Supplément à Mathématique et Pédagogie, n° 30

MATH JEUNES

3e année N° 8 janvier-février 1981

En-tête d'Anne-Sophie Quinvaut du Lycée de Berlaymont à Waterloo.

CHERS AMIS,

cette fois, le concours-rallye est bien parti si nous en jugeons par le volumineux courrier reçu à ce propos. Vous trouverez dans ce numéro une troisième série de problèmes : leurs solutions doivent nous parvenir pour la fin mars au plus tard.

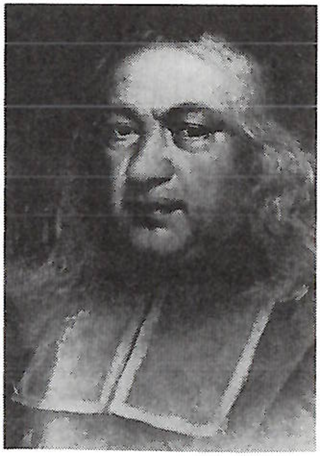
Voici un classement provisoire des résultats au 15 janvier: tout peut encore être remis en question...

26 : VANDENBROECKE Filip, Coll.Card.Mercier, Braine l'Alleud.
KAISIN Patrick, Coll.St.Louis, Liège.
24 : BIANCHI Jean-Pierre, Coll.St.Louis, Liège.
23 : VAN LOO Michel, Coll.Jean XXIII, Bruxelles.
21 : DESCHUYTENEER Eric, Ath. Royal, Ath.
20 : VERGUYSE Michel, Ath.Léon Lepage, Bruxelles.
HOESEVOETS Marc, Ath.Robert Catteau, Bruxelles.
17 : MAQUESTIAU Jean-Luc, Ath. Royal, Ath.
16 : BIERNAUX Laurent, Ath. Royal Mixte, Woluwe St Pierre.
CLABOTS Johanna, Lycée Royal, Wavre.
REYNAERTS Vincent, Ath. Royal Mixte, Woluwe St Pierre.
THIRION Philippe, Petit Séminaire, Floreffe.
15 : HYPERSIEL Thierry, Ath. Royal, Thuin.
KONEN Yves, Ath. Robert Catteau, Bruxelles.
LAMBILLOTTE Christian, Coll.St Michel, Gosselies.
13 : KNUTS F.G., Petit Séminaire, Floreffe.
12 : BERTIAU Marie-Christine, Ath. Royal, Dour.
DELANGUE Christophe, Coll. St Michel, Gosselies.
DEPIREUX Didier, Coll.St. Louis, Liège.
11 : JACOB Philippe, Inst.St Jean Baptiste, Wavre.
LEDENT Philippe, Coll.Jean XXIII, Bruxelles.
MORMONT Christine, Coll.St.Louis, Liège.
10 : DAMBOIS D., Inst.Notre Dame de la Paix, Schaaerbeeck.
DE SIMPEL Pierre, Coll. Notre Dame, Tournai.
DE CONINCK Dominique, Inst.du Sacré Coeur, Koekelberg.
FURLAN Pascal, Inst.Techn.de l'Etat, Rance.
CASTI Anne, Lycée Royal Marguerite Bervoets, Mons.
QUERTEMONT Philippe, Ath. Royal Mixte, Jumet.

Le prince des amateurs

Il était basque, il avait étudié le droit et était juriste au parlement de Toulouse. Il aimait les langues étrangères et la littérature classique autant que les sciences. Tel était PIERRE DE FERMAT né en 1601 à Beaumont-de-Lomagne.

Suivant la coutume de l'époque, il composait des " restaurations conjecturelles " d'écrits datant de l'antiquité: il s'intéressait à la reconstruction de l'ouvrage sur les lieux du plan d'Apollonius, un géomètre grec du 3ème siècle avant J.-C., ouvrage alors perdu depuis longtemps. Il remarqua rapidement l'intérêt d'appliquer des résultats d'algèbre à l'étude de problèmes de lieux, au travers d'un système de coordonnées. Fermat communiqua ses résultats à René DESCARTES, qui à cet époque découvrait également les bases de la géométrie analytique.



L'introduction aux lieux de Fermat ne fut publiée qu'après sa mort par son fils, mais l'exploitation de sa découverte commencée dans la Géométrie de Descartes fait que de nos jours, la géométrie est " cartésienne ".

Fermat imagina également diverses techniques de recherche d'équations de tangentes à une courbe et s'intéressa à des problèmes de maxima et minima. Il peut à ce titre être considéré comme l'inventeur du calcul différentiel. Les vues de Fermat furent pleinement justifiées par les calculs que devait réaliser 30 ans plus tard Sir Isaac NEWTON. La reconnaissance de la valeur des travaux de Fermat en Analyse fut tardive car Fermat n'avait pas adhéré au système moderne de notations proposé à l'époque par François VIETE.

En 1654, Fermat échangea un courrier suivi avec son ami Blaise PASCAL sur des problèmes de probabilité dans les jeux de hasard ; à ce titre, Fermat est "aussi" le co-fondateur de la théorie des probabilités.

Mais où Pierre de FERMAT fut sans pareil, c'est dans la théorie des nombres : ce que l'on nomme parfois l'arithmétique supérieure. Inspiré par une réédition en 1621 de l'Arithmétique de Diophante, un autre mathématicien grec du 3eme

FERMAT ET LA THEORIE DES NOMBRES.

Dans la période qui s'étend de 1638 à 1644, Fermat fit connaître les propositions suivantes, essentiellement au travers de sa correspondance avec Roberval et Mersenne :

- *L'équation* $y^3=x^2+2$ *n'admet qu'une solution entière :* $x=5$ *et* $y=3$.
- *Si* 2^n-1 *est un nombre premier, alors n est lui-même premier.*
- *Tout naturel est la somme de quatre carrés au plus.*
- *Si* $p\equiv 1 \bmod 4$, *p premier, alors p est la somme de deux carrés.*
- *Tout nombre premier de la forme* $3n+1$ *s'écrit sous une forme unique* x^2+3y^2 *(x et y naturels)*
- *Si p est un naturel premier, alors, pour tout entier a, l'entier* a^p-a *est divisible par p.*
- *Aucun nombre de la forme* $8k-1$ *n'est carré ou somme de deux ou de trois carrés.*

siècle après J.-C., Fermat va découvrir la plupart des résultats concernant des propriétés des nombres premiers.

Fermat proposait rarement des démonstrations de ses résultats ; pourtant ses résultats furent vérifiés par de grands mathématiciens comme EULER, LEIBNIZ ou LEGENDRE. C'est que Fermat avait l'habitude de noter ses trouvailles dans la marge de son livre de DIOPHANTE, et quand la marge était trop étroite, il négligeait de copier sa démonstration, car jamais, il ne pensa publier ses trouvailles. Ses démonstrations, quand nous les possédons se basent souvent sur une technique dite de " descente infinie " , sorte de démonstration par l'absurde où Fermat exhibe une suite infinie de naturels où chaque terme est strictement inférieur au précédent, ce qui ne peut exister.

En marge du problème qui consiste à trouver des carrés qui soient somme de deux autres carrés (par exemple $5^2 = 4^2 + 3^2$), Fermat écrit dans son DIOPHANTE : *"D'autre part, un cube n'est jamais la somme de deux cubes, une puissance quatrième n'est jamais la somme de deux autres puissances quatrièmes et plus généralement, aucune puissance supérieure à 2 n'est la somme de deux puissances analogues. J'ai trouvé une merveilleuse démonstration de cette proposition, mais je ne peux l'écrire dans cette marge car elle est trop longue."* C'est la célèbre CONJECTURE de FERMAT, non encore démontrée (ou redémontrée !) à ce jour. Fermat nous a laissé dans une autre marge une démonstration pour le cas de quatrièmes puissances; deux siècles plus tard, EULER démontra le cas de troisièmes puissances ; en 1820, LEGENDRE démontra le cas des puissances 5 ; ... Les ordinateurs ont pris la relève et ont repoussé la puissance aux alentours de 300 000, ce qui signifie soit que Fermat a raison, soit qu'un contre exemple doit être trouvé en manipulant des puissances 300 000 au moins...

Un exemple de descente infinie : $\sqrt{3}$ n'est pas une fraction.

Je pose $\sqrt{3} = \dfrac{p_1}{q_1}$ *où* $\left\{\begin{array}{l} p_1 \text{ et } q_1 \text{ sont naturels non nuls.} \\ p_1 > q_1 \text{ puisque } \sqrt{3} > 1 \text{ , donc } p_1-q_1 \\ \text{est un naturel non nul.} \\ \sqrt{3} < 3, \text{ donc } \dfrac{p_1}{q_1} < 3 \text{ , } p_1 < 3q_1 \text{ et} \\ 3q_1-p_1 \text{ est un naturel non nul.} \end{array}\right.$

Puisque $\dfrac{1}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{3}-1} - \dfrac{1}{2}$, $\sqrt{3} = \dfrac{2}{\sqrt{3}-1} - 1$ (1) ;*en remplaçant le* $\sqrt{3}$ *du dénominateur par* $\dfrac{p_1}{q_1}$ *, on trouve :*

$\sqrt{3} = \dfrac{3q_1-p_1}{p_1-q_1} = \dfrac{p_2}{q_2}$ *(*p_2 *et* q_2 *sont bien naturels non nuls.)*

Or $p_2<p_1 \iff 3q_1-p_1<p_1 \iff 3q_1<2p_1 \iff \dfrac{p_1}{q_1}>\dfrac{3}{2} \iff \sqrt{3}>\dfrac{3}{2}$

et $q_2<q_1 \iff p_1-q_1<q_1 \iff p_1<2q_1 \iff \dfrac{p_1}{q_1}<2 \iff \sqrt{3}<2$

En portant $\dfrac{p_2}{q_2}$ *dans l'expression* (1), *on trouve* $\dfrac{p_3}{q_3}$ *,...*

On découvre ainsi une suite infinie $p_1>p_2>p_3>p_4>\dots$ *où chaque* p_i *est un naturel : une telle suite ne peut pas exister. Je ne pouvais donc pas admettre que* $\sqrt{3}$ *était une fraction.*

Le monde des mathématiques attend le messie qui inventera une nouvelle méthode d'attaque de ce problème. Sachez qu'en 1908, le professeur Paul WOLFSKEHL a laissé un capital de 100 000 marks pour la première personne qui découvrirait une démonstration complète de la conjecture de Fermat. L'inflation qui a suivi en Allemagne, la grande guerre, ont réduit ce prix à une valeur toute symbolique : c'est ce que recevra le mercenaire qui demain trouvera la démonstration...

Comme beaucoup de mathématiciens à son époque, Fermat a aussi recherché une formule "miracle" capable de donner à volonté des nombres premiers. En 1640, dans une lettre à PASCAL, il annonce que les nombres $F_n = 2^{2^n}+1$ sont premiers : ainsi, $F_0=3$, $F_1=5$, $F_2=17$, $F_3=257$, $F_4=65537$,...
Mais F_5 n'est pas premier, et plutôt que de vous dévoiler les diviseurs de F_5, nous vous les demandons...
A vos machines !


RETIRER SON GILET SANS ENLEVER SON VESTON DÉMONTRE TOPOLOGIQUEMENT PARLANT QUE LE GILET NE S'EST JAMAIS TROUVÉ SOUS LE VESTON.
MATH-JEUNES LE PROUVE ! ...
MAINTENANT, PAR EXPERIENCE, JE VOUS PROPOSE CE PETIT INSTRUMENT COUPANT AVEC LEQUEL VOUS POURREZ VOUS LIBÉRER ... SI VOUS NE RÉUSSISSEZ PAS DU PREMIER COUP !
AUREVOIR LES PETITS AMIS !

Un problème juridique

PROTAGORAS, qui enseignait le droit, avait consenti à l'un de ses élèves une formule de paiement très particulière: il acceptait de n'être payé que lorsque l'élève gagnerait sa première cause. Or l'étudiant, une fois ses études terminées, ne se mit pas à plaider, ne gagna donc pas plus de causes qu'il n'en perdit et ne paya rien à son maître.

Sur ces bases, PROTAGORAS intenta un procès à l'élève pour se faire payer. Chaque partie adopta une position d'une irréprochable logique. PROTAGORAS plaida que :

- si l'étudiant perd le procès, il devra payer puisque c'est l'objet du procès.
- si l'étudiant gagne le procès, il doit payer puisque c'est là la clause du contrat initial.

L'étudiant plaida au contraire que :

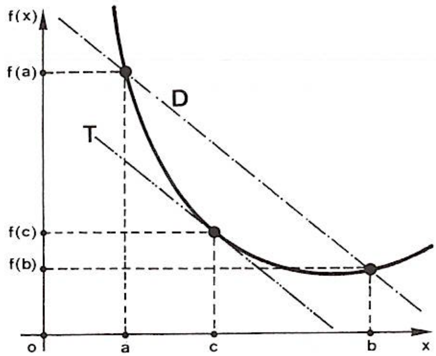
- s'il perd le procès, il n'a rien à payer, puisque le contrat ne prévoit de paiement qu'au premier gain.
- s'il gagne le procès, il ne paie pas, puisque c'est l'objet du procès.

Qu'aurait pu faire PROTAGORAS pour se faire payer ?

<u>PROTAGORAS</u> *est un SOPHISTE grec, né en 485 av.J.C., mort vers 410 av.J.C.. Il passa l'essentiel de sa vie à Athènes ou il enseigna la philosophie, la politique et le droit. C'est à lui que l'on doit le dicton :* <u>l'homme est la mesure de toutes choses</u> *; les perceptions et les jugements d'un individu ne peuvent être compris que par rapport à l'individu lui-même et non par rapport à des théories pré-existantes. Cette attitude lui valut d'être exilé pour impiété envers les dieux, et ses écrits furent brûlés sur la place publique.*

Si la cour décide que PROTAGORAS a raison et qu'il gagne son procès le problème est résolu. Mais la cour ne peut juger que d'événements passés et non du jugement qu'elle est en train de faire passer. L'étudiant, n'ayant, avant ce procès, gagné aucune cause, la cour doit lui donner raison de ne pas avoir payé.
Mais aussitôt après, l'étudiant change de statut : il vient de gagner une cause. PROTAGORAS peut donc soutenir à juste titre, dans un second procès, que l'étudiant lui doit de l'argent, et gagner à coup sûr ce second procès.

Approximation des nombres dérivés



C'est en 1755 que le mathématicien français LAGRANGE publie le résultat suivant : *(théorème des accroissements finis)* Soit une fonction f définie et continue sur un intervalle $[a,b]$ et dérivable sur l'intervalle $]a,b[$; alors on peut trouver un point c appartenant à l'intervalle $[a,b]$ vérifiant :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Nous remarquons que le membre de droite de cette égalité n'est autre que la pente de la droite D contenant les points de coordonnée $(a,f(a))$ et $(b,f(b))$; quant au membre de gauche, c'est le nombre dérivé en c, représentant également la pente de la tangente au graphe de f en $(c,f(c))$.

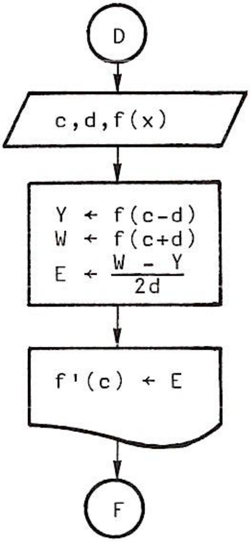
Ce résultat est toujours vérifié si l'intervalle $[a,b]$ est très petit. Nous allons montrer que nous pouvons nous servir de ce résultat de Lagrange pour calculer une "bonne" approximation du "nombre dérivé" en un point c. Considérons les points c-d et c+d avec d "petit" : dans ces conditions, le réel $\frac{f(c+d) - f(c-d)}{(c+d) - (c-d)} = \frac{f(c+d) - f(c-d)}{2d}$ est une approximation du nombre dérivé $f'(c)$.

Mais le calcul de ce quotient est loin d'être évident, lorsque d est petit, le numérateur ET le dénominateur de cette fraction tendent tous deux vers 0 ; ce qui en termes d'analyse revient à constater que nous allons demander à notre machine de "résoudre une limite" de type 0/0. Pour nous convaincre du problème, nous allons tester un programme simple pour la fonction $\frac{3x - 2}{x + 2}$ dont la fonction dérivée est $\frac{8}{(x + 2)^2}$.
Le nombre dérivé $f'(4)$ vaut donc 0,22222222... .

Les résultats sont conformes aux prévisions : lorsque d diminue, la valeur $f'(c)$ se rapproche de la valeur attendue, puis lorsque d atteint 10^{-4} , la valeur calculée s'éloigne de la valeur réelle. En général 10^{-4} est une bonne valeur pour d : les premières décimales de $f'(c)$ calculé seront correctes. Un second programme est proposé où le meilleur d est calculé par le programme lui-même.

D'autres programmes calculant des nombres dérivés peuvent s'imaginer, entre autres lorsque l'on considère la tangente en un point comme la limite des sécantes en ce point.

VERSION N° 1 : d est connu.



Le programme (T.I.57) :

```
00   33 1   RCL 1     Calcul de Y
01   65     -
02   33 2   RCL 2
03   85     =
04   61 3   SBR 3
05   32 4   STO 4
06   33 1   RCL 1     Calcul de W
07   75     +
08   33 2   RCL 2
09   85     =
10   61 3   SBR 3
11   65     -         Calcul de E
12   33 4   RCL 4
13   85     =
14   45     ÷
15   02     2
16   45     ÷
17   33 2   RCL 2
18   85     =
19   81     R/S       f'(c)
20   86 3   LBL 3     Fonction f
21   32 3   STO 3
22   55     x
23   03     3
24   65     -
25   02     2
26   85     =
27   45     ÷
28   43     (
29   33 3   RCL 3
30   75     +
31   02     2
32   85     =
33  -61     INV SBR
```

Initialisation du programme:

```
c STO 1         donnée de c.
d STO 2         donnée de d.
GTO 2ND 20      enregistrement.
                d'une autre fonction.
RST             initialisation.
R/S             début du programme.
```

Essai :

$$f(x) = \frac{3x - 2}{x + 2}$$

$c = 4$

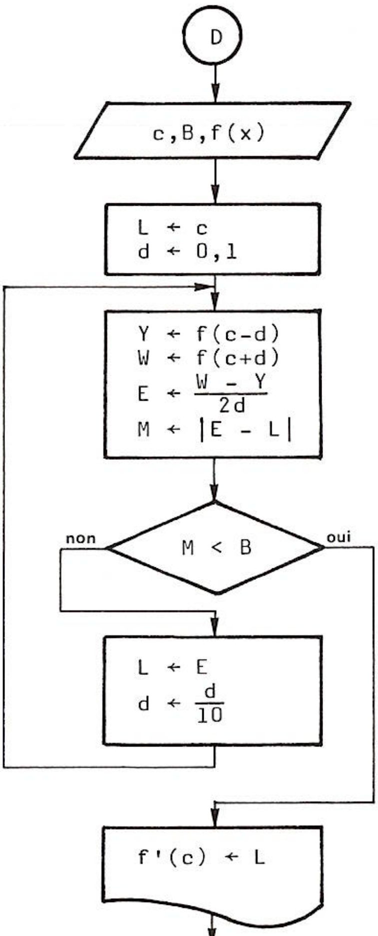
Résultats :

d	f'(c)
$d = 10^{-1}$	$f'(c) = 0{,}2222284$
10^{-2}	0,2222228
10^{-3}	0,2222222
10^{-4}	0,2222225
10^{-5}	0,2222200
10^{-6}	0,2222000
10^{-7}	0,2220000
10^{-8}	0,2200000
10^{-9}	0,2000000
10^{-10}	0,5
10^{-11}	0

VERSION N° 2 : d inconnu.

d est initialisé à 10^{-1}; le programme calcule E. d est ensuite réinitialisé à 10^{-2} et un nouvel E est calculé. Si les deux E admettent une différence inférieure à une borne B initialement admise, le programme s'arrète, sinon on pose $d = 10^{-3}$ et on recommence.

10^{-6} est un choix prudent pour B.



Le programme (T.I.57) :

```
00   33 1   RCL 1   Calcul de Y
01   65     -
02   33 2   RCL 2
03   85     =
04   61 3   SBR 3
05   32 4   STO 4
06   33 1   RCL 1   Calcul de W
07   75     +
08   33 2   RCL 2
09   85     =
10   61 3   SBR 3
11   65     -       Calcul de E
12   33 4   RCL 4
13   85     =
14   45     ÷
15   02     2
16   45     ÷
17   33 2   RCL 2
18   85     =
19   32 6   STO 6
20   65     -       Calcul de M
21   33 5   RCL 5
22   85     =
23   40     |x|
24  -76     x<t     Test
25   51 2   GTO 2   Sortie oui
26   33 6   RCL 6   Sortie non/
27   32 5   STO 5    Calcul de L
28   83     .       Calcul de d
29   01     1
30   39 2   PRD 2
31   71     RST
32   86 2   LBL 2
33   33 5   RCL 5
34   81     R/S     f'(c)
35   86 3   LBL 3   Fonction f
36   32 3   STO 3
37   55     x
38   03     3
39   65     -
40   02     2
41   85     =
42   45     ÷
43   43     (
44   33 3   RCL 3
45   75     +
46   02     2
47   85     =
48  -61     INV SBR
```

Initialisation du programme:

```
FIX 5            affichage 5 décim..
c STO 1          donnée de c.
STO 5            initialisation de L.
1 EE +/- 6 STO 7  précision.
0,1 STO 2        initialisation de d.
GTO 2ND 35       enregistrement.
                 d'une autre fonction.
RST              initialisation.
R/S              début du programme.
```

Le coin des problèmes

37 Problème d'Algèbre.

Peut-on mettre l'expression suivante sous forme d'une somme de 3 carrés ?

$$(a^2 + 2ab + b^2 + a + b + 1)^2$$

(aimablement communiqué par M. J.P. Andrien.)

38 Le whisky ... avec ou sans eau ?

Deux verres A et B contiennent, le premier 10 cm^3 de whisky et l'autre 10 cm^3 d'eau. Avec une pipette graduée, on prélève 1 cm^3 de whisky dans le verre A et on le verse dans B. Après avoir bien mélangé, on prélève 1 cm^3 de liquide dans B pour le reverser dans A. On suppose - pour rassurer les apprentis-chimistes - que le mélange eau-whisky se fait sans modification de volume. La quantité d'eau qu'il y a dans le whisky est-elle supérieure, égale ou inférieure à la quantité de whisky qu'il y a dans l'eau ?

(aimablement communiqué par M. Aerens.)

39 Naturel ou pas naturel ? * (8;5)

Pensez-vous que $\dfrac{7^{1980^{1990}} - 3^{80^{90}}}{1990 - 1980}$ soit un naturel ?

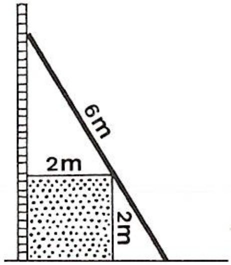
40 Election présidentielle française. * (2;7)

Au premier tour de l'élection présidentielle française de cette année, un certain nombre de candidats sont en présence. Un second tour sera nécessaire si aucun candidat ne recueille plus de 50 % des votes. Après le premier tour, on classe les candidats suivant le pourcentage de voix obtenu. On constate alors que chaque candidat à exactement la moitié des voix de celui qui lui est immédiatement supérieur.
Un deuxième tour sera-t-il nécessaire ? Pourquoi ?

41 L'échelle.

Un cube de 2 mètres de côté est posé contre un mur ver-

tical. Une échelle de 6 mètres touche à la fois le mur, l'arête horizontale libre du cube et le sol.
A quelle hauteur maximale l'échelle atteint-elle le mur ?



42 Le portefeuille. * (6;2)

Le portefeuille du professeur Majeunix a disparu et l'auteur du vol ne peut être que l'un des 5 élèves suivants : Louise, Jean, Pierre, Albert ou Marie. Voici les réponses qu'ils firent au surveillant général chargé de l'enquète :

Louise : je n'ai pas pris le portefeuille et d'ailleurs je n'ai jamais rien volé dans ma vie ; pour moi, c'est Albert le coupable.

Jean : mon père gagne assez d'argent et je ne manque de rien, je n'ai pas pris le portefeuille et puis interrogez Marie, elle sait qui est coupable.

Pierre : je n'ai pas le portefeuille ; c'est à l'école que j'ai connu Marie mais c'est Albert le coupable.

Albert : je ne suis pas coupable ; Louise ment quand elle dit que c'est moi , la preuve c'est que c'est Marie qui a volé

Marie : je n'ai pas pris le portefeuille ; Pierre qui me connaît depuis toujours, peut répondre de moi ; c'est Jean le coupable.

Plus tard, les 5 suspects reconnurent que 2 seulement des 3 réponses fournies par chacun d'eux étaient exactes. Qui est coupable ?

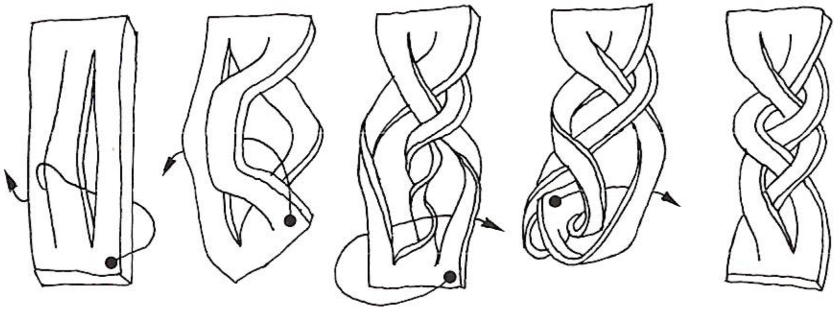
43 Le cauchemar. * (5;5)

Un mordu de football, très affecté par la défaite de "son" équipe dormait d'un sommeil agité, et faisait un atroce cauchemar.
Il se voyait une pauvre balle toute menue et l'adversaire un énorme ballon. Ce dernier le poursuivait dans toute sa chambre et il ne devait son salut qu'en se faisant tout petit, serré contre le mur et le parquet...

Au fait, si le ballon avait un diamètre de 30 cm, quelle pouvait être le plus grand diamètre de la petite balle pour ne pas être écrasée sauvagement ?

R22 Le code est simple : les nombres sont rangés par ordre alphabétique : ainsi s_9 = (5,2,8,9,4,7,6,3,1) puisque la lettre n est entre le h (de huit) et le q (de quatre). Bravo à Michel VAN LOO du Collège Jean XXIII de Bruxelles et à Pascal METHENS de la Communauté Educative Jean XXIII à Pesches.

R23 Voici la manière de tresser:



Philippe THIRION du Séminaire de Floreffe, Laurent GRYSON du Collège St Henri de Comines, Christine MORMONT et Jean-Pierre BIANCHI du Collège St Louis de Liège, Josianne PULINCKX de l'Institut St Joseph d'Eghezée et Geneviève GHISLAIN de la Communauté Educative Jean XXIII à Pesches nous ont fait parvenir leur tresse (parfois de plus d'un mètre !).

R26 Une seule réponse au problème 26 : Roger CHARTIER de Massy en France : les réponses étaient : B et 8, X et 4 et le symbole isolé était Q.

R28 En commençant à la définition "*Binaire*" et en suivant le sens horlogique, on trouve : 111,211,210,216,256,257, 157,127,128,168,128,120 et 121. Merci à Edith HOEBEECK du Lycée de Molenbeek et à D. FLANDROIT de l'IPET de Mons.

R30 En 12 jours (12 = P.P.C.M.(1,2,3,4)), 25 conques seraient remplies par ces quatre sources. Une conque se remplira donc en 12/25 de jour. En fixant le jour à 24 heures, on trouve 11h 31m 12s : c'est ce que trouvent D. FLANDROIT et Ph.THIRION de l'IPET de Mons, Jean-Philippe PIERRARD du Lycée Jean d'Avesnes de Mons, X. de VINCK du Séminaire de Floreffe, Bruno DIVRY de l'IETE de Rance, Marc BOUGARD du Lycée M.Bervoets de Mons, Laurent DECRUCQ de Havré, J-P.BIANCHI du Collège St Louis de Liège et F.G.KNUTS du Séminaire de Floreffe. Si l'on fixe le jour à 12 heures comme indiqué dans l'article de M. MASAI (M-J-5 p 67), on trouve 5h 45m 36s : c'est ce que trouvent Anne CASTI du Lycée de Mons, Denis JACOB de l'Institut St Joseph de Wavre, Thierry HYPERSIEL de l'Athénée de Thuin et Patrick KAISIN du Collège St Louis de Liège.

Le professeur P. I. MAJEUNIX présente :

Le cube hongrois

C'est au hongrois Ernö RUBIK que l'on doit ce qui sera peut-être le plus beau casse-tête de notre siècle.

L'objet est d'une simplicité déconcertante dans son principe. Il s'agit d'un ensemble de 27 cubes composant un cube plus grand (en fait seul 26 cubes sont visibles). Chaque face se compose de 9 cubes disposés en un carré de 3 sur 3. Le cube central de chaque face indique la couleur de la face. Les huit autres cubes peuvent par diverses rotations changer de face . En fait chaque face tourne autour de son cube central, chaque fois d'un certain nombre de quarts de tour et quel que soit l'état initial de cette face. Si à l'achat, les faces sont d'une même couleur, quelques mouvements à peine permettent la création d'un grand désordre de couleurs. En fait, il y aurait près de 43 000 000 000 000 000 000 de possibilités de mélanger ce cube...

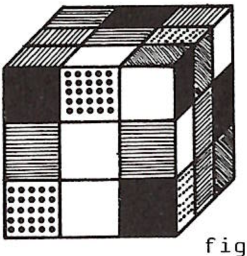


fig 1

Au départ, nous nous trouvons donc comme dans la figure 1 : en plein désordre. La première étape, facilement assimilable consiste à créer une croix d'une même couleur sur une quelconque des faces ; mais attention, il faudra que les cubes dont on voit deux faces se raccordent convenablement avec les quatre faces entourant la face choisie. Le résultat est visible sur la figure 2. On se désintéresse à cet instant totalement des positions des autres cubes.

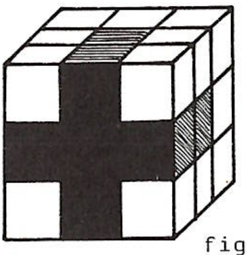


fig 2

Lorsque vous aurez parfaitement assimilé cette étape, il faudra compléter une suite logique de couleur sur la couronne de la face centrale parallèle à la face de départ. Voir à ce sujet la figure 3. La difficulté consiste à ne pas détruire la croix formée à l'étape précédente. Après quelques essais, vous y arriverez certainement...

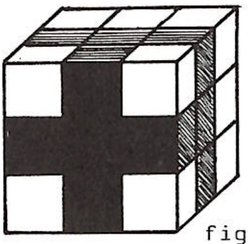
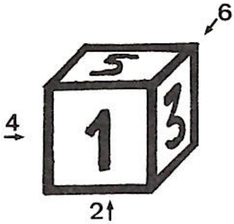


fig 3



Imaginons que votre cube soit un dé, et que la croix soit réalisée dans la face 6 (opposée à la face 1), que la couronne soit dans les faces 3,5,4 et 2 ; l'étape suivante consiste à inscrire la croix dans la face 1. Pour cela, deux étapes: d'abord amener les milieux à leur place, même s'il se trouvent retournés sur eux-mêmes ; ensuite les mettre dans le bon sens. Les actions à faire pour ces manoeuvres sont codées suivant un principe simple : le cube est présenté comme sur la figure qui correspond au mouvement envisagé: la face 1 vers vous, la 3 à droite. Les actions sont ensuite codées par deux chiffres : le premier indique sur quelle face on agit, le second indique le nombre de quarts de tour dans le sens anti-horlogique à faire subir à la face. Dans les figures 4 à 9, les petits cubes noirs changent de positions suivant les flèches, les cubes hachurés se retournent sur eux-mêmes.

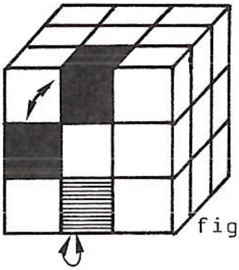


fig 4

Etape n° 1 : figure 4

amener des milieux à leurs places.

11 23 13 33 11 31 21

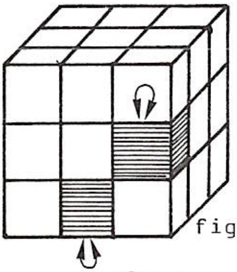


fig 5

Etape n° 2 : figure 5

mettre les milieux en position.

23 31 21 33 11 33 13 31

A cet instant, 6 croix correctes doivent être visibles sur votre cube. Nous attaquons la remise en état des sommets : à nouveau 2 étapes : la position, puis le bon sens. 6 mouvements sont possibles pour cette première étape : on choisit indifféremment l'une ou l'autre. (toujours amener le cube en position conforme avec les figures!)

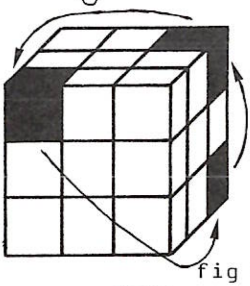


fig 6

Etape n° 1 : figure 6

sens des flèches :
52 11 22 13 52 11 22 13

sens inverse des flèches :
11 22 13 52 11 22 13 52

figure 7

sens des flèches :
51 11 22 13 52 11 22 13 51

sens inverse des flèches :
53 11 22 13 52 11 22 13 53

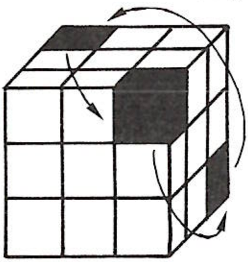


fig 7

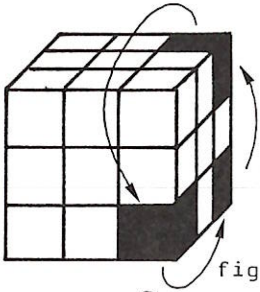


fig 8

figure 8

sens des flèches :

12 52 11 22 13 52 11 22 11

sens inverse des flèches:

13 22 13 52 11 22 13 52 12

Etape n° 2 : figure 9

mettre les sommets en position.
(la figure 10 indique le mouvement effectué.)

51 63 53 33 63 31 13
33 61 31 51 61 53 11

Un dernier détail: à la moindre erreur, on recommence à l'étape de la figure 2.

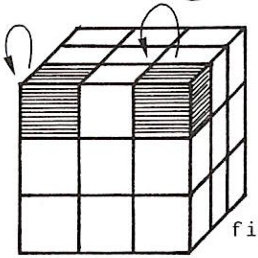


fig 9

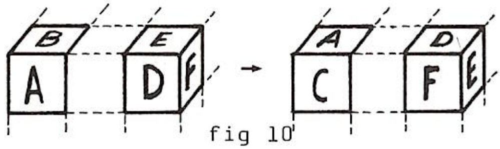


fig 10

Ceci n'est qu'une manière possible de remettre le cube en ordre, il en existe d'autres et le nombre de plus en plus grand de situations que l'on arrive à dominer permet d'aller de plus en plus vite. Bonne chance ...

Divisibilité par 7

Les critères de divisibilité par 7 sont en général peu simples à manier. En voici un extrêmement facile à utiliser:
Soit N un nombre dont je dois établir la divisibilité par 7, si N = 10d + u , je calcule d - 2u , c'est-à-dire que j'enlève deux fois les unités au nombre des dizaines.

puisque 2 (10d + u) + d - 2u = 21 d = un multiple de 7, 10d + u (= N) et d - 2u sont soit tous deux multiples de 7 ou aucun des deux ne l'est car si 7 divise 2A + B et divise A, il divise B et inversément si 7 divise 2A + B et B, il divise 2A, donc A.

Exemples :

$$\begin{array}{r} 1981 \\ -2 \\ \hline 196 \\ -12 \\ \hline 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 29758 \\ -16 \\ \hline 2959 \\ -18 \\ \hline 277 \\ -14 \\ \hline 13 \end{array}$$

1981 est multiple de 7, 29758 ne l'est pas.

CAR - MATH

J.P. Declercq , *rue de Ten Brielen, 124, 7780 COMINES.*

Tout d'abord, je profite de ce premier numéro de l'année 81 pour vous adresser à toutes et à tous mes meilleurs voeux...

Que l'année qui vient de commencer vous apporte beaucoup de joies dans la satisfaction du travail bien fait et dans la détente que peut vous apporter notre revue.

Particulièrement, je formule des voeux pour celles et ceux qui se lanceront vers une carrière dans laquelle la mathématique apparaît comme un outil de travail journalier. Qu'ils découvrent qu'à travers des exigences sérieuses de précision et de rigueur, la mathématique apporte beaucoup à ceux qui se penchent vers elle.

J'avais l'intention de vous présenter, dans ce numéro, l'interview d'un jeune étudiant de dernière année ingénieur civil en mathématique appliquée... je l'ai contacté il y a quelques semaines... mais ce cher Patrick est en plein dans la préparation d'une session d'examens... aussi ai-je remis le rendez-vous pour une prochaine édition... son témoignage paraîtra très probablement dans le n° 9 de Mars-Avril.

Permettez-moi encore de formuler des voeux de bonne réussite pour vous tous... le conseil que je vous donne est de toujours travailler de telle façon que toutes les chances soient de votre côté.

MATH-JEUNES est une publication bimensuelle de la **S**ociété **B**elge des **P**rofesseurs de **M**athématique d' **E**xpression **F**rançaise.

Editeur responsable : W.VANHAMME, rue Firmin Martin, 2, 1160 - Bruxelles.
Rédacteur (et courrier) : J.MIEWIS, rue de joie, 75, 4000 - Liège.

Abonnement : par année scolaire (5 numéros) : Belgique 50 FB , Etranger 100 FB.