

En-tête de Dominique JAVAUX
Ciney

Cher ami,

Voici le deuxième numéro de votre revue 1980-81. Beaucoup d'entre vous viennent seulement de recevoir le premier ! Aussi avons-nous décidé de vous laisser un délai supplémentaire pour l'envoi de vos réponses à la première étape du rallye. Celles-ci devront nous parvenir, pour pouvoir être capitalisées, avant le 10 janvier. Celles de la deuxième étape pour la fin janvier.

Nous vous invitons à nous envoyer des réponses, même incomplètes. Ainsi, dans le problème 27, il n'est pas nécessaire d'avoir trouvé toutes les suites pour gagner des points; de même dans le 32 vous pouvez être à même de donner le nombre de papiers après sept étapes et ne pas avoir trouvé la loi générale.

En répondant au numéro 33, vous avez avantage à nous donner le plus de solutions possible, mais chacune vous rapporte des points. Celui qui pourrait établir qu'il les a trouvées toutes recevrait un "boni".

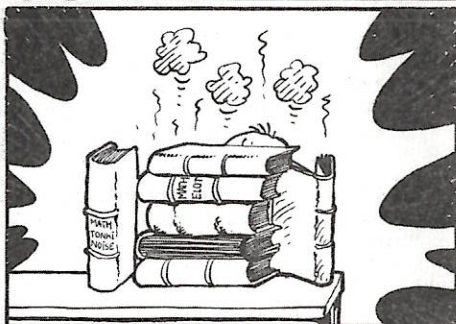
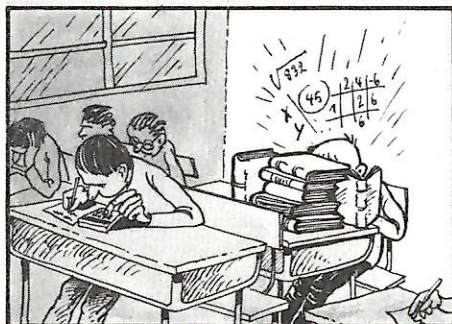
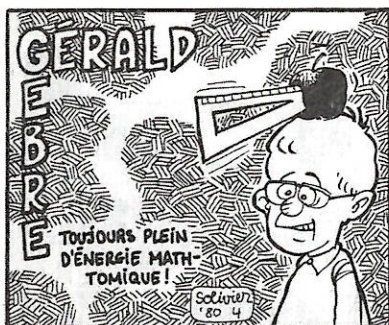
Peu d'entre vous nous ont répondu jusqu'à présent. Courage !

De beaux projets d'en-tête pour MATH-JEUNES sont également toujours les bienvenus. La sélection de votre dessin sera récompensée par un abonnement gratuit en 1981-82.

Nous vous rappelons également que les articles que vous nous enverrez seront examinés pour une publication éventuelle. Jetez-vous à l'eau !

Et puis, écrivez-nous pour nous exprimer vos désirs. Nous souhaitons que votre journal soit de plus en plus ce que vous désirez qu'il soit. Vos suggestions sont donc les bienvenues.

BONNES VACANCES et BONNE ANNEE 1981



CAR - MATH

J.P. DECLERCQ, rue de Ten Brielen, 124, 7780 - COMINES.

INTERROGATION (d'un professeur) DE MATHEMATIQUE.

La rubrique CAR-MATH a pour but de vous éclairer sur les carrières qui s'offrent à vous, amis lecteurs. L'année dernière, je suis allé interviewer pour vous un ingénieur civil mécanicien et un actuaire... Cette fois, j'ai décidé de me présenter à vous en tant que prof de math... le découpage en questions-réponses qui est le canevas habituel de cet article est respecté ... la différence est que la même personne pose les questions et y répond.

Q: Quelles études avez-vous faites ?

R: J'ai suivi les cours de la section Scientifique A ; ensuite je suis entré à l'Université pour faire ma licence et mon agrégation.

Q: Pourquoi ces deux titres universitaires ?

R: Dans son esprit, la licence prépare à la recherche fondamentale, sa suite logique est le doctorat : elle ne prépare pas directement à l'enseignement dans le secondaire. L'agrégation de l'enseignement secondaire supérieur est une préparation pédagogique que l'on mène de pair avec la licence (les deux dernières années d'études). Cette formation permet d'entrer dans l'enseignement secondaire et d'y faire carrière.

*Q: Y a-t il des licenciés en math qui n'enseignent pas ...
Que font-ils alors ?*

R: On les retrouve dans les centres de calculs attachés aux Universités ou à des bureaux d'études. Certains travaillent dans des firmes spécialisées dans la conception de calculatrices ou d'ordinateurs (I.B.M., I.I., H.P., BULL, ... etc). D'autres se dirigent vers l'astronomie ou la météorologie... Ce ne sont pas les débouchés qui manquent...!

Q: Quelles sont les qualités d'un bon professeur (de math)...?

R: Il faut, bien sûr, une bonne connaissance de sa matière... mais surtout des qualités de patience, d'accueil, un esprit ouvert... il ne suffit pas d'aimer sa matière... il s'agit de la faire aimer par les jeunes.
Je n'ai pas la prétention d'être parfait... loin de là... d'ailleurs la perfection n'est pas de ce monde... l'essentiel est d'essayer d'y tendre en y mettant tout son coeur...
Q: Le licencié a son temps plein (Full time) avec 19 h/semaine, que faites-vous le reste du temps ?

R: Il y a les préparations, les corrections... vous me direz que le prof de math a vite fini de corriger une pile de travaux... étant donné qu'un problème n'a bien souvent qu'une seule réponse exacte (ou un ensemble)... En un sens cela est vrai... mais l'essentiel n'est pas de consta-

ter les erreurs... ni de les sanctionner : il est plus important d'en rechercher la cause première et de rectifier son enseignement en tenant compte des difficultés des élèves.

Personnellement, je considère les devoirs à domicile comme un échange de courrier avec mes élèves... Le seul regret que j'ai à ce sujet est la tendance actuelle à copier les travaux... on n'écrit pas à son ami en recopiant la lettre d'un copain !

Q: *Ne risquez-vous pas de tomber dans la routine en expliquant chaque année la même matière ?*

R: C'est un risque, en effet,... mais il est minimisé par le fait que chaque élève et, a fortiori, chaque groupe est différent : si l'on accueille les trouvailles des jeunes, on peut les aider à faire du chemin... et l'on chemine avec eux !

D'autre part, il est toujours possible d'essayer d'améliorer son enseignement... un avantage de ceci : ça empêche de vieillir en se sclérosant ... j'ai près de 40 ans mais je me sens aussi jeune qu'à vingt ans... ou presque!

Q: *On entend beaucoup de critiques au sujet de la mathématique moderne ... qu'en pensez-vous ?*

R: Je crois qu'il est insensé de vouloir à tout prix continuer à parler le français de Molière ou celui du XIX^e siècle... puisque la mathématique est aussi une forme de langage, il est normal qu'elle évolue !

Refuser de s'adapter aux changements dus à l'époque est une utopie qui ne peut avoir que des conséquences désastreuses... scléroser la mathématique dans un formalisme ancien risquerait de ranger cette science sur les rayons les plus poussiéreux de la remise d'un musée... or l'impact de la mathématique dans notre vie de tous les jours prend une importance grandissante... songez aux multiples applications de l'électronique et de l'informatique qui ne peuvent évoluer sans une base solide.

Bien sûr, il faut faire la part des choses : affirmer que les mathématiques traditionnelles ne sont pas valables et qu'il faut tout détruire pour recommencer à zéro n'a pas plus de sens que de vouloir maintenir l'enseignement des huit livres de Géométrie d'Euclide sous leur forme ancienne...

D'ailleurs, l'esprit de la mathématique moderne est déjà présent au début du XIX^e siècle : Jean-Victor PONCELET, officier d'empire sous Napoléon I^{er}, déclarait déjà : " Il semble que, dans l'état actuel des Sciences Mathématiques, le seul moyen d'empêcher que leur domaine ne devienne trop vaste pour notre intelligence, c'est de généraliser de plus en plus les théories que ces sciences embrassent afin qu'un petit nombre de vérités générales et fécondes soit, dans la tête des hommes, l'expression abrégée de la plus grande vérité des faits particuliers. "

Si vous souhaitez me poser d'autres questions... c'est avec grand plaisir que j'essaierai d'y répondre.

Le coin des problèmes

29 La chèvre. ✱ (10,4)

Un paysan prudent avait attaché sa chèvre par deux chaînes de cinq mètres à deux piquets plantés à cinq mètres l'un de l'autre. Quelle est la surface de prairie que la malheureuse enchaînée pouvait brouter ?

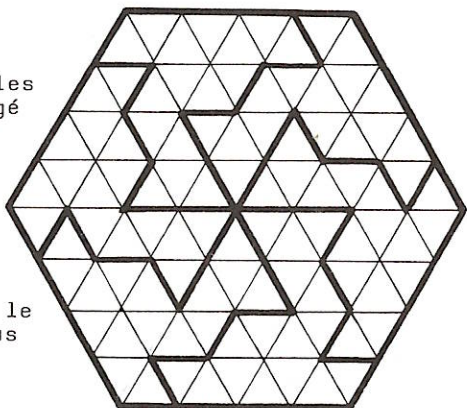
30 Les robinets de Metrodoros. (Voir M.J.n° 5 p 67)

Quatre sources en présence : l'une, en une journée emplit en totalité une conque ; en deux l'autre ; et en trois journées l'autre ; la quatrième en quatre. En combien (de temps) la rempliront-elles, ensemble ?

33 Découpage. ✱ (10,10)

L'hexagone ci-contre est constitué de 96 triangles isométriques. Il est partagé en 6 parties isométriques, dont les côtés sont constitués de côtés de triangles. Un sommet de chaque forme est le centre de l'hexagone.

Le découpage suggéré ici n'est certainement pas le seul possible. En voyez-vous d'autres ?



34 Un "grand" nombre.

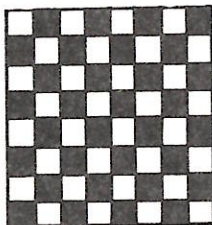
Si l'on admet qu'un chiffre demande en moyenne 4 millimètres pour être écrit lisiblement, quelle sera la longueur d'une bande de papier utile à l'écriture en numération décimale du modeste nombre défini par :

$$9^{9^9}$$

Quel sera le temps matériel nécessaire pour écrire ce nombre à raison d'une seconde par chiffre en travaillant 10 heures par jour, et 365 jours par an ?

35

Echiquier et dominos.



Vous disposez d'un échiquier classique de 64 cases et de dominos dont la dimension est exactement celle de deux cases contiguës de l'échiquier.

Si l'on supprime deux cases situées en deux coins opposés de l'échiquier, pouvez-vous le recouvrir avec 31 dominos ?

36

L'amnistie partielle. * (6,10)

En vue d'une amnistie partielle, un geôlier effectue n rondes près de n cellules dont les portes sont initialement verrouillées. A la première ronde, il tourne les clés de toutes les portes. A la deuxième, il tourne les clés d'une cellule sur deux en commençant à la seconde. A la troisième, il tourne les clés d'une cellule sur trois en commençant à la troisième. ... Chaque serrure n'a que deux positions : ouverte ou fermée et chaque tour de clé modifie cet état.

Après n rondes, quels seront les amnistiés ? Essayez de justifier votre réponse.

Faire un vœu ? Facile !

Egarés dans l'espace interplanétaire, les météores sont des fragments de pierre, de fer et de nickel. Quelques-uns, croisant la route de la terre vont s'enflammer au contact de notre atmosphère; ils deviennent lumineux et se changent en étoiles filantes. La plupart disparaissent ainsi, mais parfois, ils sont si gros que des morceaux finissent par rejoindre le sol : ils méritent ainsi le nom de météorites.

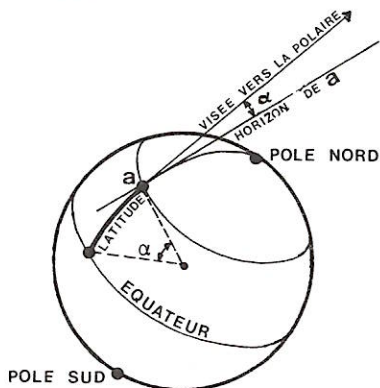
On peut voir des étoiles filantes par presque toutes les nuits claires, en moyenne une dizaine à l'heure. Mais, pour d'inexplicables raisons, certaines nuits sont favorisées et il n'est pas rare d'y compter deux à trois étoiles filantes à la minute. Voici les principales dates où vous pourrez sans problème faire tous les vœux du monde ... si la nuit est claire ...

Nuit du 2 au 3 janvier, du 20 au 21, 21 au 22 avril, entre le 4 et le 6 mai, les plus jolies du 10 au 13 août, du 18 au 23 octobre, du 8 au 10 novembre et du 10 au 12 décembre.

Le sextant

En 1675, CHARLES II, roi d'Angleterre favorisa la construction de l'Observatoire Royal de Greenwich. L'acte royal mentionnait expressément la tâche primordiale de l'Observatoire : *Déterminer la longitude et la latitude dans l'intérêt de la navigation*. En cette fin du XVII^e siècle, aucun moyen sérieux ne permettait de déterminer la longitude en mer (si ce n'est en tenant compte de la route suivie le long des côtes). Comment se posait le problème à cette époque ?

la latitude : distance angulaire d'un point de la surface terrestre à l'équateur, mesurée en degrés par l'arc de méridien terrestre.

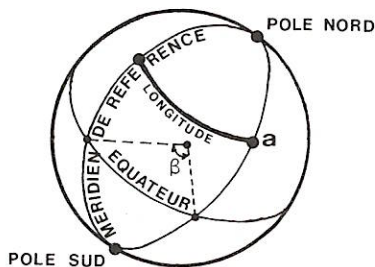


Comment la mesurer ?

Simple : Tant que l'étoile polaire est visible, la mesure de l'angle entre la direction de l'horizon et la direction de l'étoile polaire mesure la latitude. (α)

Oui, mais : mesurer au compas la valeur d'un angle de nuit, sur un bateau agité de soubresauts ...

la longitude : distance angulaire d'un point de la surface terrestre à un méridien de référence, mesurée en degrés par l'arc de parallèle terrestre.



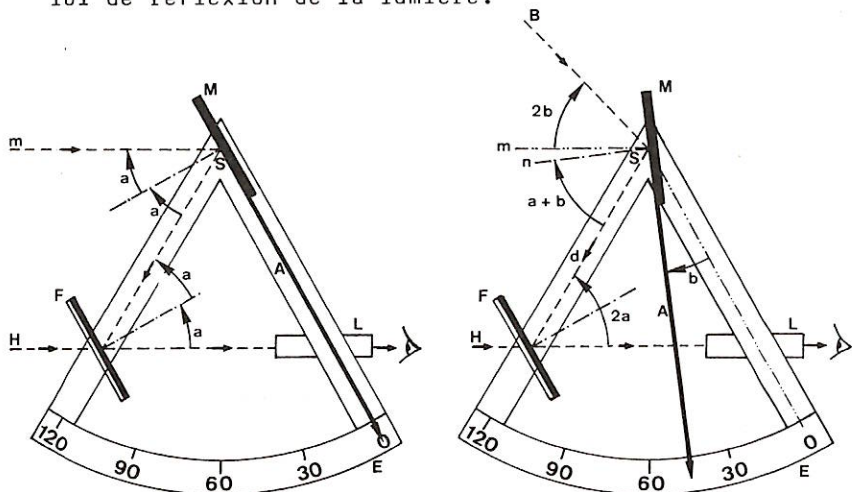
Comment la mesurer ?

Simple : Si le midi vrai au point a (instant où le soleil est le plus haut dans le ciel) a lieu lorsqu'il est 10 heures au méridien de référence, l'angle β est calculable par une simple règle de trois. 360° (tour de terre) est équivalent à 24 h. (jour)
2 heures de décalage = 30° de longitude (Est)

Oui, mais : comment "garder" une heure de référence lors de voyages durant plusieurs mois ?

Le problème était triple :

1. Etablir des tables fiables du mouvement du soleil, de la lune et d'étoiles facilement observables. Les tabulations étant faites par rapport à un méridien de référence - le méridien de Greenwich évidemment -, on espérait pouvoir, après mesures d'angles, déterminer la latitude et la longitude. A cet effet, les académies ont régulièrement proposé le perfectionnement de la mécanique céleste comme sujet de recherches.
2. Transporter l'heure du méridien de référence. Dès 1675, sous l'impulsion d'HUYGENS, un dispositif à ressort spiralé et à balancier fut adopté pour la construction des montres de marine. De nombreux prix offerts par les académies stimulèrent la recherche et, vers 1770, la marche journalière des montres admettait des variations de l'ordre de la seconde pour des voyages de plusieurs mois.
3. Inventer un "compas" où l'observateur pouvait viser simultanément deux directions (astre et horizon), pour compenser les mouvements propres du bateau. Le dispositif fut imaginé par NEWTON en 1699 et réalisé par l'opticien anglais JOHN HADLEY en 1730 : c'était l'octant. Cet appareil avait la forme d'un huitième de cercle (d'où son nom). Le sextant de marine qui en dérive se présente comme un secteur dont l'angle au centre vaut 60° , le sixième du cercle, d'où son nom. Son fonctionnement est basé sur la loi de réflexion de la lumière.



Une petite lunette (L) vise un miroir (F) fixe. Ce dernier est argenté sur une seule face, aussi peut-on apercevoir l'horizon (H). Ce miroir forme avec la direction (H,L) un angle tel que le point (S), centre du miroir (M) est réfléchi dans la lunette. Le miroir mobile (M), pivotant autour d'un axe en (S) orthogonal au plan de la feuille est prolongé d'une aiguille (A) permettant une lecture directe sur l'échelle (E). Lorsque le plan du miroir (M) est parallèle au plan du miroir (F), le même point de l'horizon se voit deux fois au même endroit dans la lunette et l'aiguille (A) indique 0°.

Si le miroir (M) est tourné d'un angle de b° , la normale (n) au miroir (M) fait un angle de $(a+b)^\circ$ avec la direction (d) joignant les centres des deux miroirs. L'étoile (B) se réfléchira dans la direction (d) si (S,d) fait avec (n) un angle de $(a+b)^\circ$. Ainsi l'angle (B,S,d) vaut $(2a + 2b)^\circ$, et (B,S,m) vaut $2b^\circ$: c'est l'angle entre l'horizon et l'étoile (B). En calibrant l'échelle (E) astucieusement, on peut lire directement l'angle $2b^\circ$ alors que l'aiguille ne s'est déplacée que de b° .

BIZARRE, vous avez dit bizarre...

$$\bullet \quad S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots > \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots = S ; \text{ donc : } S > S ???$$

$$\bullet \bullet \quad \begin{aligned} \frac{x+5}{x-7} - 5 &= \frac{4x-40}{13-x} \\ \frac{x+5-5(x-7)}{x-7} &= \frac{4x-40}{13-x} \\ \frac{4x-40}{7-x} &= \frac{4x-40}{13-x} \\ 7-x &= 13-x \quad \text{et } 7 = 13 \quad ??? \end{aligned}$$

$$\bullet \bullet \bullet \quad \sqrt{-1} \sqrt{-1} = \sqrt{(-1)(-1)} = \sqrt{1} = 1 \text{ alors que par définition } \sqrt{-1} = i \text{ et } \sqrt{-1} \sqrt{-1} = i \cdot i = i^2 = -1 ; \text{ donc } 1 = -1 \quad ???$$

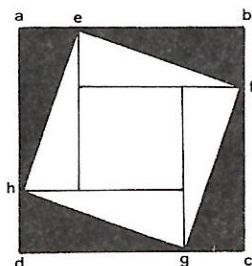
-
- (1) Toutes les règles ont des exceptions.
 - (2) La déclaration (1) est une règle.
 - (3) Donc la déclaration (1) a des exceptions.
 - (4) Donc il y a des règles sans exceptions.

◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎
 ◎ Le carré de l'hypoténuse ◎
 ◎ Est égal, si je ne m'abuse, ◎
 ◎ A la somme des carrés ◎
 ◎ Des deux autres côtés. ◎
 ◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎◎

Un écrivain grec du 3ème siècle après J.C., nous apprend que Pythagore offrit un boeuf en pâte de froment après avoir découvert que le carré de l'hypoténuse est la somme des carrés des deux autres côtés. Bon ; donc Pythagore a démontré le théorème de Pythagore. Oui, mais en 1100 av.J.C., soit 5 siècles avant la naissance de Pythagore, le théorème de Pythagore est démontré dans le livre du roi Chou-Pei-Suan, un chinois.

Ceci n'est en rien incompatible car l'appellation de ce théorème est récente. Les grecs le dénommaient: *théorème de la mariée* ; les hindous l'ont appelé *chaise de la mariée* ; il fut la *figure de l'épousée* chez les persans, l'*invention digne d'une hécatombe* au Moyen Age, plus près de nous, le *pont aux ânes*, le *théorème de l'hypoténuse* et enfin le *théorème de Pythagore*.

Voici la démonstration chinoise, historiquement la plus ancienne : c'est une démonstration de type algébrique.



$$\text{carré } abcd = \text{carré } efgh + 4 \text{ triangle } ebf$$

$$= (ef)^2 + 2 (bf)(eb)$$

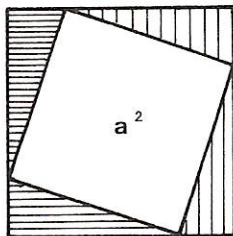
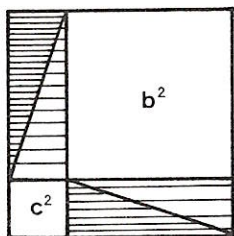
$$\text{carré } abcd = (ae + eb)^2$$

$$= (bf + eb)^2$$

$$= (bf)^2 + (eb)^2 + 2 (bf)(eb)$$

$$\text{d'où } (ef)^2 = (bf)^2 + (eb)^2$$

Curieusement, la démonstration de Pythagore n'est pas connue avec certitude. On pense qu'il s'agissait d'une démonstration par transpositions d'éléments.

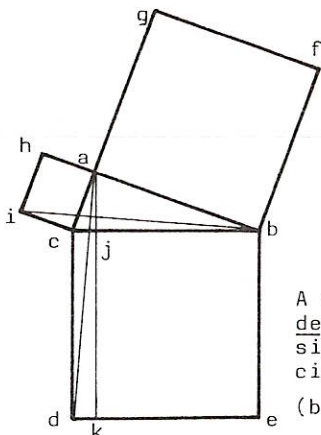


La démonstration est très visuelle :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Voici à présent une démonstration basée sur des équivalences de figures : c'est la proposition 47 du premier livre d'Euclide.

ak // cd : les triangles acd et icb sont congruents car ci = ca, cb = cd et les angles icb et acd sont égaux.

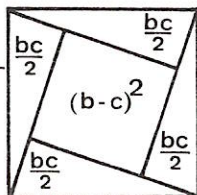


L'aire du triangle icb est moitié de l'aire du carré acih (même base ic et même hauteur ca). De même l'aire du triangle cad est moitié de l'aire du rectangle cjkd Le rectangle cjkd a même aire que le carré acih. De même le rectangle bjke a même aire que le carré abfg. et donc :

$$\text{aire } cbcd = \text{aire } acih + \text{aire } abfg.$$

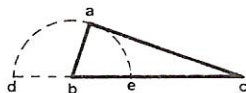
A droite, la démonstration de l'hindou Bhâskara (12^e siècle) : elle admet implicitement la formule :

$$(b-c)^2 + 4 \frac{bc}{2} = b^2 + c^2$$

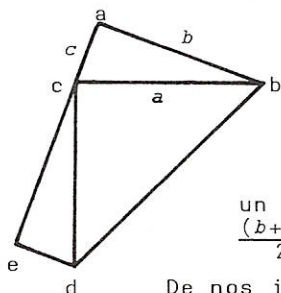


Voici une démonstration plus récente : elle est due à l'allemand Hoffmann (en 1821). Elle se base sur la notion de puissance par rapport à un cercle.

$$\begin{aligned} (ac)^2 &= (cd)(ce) \\ &= (cb+ba)(cb-ba) = (cb)^2 - (ba)^2 \end{aligned}$$



James Abram Garfield, 20^eme président des Etats-Unis (1831-1881) proposait ceci :

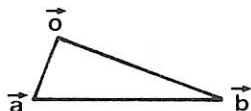


On élève $cd = cb$ perpendiculaire à cb et on abaisse de d la perpendiculaire de sur le prolongement de ac .

L'aire des triangles abc et edc vaut $\frac{bc}{2}$, celle du triangle bcd vaut $\frac{a^2}{2}$. Ces trois triangles forment

$$\begin{aligned} \text{un trapèze d'aire } &\frac{(b+c)^2}{2} . \text{ On a donc :} \\ \frac{(b+c)^2}{2} &= \frac{a^2}{2} + 2 \frac{bc}{2} , \text{ d'où } b^2 + c^2 = a^2 \end{aligned}$$

De nos jours, la démonstration est une conséquence immédiate de la définition et des propriétés du produit scalaire.



$$\begin{aligned} d^2(\vec{a}, \vec{b}) &= ||\vec{b} - \vec{a}||^2 \\ &= ||\vec{a}||^2 + ||\vec{b}||^2 - 2||\vec{a}|| ||\vec{b}|| \cos \frac{\pi}{2} \\ &= d^2(\vec{0}, \vec{a}) + d^2(\vec{0}, \vec{b}) \end{aligned}$$

Près d'une centaine de démonstrations de ce théorème sont connues. Si le hasard de vos lectures vous en faisait rencontrer, n'hésitez pas à nous les faire parvenir...

Un bête petit jeu !

Votre calculatrice, qui est ici votre adversaire, et vous, choisissez - d'un commun accord évidemment - un nombre à atteindre : entre 50 et 100, cela convient parfaitement. Ce nombre (un naturel) sera soigneusement rangé en mémoire 1.

Vous jouez le premier en choisissant un nombre de départ entre 1 et 10. (Par exemple : 7) Le jeu consiste à s'approcher du premier nombre choisi par addition successive d'une valeur comprise entre 1 et 10 à votre choix. Ici, la machine répond aléatoirement entre 8 et 17, soit par exemple 12. Vous avez alors le droit de choisir entre 13 et 22. Le premier qui affiche le nombre choisi au départ gagne.

Malgré les apparences, la machine ne gagne pas forcément, mais elle vérifie si vous ne trichez pas !

T.I.57.

Choix commun
STO 1
Votre choix
RST , R/S
Second choix
R/S
...

Le programme :

```
00 32 7 STO 7
01 00 0
02 32 2 STO 2
03 86 1 LBL 1
04 33 2 RCL 2
05 75 +
06 01 1
07 00 0
08 85 =
09-76 x<t?
10 51 3 GT0 3
11 33 1 RCL 1
12 86 2 LBL 2
13 65 -
14 01 1
15 01 1
16 85 =
17 66 x=t?
18 51 4 GT0 4
19 76 x>t?
20 51 2 GT0 2
21 75 +
```

```
22 01 1
23 00 0
24 86 4 LBL 4
25 75 +
26 01 1
27 85 =
28 32 2 STO 2
29 81 R/S
30 32 7 STO 7
31 51 1 GT0 1
32 86 3 LBL 3
33 01 1
34 84 +/-
35 24 √x
```



H.P.33.

Choix commun
STO 1
Votre choix
RTN , R/S
Second choix
R/S
...

Le programme :

```
01 23 3 STO 3
02 0 0
03 23 2 STO 2
04 24 2 RCL 2
05 1 1
06 0 0
07 51 +
08 24 3 RCL 3
09 14 51 x>y?
10 13 30 GT0 30
11 24 1 RCL 1
12 1 1
13 1 1
14 41 -
15 24 3 RCL 3
16 14 71 x=y?
17 13 24 GT0 24
18 21 x≠y
19 14 51 x>y
20 13 12 GT0 12
21 1 1
22 0 0
23 51 +
24 1 1
25 51 +
26 23 2 STO 2
27 74 R/S
28 23 3 STO 3
29 13 04 GT0 04
30 1 1
31 32 CHS
32 14 0 √x
```

La datation radioactive

A partir de la seconde moitié du XIX^e siècle, on a cherché à établir par diverses manières l'âge des roches de la terre. Les estimations actuelles se fondent sur l'étude des roches radio-actives.

En 1905, le chimiste Bertram BOLTWOOD fit remarquer que toutes les roches contenant de l'uranium renfermaient aussi du plomb. Il observa que la proportion de plomb et d'uranium contenus dans les roches radio-actives est remarquablement constante. Il en déduisit que le plomb, sous des formes variées, est le produit ultime du processus de la désintégration radio-active, les isotopes de l'uranium et du thorium se transformant graduellement en isotopes stables du plomb. Selon son hypothèse, on devait pouvoir déterminer avec précision l'âge des roches d'après les proportions relatives des isotopes du plomb et des isotopes encore inchangés d'uranium ou de thorium qu'elles contiennent, à condition de connaître le rythme de désintégration de ces deux éléments.

Cette loi de la désintégration a été établie expérimentalement en 1902 par RUTHERFORD et SODDY. La désintégration d'un noyau hors de la zone de stabilité, peut se faire de différentes manières en s'accompagnant chaque fois d'une perte de masse et d'énergie qui se retrouvera sous forme de rayonnements, qui sont en quelque sorte les signes extérieurs de la radio-activité. La variation du nombre d'atomes radio-actifs est décroissante et proportionnelle au temps:

$$dN = - \lambda N dt$$

où N est le nombre d'atomes et λ la constante radio-active.

La variation du nombre d'atomes après un laps de temps t_1 :

$$\int_{N_{t_0}}^{N_{t_1}} \frac{dN}{N} = \int_{t_0}^{t_1} -\lambda dt$$

$$[\ln N]_{N_{t_0}}^{N_{t_1}} = - \lambda (t_1 - t_0)$$

Afin de généraliser la loi, prenons $t_0 = 0$ l'instant initial et $t_1 = t$.

$$\ln N_t - \ln N_{t_0} = - \lambda t$$

$$\ln \frac{N_t}{N_{t_0}} = - \lambda t$$

$$\frac{N_t}{N_{t_0}} = e^{-\lambda t}$$

$$N_t = N_{t_0} e^{-\lambda t}$$

On recherche le temps (T) pour que le nombre d'atomes initial soit divisé par 2 .

$$Nt = \frac{Nt_0}{2} = Nt_0 e^{-\lambda T}$$

$$e^{\lambda T} = 2$$

$$\lambda T = \ln 2$$

Nous déterminons ainsi la période ou demi-vie de l'élément radio-actif :

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Après n périodes, le nombre d'atomes radio-actifs aura diminué d'un facteur 2^n .

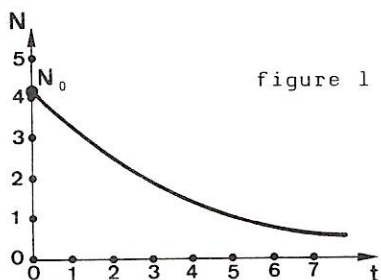


figure 1

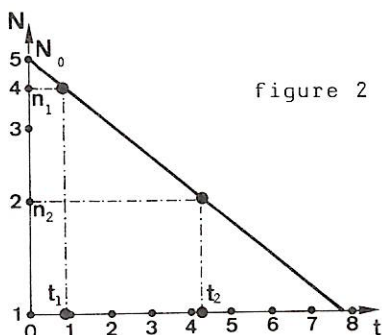


figure 2

La figure 1 représente en coordonnées cartésiennes la décroissance radio-actives : celle-ci suit une loi exponentielle.

La figure 2 représente cette décroissance en coordonnées semi-logarithmiques : on a une droite. Cette représentation est particulièrement commode, car elle permet une détermination immédiate de la période de l'élément.

Si n_1 est le nombre d'atomes radio-actifs au temps t_1 , et si $n_2 = \frac{n_1}{2}$ est le nombre d'atomes au temps t_2 , on a la période : $T = t_2 - t_1$

Par conséquent, cette période peut être mesurée en observant la décroissance exponentielle de l'activité d'un échantillon. Inversement, la connaissance de la période d'un noyau permet parfois de déterminer l'âge d'un corps.

Supposons que l'analyse a permis de déceler qu'une roche contient 8,7 gr d'uranium et 1,125 gr de plomb. Autrefois, le plomb était de l'uranium, à l'époque sa masse n'était pas de 1,125 gr mais autant de fois plus grande qu'un atome d'uranium est plus lourd qu'un atome de plomb : c'est-à-dire $\frac{238}{206}$ fois, d'où les 1,125 gr de plomb se formèrent à partir de $1,125 \text{ gr} \cdot \frac{238}{206} = 1,3 \text{ gr}$ d'uranium. La quantité initiale d'uranium

était de $8,7 \text{ gr} + 1,3 \text{ gr} = 10 \text{ gr}$. On constate donc une perte de 13 %.

La période de l'uranium (= perte de 50 %) étant de $4,49 \cdot 10^9$ ans, une simple règle de trois permet de déduire l'âge de la roche :

$$13 \frac{4,49 \cdot 10^9}{50} = 1,167 \cdot 10^9 \text{ ans (1 milliard d'années)}$$

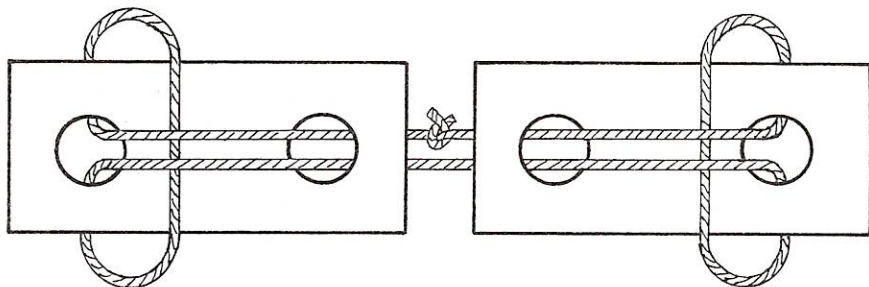
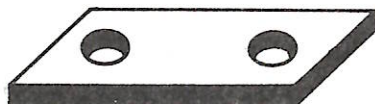
A ce jour, un grand nombre de roches anciennes ont pu être datées par la méthode uranium-plomb et d'autres par des procédés plus récents de datation radio-active. Ces analyses laissent supposer que la formation des roches les plus anciennes remonterait à 3 milliards d'années. Toutefois, ces roches reposent sur des socles qui ont dû se solidifier à une époque plus reculée, et que les géologues - actuellement - n'ont pas encore réussi à dater. En se basant sur l'étude de fragments de météorites, on arrive à un âge de 4,6 milliards d'année pour notre bonne vieille terre...

P. LOTHER

BRICO-JEU

Voici un "casse-tête" facile à réaliser avec une plaquette de carton épais (ou mieux, une planchette de bois ou un morceau de plastique rigide.)

Il vous faut deux pièces de même dimension : environ 3 cm x 7 cm. Les pièces seront percées chacune de deux trous d'un cm de diamètre. Une ficelle sera bouclée suivant le principe illustré ci-dessous :



Le jeu consiste à séparer les deux plaques de la ficelle sans défaire le noeud qui ferme la boucle.

Une étoile pour Noël

Représenter la forme ci-contre sur un papier cartonné : il s'agit de 20 triangles équilatéraux. Un côté de 10 cm fait très bien l'affaire.

Veiller à prévoir de petits onglets (partie hachurée) bien utiles pour le collage : deux lettres identiques sont collées ensemble.

Le solide obtenu est un ICOSAEDRE.

Nous allons y coller sur chaque face une petite pyramide triangulaire. Nous les découpons deux par deux : il nous faut donc 10 fois la forme ci-dessous. Cette forme se compose de 6 triangles isocèles dont la base est 10 cm et dont les autres côtés valent 16 cm. (Penser aux inévitables onglets !)

Deux lettres identiques sont toujours collées ensemble.

Le solide obtenu est un DODECAEDRE ETOILE.

Il se compose en effet de 12 pentacles imbriqués qu'il vous est loisible de peindre en 12 couleurs différentes.

Et Joyeux Noël ...

