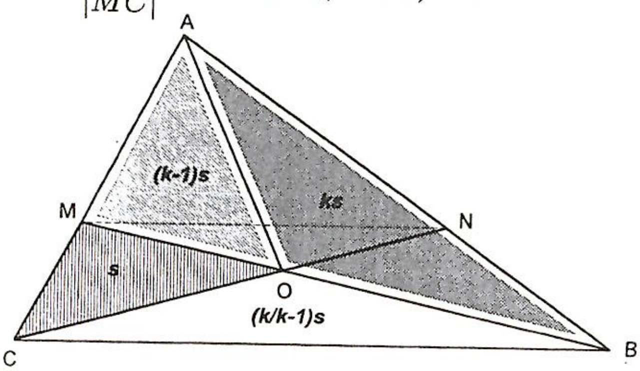
$$\frac{|AB|}{|AN|} = \frac{|AB|}{|AB| - |NB|} = \frac{1}{1 - \frac{|NB|}{|AB|}}$$
$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{k}} = \frac{k}{k-1}$$

De même $\dfrac{|AC|}{|AM|} = \dfrac{k}{k-1}$. On en conclut :

$$\frac{|AC|}{|AM|} = \frac{|AB|}{|AN|}$$

ce qui démontre le théorème : *les rapports sont conservés par projection.*

Conséquence 6 : Un calcul d'aires ...
Posons $\dfrac{|AC|}{|MC|} = k$ aire$(CMO) = s$



Donc $|AC| = k \cdot |MC|$, ce qui s'écrit, en aire : aire$(ACO) = k \cdot$ aire(MCO).
De plus, aire(ACO) = aire$(AOB) = k \cdot s$.
Or aire(AMO) = aire(ACO) - aire(OCM) $= k \cdot s - s$
Donc $\boxed{\text{aire}(AMO) = (k-1) \cdot s.}$

$$\frac{\text{aire}(AMO)}{\text{aire}(AOB)} = \frac{(k-1) \cdot s}{k \cdot s} = \frac{k-1}{k}$$

Comme les deux triangles AMO et AOB ont même hauteur :

$$\frac{\text{aire}(AMO)}{\text{aire}(AOB)} = \frac{|MO|}{|OB|} = \frac{k-1}{k}$$

Il vient :

$$\frac{\text{aire}(BCO)}{\text{aire}(OMC)} = \frac{|OB|}{|OM|} = \frac{k}{k-1}$$

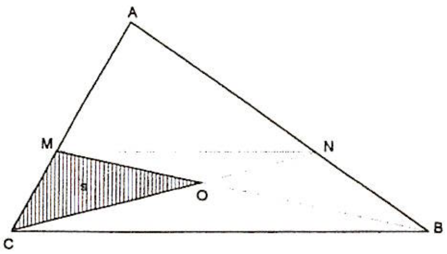
D'où $\text{aire}(BCO) = \frac{k}{k-1} \times \text{aire}(OMC)$, soit

$$\text{aire}(BCO) = \frac{k}{k-1} \cdot s$$

Conséquence 7 : vers quelques configurations élégantes.

CONFIGURATION 1

Soit S l'aire du grand triangle et s l'aire du triangle MCO. Nous connaissons l'aire de chaque morceau du grand triangle :



$$k \cdot s + (k-1) \cdot s + s + \frac{k}{k-1} \cdot s = S$$

$$\text{soit} \quad \left(2k + \frac{k}{k-1}\right) \cdot s = S$$

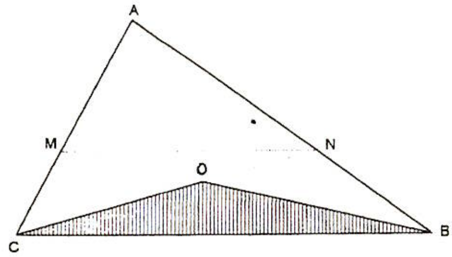
$$\text{donc} \quad \frac{2k^2 - k}{k-1} \cdot s = S$$

$$\text{ou encore } s = \frac{k-1}{(2k-1)k} S$$

Question : *Quelle position de M détermine une aire s maximale ?*

CONFIGURATION 2

Calculons l'aire du triangle OBC en fonction de l'aire S du grand triangle.



On a vu :

$$A = \text{aire}(BCO) = \frac{k}{k-1} s$$

$$\text{comme} \quad s = \frac{k-1}{(2k-1)k} S,$$

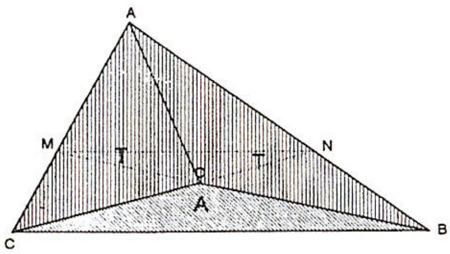
$$\text{alors} \quad \text{aire}(BCO) = \frac{1}{2k-1} S$$

Question : *Que vaut s pour M au tiers de AC ?*

Question : *Pour quelle position de M, s est-elle la moitié de l'aire du triangle ?*

CONFIGURATION 3

Si on appelle à présent T les deux grandes aires égales, la configuration devient :

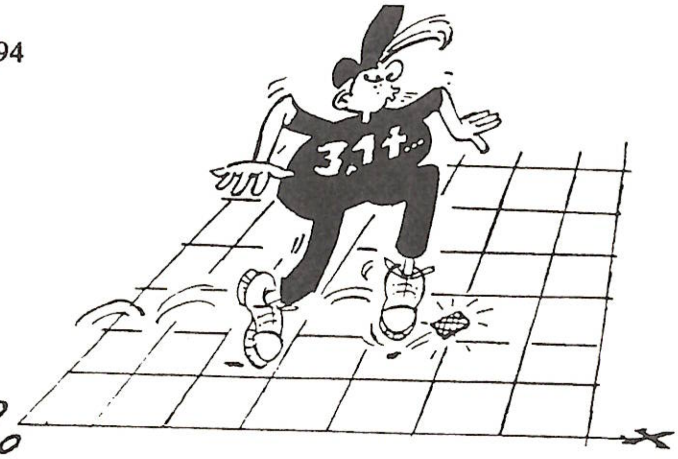


$$T = ks \quad \text{et} \quad A = \frac{k}{k-1} s$$

$$\text{donc} \quad A = \frac{T}{k-1}$$

Question : *Pour quelle position de M a-t-on A = T ? Que venez-vous de montrer ?*

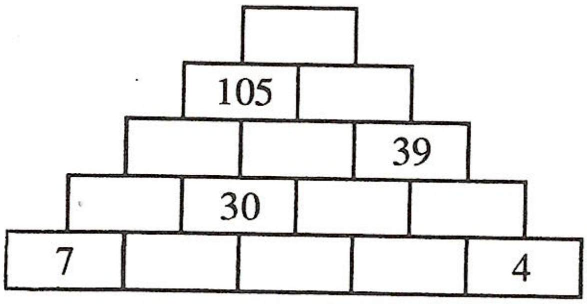
Math-Jeunes n°64, 71–72, 1994

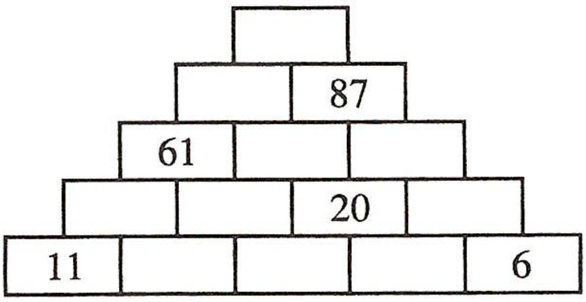


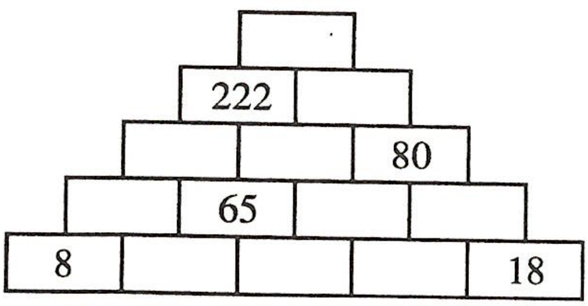
A. Parent

Le mur des nombres

Chaque brique contient un nombre qui représente la somme des nombres contenus dans les briques sur lesquelles elle repose.







Grilles des moyennes

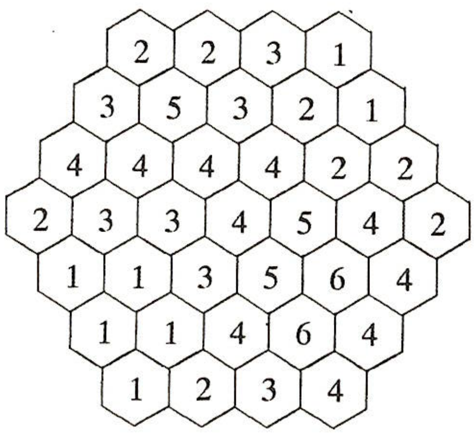
Complète les grilles ci-dessous en inscrivant dans chaque case vide la moyenne arithmétique des quatre cases adjacentes.

	3	5	
41			17
23			5
	23	7	

	8	42	
10			38
3			34
	5	24	

Jeu de l'hexagone et de la marguerite

Le nombre figurant dans chaque cellule hexagonale de la grille précise, pour cette case et toutes ses voisines, le nombre de cases coloriées. Le jeu consiste, au départ de la grille codée, à retrouver la grille coloriée.



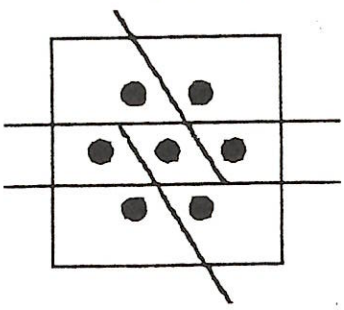
Solutions dans le prochain numéro.

Les annales du Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques

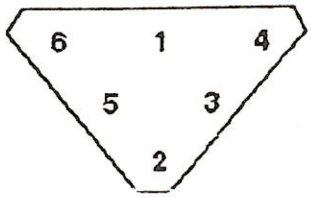
Chaque année la FFJM (Fédération Française des Jeux Mathématiques) diffuse deux recueils de jeux-problèmes du championnat, avec des solutions détaillées.
Le tome « pair » contient les énoncés de niveau le plus facile, le tome « impair » contient les autres problèmes.
Édités en format « poche » (collection *Jeux en Poche*, chez POLE), ils sont complétés par quelques problèmes de rallyes et tournois.
Innovation à partir du n°10, la parution en édition bilingue français-anglais des énoncés.

Informations : F.F.J.M.
B.P. 157 à 7700 Mouscron
Fax : 056/33 14 53

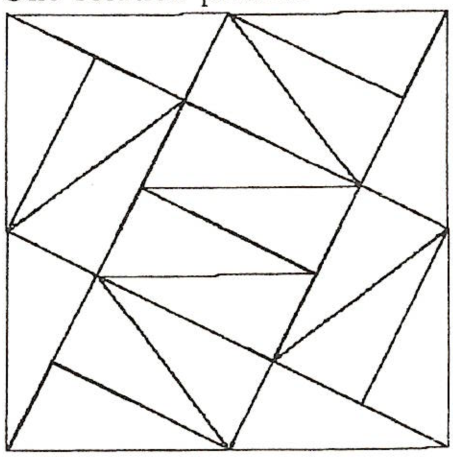
	pts	coeff
Problème 1 : La lettre *u* apparaît 24 fois.	1	1
Problème 2 : La hauteur d'eau est également de 24 mm.	1	2
Problème 3 : Annabelle aura 60 ans.	1	3
Problème 4 : 1 solution : la pension compte 98 chats de l'île de Man.	1	4
Problème 5 : Un des découpages possibles	1	5



	pts	coeff
Problème 6 : Une autre solution :	1	6

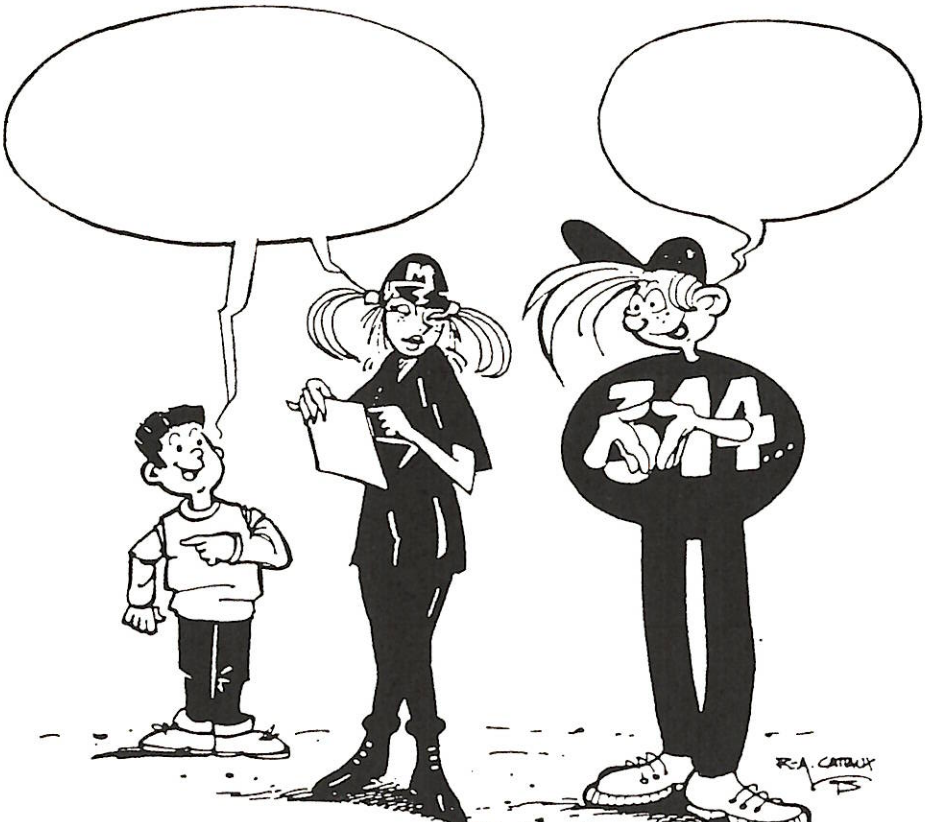


	pts	coeff
Problème 7 : Une solution possible	1	7



	pts	coeff
Problème 8 : Une partie de monopion peut compter jusqu'à 18 coups. Exemple : GDGGDDGGGDDDGGDDGD	1	8
Problème 9 : 5 solutions : cet événement se produisit le 31/05 à 06h48 ; le 31/08 à 06h45 ; le 31/08 à 06h49 ; le 31/08 à 06h54 et le 31/08 à 06h59.	1	9
Problème 10 : Le résultat est 1425.	1	10
Problème 11 : 43757 boîtes de Bernard	1	11
Problème 12 : Une solution : il faut multiplier 1994 par 1001.	1	12
Problème 13 : Dominique peut conserver 1329 cartons.	1	13
Problème 14 : La formation a avancé de 64 mètres.	1	14


EN SEPT LETTRES VOUS PERMET DE RENCONTRER DES INCONNUES.
ALGÈBRE
SURBOUM!
3,14...
R.-A. CATTAUX
Cl. Villers


3,14...
R.-A. CATTAUX