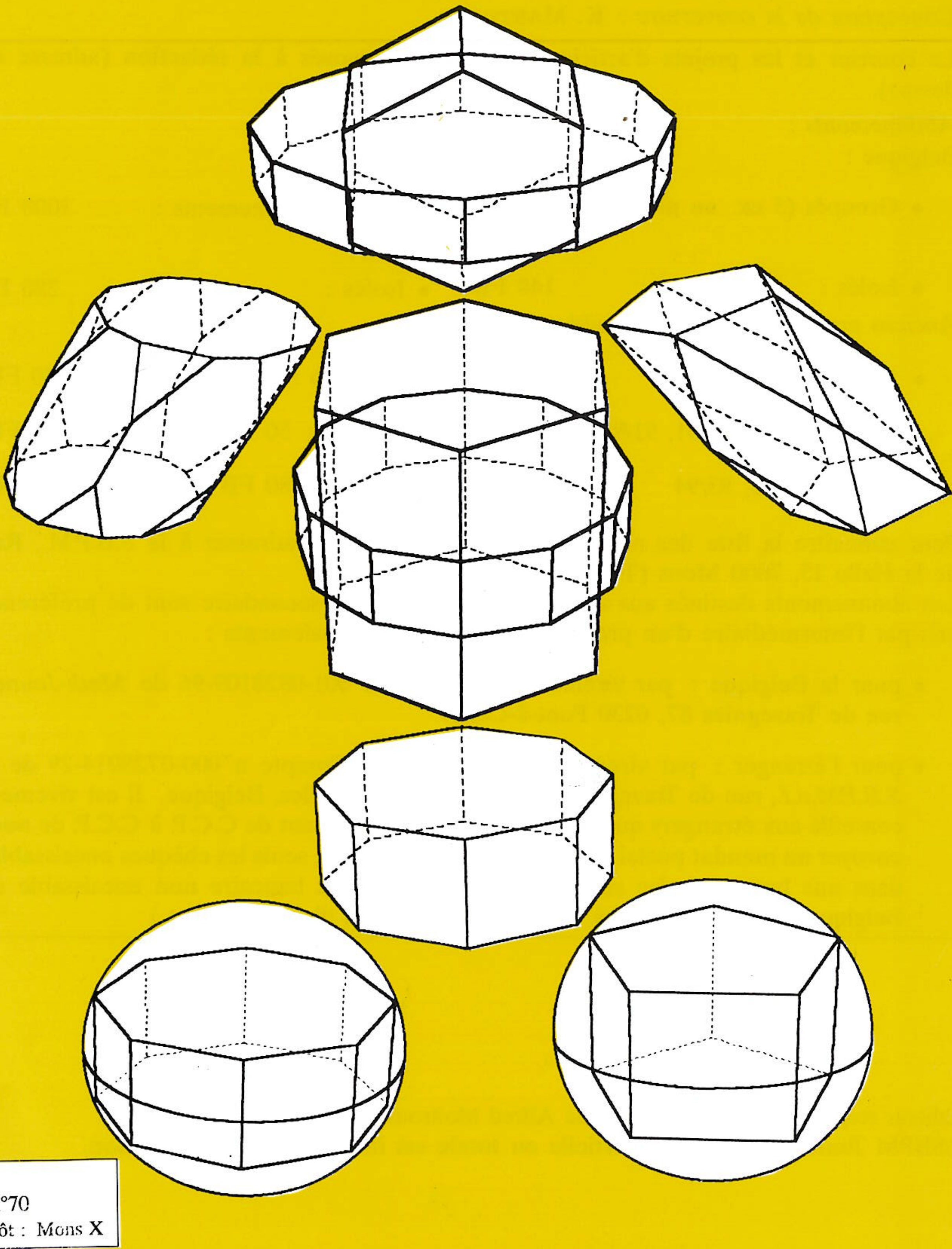
MATH-JEUNES



16e année
Mai 1995 – n°70
Bureau de dépôt : Mons X

MATH-JEUNES

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

---

Rédaction, administration : Rue A. Moitroux 22, 7100 LA LOUVIÈRE.
Comité de Rédaction : M.BALLIEU, J.-P.CAZZARO, C.FESTRAETS, G.NOËL, A.PARENT, J.-M.SLOWIK, S.TROMPLER, C.VAN HOOSTE, C.VILLERS
Illustrations : R.A.CATTAUX
Conception de la couverture : K. MARTROYE

Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés à la rédaction (adresse ci-dessus).

Abonnements :

Belgique :		Étranger :	
• Groupés (5 ex. au moins) :	100 FB	• Pour 5 abonnements :	1000 FB
• Isolés :	140 FB	• Isolés :	280 FB

Anciens numéros encore disponibles :

• Avant 1989	Par numéro : 30 FB (Étranger : 40 FB)
• Années 89/90, 90/91, 91/92	Par année : 50 FB (Étranger : 100 FB)
• Années 92/93, 93/94	80 FB (Étranger : 160 FB)

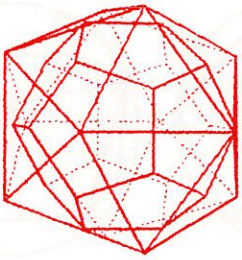
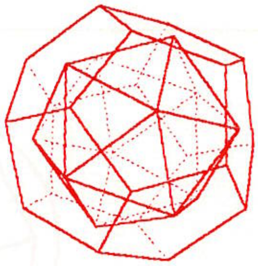
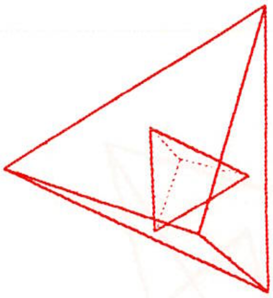
Pour connaître la liste des numéros encore disponibles, s'adresser à la S.B.P.M., Rue de la Halle 15, 7000 Mons (Tél. 32-(0)65-373729).
Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

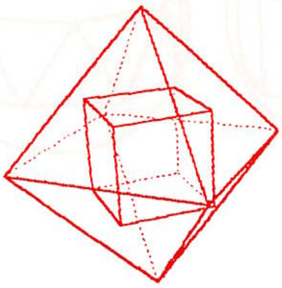
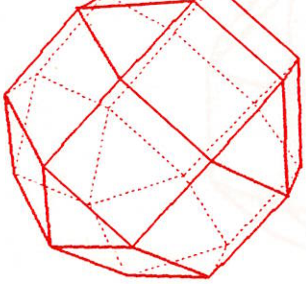
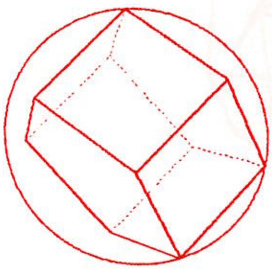
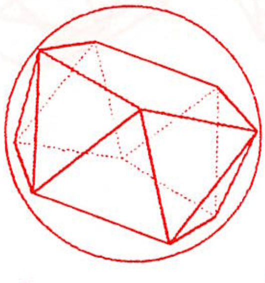
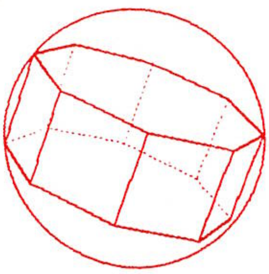
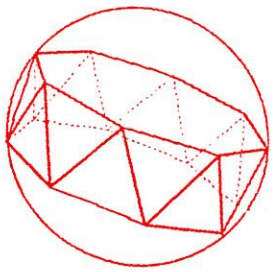
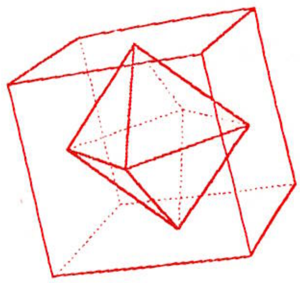
- pour la Belgique : par virement au Compte n°001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de Trazegnies 87, 6230 Pont-à-Celles
- pour l'étranger : par virement international au Compte n°000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de Trazegnies 87, B 6230 Pont-à-Celles, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 FB pour frais d'encaissement.)

Éditeur responsable : M. Ballieu, Rue Alfred Moitroux 22, 7100 La Louvière

N° 70 Seizième année 1995

Math-Jeunes

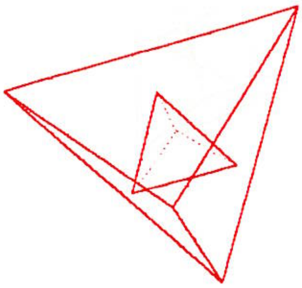
Math-Jeunes n° 70, 74–75, 1995

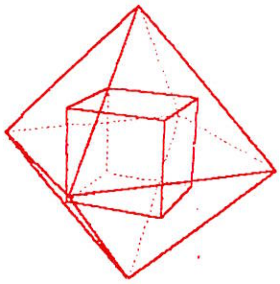
Les polyèdres (suite)

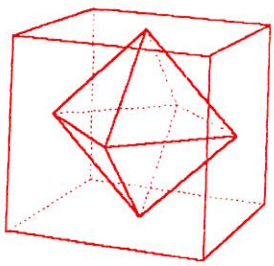
C. Festraets, *Athénée Royal de Woluwé-St-Pierre*

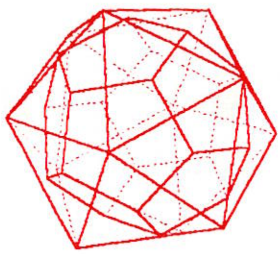
Imaginons un polyèdre régulier inscrit dans une sphère. Par chacun de ses sommets, menons un plan tangent à la sphère ; ces plans se coupent deux à deux et déterminent ainsi un nouveau polyèdre qui est appelé le **dual** du polyèdre de départ. Voici les duaux du tétraèdre, du cube, de l'octaèdre, du dodécaèdre et de l'icosaèdre.

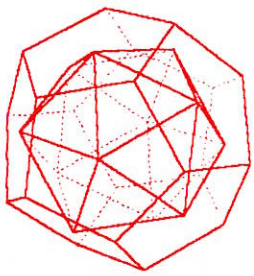
Vous constatez qu'on retrouve nos cinq polyèdres réguliers.









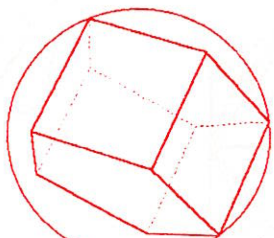


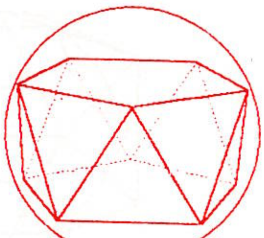
Un polyèdre est semi-régulier si et seulement si

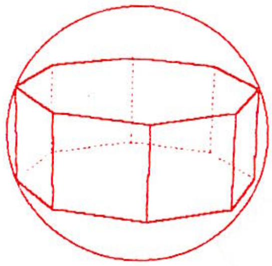
$$\begin{cases} \text{il est convexe,} \\ \text{ses faces sont des polygones réguliers,} \\ \text{il est le même en chaque sommet.} \end{cases}$$

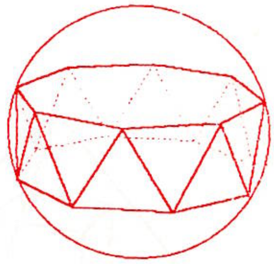
Ceux que nous avons obtenus à partir du cube et du dodécaèdre sont identiques à ceux que l'on pourrait obtenir à partir de l'octaèdre et de l'icosaèdre, respectivement. Nous n'allons pas le démontrer, mais la dualité mise en évidence ci-dessus permet de le justifier intuitivement. Ces polyèdres sont dits **archimédiens**.

Il nous en manque cependant, et même une infinité : ce sont les **prismes** dont les bases sont des polygones réguliers et les faces latérales, des carrés et les **antiprismes** dont les bases sont aussi des polygones réguliers, mais les faces latérales, des triangles équilatéraux.



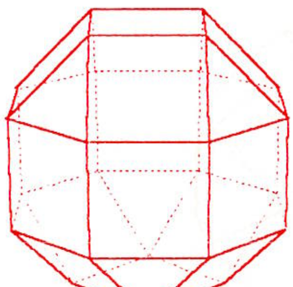






Qu'obtient-on comme prisme lorsque les bases sont des carrés ? Et comme antiprisme lorsque les bases sont des triangles équilatéraux ? Réfléchissez, c'est facile !

Et il en reste un :



Ne vous rappelle-t-il rien ? Ah oui, le rhombicuboctaèdre : en chaque sommet, il y a trois carrés et un triangle équilatéral. Mais ici, c'est un pseudo-rhombicuboctaèdre. Voyez-vous la différence ?

Mais qui est donc Archimède ?

Si l'on demande à un scientifique de citer les trois plus grands mathématiciens de tous les temps, il proposera très probablement les noms d'ARCHIMÈDE, de NEWTON et de GAUSS.

ARCHIMÈDE naquit à Syracuse (Sicile) vers l'an 287 avant J.-C.

Dans l'imagerie populaire, il est celui qui sortit de sa baignoire en criant « *Eurêka, eurêka !* », alors qu'il venait de découvrir le premier principe de l'hydrostatique : « *tout corps plongé dans un fluide perd de son poids le poids du fluide déplacé* » (à son époque, il ne l'énonçait pas évidemment de cette façon). On connaît aussi sa phrase célèbre : « *donnez-moi un levier et je soulèverai le monde* ».

Passionné de sciences, ARCHIMÈDE en oubliait, lorsqu'il travaillait, le boire et le manger. Toutes les parties des mathématiques l'ont intéressé ; cependant, ce sont surtout ses travaux en géométrie et en mécanique qui sont remarquables. Ajoutons que c'était aussi un prodigieux inventeur, mais d'esprit essentiellement théoricien ; il avait un certain mépris pour ses inventions pratiques, de sorte qu'il ne prenait pas la peine de rédiger une description des machines qu'il imaginait (leviers, poulies, pompes, machines de guerre, ...) et dont nous avons connaissance par le témoignage d'historiens tels que CICÉRON et PLUTARQUE qui avaient une grande admiration pour lui. On raconte qu'il utilisa des miroirs paraboliques pour mettre le feu à la flotte romaine qui assiégeait Syracuse.

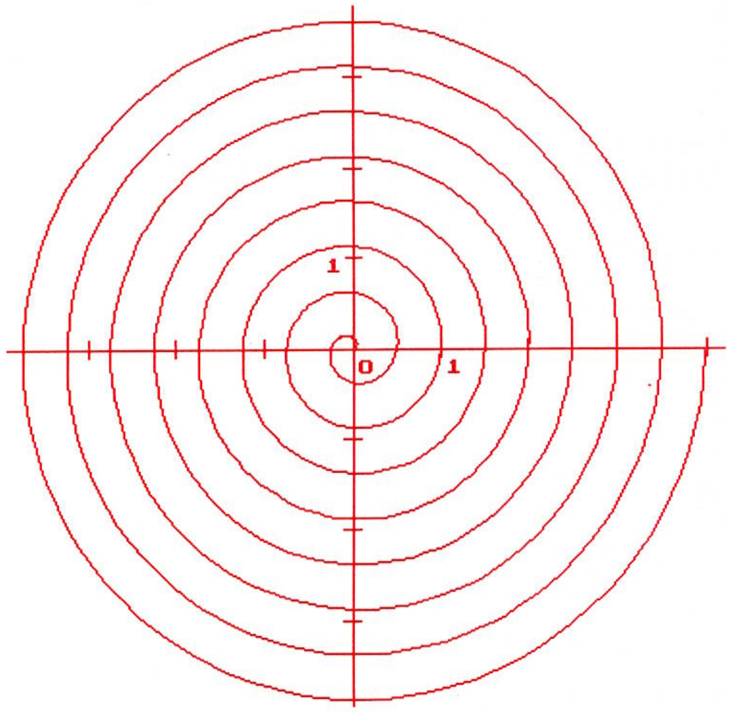
ARCHIMÈDE était un novateur, un esprit moderne qui utilisait pour ses recherches toute méthode lui paraissant efficace ; deux mille ans avant NEWTON et LEIBNIZ, il a « inventé le calcul intégral et le calcul différentiel », enfin, ... quelque chose qui n'en est pas loin (calcul d'aires et de volumes, construction de tangentes en des points d'une courbe).

Le jour où Syracuse fut prise par les Romains, ARCHIMÈDE, nullement préoccupé par les cris et les bruits de la bataille, dessinait tranquillement des figures géométriques sur le sable. Lorsqu'entra un soldat romain, il lui dit : « *ôte-toi de là, tu me fais de l'ombre et tu déranges mes figures* ». Le soldat le tua sur-le-champ. C'est en faisant de la géométrie que périt ce génie !

ARCHIMÈDE a découvert les treize polyèdres semi-réguliers :

- cuboctaèdre
- cube tronqué
- rhombicuboctaèdre
- octaèdre tronqué
- cuboctaèdre tronqué
- snubcube
- tétraèdre tronqué
- icosidodécaèdre
- dodécaèdre tronqué
- rhombicosidodécaèdre
- icosaèdre tronqué
- icosidodécaèdre tronqué
- snubdodécaèdre

Apparemment, il n'avait pas pensé aux prismes. Il reconnaît cependant que : « *Platon aussi connaissait l'un d'eux, la figure avec quatorze faces, qui peut être de deux sortes, l'une faite de huit triangles et six carrés, de terre et d'air et déjà connue par les anciens, l'autre faite de huit carrés et six triangles et qui semble être plus difficile* ». Cette description est partiellement fausse ; dans la première figure, nous reconnaissons le cuboctaèdre, mais les seuls autres polyèdres semi-réguliers avec quatorze faces sont l'octaèdre tronqué (six carrés et huit hexagones) et le cube tronqué (huit triangles et six octogones). Comme quoi, même un génie comme ARCHIMÈDE était susceptible de se tromper !

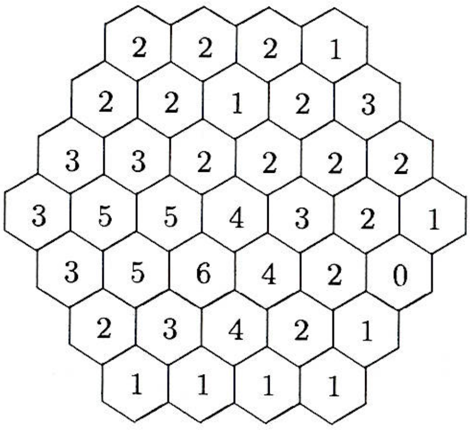


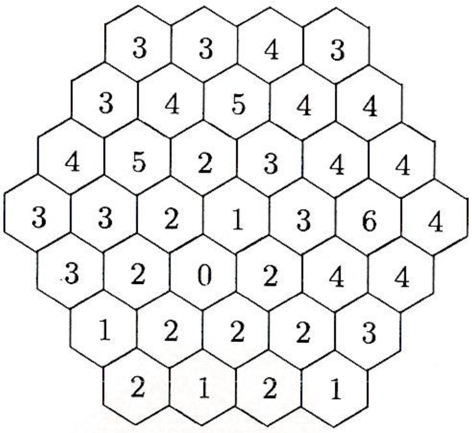
Math-Jeunes n ° 70, 76–77, 1995

A. Parent

Jeu de l'hexagone et de la marguerite

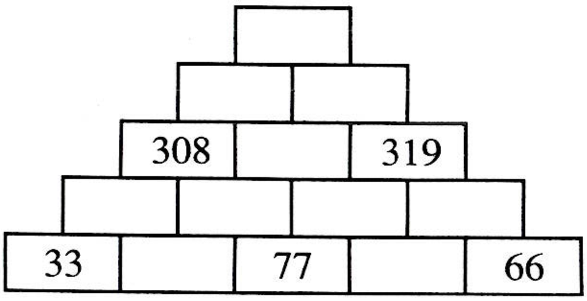
Le nombre figurant dans chaque cellule hexagonale de la grille précise, pour cette case et toute ses voisines, le nombre de cases coloriées. Le jeu consiste, au départ de la grille codée, à retrouver la grille coloriée.

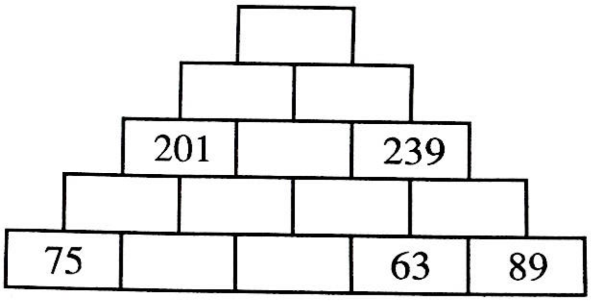




Le mur des nombres

Chaque brique contient un nombre qui représente la somme des nombres contenus dans les briques sur lesquelles elle repose.





Les mots cachés, grille géante (par CéVé)

Retrouvez les mots qui vous sont proposés en serpentant dans la grille, horizontalement ou verticalement en tous sens, mais pas en oblique.
Chaque lettre de la grille ne sert qu'une fois.
Les lettres qui restent vous donneront les mots cachés. Quels sont-ils ?
Mots à composer : Abscisse, Absolue, Accroissement, Analyse, Application, Asymptote, Axes, Bijection, Calcul, Carré, Concavité, Continu, Croissance, Cuber, Décroissance, Définie, Dérivabilité, Dérivée, Discontinuité, Différentielle, Domaine, Escalier, Espace, Estimation, Exponentiation, Fonction, Fraction, Graphique, Illimitée, Inflexion, Infini, Injection, Intégrale, Intervalle, Limites, Maximum, Minimum, Monotone, Négatif, Normes, Nullité, Olympiade, Ordonne, Parité, Périodicité, Positive, Prolongée, Racine, Rebroussement, Somme, Sommet, Stable, Strictement, Surjection, Valeur.

y	l	o	m	p	t	o	i	n	f	m	o	t	o	n	e	f	i	c	e	c	s	e	d	o
m	p	s	y	a	n	t	e	u	l	o	n	d	e	r	i	v	t	u	b	a	p	o	r	n
d	i	a	l	’	a	t	i	n	e	x	i	o	n	i	b	a	a	r	e	e	n	t	e	n
e	a	d	e	y	l	n	p	a	r	e	e	t	i	l	n	e	g	f	e	r	i	i	n	u
r	i	c	e	s	c	o	a	l	i	l	e	v	e	t	n	o	i	f	e	j	n	e	l	l
e	v	r	o	i	e	g	r	e	t	e	i	u	n	i	f	c	d	q	c	t	i	l	i	t
e	b	e	s	s	t	o	m	n	e	e	t	f	i	e	o	s		u	i	n	o	l	e	e
o	r	r	a	i	n	d	a	i	n	t	i	e	n	i	n	i	d	i	r	t	s	s	o	m
u	e	l	n	c	e	p	o	n	e	v	a	d	n	t	c	i	n	c	m	e	n	t	e	m
s	u	i	m	i	e	x	a	c	l	a	t	i	o	i	o	n	t	t	e	e	e	e	x	a
s	q	i	h	t	l	i	r	c	e	c	o	n	o	i	t	c	e	a	l	t	i	s	o	n
e	m	e	p	e	s	t	o	i	u	r	n	c		m	a	e	r	v	l	e	m	i	r	m
n	i	n	a	r	e	t	n	s	s	u	m	a	-	h	t	j	r	u	s	i	l	l	s	e
f	i	t	r	g	s	t	e	m	e	m	i	v	e	s	s	i	e	n	e	j	e	u	r	p
i	n	c	a	e	v	i	t	i	o	n	x	i	t	e	i	l	r	o	r	r	e	n	o	l
e	c	i	n	e	i	m	a	m	e	m	a	a	b	s	c	a	t	i	c	a	s	a	n	o
a	n	e	o	n	t	i	o	m	t	l	o	l	u	e	s	c	a	c	i	l	p	p	g	e
s	s	s	i	p	o	s	s	e	l	u	s	p	i	t	e	m	i	c	i	t	e	b	i	e
o	i	t	t	c	u	n	t	a	b	c	b	e	t	i	m	u	d	o	i	l	a	m	j	e
r	c	e	d	a	r	f	s	c	a	l	a	m	i	n	p	e	r	i	n	n	o	i	t	c

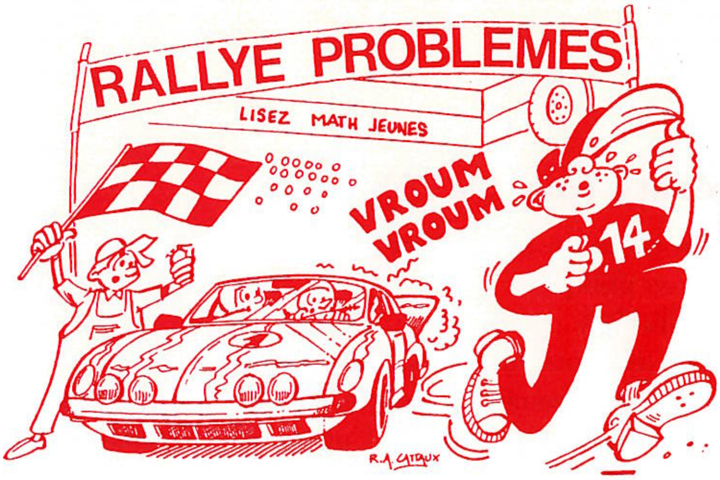
Produits croisés

Sachant que chaque nombre correspond à un mot de la grille et représente le produit de la valeur de ses lettres (A=1, B=2, …, Z=26), reconstituez une grille de mots croisés cohérente.

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

Horizontalement
1. 420
2. 1 800
3. 23 940
4. 6 175

Verticalement
1. 9 500
2. 420
3. 4 914
4. 5 700



Math-Jeunes n ° 70, 78–80, 1995

C. Festraets

Solutions des problèmes proposés dans le numéro 68

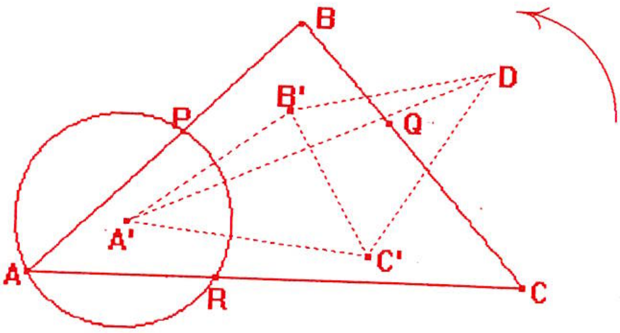
m7 Désignons par α, β, γ les angles orientés A, B, C du triangle (voir figure).

Soient

- r_1 la rotation de centre A' qui applique R sur P
- r_2 la rotation de centre B' qui applique P sur Q
- r_3 la rotation de centre C' qui applique Q sur R

$\widehat{RA'P} = 2 \times \widehat{RAP} = 2\alpha$ (angle au centre et angle inscrit dans le cercle de centre A')

$$\widehat{PB'Q} = 2\beta \qquad \widehat{QC'R} = 2\gamma$$



La composée $f = r_3 \circ r_2 \circ r_1$ est un déplacement qui applique R sur R et dont l'angle est égal à $\alpha+\beta+\gamma = 360^\circ$; c'est donc la transformation identique du plan.

Posons $D = r_2(A')$; on a alors :

$$\begin{aligned} A' &= f(A') = (r_3 \circ r_2 \circ r_1)(A') \\ &= (r_3 \circ r_2)(r_1(A')) = (r_3 \circ r_2)(A') \\ &= r_3(r_2(A')) = r_3(D) \end{aligned}$$

La rotation de centre B' applique A' sur D et la rotation de centre C' applique D sur A' ; la droite $B'C'$ est donc la médiatrice du segment $[AD]$. D'où

$$\widehat{A'B'C'} = \widehat{C'B'D} = \frac{1}{2}\widehat{A'B'D} = \frac{1}{2} \cdot 2\beta = \beta$$

$$\text{et } \widehat{DC'B'} = \widehat{B'C'A'} = \frac{1}{2}\widehat{DC'A'} = \frac{1}{2} \cdot 2\gamma = \gamma$$

Le triangle $A'B'C'$ a ainsi deux angles isométriques à deux angles du triangle ABC ; par conséquent, le troisième angle est forcément le même et les deux triangles sont effectivement semblables.

m8 Représentons la situation initiale par $(8,0,0)$: le tonneau contient 8 litres et chacun des deux récipients est vide.

Si nous remplissons le récipient de 5 litres avec le vin du tonneau, nous obtenons la situation $(3,5,0)$. En fait, nous pouvons obtenir successivement :

$$(8,0,0) \to (3,5,0) \to (3,2,3) \to (6,2,0) \to (6,0,2) \to (1,5,2) \to (1,4,3) \to (4,4,0)$$

et le vin est partagé équitablement.

Remarquons que si le tonneau contient $(a+b)$ litres de vin, les deux récipients étant de capacités respectives de a litres et de b litres $(a > b)$, on aura, par exemple :

$$(a+b,0,0) \to (b,a,0) \to (b,a-b,b) \to (2b,a-b,0) \to \cdots$$

et il faut aboutir, en fin de compte à

$$\left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+b}{2}, 0\right).$$

On voit que toute situation (x,y,z) est telle que x, y et z sont du type $ma+kb$ avec m,k entiers. Or tout diviseur commun à a et b divise aussi $ma+kb$, donc divise x, y et z. Si $a = 20$ et $b = 10$, leur **pgcd** vaut 2 et 2 ne divise pas $\frac{a+b}{2} = 15$. Dans ce cas, le problème est donc impossible.

m9 Puisqu'il y a un nombre fini de joueurs et donc un nombre fini de parties, il y a aussi un nombre fini de scores et il existe au moins un résultat du tournoi tel que la somme des carrés des scores est maximum.

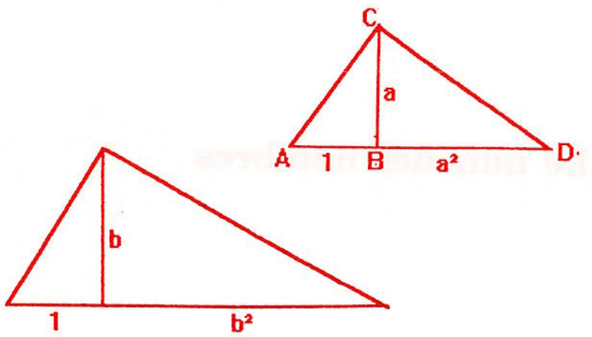
Dans ce cas, désignons par s_1, s_2, ..., s_{10} les scores des dix joueurs. S'il y a deux scores tels que $s_i = s_k$, alors en changeant le résultat de la rencontre entre le i^e et le k^e joueur, on modifie les deux scores qui deviennent, par exemple, $s_i - 1$ et $s_k + 1$. Or

$$\begin{aligned} (s_i-1)^2 + (s_k+1)^2 &= s_i^2 - 2s_i + 1 + s_k^2 \\ &\quad +2s_k + 1 \\ &= s_i^2 + s_k^2 + 2 \end{aligned}$$

et la somme des carrés augmente de 2, ce qui n'est pas possible, puisqu'elle était maximale. Donc tous les scores sont différents et compris entre 0 (pour le joueur qui a perdu toutes ses parties) et 9 (pour celui qui a gagné toutes ses parties). On a ainsi la valeur maximum de la somme des carrés des scores :

$$0^2 + 1^2 + 2^2 + \cdots + 9^2 = 285$$

M7 Construisons d'abord un segment de longueur a^2 et un segment de longueur b^2.



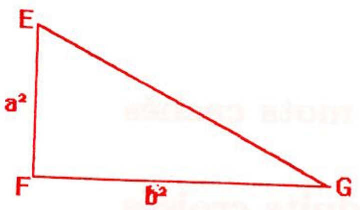
On construit un triangle rectangle ABC dont les côtés de l'angle droit ont pour longueurs 1 et a. En C, on mène la perpendiculaire à AC ; elle coupe la droite AB en D. Le segment $[BD]$ a bien pour longueur a^2 car, dans le triangle rectangle ACD, on a :

$$|BC|^2 = |AB| \cdot |BD|$$

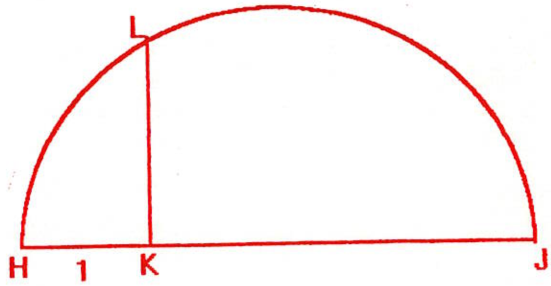
Le même raisonnement vaut pour b^2.

On construit ensuite un triangle rectangle EFG dont les côtés mesurent a^2 et b^2. On a alors :

$$|EG| = \sqrt{a^4 + b^4}$$



On trace $[HJ]$ tel que $|HJ| = |HK| + |KJ|$, où $|HK| = 1$ et $|KJ| = |EG|$. Sur ce segment $[HJ]$ comme diamètre, on trace un demi-cercle ; en K, on élève la perpendiculaire à HJ, qui coupe le demi-cercle en L.



On sait que HLJ est un triangle rectangle et, dans ce triangle, on a :

$$|KL|^2 = |HK| \cdot |KJ| = 1 \cdot \sqrt{a^4 + b^4},$$

d'où $|KL| = \sqrt[4]{a^4 + b^4}$.

M8 Si $n = 1$, alors $4^n + n^4 = 4 + 1 = 5$ et 5 est un nombre premier.

Si n est pair, alors $4^n + n^4$ est pair, plus grand que 2 et n'est donc pas premier.

Si n est impair, posons $n = 2k + 1$ et montrons qu'il est possible d'écrire $4^n + n^4$ sous la forme d'un produit de facteurs.

On sait que
$x^4 + y^4 = (x^2 + y^2 + \sqrt{2} \cdot xy) \cdot (x^2 + y^2 - \sqrt{2} \cdot xy)$.
Appliquons cette identité à $4^n + n^4$:

$$\begin{aligned}
4^n + n^4 &= 2^{2n} + n^4 = 2^{4k+2} + n^4 \\
&= \left(\sqrt{2} \cdot 2^k\right)^4 + n^4 \\
&= \left((\sqrt{2}\,2^k)^2 + n^2 + \sqrt{2}\sqrt{2}\,2^k n\right) \cdot \\
&\qquad \left((\sqrt{2}\,2^k)^2 + n^2 - \sqrt{2}\sqrt{2}\,2^k n\right) \\
&= (2^{2k+1} + n^2 + 2^{k+1} n) \cdot \\
&\qquad (2^{2k+1} + n^2 - 2^{k+1} \cdot n)
\end{aligned}$$

Il reste à démontrer que le plus petit des deux facteurs n'est pas égal à 1.

$$\begin{aligned}
2^{2k+1} + n^2 - 2^{k+1} \cdot n &= 2^{2k} - 2 \cdot 2^k \cdot n + \\
&\qquad n^2 + 2^{2k} \\
&= \left(2^k - n\right)^2 + 2^{2k}
\end{aligned}$$

Cette somme de deux carrés est au moins égale à 5.

On peut donc conclure que $4^n + n^4$ n'est premier que pour la seule valeur $n = 1$.

M9 Si, parmi les k timbres, il y en a au moins n dont la valeur est 1 franc, alors il suffit d'en coller n sur l'enveloppe.

Sinon, choisissons arbitrairement un timbre de valeur v francs ($v \geqslant 2$) et formons deux tas A et B de timbres. Dans le tas A, nous mettons le timbre de valeur v et tous les timbres à 1 franc ; dans le tas B, nous mettons tous les timbres restants.

La valeur moyenne des timbres du tas B est supérieure ou égale à 2 et la valeur moyenne de tous les timbres est strictement inférieure à 2, puisqu'il y a k timbres d'un montant total inférieur à $2k$. Donc la valeur moyenne des timbres du tas A doit être strictement inférieure à 2.

S'il y a d timbres à 1 franc, on doit avoir :

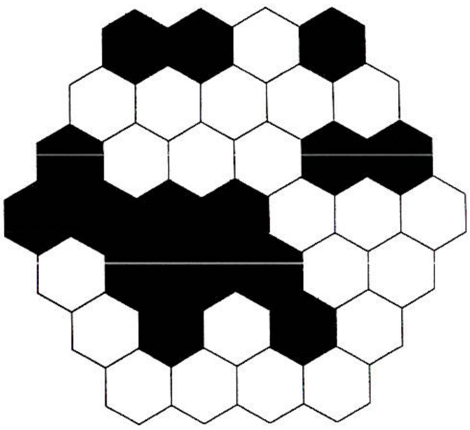
$$\frac{v+d}{d+1} < 2 \iff v+d < 2d+2$$
$$\iff d > v-2$$

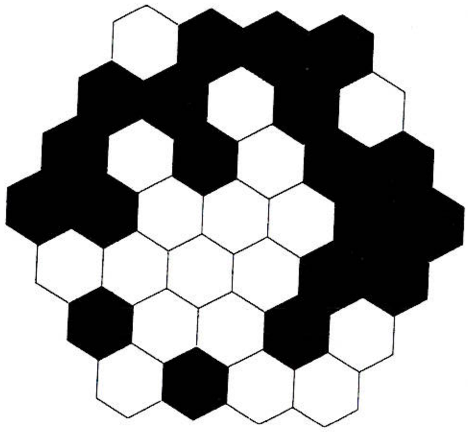
Remarquons que ceci est valable quelle que soit la valeur v du timbre choisi au départ.

À présent, collons des timbres de valeur supérieure ou égale à 2 francs sur l'enveloppe et arrêtons-nous juste avant de coller un timbre de valeur v qui nous ferait dépasser les n francs ; la valeur qui manque à ce moment pour que l'enveloppe soit correctement affranchie est au plus de $v-1$ francs. Il suffit alors de coller des timbres à 1 franc pour totaliser cette valeur.

Solution des jeux

Jeu de l'hexagone et de la marguerite





Le mur des nombres

				1309				
			649		660			
		308		341		319		
	132		176		165		154	
33		99		77		88		66

				764				
			363		401			
		201		162		239		
	126		75		87		152	
75		51		24		63		89

Les mots cachés

L'élève qui lit *Math-Jeunes* est un petit malin

Produits croisés

	1	2	3	4
1	E	G	A	L
2	T	A	R	E
3	E	L	U	S
4	S	E	M	E

Math-Jeunes n° 70, 81–87, 1995

C. Van Hooste

Demi-finale Mini

Question 7 Problème des buveurs

Appelons

A l'ensemble des personnes qui ont bu de l'eau ;

B l'ensemble des personnes qui ont bu du vin rouge ;

C l'ensemble des personnes qui ont bu du vin blanc.

Le diagramme de la figure 1 représente ces ensembles. Rappelons que l'on note $\#E$ le nombre d'éléments de l'ensemble E.

D'après les données, nous pouvons écrire

$$\#(A \cap B) = 30,\ \#(A \cap C) = 15,\ \#(A \cap B \cap C) = 10,$$
$$\#(C \backslash (A \cup B)) = 7,\ \#A = 40 \text{ et } \#(A \cup B \cup C) = 60.$$

De là, nous déduisons successivement

$$\#(A \cup B) = 60 - 7 = 53$$
$$\#(B \backslash A) = \#(A \cup B) - \#A = 53 - 40 = 13$$
$$\#B = \#(B \backslash A) + \#(B \cap A) = 13 + 30 = 43$$

Réponse : 43

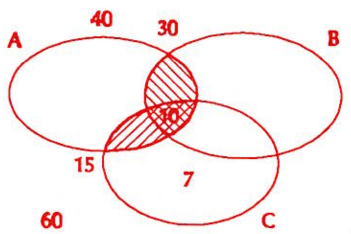


Fig. 1

Prolongement

Comme tu as pu le constater, certaines données de ce problème sont superflues. Indépendamment de cela, pour résoudre ce genre de question, il est bon de connaître la formule suivante :

$$\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$$

Comment expliques-tu cette égalité ? Que devient-elle lorsque l'intersection de A et de B est vide ? De quelle manière est-elle exploitée dans le calcul ci-dessus ?

Question 20 Triangle isocèle obtusangle

Soit ABC un triangle isocèle dont les côtés $[AB]$ et $[AC]$ ont la même longueur.

Sous quelle condition ce triangle est-il obtusangle ?

Remarquons d'abord que, si l'un des angles de ce triangle est obtus, cet angle est nécessairement opposé au côté $[BC]$, sans quoi le triangle aurait deux angles obtus de même amplitude.

Traçons le cercle Γ de centre A et de rayon 10 (cf. fig. 2) et considérons un triangle rectangle ADE dont les sommets D et E appartiennent au cercle Γ et sont tels que DE soit parallèle à BC.

Appelons respectivement M et N les milieux de $[BC]$ et de $[DE]$.

En appliquant le théorème de Pythagore dans les triangles rectangles ABC et ADE, nous obtenons

$$|AM|^2 = |AB|^2 - |BM|^2 \text{ et } |DN|^2 = |AD|^2 - |AN|^2.$$

Le triangle ABC est obtusangle si et seulement si $|AM| < |AN|$, donc si et seulement si

$$|AB|^2 - |BM|^2 < |AD|^2 - |DN|^2.$$

Comme $|AB| = |AD|$, cette condition est équivalente à

$$|BM|^2 > |DN|^2.$$

Le triangle ADE étant rectangle et isocèle, le triangle NDA est aussi rectangle et isocèle. Dès lors, par le théorème de Pythagore, nous avons

$$|AD|^2 = 2|DN|^2.$$

Finalement, la condition nécessaire et suffisante pour que le triangle isocèle ABC soit obtusangle est

$$2 \cdot |BM|^2 > |AD|^2 \text{ ou } |BC|^2 > 2 \cdot |AB|^2 = 200.$$

La plus petite mesure entière de $[BC]$ qui satisfait à cette condition est 15.

Réponse : C

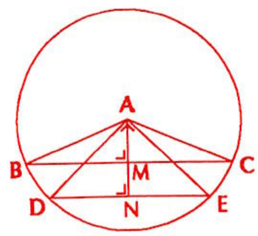


Fig. 2

Question 23 Octogone régulier

Traçons quelques segments supplémentaires à l'intérieur de l'octogone comme montré sur la figure 3.

Appelons a la mesure du côté de l'octogone et b mesure de la hauteur des trapèzes de la figure initiale.

D'une part, les rectangles hachurés ont les mêmes dimensions a et b ; ils ont donc la même aire.

D'autre part, les triangles grisés sont isométriques car ce sont des triangles rectangles isocèles dont l'hypoténuse a pour mesure a (le rectangle central de l'octogone est un carré de côté a). Ces triangles ont donc la même aire.

Cela étant, l'aire du rectangle initial est égale à la somme des aires des deux trapèzes car toutes deux sont égales à la somme des aires de deux rectangles hachurés et de quatre triangles grisés.

Le rapport de ces aires vaut donc 1.

Réponse : B

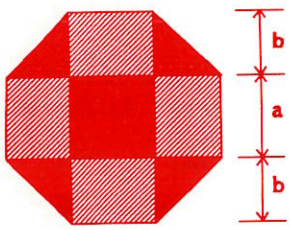


Fig. 3

Question 25 Dans un trapèze

Soit $ABCD$ un trapèze dont les bases $[AB]$ et $[CD]$ mesurent respectivement 11 et 6. Soit $[PQ]$ le segment parallèle aux bases, tracé aux quatre cinquièmes de la hauteur à partir de la grande base (cf. fig. 4).

Traçons le segment $[CR]$ parallèle au côté $[AD]$ avec R appartenant à la grande base. Ce segment coupe $[PQ]$ en S.

Les triangles CQS et CBR sont semblables puisque leurs côtés sont deux à deux parallèles. Dès lors, les rapports entre les côtés homologues de ces deux triangles sont égaux :

$$\frac{|QS|}{|BR|} = \frac{|CQ|}{|CB|}$$

Or, le rapport des côtés $[CQ]$ et $[CB]$ est égal au rapport des hauteurs h et H des triangles CQS et CBR (par le théorème de Thalès), rapport qui vaut $\frac{1}{5}$ par construction.

D'où

$$\frac{|QS|}{|BR|} = \frac{|CQ|}{|CB|} = \frac{h}{H} = \frac{1}{5}.$$

Ainsi, $|QS| = \frac{1}{5}|BR|$.

Comme $|AR| = |PS| = |DC| = 6$, nous obtenons successivement $|BR| = 5$, $|SQ| = 1$ et $|PQ| = 7$.

Réponse : 7

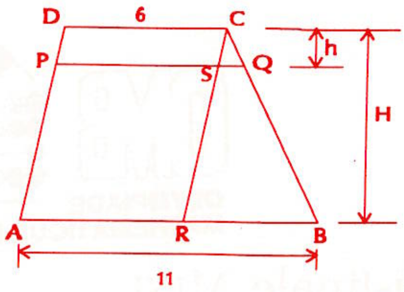


Fig. 4

Prolongement

Si P est un point de la droite AB, on appelle rapport de section de P par rapport au couple (A, B) le nombre réel σ tel que $\overrightarrow{AP} = \sigma\overrightarrow{AB}$.

Si le point P appartient au segment $[AB]$, ce rapport de section est un nombre réel compris entre 0 et 1, égal au rapport $\dfrac{|AP|}{|AB|}$. Il vaut 0 si $P = A$, $\frac{1}{2}$ si P est le milieu de $[AB]$ et 1 si $P = B$.

A ton avis, pourquoi ce nombre σ est-il appelé rapport de « section » ?

Dans le problème ci-dessus, le rapport de section de Q par rapport au couple (B, R) vaut $\frac{1}{5}$.

Avec les mêmes notations que dans ce problème, on peut montrer que, si le rapport de section de P par rapport au couple (D, A) est σ, alors la mesure du segment $[PQ]$ parallèle aux bases du trapèze vaut

$$\sigma B + (1 - \sigma)b$$

où b et B désignent respectivement les mesures de la petite base et de la grande base.

Je t'invite, ami lecteur, à démontrer cette proposition. Pour ce faire, tu peux par exemple adopter la même démarche que celle qui nous a servi à résoudre cette question 25.

Question 26 Le chiffre des unités

Nous avons

$$2^{30} \cdot 3^{20} = (2 \cdot 3)^{20} \cdot 2^{10} = 6^{20} \cdot 2^{10}.$$

Toutes les puissances de 6 (à exposant entier strictement positif) se terminent par le chiffre 6. Par ailleurs, $2^{10} = 1024$. Il s'ensuit que le produit proposé, pouvant s'écrire sous forme d'un produit de deux nombres dont l'un se termine par 6 et l'autre par 4, se termine lui-même par 4.

Réponse : C

Question 27

Le triangle OAB (cf. fig. 5) est équilatéral. En effet, ses trois angles mesurent 60 ° . Ses trois côtés ont donc la même mesure : ainsi, $|AB| = 2$. Par ailleurs, le petit arc $\overparen{BC}$ est la sixième partie du cercle ; cet arc a donc pour mesure $\frac{1}{6} \cdot 2\pi \cdot 2 = \frac{2\pi}{3}$. Le périmètre de la partie ombrée mesure donc

$$\frac{2\pi}{3} + 2 = 2\left(\frac{\pi}{3} + 1\right)$$

Réponse : C

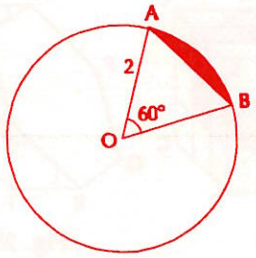


Fig. 5

Grille des réponses correctes

Q	R	Q	R	Q	R
1	E	11	D	21	D
2	C	12	D	22	C
3	C	13	E	23	C
4	C	14	E	24	D
5	D	15	1	25	C
6	B	16	D	26	71
7	150	17	B	27	C
8	C	18	B	28	C
9	D	19	4	29	C
10	D	20	B	30	D

Demi-finale MAXI

Question 20 Probabilités

Pour que $ab + c$ soit pair, il faut que ab et c soient de même parité ; donc que
(a ou b soit pair et c pair)
ou (a, b et c soient impairs).

Ainsi, nous avons :
pr($ab + c$ pair) = pr(a ou b pair) $\times$ pr(c pair)
+ pr(a, b et c impairs)

Comme pr(a ou b pair) = pr(a pair) + pr(b pair)
- pr (a et b pairs)

$$= \tfrac{2}{5} + \tfrac{2}{5} - \left(\tfrac{2}{5}\right)^2 = \tfrac{16}{25}$$

Nous obtenons

$$\text{pr}(ab + c \text{ pair}) = \frac{16}{25} \times \frac{2}{5} + \frac{27}{125} = \frac{59}{125}$$

Réponse : D

Question 23 Triangles obtusangles

Dans tout triangle, à un plus grand angle, est opposé un plus grand côté. Ainsi, dans un triangle obtusangle, le plus grand des côtés est nécessairement opposé à l'angle obtus.

Par ailleurs, dans un tel triangle, le carré du côté opposé à l'angle obtus est plus grand que la somme des carrés des deux autres côtés. En effet, si l'angle $\hat{A}$ du triangle ABC est obtus, nous avons :

$$\begin{aligned} |BC|^2 &= |AB|^2 + |AC|^2 - 2|AB||AC|\cos\hat{A} \\ &> |BC|^2 + |AC|^2 \end{aligned}$$

car $\cos\hat{A}$ est strictement négatif.

Cette condition, nécessaire pour qu'un triangle soit obtusangle, est aussi suffisante, pour autant que le triangle existe, c'est-à-dire pour autant que le plus grand des côtés soit plus petit que la somme des deux autres (inégalité triangulaire).

D'après les données, la mesure du plus grand côté du triangle est soit 15, soit k.

Si la mesure du plus grand côté est égale à 15, le triangle est obtusangle si et seulement si
$15 < 11 + k$ (inégalité triangulaire)
et $15^2 > 11^2 + k^2$ (condition établie ci-dessus).

Ces inégalités se réduisent à $4 < k < \sqrt{104}$.

Ainsi, le triangle est obtusangle pour les 6 valeurs de k allant de 5 à 10.

Par contre, si la mesure du plus grand côté du triangle est égale à k, le triangle est obtusangle si et seulement si
$k < 11 + 15$ (inégalité triangulaire)
et $k^2 > 11^2 + 15^2$ (condition établie ci-dessus).

Ces inégalités se ramènent à $\sqrt{346} < k < 26$.

De la sorte, le triangle est encore obtusangle pour les 7 valeurs de k allant de 19 à 25.

Au total, le triangle est obtusangle pour 13 valeurs différentes de k.

Réponse : B

Question 25 Rectangles

Appelons respectivement A et B les points de coordonnée (4,3) et (-4,-3). (cf. fig. 1).

Les sommets P et Q d'un rectangle ayant déjà A et B comme sommets opposés appartiennent nécessairement au cercle Γ de diamètre $[AB]$. Le milieu de $[AB]$ étant l'origine O du repère et la distance $|OA|$ étant égale à 5, Γ est le cercle de centre O et de rayon 5. Dès lors, son équation est $x^2 + y^2 = 25$.

Les coordonnées de P et de Q doivent vérifier cette équation. Or, celle-ci admet 12 solutions entières : (0,5), (0,-5), (5,0), (-5,0), (3,4), (-3,-4), (3,-4), (-3,4), (4,3), (-4,-3), (4,-3), (-4,3).

Les solutions (3,4) et (-3,-4) sont les coordonnées des points A et B ; elles ne peuvent donc pas être utilisées pour les points P et Q. Parmi les 10 solutions qui restent, chaque paire de solutions opposées fournit les coordonnées des sommets P et Q d'un rectangle vérifiant les conditions. En conséquence, il existe exactement 5 rectangles qui conviennent.

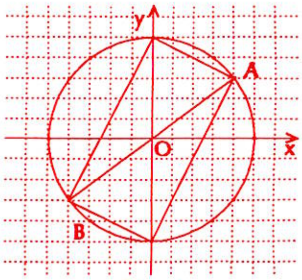


Fig. 1

Réponse : E

Question 26 Cube sectionné

Soit un cube $ABCDEFGH$ (cf. fig. 2a). Construisons la section de ce cube par le plan médiateur π de la diagonale $[AG]$.

Les milieux respectifs M, N, P, Q, R et S des arêtes $[BC]$, $[CD]$, $[DH]$, $[HE]$, $[EF]$ et $[FB]$ sont équidistants des points A et G. Le plan π comprend donc ces points et, par conséquent, la section du cube par le plan π est l'hexagone régulier $MNPQRS$ (cf. fig. 2a et 2b).

Comptons le nombre de petits cubes coupés par ce plan médiateur.

a) Le petit cube central.
En effet, on peut imaginer l'homothétie, centrée au centre du cube, qui applique le grand cube sur le petit cube central. Celle-ci laisse invariant le plan π car celui-ci comprend le centre du cube (situé à égale distance des extrémités de la diagonale $[AG]$. Le plan π coupe donc le petit cube central selon un hexagone régulier (image de $MNPQRS$ par l'homothétie).

b) Les petits cubes situés au centre des faces du grand cube.
Comme la section du petit cube central est un hexagone, toutes ses faces sont coupées par le plan π. Or, chaque face de ce cube central coïncide avec une face d'un des petits cubes situés au centre des faces du grand cube. Chacun de ces petits cubes est donc coupé par le plan π.

c) Les petits cubes situés au milieu d'une arête du grand cube qui coïncide avec un des sommets de l'hexagone $MNPQRS$.

d) Les petits cubes situés aux sommets du grand cube autres que A et G.
Dans chaque face du grand cube, un des côtés de l'hexagone coupe une face d'un petit cube situé en un sommet du grand cube.

Il reste ainsi 8 petits cubes qui ne sont pas coupés par le plan π. Ce sont ceux situés aux sommets A et G du grand cube, ainsi que ceux qui se trouvent aux milieux des arêtes du grand cube partant des sommets A et G.

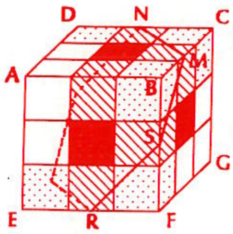


Fig. 2a

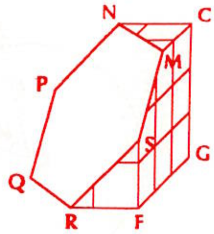


Fig. 2b

Réponse : B

Question 27 Cordes parallèles

Appelons O le centre du cercle et notons r son rayon. Soient $[AB]$, $[CD]$ et $[PQ]$ les cordes ayant respectivement pour longueur 14, 11 et $\sqrt{a}$ (cf. fig. 3). Désignons encore par M, N et R les milieux de ces cordes.

Les distances d et d' du centre du cercle aux cordes $[AB]$ et $[CD]$ sont telles que

$$r^2 = d^2 + 49 \text{ et } r^2 = d'^2 + 25$$

par application du théorème de Pythagore dans les triangles MAO et NCO.

Soustrayons ces égalités membre à membre ; il vient $d^2 - d'^2 + 24 = 0$

Or, $d = d' - 6$ ou $d = 6 - d'$ selon que les cordes $[AB]$ et $[CD]$ se trouvent du même côté du centre O ou de part et d'autre de ce centre. Dans les deux cas, nous avons

$$(d' - 6)^2 - d'^2 + 24 = 0$$

De là, en résolvant, nous tirons $d' = 5$. Nous en déduisons que $d = 6 - d' = 1$, l'autre possibilité conduisant à une valeur négative pour d. Les cordes $[AB]$ et $[CD]$ sont donc situées de part et d'autre du centre du cercle. Revenant alors à une des égalités précédentes, nous obtenons le rayon du cercle :

$$r = \sqrt{d'^2 + 25} = \sqrt{50}$$

La distance de la corde $[PQ]$ au centre O est $d'' = \frac{d'-d}{2} = 2$.

Appliquons le théorème de Pythagore dans le triangle RPO :

$$r^2 = d''^2 + \left(\frac{\sqrt{a}}{2}\right)^2.$$

D'où nous sortons $a = 4(r^2 - d''^2) = 184$.

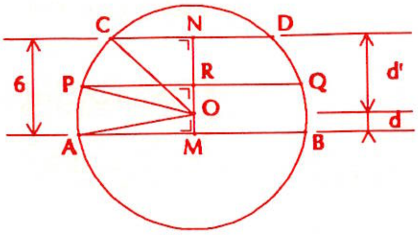


Fig. 3

Réponse : A

Question 28 Aire du disque

Le triangle FDC est rectangle car il est inscrit dans un demi-cercle. Les triangles ODE et FDC sont semblables. En effet, ces deux triangles sont rectangles et ont un angle aigu commun. De ce fait, on a

$$|\frac{FD}{OD}| = |\frac{DC}{DE}| \quad \text{ou} \quad \frac{8}{r} = \frac{2r}{6}$$

De là, on tire $r^2 = 24$ et l'aire du disque vaut donc 24π.

Réponse : B

Question 29 Tableau triangulaire

Après avoir remarqué que la $n^{\text{ème}}$ ligne contient exactement n nombres, notons ceux-ci $a_1, a_2, \ldots a_n$. Les $(n+1)$ nombres de la ligne suivante sont alors

$$n, \; a_1 + a_2, \; a_2 + a_3, \; \ldots \;, a_{n-1} + a_n, \; n$$

de sorte que la somme des nombres de la ligne numéro $(n+1)$ est

$$\begin{aligned} f(n+1) &= 2n + (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) \\ &\qquad + (a_2 + a_3 + \cdots + a_n) \\ &= 2n + (f(n) - a_n) + (f(n) - a_1) \\ &= 2n + 2f(n) - 2(n-1) \\ &= 2f(n) + 2 \end{aligned}$$

Considérons à présent la suite des nombres $g(n) = f(n) + 2$, pour tout n naturel non nul. Les premiers termes de cette suite sont 2, 4, 8, 16, ...

Cela laisse présager que cette suite est constituée des puissances de 2 à exposants naturels non nuls : $g(n) = 2^n$. Démontrons-le par récurrence.

D'une part, pour $n = 1$, on a $g(1) = 2 = 2^1$. D'autre part, si

$g(k) = 2^k$ avec k naturel non nul, alors

$$\begin{aligned} g(k+1) &= f(k+1) + 2 \\ &= (2f(k) - 2) + 2 \\ &= 2 \cdot 2^k = 2^{k+1} \end{aligned}$$

Cela étant, pour tout n naturel non nul, nous avons $f(n) = g(n) - 2 = 2^n - 2$.

Pour déterminer le reste de la division de $f(100)$ par 100, commençons par chercher le reste de la division par 100 des puissances de 2 (à chaque stade, il suffit de multiplier le reste précédent par 2 et de retirer 100 si le résultat obtenu dépasse 100) :

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
reste	2	4	8	16	32	64	28	56	12	24

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
reste	48	96	92	84	68	36	72	44	88	76	52	4

Comme le $22^{\text{ème}}$ reste est égal au $2^{\text{ème}}$, tous ces restes vont se reproduire de manière cyclique, la longueur d'un cycle étant égale à 20.

Le $100^{\text{ème}}$ reste est ainsi égal au $20^{\text{ème}}$ reste, donc égal à 76. Par conséquent, le reste de la division de $f(100)$ par 100 est $76 - 2 = 74$.

Réponse : A

Question 30 Parties à trois éléments

La décomposition de 2 310 en facteurs premiers est $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$. Ce nombre admet donc 2^5 facteurs différents (cf. dans le *Math-Jeunes* 68, l'encadré de la page 54). Pour répondre à la question, il suffit de compter le nombre de produits $a \cdot b \cdot c$ égaux à 2 310 et constitués de 3 facteurs différents. Ce dénombrement est réalisé dans le tableau ci-dessous et la méthode choisie est commentée à la suite de ce tableau.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	32	16	1	15
2	$3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	16	8	1	7
3	$2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$	16	8	1, 2	6
5	$2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$	16	8	1, 2, 3	5
6	$5 \cdot 7 \cdot 11$	8	4	1, 5	2
7	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$	16	8	1, 2, 3, 5, 6	3
10	$3 \cdot 7 \cdot 11$	8	4	1, 3, 7	1
11	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	16	8	1, 2, 3, 5, 6, 7, 10	1
Nombre total de décompositions de 2 310					40

(1) Considérant a comme le plus petit facteur du produit, nous le faisons varier jusqu'à ce qu'il ne soit plus possible de trouver deux autres facteurs b et c plus petits que a.

(2) $b \cdot c = \dfrac{2\,310}{a}$

(3) Nous calculons le nombre de diviseurs de $b \cdot c$ (cf. *Math-Jeunes* 68).

(4) Le nombre de décompositions de $b \cdot c$ en produit de deux facteurs est égal à la moitié du nombre de diviseurs de $b \cdot c$, ce nombre étant pair.

(5) Diviseurs de $b \cdot c$ inférieurs à a.

(6) Le nombre de décompositions de $b \cdot c$ en produits de deux facteurs différents de a est égal à la différence entre le nombre de décompositions de $b \cdot c$ (colonne 4) et le nombre de diviseurs de $b \cdot c$ inférieurs à a (colonne 5).

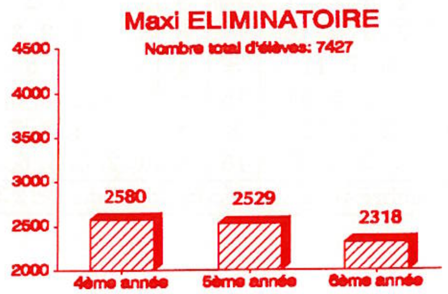
Réponse : C

Grille des réponses correctes

Q	R	Q	R	Q	R
1	B	11	C	21	A
2	C	12	D	22	A
3	D	13	C	23	B
4	C	14	C	24	B
5	D	15	A	25	E
6	C	16	A	26	B
7	C	17	B	27	A
8	E	18	B	28	B
9	C	19	A	29	A
10	B	20	D	30	C

Statistiques

Cette année, vous étiez 18 513 jeunes à participer aux éliminatoires de la vingtième édition de l'*OMB*. Les histogrammes ci-dessous montrent comment vous étiez répartis dans cette grande aventure du 11 janvier dernier.



Parmi vous, 2 292 ont été sélectionnés pour les demi-finales. Vous trouverez dans les tableaux qui suivent quelques chiffres concernant ces épreuves qui se sont déroulées le 15 février.

Niveau	Nbre	Scores			Finale	
	élèves	min	max	moyen	score qualif.	Nombre qualifiés
1ères	316	0	106	70,5	90	12
2èmes	405	0	130	76,4	99	22
3èmes	540	0	133	85,1	108	28
4èmes	318	0	126	84,9	103	17
5èmes	355	0	128	89,5	107	22
6èmes	358	0	133	92,9	110	18

Questions de la finale Mini

1. Déterminer tous les nombres naturels de quatre chiffres distincts (en écriture décimale) possédant les trois propriétés suivantes :

(a) La somme du nombre et du nombre « renversé » (par exemple, 123 « renversé » donne 321) est 7 216.

(b) La somme des chiffres est 17.

(c) Le premier et le quatrième chiffre diffèrent de 4 au plus.

2. Sur un cercle, ont été coloriés, de manière quelconque, 1995 points bleus et 1994 points rouges. Soit b le nombre de paires de points bleus voisins et r le nombre de paires de points rouges voisins. La différence $b-r$ a-t-elle toujours la même valeur, quelle que soit la disposition des points coloriés ? Si oui, quelle est cette valeur ?

3. Un carreleur dispose de dalles ayant la forme d'un trapèze qui est la moitié d'un hexagone régulier de 1 m de côté. En utilisant de telles dalles, non retaillées, est-il possible de paver sans lacune ni chevauchement

(a) un hall hexagonal régulier de 4 m de coté ?

(b) une place hexagonale régulière de 100 m de côté ?

(c) une place hexagonale régulière dont le côté mesure un nombre entier quelconque de mètres ?

4. Dans un triangle abc, rectangle en a, soit d le pied de la hauteur perpendiculaire à l'hypoténuse $[bc]$. On trace le cercle de diamètre $[bd]$, qui recoupe $[ab]$ en e, et le cercle de diamètre $[cd]$, qui recoupe $[ac]$ en f. Démontrer que la droite ef est tangente à ces deux cercles.

Questions de la finale Maxi

1. (a) Sur un cercle, ont été coloriés, de manière quelconque, 1995 points bleus et 1994 points rouges. Soit b le nombre de paires de points bleus voisins et r le nombre de paires de points rouges voisins. La différence $b-r$ a-t-elle toujours la même valeur, quelle que soit la disposition des points coloriés ? Si oui, quelle est cette valeur ?

(b) Généraliser au cas de B points bleus et R points rouges.

2. On considère l'ensemble des neuf chiffres $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Pour un choix de quatre chiffres distincts parmi ceux-ci, on considère la somme S des nombres obtenus en permutant ces quatre chiffres de toutes les manières possibles. Soit M le nombre de choix de quatre chiffres distincts pour lesquels la somme S n'est divisible par aucun carré autre que 1, et N le nombre total de choix de quatre chiffres distincts. Que vaut le rapport M/N ?

3. À l'aide de trapèzes qui sont des moitiés d'hexagones réguliers de côté 1, est-il possible de paver (c'est à dire de recouvrir, sans lacune ni chevauchement)

(a) un triangle équilatéral de côté entier ?

(b) un hexagone régulier de côté entier ?

4. Blaise a d'abord construit un hexagone convexe qui possède trois angles droits non adjacents, les deux côtés adjacents à chacun de ces angles droits étant de même longueur. Il construit ensuite un second hexagone en remplaçant chaque sommet d'angle droit par le symétrique, par rapport à ce sommet d'angle droit, du sommet opposé de l'hexagone ; les trois autres sommets sont inchangés. Blaise constate que les côtés de son second hexagone sont deux à deux perpendiculaires. Est-ce un hasard ?

Lauréats de la Mini Olympiade

A obtenu un premier prix :
VIGIER Antoine, 3ème, Lyc. Franç. Monnet, Bxls

Ont obtenu un deuxième prix :
LEVIE Jérôme, 3ème, Inst. Notre-Dame à Loverval
BEN HATIT Sami, 3ème, Lyc. Jacqmain à Bxls
DEHAYE Paul-Olivier, 3ème, Ath. R. Catteau à Bxls
JACOBEUS Nicolas, 2ème, Coll. Ste-Marie à Reves
CAPRACE P.-E., 2ème, Coll. Christ-Roi, Ottignies
FONTAINE Anne-France, 3ème, Inst. N-D. à Bertrix

Ont obtenu un troisième prix :
DE BONA Julien, 3ème, Inst. S.-Cœur à Barvaux s/O
DURY Sandrine, 3ème, Ets Sœurs de N-D à Namur
FLEMAL Claire, 2ème, Inst. S.-Cœurs à Virginal
BOURDOUX A., 2ème, P.Sém. St-Roch, Ferrières
HSU Ming-Koon, 2ème, Lyc. Rodange, Lux.
LECLERCQ Serge, 3ème, A.R. d'Ath
MAUFROY Christophe, 2ème, Coll. D. Bosco à Bxls
NINOVE Laure, 3ème, Coll. Saint-Michel à Bxls

Ont obtenu un quatrième prix :
VAN OSTA Aurélie, 3ème, Lyc. Dachsbeck à Bxls
WAWRZYNIAK C., 3ème, Coll. Ste-Marie à Soignies
DELANNAY Nicolas, 3ème, Lyc. Martin V, LLN
V. D. SCHRIECK J.-Chr., 3ème, Inst. N-D, Loverval
GILET Tristan, 2ème, P. Sém. St-Roch, Ferrières
GOVERS Kevin, 2ème, Ath. E. Bockstael à Bxls
HAN Zhe, 2ème, Inst. St Boniface Parnasse, Bxls
KERVYN D. L. N., 2ème, P. Sém. St Roch, Ferrières
VANDENBUSSCHE Sophie, 2ème, A.R. d'Uccle I

Ont obtenu un prix spécial :
JACOBEUS Nicolas, 2ème, Coll. Ste-Marie à Reves
CAPRACE P.-E., 2ème, Coll. Christ-Roi, Ottignies
FLEMAL Claire, 2ème, Inst. S.-Cœurs, Virginal
BOURDOUX A., 2ème, P. Sém. St-Roch, Ferrières
HSU Ming-Koon, 2ème, Lyc. M.Rodange à Lux.
MAUFROY Christophe, 2ème, Coll. D. Bosco, Bxls
GILET Tristan, 2ème, P. Sém. St-Roch à Ferrières
GOVERS Kevin, 2ème, Ath. E. Bockstael, Bxls
HAN Zhe, 2ème, Inst. St B. Parnasse, Bxls
KERVYN D. L. N., 2ème, P. Sém. St-Roch, Ferrières
VANDENBUSSCHE Sophie, 2ème, A.R. d'Uccle I
LIMPENS Sophie, 1ère, Inst. Saint André à Bxls
RADOUX F., 2ème, Coll. St Fr.-Xavier à Verviers
JARADIN Yves, 1ère, Coll. Sainte Marie à Reves
JACQUEMAIN M., 1ère, Inst. St J.-Bapt., Wavre
HASHEMI Miramad, 1ère, Lyc. E. Jacqmain, Bxls

Lauréats de la Maxi Olympiade

A obtenu un premier prix :
LEROY Sébastien, 6ème, Inst. St B. Parnasse, Bxls

Ont obtenu un deuxième prix :
DANDOY Alexandre, 6ème, Coll. D. Bosco, Bxls
THEYS Jacques, 6ème, A.R. J. Bara à Tournai
VANDENBUSSCHE Eric, 4ème, A.R. d'Uccle I
SCHURINS Thomas, 6ème, Inst. N-D. de Loverval

Ont obtenu un troisième prix :
LEVY Marc, 6ème, Lyc. Dachsbeck à Bxls
PERLITSCHKE C., 5ème, Inst. Jean XXIII, Jemelle
MAURER Yves, 5ème, Ath. de Luxembourg
DENOEL Vincent, 5ème, Inst. N-D. à Jupille
LEMAUR Gh., 5ème, Coll. Ste Marie, St Ghislain
DEVOS Jean-Philippe, 6ème, Coll. St Michel à Bxls

Ont obtenu un quatrième prix :
SEBBE Raphael, 6ème, Inst. des Ursulines à Mons
SZCZUDLIK Kamil, 5ème, Ec. Eur., Lux.
MACQ J.-Fr., 5ème, Coll. St Joseph à Chimay
NISOLE Olivier, 6ème, Lyc. Mater Dei à Bxls
WAXWEILER Laurent, 4ème, A.R. de Liège I
DE LAUW Erwan, 6ème, Coll. Don Bosco à Bxls
SOYEZ Grégory, 5ème, Coll. N-D. de la Tombe à Kain
BROWAEYS Patrick, 6ème, A.R. de Mons I

A obtenu le prix Vanhamme :
VANDENBUSSCHE Eric, 4ème, A.R. d'Uccle I

Ont obtenu un prix spécial :
VANDENBUSSCHE Eric, 4ème, A.R. Uccle I
PERLITSCHKE C., 5ème, Inst. Jean XXIII, Jemelle
MAURER Yves, 5ème, Ath. de Luxembourg
DENOEL Vincent, 5ème, Inst. N-D. à Jupille
LEMAUR Ghislain, 5ème, Coll. Ste Marie, St Ghislain
SZCZUDLIK Kamil, 5ème, Ec. Eur., Lux.
MACQ J.-Fr., 5ème, Coll. St Joseph, Chimay
WAXWEILER Laurent, 4ème, A.R. de Liège I
SOYEZ Grégory, 5ème, Coll. N-D. de la Tombe à Kain
DEMANET L., 5ème, Inst. St Joseph, Carlsbourg
HOSS Laurent, 5ème, Lyc. de garçons à Luxembourg
DOS SANTOS M., 5ème, Lyc. garç., Esch-s/-Alzette
BAES Michel, 4ème, Petit Séminaire de Floreffe
BALLIEU Nicolas, 5ème, Ath. Solvay à Charleroi
DELFOSSE Chr., 4ème, Inst. St Guibert, Gembloux
BILENNE Olivier, 4ème, A.R. de Liège I
DEVILLERS Carole, 4ème, A.R. de Waterloo
GOOR Thomas, 4ème, Coll. Don Bosco à Bxls

Voici les résultats du Rallye Problèmes :

Catégorie « m »

- Serge LEDOUX, 13 ans, troisième année à l'École Européenne de Luxembourg.

Catégorie « M »

- Laurent DEMANET, 16 ans, cinquième année à l'Institut St-Joseph de Carlsbourg.
- Sébastien LEROY, 17 ans, sixième année à l'Inst. St-Boniface-Parnasse à Bruxelles.
- Laurent WAXWEILER, 16 ans, quatrième année à l'A.R. Ch. Rogier de Liège.
- J.-François MACQ, 16 ans, cinquième année au Collège St-Joseph de Chimay.
- Marc LEVY, 17 ans, sixième année au Lycée Dashbeek de Bruxelles.

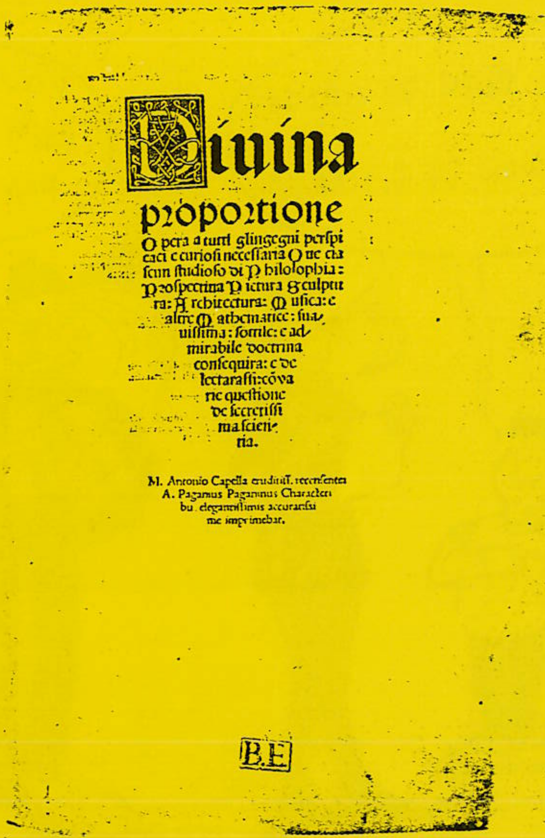
Toutes nos félicitations aux lauréats !

Bonnes vacances

La Rédaction souhaite à tous ses lecteurs une excellente réussite aux examens afin qu'ils puissent profiter pleinement des vacances d'été ... Rendez-vous en octobre ...

Cl. Villers
Mons

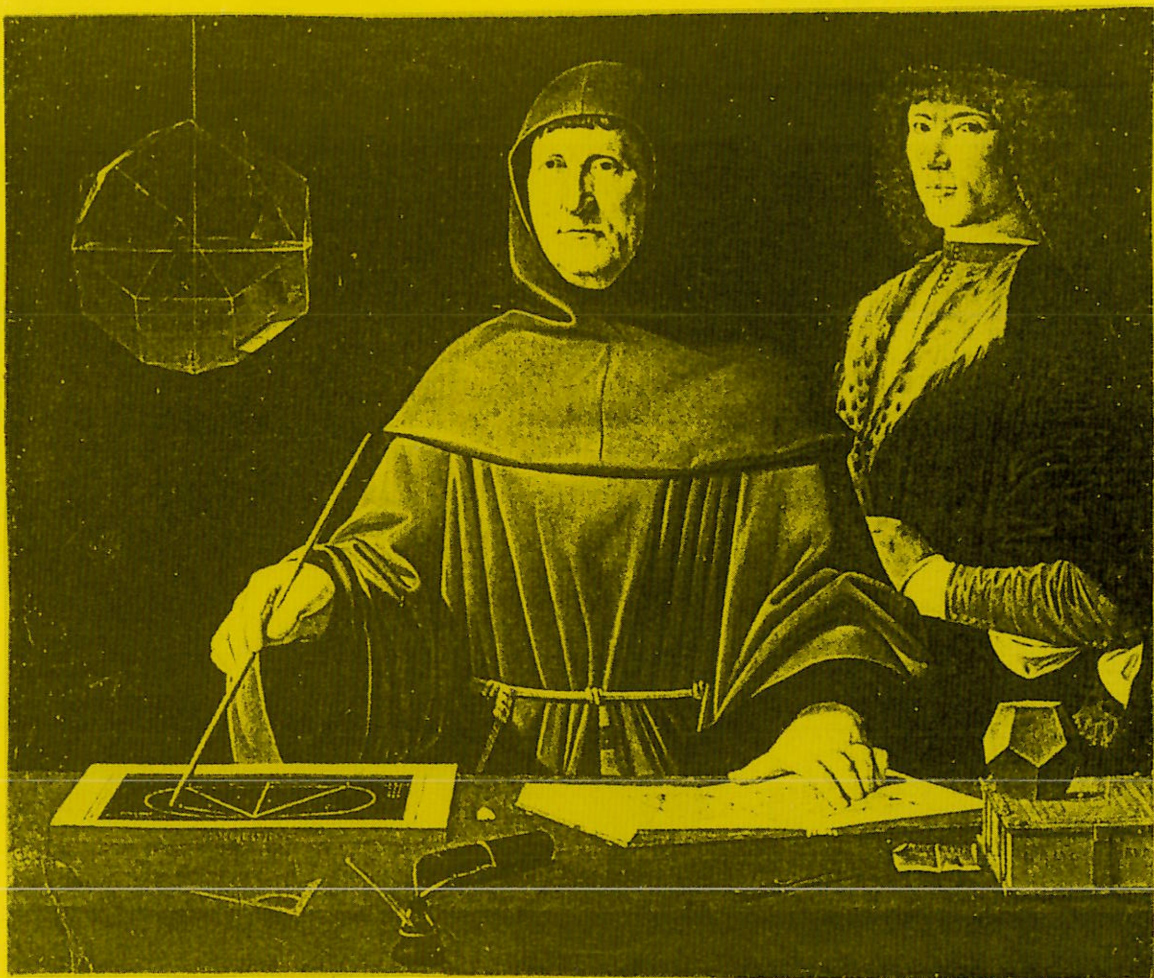
H. Dujacquier
Braine-le-Comte



Diuina
proportione
Opera a tutti glingegni perspicaci e curiosi necessaria Oue ciascun studioso di Philosophia: Prospectiua Pictura Sculptura: Architectura: Musica: e altre Mathematice: suauissima: sottile: e admirabile doctrina consequira: e delectarassi: cõ varie questione de secretissima scientia.

M. Antonio Capella eruditiss. recensente A. Paganius Paganinus Characteribus elegantissimis accuratissime imprimebat.

B.E



LUCA PACIOLI
Museo di Capodimonte, Naples