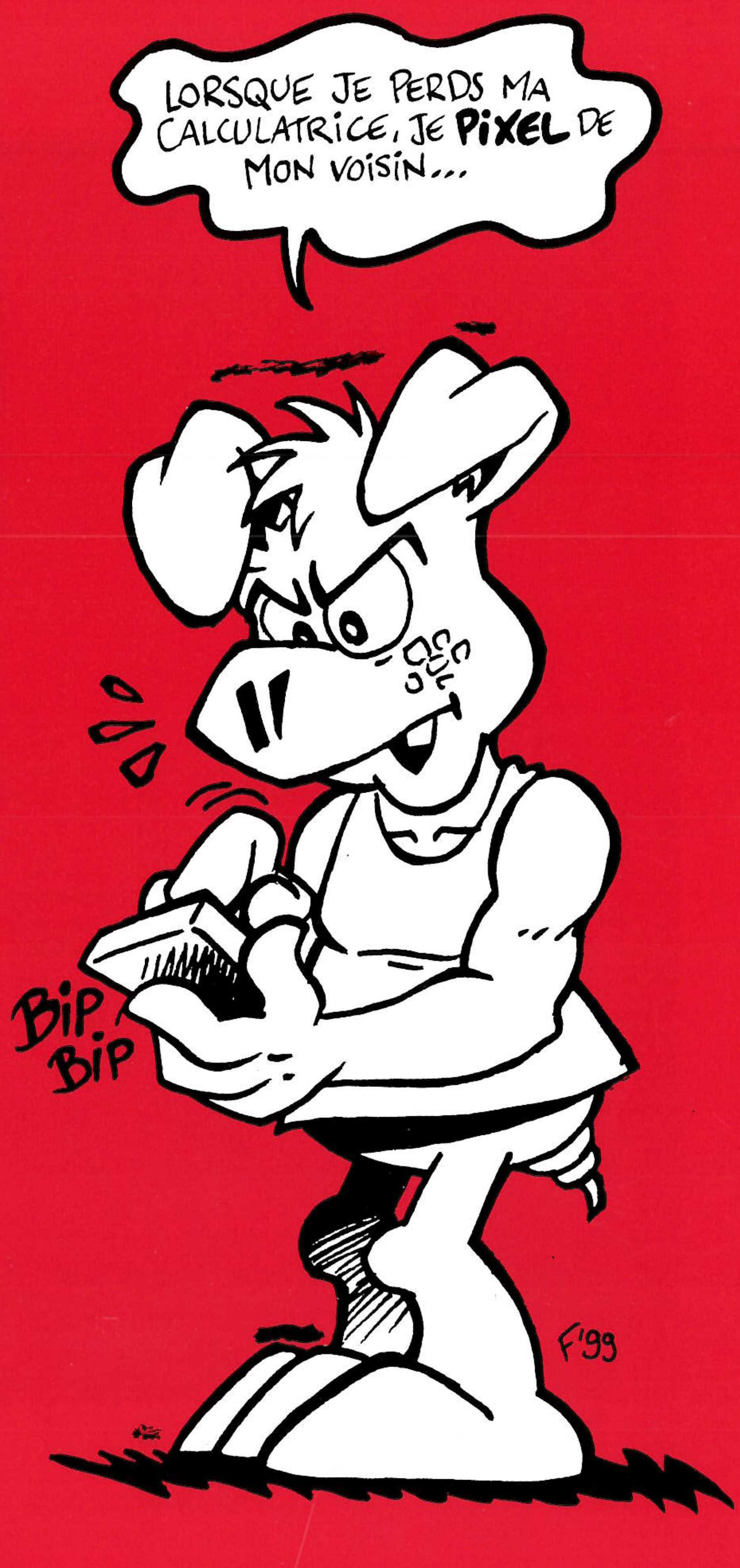
# MATH JEUNES




21e année
Janvier 2000 - N° 92
Bureau de dépôt : Mons 1

# Math-Jeunes

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

*Math-Jeunes*

*Rédaction, administration :* Rue A. Moitroux 22, 7100 La Louvière.

*Comité de Rédaction :* M. Ballieu, J.-P. Cazzaro, C. Festraets, J. Miéwis, G. Noël, F. Pourbaix, G. Sinon, S. Trompler, C. Van Hooste, C. Villers

*Math-Jeunes junior*

*Rédaction, administration :* Ch. de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour.

*Comité de Rédaction :* C. Festraets, G. Laloux, R. Midavaine, G. Noël, A. Paternottre, F. Pourbaix, C. Vandercammen, C. Van Hooste, C. Villers

*Illustrations :* F. Pourbaix


Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés aux rédactions respectives.

*Abonnements :* sauf mention contraire, les prix sont indiqués en EUROS

| | Belgique | Union Européenne | Europe hors Union | Hors Europe prioritaire | Hors Europe non priorit. |
|---|---|---|---|---|---|
| Abonnement isolé | (*) 4 numéros (**) 7 numéros | | | | |
| *Math-Jeunes junior* ou *Math-Jeunes*(*) | 200 BEF ou 4.96 | 9.2 | 10.2 | 20.4 | 11.4 |
| Les deux revues (**) | 350 BEF ou 8.68 | 16.5 | 17.17 | 35.6 | 20 |
| Abonnements groupés (au moins 5) | (*) 4 numéros (**) 7 numéros | | | | |
| *Math-Jeunes junior* ou *Math-Jeunes*(*) | 150 BEF ou 3.72 | 6 | 7.6 | 15.2 | 8.6 |
| Les deux revues (**) | 265 BEF ou 6.57 | 10.6 | 13.4 | 26.6 | 15.1 |

Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et le prix de ceux-ci selon votre région, adressez-vous à la S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons

Tél. 32-(0)65-373729

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 BEF pour frais d'encaissement.)


*Éditeurs responsables :*

- pour *Math-Jeunes* : M. Ballieu, Rue Alfred Moitroux 22, 7100 La Louvière
- pour *Math-Jeunes junior* : C. Van Hooste, Chemin de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour

N° 92 S Vingt et unième année 2000

# Math-Jeunes

# Dessiner l'espace ...

MICHEL BALLIEU, *CREM, Nivelles*

## 1. Introduction

Certains d'entre nous sont naturellement « bons dessinateurs ». Qu'entend-on par là ? Tout simplement que lorsqu'ils représentent, sur une feuille de papier ou sur une toile, des objets de l'espace, on a l'impression que cela « ressemble à une photo ». Respectent-ils des règles pour obtenir un tel résultat ? Il est difficile de répondre à cette question ; tout dépend aussi de ce qu'ils ont dessiné. La représentation de l'espace à trois dimensions sur un plan est effectivement soumise à un certain nombre de règles qui constituent ce qu'on appelle la **perspective** ([1]). Un appareil photographique est une « machine » construite de manière à respecter ces règles. L'être humain peut aussi les respecter et donc faire « aussi bien » que l'appareil ... ou presque ! Mais toutes les personnes considérées comme douées pour le dessin ne les respectent pas nécessairement, surtout lorsqu'elles représentent des paysages où les erreurs de perspective se détectent beaucoup moins facilement que dans le dessin de bâtiments parallélipipédiques, de cubes, de carrelages, d'objets rectilignes ... *Math-Jeunes* te propose d'essayer d'y voir un peu plus clair, de comprendre comment un besoin émanant de peintres a débouché sur un problème mathématique.

Tu as certainement déjà vu des reproductions de peinture à sujet essentiellement religieux, datant d'avant le quinzième siècle et où les objets sont soit très plats, soit ont l'air de dégringoler sur le sol alors qu'ils sont censés être déposés sur une table. Nous avons bien dit avant le quinzième siècle, car c'est à cette époque, qualifiée de Renaissance (italienne), que les choses vont radicalement changer.

Le martyre de Saint Quirin, XII^e siècle

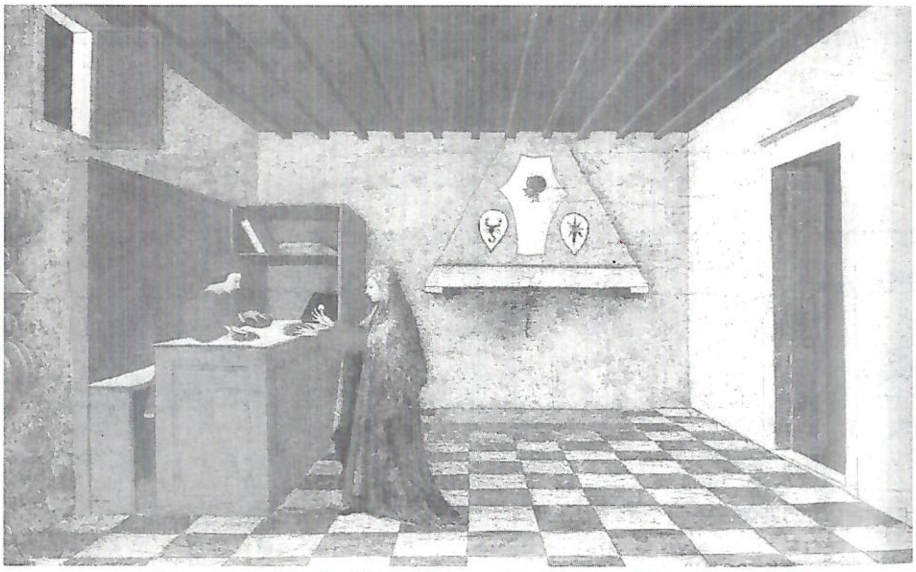
Le premier peintre qui semble avoir réellement compris les règles de la perspective est Filippo Brunelleschi (1377 – 1446). Avant lui, on rencontre des essais de perspective, comme chez Giotto,

([1]) Ce terme sera précisé par la suite.

par exemple, mais les tableaux restent entachés d'erreurs. Ces peintres n'ont pas vraiment tout compris. Malheureusement, Brunelleschi n'a rien laissé comme écrit. Tout ce qu'on possède est le témoignage d'un autre peintre, Manetti, qui relate une expérience du sieur Filippo, réalisée vers 1415. Mais cela est une autre histoire. Tu sais peut-être que Brunelleschi était également un fameux architecte. C'est à lui que l'on doit la célèbre coupole de l'église *Santa Maria del Fiore* à Florence.

Quant au premier traité de perspective intitulé *De Pictura*, écrit en latin, il date de 1435. Il est l'œuvre de Leone Battista Alberti (1404 – 1472) qui, bien que né à Gênes, est le descendant d'une illustre famille florentine. C'est sa fameuse *costruzióne legittima* dont nous avons l'intention de te parler.
Mais avant de continuer, nous te demandons de comparer les deux toiles et la photo suivantes ... Quelles sont les ressemblances, les différences ? Observe bien les dallages ! Fais des photocopies sur lesquelles tu prolonges des lignes, ...

L'annonciation de A. Lorenzetti, 1344



Le miracle de l'hostie profanée de Uccello, 1469

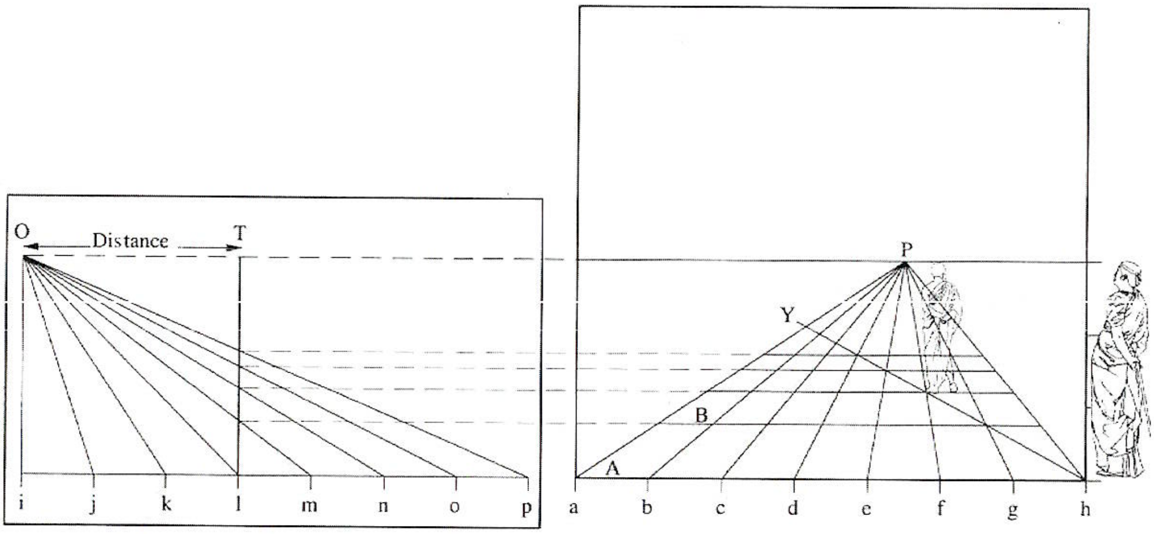
Photographie de carrelage

## 2. *La costruzióne legittima*

Nous ne la donnons pas dans le texte original qui n'est pas toujours simple à comprendre, même en français. Le lecteur intéressé trouvera la référence exacte à la fin de cet article. Le but ici est de donner les principes de cette perspective en langage moderne.

Il faut d'abord savoir qu'un tableau, d'une manière générale une représentation plane d'une scène observée par celui qui va la dessiner, est vu comme l'intersection d'un plan, celui du tableau, avec la pyramide visuelle. Cette pyramide visuelle est constituée de l'ensemble des rayons qui partent du contour des différents objets à dessiner et arrivent au point représentant l'œil.

Voici la figure explicative que donne Alberti pour dessiner un carrelage.




La costruzióne leggitima

A droite, tu as une vue de face du tableau ; à gauche, une vue de profil. $T\ell$ est la tranche du tableau, $O$ l'œil du peintre. $Tm$, $Tn$, $To$, $Tp$ sont les rayons qui constituent la pyramide visuelle dont on a parlé plus haut.

Il y a des choses importantes à dire. Notamment que la représentation sur le tableau va dépendre de la position de l'œil de celui qui peint, tant en **hauteur** qu'en **éloignement** par rapport à l'objet peint. Et si tu veux voir les objets réels comme te les montre le tableau qui les représente, tu sois placer ton œil exactement à l'endroit où le peintre a placé le sien. C'est comme pour l'appareil photographique : si tu veux voir la scène exactement comme te le montre la photo, tu dois mettre ton œil là où se trouvait l'objectif de l'appareil et encore, en ne tenant pas compte des problèmes de focale qui sont l'apanage des modèles sophistiqués d'appareil photo que l'on trouve de nos jours dans le commerce.

Maintenant, écoutons Alberti (en langage moderne).

Il trace d'abord les limites de ce qu'il va peindre (le grand quadrilatère à droite de la figure). Il choisit la taille qu'il veut donner aux hommes dans son tableau (celle du personnage de droite). Il la divise en trois (c'est visible en observant bien la figure). Cette mesure (le tiers d'un homme), il l'appelle **bras**. Il considère ainsi que la taille normale d'un homme est de trois **bras** ([2]). En prenant cette unité, il divise la ligne de base de son tableau (le grand quadrilatère) en autant de parties qu'elle peut en contenir. La ligne de base est alors pour lui proportionnelle à la quantité transversale la plus proche (qu'il va peindre) et qui est parallèle au tableau. Il place ensuite un seul point à l'intérieur du tableau qu'il appelle **point central** ; de nos jours, on dit **point de fuite principal**. C'est là que frappe le **rayon central** c'est-à-dire le rayon parallèle au sol, perpendiculaire au tableau et passant par l'œil du peintre. Il fixe ainsi la **hauteur** de l'œil en disant que ce point ne doit pas être situé, par rapport au sol, plus haut que le personnage que l'on va peindre, afin que ceux qui regardent et les objets peints semblent se trouver sur un sol plat, au même niveau. Il tire alors du point central des lignes vers chacune des divisions de la ligne de base.

Reste maintenant à tracer les limites de chaque rangée de carreaux dans la profondeur. C'est ici qu'Alberti signale un faux procédé de perspective. Certains, dit-il, mènent une première parallèle à la ligne de base n'importe où ; ils placent ensuite la deuxième parallèle de telle manière que la distance entre les première et deuxième parallèles soit les deux tiers de la distance entre la ligne de base et la première parallèle et ainsi de suite pour les autres parallèles (règle des deux tiers). Mais, insiste-il, ceux-là se trompent ; moi, j'ai trouvé une excellente méthode. Et il poursuit sa construction.

Il prend une petite surface (c'est la vue de profil à gauche sur la figure). Il y trace une ligne horizontale qu'il divise en autant de parties que la ligne de base du rectangle de droite. Il place à la verticale de l'extrémité gauche de l'horizontale un point unique, l'œil ($O$) du peintre, donc à la même hauteur que le point du rectangle de droite. Et il trace toutes les droites joignant $O$ aux subdivisions de l'horizontale, c'est-à-dire la pyramide visuelle. Et c'est maintenant qu'il choisit l'**éloignement** de l'œil du peintre par rapport au point le plus proche de ce qu'il va peindre, en coupant la pyramide visuelle par le tableau $T$. Et c'est fini !

Pour la transversale de la première rangée de carreaux, c'est l'élément $Om$ de la pyramide visuelle qui est coupé par le tableau et qui indique ainsi à quelle « hauteur » doit se dessiner ce premier rang. Pour le deuxième rang, c'est l'intersection du rayon visuel $On$ avec le tableau qui indique le bon endroit, et ainsi de suite pour les deuxième et troisième rangées.

([2]) Un *bras* est aussi une mesure florentine de l'époque valant environ 58 cm.

Et Alberti termine cette partie en disant qu'il a la preuve que ce qu'il a fait est juste si une même ligne droite prolongée sur le dallage sert de diagonale à plusieurs rectangles juxtaposés, comme sur le carrelage réel.

Et il a raison : l'incidence est respectée en ce sens que des points alignés sur l'objet réel restent alignés sur sa représentation à deux dimensions. C'est le moment d'aller voir, si tu ne l'avais pas remarqué tout à l'heure, quelle est la situation sur les figures des pages 27 et 28.

Il y a des questions intéressantes à se poser, par exemple, combien de rangées de carreaux doit-on placer pour atteindre le point $P$ du tableau ? À ton avis ? Beaucoup bien sûr ! Réfléchis, regarde la figure d'Alberti. Pour arriver à la dernière rangée, le rayon de la pyramide visuelle qui y correspond est $OT$ ! Ne ressens-tu pas un parfum d'infini ? Si non, prends une grande feuille de papier et dessine « beaucoup » de rangées de carreaux. Je pense que tu seras convaincu. On touche là à un nouveau type de géométrie connue sous le nom de **géométrie projective**. Une de ses caractéristiques est que les points à l'infini ne sont pas distingués des autres points, ce qui est bien le cas du point de fuite principal $P$ du tableau. Discutes-en avec ton prof. de maths.

La perspective d'Alberti est une **perspective centrale** ou encore **perspective à point de fuite**. Plus tu éloignes le point $P$, avec le logiciel Cabri, par exemple, tu le mets de plus en plus haut afin d'avoir une vue plus globale de la scène (le peintre voit les choses de haut !), plus tu te rapproches de ce que tu connais sous le nom de **perspective cavalière** dans laquelle le point de fuite est rejeté à l'infini.

Pour illustrer sa construction, Alberti s'est servi d'une représentation avec vues de face et de profil ; il n'aurait pas pu utiliser la perspective cavalière qui n'est entrée en pratique qu'à la fin du seizième siècle en Europe. Elle convenait très bien pour réaliser des plans d'architecture classique pour laquelle elle faisait mieux percevoir les alignements, les symétries, le parallélisme, ... La perspective cavalière donne une vue plus globale des objets, puisque comme nous venons de le voir, le point de vue est rejeté à l'infini. Elle aura beaucoup d'applications dans l'art de la guerre, car il est plus facile d'y mesurer les objets, les distances. P. Comar (voir bibliographie) signale que, dans ses *Cours de mathématique nécessaires à un homme de guerre* (1693), Ozanam écrit :

« Pour représenter les fortifications, on se sert d'une perspective [...] qu'on appelle *Perspective Cavalière* et *Perspective Militaire*, qui suppose l'œil infiniment éloigné du Tableau, [...] et quoiqu'elle soit naturellement impossible, la force de la vue ne pouvant se porter à une distance infinie, elle ne laisse pas néanmoins de faire bon effet. »

## Références

Alberti L. [1435], *De la peinture*, Macula, Dédale, Paris, 1992. Traduction par Jean-Louis Schefer.

Ballieu M. [à paraître], *De Brunelleschi à Desargues ou des problèmes liés à la représentation plane d'objets de l'espace*, Troisième Université Européenne d'Été d'Histoire et d'Épistémologie des Mathématiques, Louvain- la-Neuve, Leuven, 15 au 21 juillet 1999.

Comar P. [1996], *La perspective en jeu – les dessous de l'image*, Gallimard.

CREM [à paraître], *Construire et représenter un aspect de la géométrie de la maternelle à l'université*, Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles.

Nadine Joelants, Athénée Royal de Mons I, Université de Mons-Hainaut

## Le site des mathématiques amusantes : des Olympiades « on line » !

Si vous êtes amateurs d'énigmes et de problèmes de réflexion, voici un site qui vous passionnera. Vos cellules grises pourront se mesurer à des problèmes classés en trois catégories : niveau facile, niveau moyen, niveau difficile. Cependant, pas de frustration ! Si vous n'avez pas trouvé la voie de la solution, un clic de souris vous la fournira.

À titre d'exemple, voici un problème facile :

> 12 poules naines mangent 36 kg de grain en 18 jours. 9 poules naines pondent 12 oeufs en 8 jours. Combien faut-il de grain pour pondre 1 999 oeufs ?

Et un problème difficile :

> Le village de Cent-le-Vieux compte exactement 100 habitants. Le plus âgé est né en 1900 et tous les habitants sont nés une année différente, mais tous le 1er janvier. En 1999, la somme des quatre chiffres de l'année de naissance de Jules est égale à son âge. Quel est l'âge de Jules ?

Ce n'est pas tout. Carrédas vous propose également un challenge, un super-challenge, une question des champions et un championnat.

Le challenge et le super challenge consistent à répondre à une question à l'aide d'un formulaire ou via e-mail. Le gagnant est l'internaute qui fournit la meilleure démonstration dans les délais imposés. Les critères retenus sont, dans l'ordre, la rigueur, la clarté, l'originalité, l'humour. Le gagnant figure alors dans un palmarès mis à jour au fur et à mesure. Des archives regroupent problèmes et solutions des anciens challenges et super challenges.

La question des champions est un problème dont la solution est particulièrement astucieuse. Elle est remplacée quand vingt internautes ont réussi à trouver la solution avec une démonstration correcte dès le premier essai.

Voici l'énoncé du problème qui a résisté le plus longtemps – plus de 200 jours – à la perspicacité des internautes :

Math-Jeunes n°92 S, 31–32, 2000

Au centre de tri postal de Mathville, les lettres reçues dans les sacs postaux à l'arrivée sont judicieusement placées dans 7 grandes cases différentes en forme de piles. Chacune de ces piles peut uniquement être alimentée par le dessus. Avant le départ du facteur, chaque grande case est triée une seule fois pour constituer autant de petites piles qu'il y a de rues. Je précise qu'une opération de tri d'une grande case consiste à prendre les enveloppes comme elles viennent par le dessus et à les poser au bon endroit ; soit sur une petite pile, soit dans une grande case. Le préposé au tri triera donc en tout les sept piles des grandes cases (une fois chaque pile). Sachant que chaque facteur trouvera le courrier bien rangé dans l'ordre des numéros pour chaque rue, indiquez le nombre maximum de numéros dans la plus grande rue de Mathville.

Quant au championnat, il se déroule sur une période d'environ un mois. Il s'appuie sur les questions du challenge et du super challenge, mais prend en compte un critère supplémentaire, la constance. Il comporte entre 4 et 6 questions de chacune des catégories, challenge et super challenge.

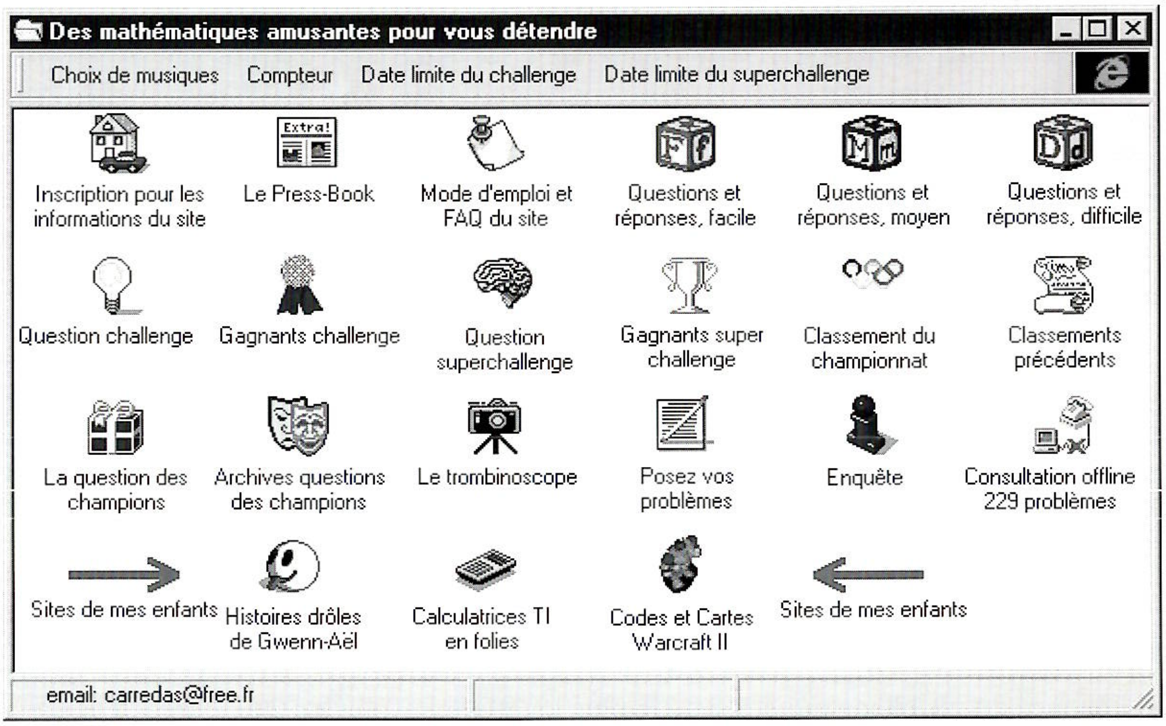
Quant à la présentation du site, elle est agrémentée à la sauce « Windows », à savoir, une fenêtre avec des icônes pour chacune des rubriques proposées ou une liste déroulante permettant les mêmes choix. Tout est accessible depuis la première page ce qui évite de rebondir d'hyperliens en hyperliens à la recherche de son bonheur.

Ah oui, j'oubliais ... pour la solution des trois problèmes que j'ai « piqués » chez Carrédas, consultez donc l'URL suivante :

http ://carredas.free.fr/

Si, vous aussi, vous avez des adresses intéressantes à me communiquer, n'hésitez pas, envoyez-moi un mail à l'adresse suivante :

nadine.joelants@skynet.be



# ANDRE

## C. Cerf et J.Sengier *ULB*

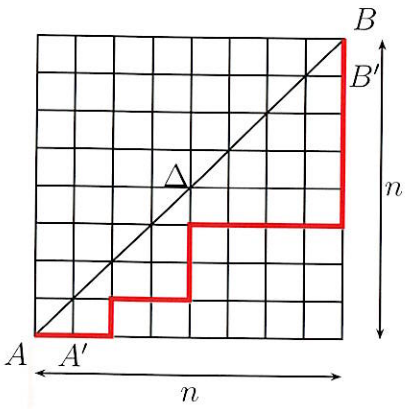
*Le présent article fait suite à « Roméo et Juliette » publié dans le numéro 91 S.*

Mathieu a finalement retrouvé sa dulcinée et, ensemble, ils continuent à réfléchir à ces problèmes de taxi-chemins dans New York.
– *C'est encore heureux qu'il n'y ait pas de rivière qui bloque la route quand on veut aller d'un point à un autre dans Manhattan !* s'exclame la petite amie de Mathieu. Cela donne alors à Mathieu une nouvelle idée de problème.
– *Et si une rivière infranchissable joignait deux points dans la ville, situés aux deux coins opposés d'un carré, y aurait-il encore moyen de calculer le nombre de taxi-chemins qui vont d'un point à l'autre ?*
Il compulse son livre préféré d'histoire des maths, et tombe sur une résolution de ce problème due à un mathématicien du dix-neuvième siècle, appelé André (c'est son nom de famille !). Regardons ensemble cette résolution, très astucieuse.

Math-Jeunes n°92 S, 33–34, 2000

## Problème d'André

Le problème qu'André a résolu en 1887 est le suivant. Soit un carré de dimension $n \times n$. Appelons $A$ et $B$ les coins sud-ouest et nord-est de ce carré, et $\Delta$ la diagonale $AB$ (ligne droite). Combien y a-t-il de taxi-chemins allant de $A$ à $B$ en restant en dessous de la diagonale, sans jamais la toucher ni la traverser ?




Soit $N$ ce nombre. Comme on doit rester constamment sous $\Delta$ tous les taxi-chemins allant de $A$ à $B$ doivent commencer par un mouvement vers l'est (appelons ce point $A'$) et doivent terminer par un mouvement vers le nord (appelons l'avant-dernier point $B'$).

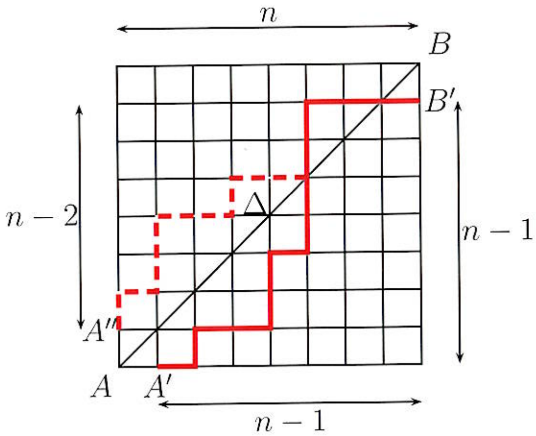
Donc,

$$\begin{aligned} N &= \text{nombre de taxi-chemins allant de } A' \text{ à } B' \text{ sans jamais toucher ni traverser } \Delta \\ &= \text{nombre total de taxi-chemins de } A' \text{ à } B' - \text{nombre de taxi-chemins de } A' \text{ à } B' \\ &\quad \text{ayant au moins un point commun avec } \Delta \end{aligned}$$

Il est facile de calculer le premier terme de cette expression. Nous l'avons déjà fait à de nombreuses reprises dans les articles précédents de cette série. Par contre, avez-vous une idée de la manière de calculer le deuxième terme ? Toute la difficulté vient de la restriction « ayant au moins un point commun avec $\Delta$ ».

## Principe de symétrie d'André

Ici vient l'idée géniale d'André. Il s'est dit que tout taxi-chemin allant de $A'$ à $B'$ et ayant au moins un point commun avec $\Delta$ est équivalent à un taxi-chemin allant de $A''$ à $B'$ où $A''$ est le symétrique de $A'$ par rapport à $\Delta$.
Il n'y a pas de restriction sur les taxi-chemins allant de $A''$ à $B'$. Tous traverseront $\Delta$ (au moins une fois) puisque $A''$ est d'un côté de $\Delta$ et $B'$ de l'autre côté.




Grâce à l'équivalence des taxi-chemins, le nombre de taxi-chemins allant de $A'$ à $B'$ et ayant au moins un point commun avec $\Delta$ est égal au nombre total de taxi-chemins allant de $A''$ à $B'$. On peut donc écrire :

$N$ = nombre total de taxi-chemins de $A'$ à $B'$ — nombre total de taxi-chemins de $A''$ à $B'$

Et maintenant, à nous les calculs. Pour les techniques, voir *Taxi-choses et taxi-trucs* (1) et (5) dans *Math-Jeunes* n° 87 et suivants.

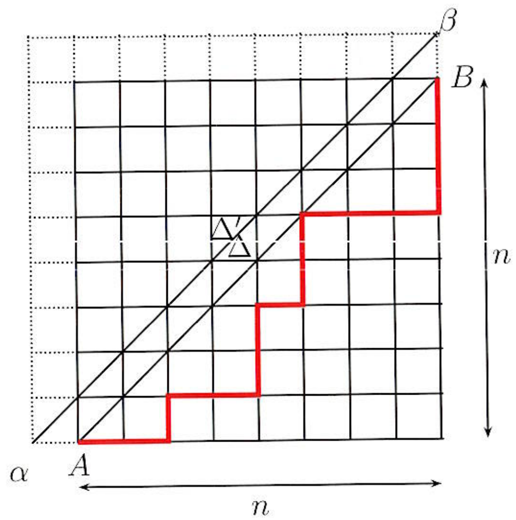
$$\begin{aligned} N &= C^{n-1}_{(n-1)+(n-1)} - C^{n}_{n+(n-2)} = C^{n-1}_{2n-2} - C^{n}_{2n-2} \\ &= \frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!} - \frac{(2n-2)!}{n!(n-2)!} = \frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-2)!}\left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) \\ &= \frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-2)!} \cdot \frac{1}{n(n-1)} = \frac{(2n-2)!}{(n-1)!(n-1)!} \cdot \frac{1}{n} = \frac{C^{n-1}_{2n-2}}{n} \end{aligned}$$

La quantité $\dfrac{C^{n-1}_{2n-2}}{n}$ intervient souvent en mathématiques. On l'appelle le $n^{\text{e}}$ nombre de Catalan.

## Variante du problème

Pour les mordus, voici une variante du problème d'André. Combien y a-t-il de taxi-chemins allant de $A$ à $B$ en restant en dessous de la diagonale, sans la traverser mais éventuellement en la touchant ? Réfléchissez avant de lire la réponse.

**Réponse :** le nombre de taxi-chemins allant de $A$ à $B$ en restant en dessous de la diagonale $\Delta$ sans la traverser mais éventuellement en la touchant est égal au nombre de taxi-chemins allant de $\alpha$ à $\beta$ en restant en dessous de la diagonale $\Delta'$ sans la traverser ni la toucher. Il suffit donc de remplacer $n$ par $n+1$ dans la formule !



# Vendredi 13

## J. Miéwis, *Collège Saint-Louis, Liège*

Je ne sais pas vous, mais autour de moi, tout un tas de gens n'aiment pas les vendredis 13, paraît que ça porte malheur ! Vous me direz, heureusement que cela n'arrive pas trop souvent. Mais au fait, qu'en sait-on, des vendredi 13 ? Y en a-t-il trop, trop peu, juste ce qu'il faut ? Nous allons essayer de débroussailler cela ensemble.

Il nous semble logique de commencer par compter le nombre de vendredis 13 qu'il y a dans une année. Oui, mais toutes les années ne se ressemblent pas de ce point de vue, ou si vous préférez, le calendrier de cette année n'est pas valable l'an prochain. Donc avant de compter nos vendredis, il faudrait faire l'état des lieux des calendriers.

L'année peut commencer par un lundi, un mardi, ... et avoir 365 ou 366 jours. Cela nous donne 14 calendriers différents : nous les appellerons 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1B 2B, 3B, 4B, 5B, 6B et 7B (B pour bissextile). Pour chacun de ces 14 calendriers, il nous faut relever quel jour de la semaine tombent les 13 de chaque mois.

Le tableau de la page suivante reproduit le calendrier d'une année non bissextile dont le premier janvier est un lundi (calendrier de type 1). Sa construction est des plus simples : puisque la première colonne se termine par un mercredi (m) 31 Janvier, la seconde commencera par un jeudi (J) 1er Février ; et ainsi de suite. Le tableau 2 reprend lui un calendrier d'une année bissextile dont le premier Janvier est un lundi (calendrier de type 1B) : on y trouve bien sûr un 29 Février. Un simple comptage nous donne pour ces 2 types de calendrier, les jours de la semaine correspondant au 13 du mois.

*Math-Jeunes n° 92 S, 35–40, 2000*

**Année type 1 :**

- Lundi : 1 fois (en Août)
- Mardi : 3 fois (en Février, en Mars et en Novembre)
- Mercredi : 1 fois (en Juin)
- Jeudi : 2 fois (en Septembre et en Décembre)
- Vendredi : 2 fois (en Avril et en Juillet)
- Samedi : 2 fois (en Janvier et en Octobre)
- Dimanche : 1 fois (en Mai)

**Année type 1B :**

- Lundi : 1 fois (en Mai)
- Mardi : 2 fois (en Février et en Août)
- Mercredi : 2 fois (en Mars et en Novembre)
- Jeudi : 1 fois (en Juin)
- Vendredi : 2 fois (en Septembre et en Décembre)
- Samedi : 3 fois (en Janvier, en Avril et en Juillet)
- Dimanche : 1 fois (en Octobre)

Calendrier 1

| | J | F | M | A | M | J | J | A | S | O | N | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| L | 1 | | | | | | | | | 1 | | |
| M | 2 | | | | 1 | | | | | 2 | | |
| m | 3 | | | | 2 | | | 1 | | 3 | | |
| J | 4 | 1 | 1 | | 3 | | | 2 | | 4 | 1 | |
| V | 5 | 2 | 2 | | 4 | 1 | | 3 | | 5 | 2 | |
| S | 6 | 3 | 3 | | 5 | 2 | | 4 | 1 | 6 | 3 | 1 |
| D | 7 | 4 | 4 | 1 | 6 | 3 | 1 | 5 | 2 | 7 | 4 | 2 |
| L | 8 | 5 | 5 | 2 | 7 | 4 | 2 | 6 | 3 | 8 | 5 | 3 |
| M | 9 | 6 | 6 | 3 | 8 | 5 | 3 | 7 | 4 | 9 | 6 | 4 |
| m | 10 | 7 | 7 | 4 | 9 | 6 | 4 | 8 | 5 | 10 | 7 | 5 |
| J | 11 | 8 | 8 | 5 | 10 | 7 | 5 | 9 | 6 | 11 | 8 | 6 |
| V | 12 | 9 | 9 | 6 | 11 | 8 | 6 | 10 | 7 | 12 | 9 | 7 |
| S | **13** | 10 | 10 | 7 | 12 | 9 | 7 | 11 | 8 | **13** | 10 | 8 |
| D | 14 | 11 | 11 | 8 | **13** | 10 | 8 | 12 | 9 | 14 | 11 | 9 |
| L | 15 | 12 | 12 | 9 | 14 | 11 | 9 | **13** | 10 | 15 | 12 | 10 |
| M | 16 | **13** | **13** | 10 | 15 | 12 | 10 | 14 | 11 | 16 | **13** | 11 |
| m | 17 | 14 | 14 | 11 | 16 | **13** | 11 | 15 | 12 | 17 | 14 | 12 |
| J | 18 | 15 | 15 | 12 | 17 | 14 | 12 | 16 | **13** | 18 | 15 | **13** |
| V | 19 | 16 | 16 | **13** | 18 | 15 | **13** | 17 | 14 | 19 | 16 | 14 |
| S | 20 | 17 | 17 | 14 | 19 | 16 | 14 | 18 | 15 | 20 | 17 | 15 |
| D | 21 | 18 | 18 | 15 | 20 | 17 | 15 | 19 | 16 | 21 | 18 | 16 |
| L | 22 | 19 | 19 | 16 | 21 | 18 | 16 | 20 | 17 | 22 | 19 | 17 |
| M | 23 | 20 | 20 | 17 | 22 | 19 | 17 | 21 | 18 | 23 | 20 | 18 |
| m | 24 | 21 | 21 | 18 | 23 | 20 | 18 | 22 | 19 | 24 | 21 | 19 |
| J | 25 | 22 | 22 | 19 | 24 | 21 | 19 | 23 | 20 | 25 | 22 | 20 |
| V | 26 | 23 | 23 | 20 | 25 | 22 | 20 | 24 | 21 | 26 | 23 | 21 |
| S | 27 | 24 | 24 | 21 | 26 | 23 | 21 | 25 | 22 | 27 | 24 | 22 |
| D | 28 | 25 | 25 | 22 | 27 | 24 | 22 | 26 | 23 | 28 | 25 | 23 |
| L | 29 | 26 | 26 | 23 | 28 | 25 | 23 | 27 | 24 | 29 | 26 | 24 |
| M | 30 | 27 | 27 | 24 | 29 | 26 | 24 | 28 | 25 | 30 | 27 | 25 |
| m | 31 | 28 | 28 | 25 | 30 | 27 | 25 | 29 | 26 | 31 | 28 | 26 |
| J | | | 29 | 26 | 31 | 28 | 26 | 30 | 27 | | 29 | 27 |
| V | | | 30 | 27 | | 29 | 27 | 31 | 28 | | 30 | 28 |
| S | | | 31 | 28 | | 30 | 28 | | 29 | | | 29 |
| D | | | | 29 | | | 29 | | 30 | | | 30 |
| L | | | | 30 | | | 30 | | | | | 31 |
| M | | | | | | | 31 | | | | | |

Tableau 1

Calendrier 1B

| | J | F | M | A | M | J | J | A | S | O | N | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| L | 1 | | | 1 | | | 1 | | | | | |
| M | 2 | | | 2 | | | 2 | | | 1 | | |
| m | 3 | | | 3 | 1 | | 3 | | | 2 | | |
| J | 4 | 1 | | 4 | 2 | | 4 | 1 | | 3 | | |
| V | 5 | 2 | 1 | 5 | 3 | | 5 | 2 | | 4 | 1 | |
| S | 6 | 3 | 2 | 6 | 4 | 1 | 6 | 3 | | 5 | 2 | |
| D | 7 | 4 | 3 | 7 | 5 | 2 | 7 | 4 | 1 | 6 | 3 | 1 |
| L | 8 | 5 | 4 | 8 | 6 | 3 | 8 | 5 | 2 | 7 | 4 | 2 |
| M | 9 | 6 | 5 | 9 | 7 | 4 | 9 | 6 | 3 | 8 | 5 | 3 |
| m | 10 | 7 | 6 | 10 | 8 | 5 | 10 | 7 | 4 | 9 | 6 | 4 |
| J | 11 | 8 | 7 | 11 | 9 | 6 | 11 | 8 | 5 | 10 | 7 | 5 |
| V | 12 | 9 | 8 | 12 | 10 | 7 | 12 | 9 | 6 | 11 | 8 | 6 |
| S | **13** | 10 | 9 | **13** | 11 | 8 | **13** | 10 | 7 | 12 | 9 | 7 |
| D | 14 | 11 | 10 | 14 | 12 | 9 | 14 | 11 | 8 | **13** | 10 | 8 |
| L | 15 | 12 | 11 | 15 | **13** | 10 | 15 | 12 | 9 | 14 | 11 | 9 |
| M | 16 | **13** | 12 | 16 | 14 | 11 | 16 | **13** | 10 | 15 | 12 | 10 |
| m | 17 | 14 | **13** | 17 | 15 | 12 | 17 | 14 | 11 | 16 | **13** | 11 |
| J | 18 | 15 | 14 | 18 | 16 | **13** | 18 | 15 | 12 | 17 | 14 | 12 |
| V | 19 | 16 | 15 | 19 | 17 | 14 | 19 | 16 | **13** | 18 | 15 | **13** |
| S | 20 | 17 | 16 | 20 | 18 | 15 | 20 | 17 | 14 | 19 | 16 | 14 |
| D | 21 | 18 | 17 | 21 | 19 | 16 | 21 | 18 | 15 | 20 | 17 | 15 |
| L | 22 | 19 | 18 | 22 | 20 | 17 | 22 | 19 | 16 | 21 | 18 | 16 |
| M | 23 | 20 | 19 | 23 | 21 | 18 | 23 | 20 | 17 | 22 | 19 | 17 |
| m | 24 | 21 | 20 | 24 | 22 | 19 | 24 | 21 | 18 | 23 | 20 | 18 |
| J | 25 | 22 | 21 | 25 | 23 | 20 | 25 | 22 | 19 | 24 | 21 | 19 |
| V | 26 | 23 | 22 | 26 | 24 | 21 | 26 | 23 | 20 | 25 | 22 | 20 |
| S | 27 | 24 | 23 | 27 | 25 | 22 | 27 | 24 | 21 | 26 | 23 | 21 |
| D | 28 | 25 | 24 | 28 | 26 | 23 | 28 | 25 | 22 | 27 | 24 | 22 |
| L | 29 | 26 | 25 | 29 | 27 | 24 | 29 | 26 | 23 | 28 | 25 | 23 |
| M | 30 | 27 | 26 | 30 | 28 | 25 | 30 | 27 | 24 | 29 | 26 | 24 |
| m | 31 | 28 | 27 | | 29 | 26 | 31 | 28 | 25 | 30 | 27 | 25 |
| J | | 29 | 28 | | 30 | 27 | | 29 | 26 | 31 | 28 | 26 |
| V | | | 29 | | 31 | 28 | | 30 | 27 | | 29 | 27 |
| S | | | 30 | | | 29 | | 31 | 28 | | 30 | 28 |
| D | | | 31 | | | 30 | | | 29 | | | 29 |
| L | | | | | | | | | 30 | | | 30 |
| M | | | | | | | | | | | | 31 |

Tableau 2

Les calendriers 2 et 2B sont décalés de 1 jour par rapport aux calendriers 1 et IB ; les calendriers 3 et 3B décalent de 2 jours, etc. On peut donc à partir de l'observation de ces deux seuls calendriers prévoir la répartition des 13 des mois pour les 14 calendriers possibles. Chaque ligne des tableaux 3 et 4 est décalée d'un rang vers la droite par rapport à la ligne précédente. Le dernier nombre prenant la place du premier à la ligne suivante.

**Répartition des 13 du mois pour les 14 types de calendrier.**

| | L | M | m | J | V | S | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 |
| 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 |
| 5 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 |
| 6 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 |
| 7 | 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 |

Tableau 3

| | L | M | m | J | V | S | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1B | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 |
| 2B | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 |
| 3B | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 4B | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 |
| 5B | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| 6B | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 2 |
| 7B | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 |

Tableau 4

A présent, nous devons nous demander dans quel ordre se succèdent ces 14 calendriers. Pour réfléchir, nous partons d'une année succédant à une année bissextile commençant par un lundi (calendrier type 1). Puisque cette année compte 365 jours, soit 52 semaines et 1 jours, le calendrier d'application l'année suivante sera de type 2, puis de type 3. La quatrième année sera bissextile et donc le calendrier 4D s'appliquera. L'année prendra 366 jours et le jour de l'an sautera de 2 cases : l'année suivante sera de type 6 ! Il est facile de se convaincre que l'un des 7 calendriers possibles d'années bissextiles ne prenant place que tous les 4 ans, le cycle de répétition des 14 calendriers s'étalera en fait sur 28 années consécutives ($28 = 4 \times 7$).

| C | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| CAL | 1 | 2 | 3 | 4B | 6 | 7 | 1 | 2B | 4 | 5 | 6 | 7B | 2 | 3 | 4 | 5B | 7 | 1 | 2 | 3B | 5 | 6 | 7 | 1B | 3 | 4 | 5 | 6B |
| 1-1 | L | M | m | J | S | D | L | M | J | V | S | D | M | m | J | V | D | L | M | m | V | S | D | L | m | J | V | S |

Tableau 5

C : cycle (de 1 à 28)
CAL : numéro du calendrier (1 à 7 et 1B à 7B)
1-1 : premier janvier de cette année du cycle

Comme vous le savez tous, les années séculaires comme 1700, 1800 et 1900 n'ont pas été bissextiles, car la réforme de Grégoire XIII a prévu qu'il n'y aurait que 97 années bissextiles sur un cycle de 400 ans, (voir l'encadré n° 1). Il y a donc autour de ces années séculaires une suite ininterrompue de 7 années NON bissextiles ($3 + 1 + 3$). Et cela perturbe notre cycle de 28 ans. C'est ce qui va créer la différence d'équilibre entre les jours de la semaine où tomberont les 13.

Pour faire simple, nous avons écrit dans le tableau 6, une période de 400 ans, de l'année 1601 à 2000. Comme les calendriers « retombent justes » (voir l'encadré n° 2) après ce cycle, cela signifie que le cycle de 400 ans peut être pris n'importe quand, cela ne modifiera en rien nos conclusions (c'est le coup de la période d'une fonction périodique : pourvu qu'elle ait la bonne longueur, on peut la positionner où l'on veut).

Le 1er Janvier de l'an 45 avant J.C., sur les conseils éclairés de l'astronome Sosigenes d'Alexandrie Jules César instaura un nouveau calendrier sur un modèle antérieur connu en Egypte. Il consistait à intercaler une année longue de 366 jours après 3 années courtes de 365 jours. Ainsi, en moyenne l'année était de 365,25 jours. C'est le calendrier julien.
On sait aujourd'hui que l'année est légèrement plus courte de près de 11 minutes 14 secondes. Petit à petit un décalage se fit jour entre les dates du calendrier et les saisons : au Concile de Trente ( 1545 - 1553 ) qui aborda le sujet, le décalage avait atteint une douzaine de jours.
Le plan d'une réforme du calendrier fut basé sur le calcul d'un maître de conférences de l'université de Pérouse Luigi Lilius qui proposa comme longueur de l'année 365 jours 5 heures 49 minutes. Cette longueur, exprimée en nombre sexagésimal ( de base 60 ) comme il était d'usage à l'époque, donne $365+\frac{14}{60}+\frac{33}{3600}$.
On remarqua que cette valeur pouvait s'exprimer sous la forme du nombre fractionnaire $365+\frac{97}{400}$. De nombreuses discussions plus tard, le mathématicien Christophe Clavius convainquit le pape Grégoire XIII de modifier le calendrier en adoptant la règle des 97 années bissextiles sur une période de 400 ans ( en supprimant la bissextilité des années centenaires non multiples de 400). La réforme fut appliquée la nuit du 4 octobre 1582 au 15 octobre 1582 : on récupérait cette nuit-là ( ?) l'essentiel du décalage acquis depuis César. Ce nouveau calendrier dit grégorien est entré dans son deuxième grand cycle le 15 octobre 1982. C'est toujours lui qui nous gouverne.
Il convient de signaler que si la longueur de l'année est actullement connue des astronomes avec une précision encore meilleure ( 360,24219879 jours ), le prochain décalage — d'un seul jour — est programmé pour l'an 4901 !

Encadré n° 1

$$\begin{aligned}
400 \text{ ans} &= 97 \text{ années bissextiles } + 303 \text{ années non bissextiles}\\
&= (97\times 366)+(303\times 365) \text{ jours}\\
&= (6\times 2)+(2\times 1) \text{ jours (modulo 7)}\\
&= 12+2 \text{ jours}\\
&= 14 \text{ jours}\\
&= 2 \text{ semaines}
\end{aligned}$$

Rappelons que le calcul (modulo 7) nous permet de remplacer 97 par 6 puisque le reste de la division de 97 par 7 est 6 $(97=70+21+6=13\times 7+6)$. De même $366=350+14+2$ ; $303=280+21+2$ et $365=350+14+1$.
Ainsi un cycle de 400 ans est bien constitué d'une nombre entier de semaines (en fait 20 871).

Encadré n° 2

| C | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cal | 1 | 2 | 3 | 4B | 6 | 7 | 1 | 2B | 4 | 5 | 6 | 7B | 2 | 3 | 4 | 5B | 7 | 1 | 2 | 3B | 5 | 6 | 7 | 1B | 3 | 4 | 5 | 6B |
| 1-1 | L | M | m | J | S | D | L | M | J | V | S | D | M | m | J | V | D | L | M | m | V | S | D | L | m | J | V | S |
| 16 | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 |
| | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 00 | | | | | | | |
| | | | | | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 |
| | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 00 | | | |
| | | | | | | | | | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 |
| | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | | | | | |
| 19 | 00 | | | | | | | | | | | | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 |
| | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 |
| | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | |
| 20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 00 |
| Tot | 14 | 13 | 13 | 13 | 14 | 14 | 14 | 14 | 15 | 15 | 15 | 15 | 16 | 16 | 16 | 15 | 15 | 15 | 15 | 14 | 15 | 14 | 14 | 13 | 14 | 13 | 13 | 13 |

Tableau 6

L'année 1699 avait un calendrier 4. 1700 qui n'est pas bissextile doit donc avoir un calendrier 5 et non 5B. En 1701, 1702 et 1703 doivent se suivre les calendriers 6, 7 et 1 puis 2B, bissextile pour 1704 ! Les sauts de calendrier autour de 1800 et 1900 s'expliquent de même. Remarquons que 2000 bissextile (calendrier 6B, jour de l'an un Samedi) sera bien suivi des mêmes calendriers pour 2001, 2002 et 2003 que en 1601, 1602 et 1603.

Le total de la dernière ligne du tableau 6 représente le nombre d'utilisations d'un calendrier à cette position du cycle. Ainsi, le calendrier 4B, qui n'est utilisé qu'une fois par cycle de 28 ans se rencontre 13 fois sur les 400 ans. (colonne n° 4), Par contre le calendrier 7 — par exemple — se rencontre 14 fois (colonne 6) + 15 fois (colonne 17) + 14 fois (colonne 23), soit 43 fois sur un cycle de 400 ans. On peut résumer le nombre d'utilisations d'un calendrier sur un cycle de 400 ans dans le tableau 7.

| Calendrier | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1B | 2B | 3B | 4B | 5B | 6B | 7B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Occurrences | 43 | 44 | 43 | 44 | 43 | 43 | 43 | 13 | 14 | 14 | 13 | 15 | 13 | 15 |

Tableau 7

Ces occurrences des calendriers agissent comme multiplicateurs des répartitions des 13 du mois sur les jours de la semaine des tableaux 3 et 4. Puisqu'il y avait 3 vendredis 13 pour un calendrier 4 (tableau 3) et que le calendrier 4 est utilisé 44 fois (tableau 7) sur le cycle de 400 ans, on en déduit qu'il y a 132 vendredis 13 ainsi rencontrés en 400 ans.

| | L | M | m | J | V | S | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 43 | 129 | 43 | 86 | 86 | 86 | 43 |
| 2 | 44 | 44 | 132 | 44 | 88 | 88 | 88 |
| 3 | 86 | 43 | 43 | 129 | 43 | 86 | 86 |
| 4 | 88 | 88 | 44 | 44 | 132 | 44 | 88 |
| 5 | 86 | 86 | 86 | 43 | 43 | 129 | 43 |
| 6 | 43 | 86 | 86 | 86 | 43 | 43 | 129 |
| 7 | 129 | 43 | 86 | 86 | 86 | 43 | 43 |

Tableau 8

| | L | M | m | J | V | S | D |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1B | 13 | 26 | 26 | 13 | 26 | 39 | 13 |
| 2B | 14 | 14 | 28 | 28 | 14 | 28 | 42 |
| 3B | 42 | 14 | 14 | 28 | 28 | 14 | 28 |
| 4B | 26 | 39 | 13 | 13 | 26 | 26 | 13 |
| 5B | 15 | 30 | 45 | 15 | 15 | 30 | 30 |
| 6B | 26 | 13 | 26 | 39 | 13 | 13 | 26 |
| 7B | 30 | 30 | 15 | 30 | 45 | 15 | 15 |

Tableau 9

Le 13 du mois a donc été $43 + 44 + 129 + \cdots + 13 + 14 + \cdots + 30 = 685$ fois un lundi. Nous voilà au bout de nos peines : les 4800 « 13 du mois » d'un cycle de 400 ans ($400 \times 12$) se répartissent donc en :

| Le 13 du mois est un : | L | M | m | J | V | S | D | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cela arrive | 685 | 685 | 687 | 684 | 688 | 684 | 687 | fois sur 400 ans. |

Il s'en faut de peu, mais le 13 du mois « tombe » plus souvent un vendredi qu'un autre jour. En tout cas depuis 1582 et l'utilisation du calendrier grégorien.

Anecdotiquement, on peut retenir de tout ceci que 1999 a vécu sous un calendrier de type 5 (non bissextile et premier Janvier un vendredi) : c'est le tableau 6 qui nous le dit. Le tableau 3 nous dit que les années à calendrier de type 5 n'ont qu'un seul vendredi 13. Ce vendredi est obtenu par 4 décalages de l'unique lundi 13 du calendrier de type 1. Dans le calendrier de type 1 représenté au tableau 1, l'unique lundi 13 était en Août. Donc l'unique vendredi 13 de 1999 était en Août.

On n'a pas manqué d'en parler dans les journaux ; mais si rappelez-vous, ce funeste vendredi 13 était 2 jours après un certain mercredi 11 Août !

**Mauvaise semaine pour les superstitieux**

Après l'éclipse solaire, présentée comme de mauvais augure, il faudra encore affronter un vendredi 13, le seul de l'année 1999. La conjonction de deux symboles néfastes, vendredi et 13, est considérée comme funeste depuis très longtemps en Occident. L'ultime vendredi 13 du millénaire aura lieu en octobre de l'an prochain. (Belga.)

**APRÈS L'ÉCLIPSE...**

Au surlendemain de l'éclipse totale du Soleil, nous connaîtrons le seul vendredi 13 de l'année 1999. L'an dernier avait été plus fertile puisque ce jour s'était répété trois fois — en février, mars et novembre. Ce sont les chrétiens qui ont considéré le vendredi comme un jour néfaste. Tout ce qui fut funeste est survenu un vendredi : la mort du Christ, le péché originel, le meurtre d'Abel par Caïn, le massacre des Saints-Innocents, le déluge, la mort de Moïse, etc.

**... LE VENDREDI 13**

La croyance selon laquelle l'association entre le vendredi et le chiffre 13 porterait malheur est également d'origine religieuse. D'une part, Frigga, déesse de l'amour mais aussi sorcière dans la mythologie germanique, réunissait chaque vendredi, sur une montagne isolée, 11 autres sorcières et le Diable afin de décider des forfaits de la semaine. D'autre part, les douze apôtres entouraient le Christ lors de la dernière cène. C'est la raison pour laquelle il n'est pas bon d'être treize à table et que le treizième étage de certains hôtels américains s'appelle tout bêtement 12.B. Il paraît également qu'il est déconseillé de prendre une grande décision le vendredi. Si l'on en croit un vieux dicton, il serait même déconseillé de se divertir ce jour-là car « qui rit un vendredi pleurera le dimanche ». (Belga.)

Et puis au fait, combien y a-t-il de samedi 14 ?

Plus mathématiquement, notre but était de jouer avec le calendrier, de vous montrer que calculer le nombre de vendredi 13 sur 400 ans peut, avec un peu de finesse et de bons sens, se révéler un exercice plus simple qu'on ne le croit a priori.

Simone Trompler

## John Napier (1550-1617)

Il y a 350 ans naissait à Edimbourg le mathématicien écossais John Napier (ou Neper). Il entre à la célèbre université de Saint-Andrews, à 13 ans, mais il n'y reste pas longtemps et son père l'envoie sur le continent. Il en revient, très marqué par la qualité des savants et très monté contre les « papistes ». Sa préoccupation principale est la théologie. Il écrit un livre *« Plaine Discovery of the Whole Revelation of Saint John »* dans lequel il arrive à la conclusion que le Pape est l'antéchrist et que la fin du Monde est prévue pour 1786. Il écrit en mathématicien, avec des propositions et des preuves. Le succès est énorme, le livre est traduit en plusieurs langues et continue à se vendre après sa mort. Napier en est très fier et il semble qu'il l'ait considéré comme la plus importante de ses œuvres. La postérité en jugera autrement !

Lorsqu'il hérite de la propriété familiale, il se livre à des activités variées : il fait de l'expérimentation en agriculture, se préoccupe de la défense de la Grande-Bretagne, en inventant des armes, comme un miroir géant et un fusil particulièrement efficace.

Mais l'essentiel de son temps est consacré à la théologie et aux mathématiques. À l'époque, Edimbourg reçoit beaucoup d'intellectuels et Napier les fréquente. Sa réputation s'étend en Europe, il est en relation avec les astronomes et connaît la difficulté et la longueur de leurs calculs. C'est ce qui lui donne l'idée de chercher une méthode de simplification de travail et donne naissance à son œuvre majeure, l'invention des logarithmes. Ses deux traités *« Mirifici Logarithmorum canonis descriptio »* (1614) et *« Mirifici Logarithmorum canonis constructio »* fournissent une table de logarithmes des sinus et en expliquent la construction. Le mot est aussi de lui et signifie « *nombre de raisons* » du grec *arithmos* (nombre) et *logos* (raison, sous-entendu raison d'une progression arithmétique).

Attention ! Ces logarithmes ne sont pas ceux que nous connaissons, pas même ceux que nous appelons népériens en son honneur. Mais, après des modifications apportées notamment par Henri Briggs et John Speidell, ils ont donné naissance aux logarithmes modernes. John Napier a aussi écrit un livre destiné aux commerçants et aux artisans *« Rabdologie »*. Il y présente un moyen mécanique de faire une multiplication en utilisant des tiges en ivoire sur lesquelles étaient marqués des nombres. Ces tiges nommées ensuite « *os de Napier* » furent très utilisées et sont restées célèbres.

*Math-Jeunes n°92 S, 41–42, 2000*

Voici la page de garde du *Mirifici Logarithmorum canonis descriptio* et, en-dessous, sa traduction


MIRIFICI
LOGARITHMO
RVM CANONIS
DESCRIPTIO,
Ejuſque uſus, in utraque Trigonometria; *vt etiam in omni Logiſtica Mathematica, amplißimi, facillimi, & expeditiſſimi explicatio.*
ACCESSERVNT OPERA POSTHVMA;
Primò, Mirifici ipſius canonis conſtructio, & Logarithmorum ad naturales ipſorum numeros habitudines.
Secundò, Appendix de alia, eâque præſtantiore Logarithmorum ſpecie conſtruenda.
Tertiò, Propoſitiones quædam eminentißimæ, ad Triangula ſphærica mirâ facilitate reſolvenda.
Autore ac Inventore IOANNE NEPERO, Barone Merchiſtonii, &c. Scoto.
EDINBVRGI,
EXCVDEBAT ANDREAS HART.
ANNO 1619.

DÉFINITION DE LA RÈGLE PRODIGIEUSE DES LOGARITHMES,

Et de son emploi dans chacune des deux trigonométries ; comme aussi dans tout l'art du calcul mathématique, présentation claire de sa très grande magnificence, de sa très grande facilité et de sa très grande aisance.

SE SONT AJOUTÉS AUX ŒUVRES POSTHUMES :

**Primo**, la construction de la prodigieuse règle elle-même et les manières d'être des logarithmes eux-mêmes envers les nombres naturels.

**Secondo**, ce qui découle du précédent et de cette construction incomparable des logarithmes.

**Tertio**, certaines propositions très remarquables qui permettent de résoudre les triangles sphériques avec une facilité étonnante.

Auteur et inventeur, John Neper, Baron de Merchiston, Écosse.

À Édimbourg, L'imprimait Andreas Hart En l'année 1619

## Sources


- S.Trompler, *L'Histoire des logarithmes*, Les cahiers du CeDoP, ULB.
- F. Shennan, *Flesh and bones*, Napier Polytechnic of Edinburgh, 1989.

RALLYE problèmes

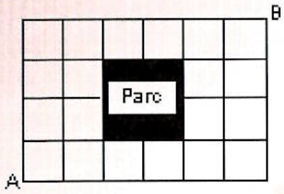
C. Festraets

Voici les cinq problèmes suivants de ce rallye 1999–2000 ainsi que les solutions des problèmes parus dans le numéro précédent. Présentez soigneusement vos solutions en respectant les instructions qui y sont données et envoyez-les à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen,1160 Bruxelles, au plus tard pour le 10 mars 2000.

## Problèmes 6 à 10.

### 6 – Le plus court chemin

La figure ci-contre représente le plan d'une ville. Chaque segment horizontal ou vertical est une rue y compris les bords du parc. Les chemins les plus courts de $A$ vers $B$ sont ceux qui ne s'éloignent jamais de $B$. Combien y a-t-il de chemins les plus courts de $A$ jusqu'à $B$ ?




### 7 – L'horloge

En 24 heures, combien de fois les aiguilles d'une horloge forment-elles un angle droit ?

### 8 – Suite

$A$ et $B$ sont deux suites de 2 000 termes, ces termes sont soit $+1$, soit $-1$. Dans $A$, on peut changer de signe 11 nombres arbitraires et répéter cette opération autant de fois qu'on le désire. Montrer que de cette manière, il est toujours possible de rendre $A$ identique à $B$ (c'est-à-dire comprenant les mêmes termes et dans le même ordre).

### 9 – Ensemble

Trouver un ensemble de 11 entiers distincts

$$E = \{a_1, \ldots, a_{11}\}$$

tel que tout nombre de 8 à 2 000 (inclus) pourra être exprimé comme la somme des éléments d'un sous-ensemble de $E$.

### 10 – Les baguettes

Sur la droite numérique, on considère les points 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... Vous disposez de 5 petites baguettes, chacune de longueur $x$ pour recouvrir tous ces points. Quelle est la plus petite valeur de $x$ ?

## Solution du problème 1

1. Dans le rectangle 6 cm × 10 cm, on découpe un carré de côté 6 cm, reste un rectangle 4 cm × 6 cm.

   On y découpe un carré de côté 4 cm, reste un rectangle 2 cm × 4 cm.

   On y découpe un carré de côté 2 cm et il reste un carré de côté 2 cm.

   Remarquons que l'on a effectué les opérations suivantes : $10 = 1 \cdot 6 + 4$, $6 = 1 \cdot 4 + 2$, $4 = 2 \cdot 2 + 0$.
2. Dans le rectangle 84 cm × 192 cm, on découpe deux carrés de côté 84 cm, reste un rectangle 24 cm × 84 cm : $192 = 2 \cdot 84 + 24$.

   Dans ce rectangle, on découpe trois carrés de côté 24 cm, reste un rectangle 12 cm × 24 cm : $84 = 3 \cdot 24 + 12$.

   Dans ce rectangle, on découpe un carré de côté 12 cm et il reste un carré de côté 12 cm : $24 = 2 \cdot 12 + 0$.
3. Dans le rectangle 25 cm sur 49 cm, on découpe un carré de côté 25 cm, reste un rectangle 24 cm × 25 cm : $49 = 1 \cdot 25 + 24$

   Dans ce rectangle, on découpe un carré de côté 24 cm, reste un rectangle 1 cm × 24 cm : $25 = 24 \cdot 1 + 1$.

   Dans ce rectangle, on découpe 23 carrés de côté 1 cm et il reste un carré de côté 1 cm : $24 = 24 \cdot 1 + 0$.
4. Dans ce qui précède remarquons que les égalités successives sont celles qui permettent de trouver le pgcd de deux nombres : le pgcd de 6 et 10 est 2, le pgcd de 84 et 192 est 12, le pgcd de 25 et 49 est 1. Lorsque l'on découpe successivement des carrés dans un rectangle de dimensions $x$ et $y$ cm, le dernier carré aura pour côté le pgcd de $x$ et $y$ (en cm).

## Solution du problème 2

Désignons par $t$ le nombre de tables de 10 élèves, il y a deux ans. Le nombre d'élèves était alors $10t$. Soit $n$ le nombre d'élèves de l'an dernier. On sait que

$$n > 10(t+2), \qquad n < 11t, \qquad \text{et } n = 12(t-x)$$

où $x$ est le nombre de tables enlevées par l'économe. D'où

$$\begin{aligned} 12t - 12x &> 10t + 20 \\ 2t &> 12x + 20 \\ t &> 6x + 10 \end{aligned} \qquad \text{et} \qquad \begin{aligned} 12t - 12x &< 11t \\ t &< 12x \end{aligned}$$

De là

$$6x + 10 < t < 12x \tag{1}$$

et donc $6x + 10 < 12x$ ou $x < 5/6$.

Cette année, le nombre d'élèves est $10t$ et on a $10t > 12(t-x-2)$ et $10t < 11(t-x)$. D'où

$$\begin{aligned} 2t &< 12x + 24 \\ t &< 6x + 12 \\ \text{et } t &> 11x \end{aligned}$$

De là

$$11x < t < 6x + 12 \tag{2}$$

et donc $11x < 6x + 12$ ou $x < 12/5$.

Les seules valeurs entières de $x$ satisfaisant $x > 5/6$ et $x < 12/5$ sont $x = 1$ ou $x = 2$. Si $x = 1$, alors l'inégalité 1 devient $16 < t < 12$, ce qui est impossible. Si $x = 2$, alors les inégalités 1 et 2 deviennent $22 < t < 24$, ce qui donne $t = 23$. Il y a deux ans, il y avait $10 \times 23 = 230$ élèves ; l'an dernier, il y avait $12(23-2) = 252$ élèves et cette année, il y a à nouveau 230 élèves.

## Solution du problème 3

Je lance le premier cube et j'observe la couleur de la face supérieure. Pour que la probabilité d'avoir la même couleur en lançant le second cube soit $\frac{1}{2}$, il faut que le second cube ait trois faces rouges et trois faces bleues. Remarquons que le nombre de faces rouges et bleues du premier cube n'a aucune importance.

On peut confirmer ceci par le calcul. Soit $x$ le nombre de faces rouges du second cube. La probabilité d'avoir deux faces rouges est $\frac{5}{6} \cdot \frac{x}{6}$ et la probabilité d'avoir deux faces bleues est $\frac{1}{6} \cdot \frac{6-x}{6}$, donc la probabilité d'avoir les deux faces de la même couleur est $\frac{5}{6} \cdot \frac{x}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{6-x}{6}$. D'où $5x + 6 - x = 18$ qui donne $x = 3$.

### Solution du problème 4

Chaque joueur a rencontré 10 fois chacun des 13 autres joueurs, il a joué en tout 130 parties. Le nombre total de parties jouées est $\frac{1}{2}\cdot 130\cdot 14 = 910$, donc le nombre total de points obtenus par les 14 joueurs est 910.

Soit $a$ le nombre de points du plus mauvais joueur et soit $x$ la différence de points entre deux joueurs successifs dans le classement.

Les points des 14 joueurs sont $a$, $a+x$, $a+2x$, $a+3x$, ... , $a+13x$ et leur total est 910, d'où

$$\begin{aligned} 14a + x(1+2+\cdots+13) &= 910 \\ 14a + \frac{1}{2}\cdot 14\cdot 13 &= 910 \\ 14a + 91x &= 910 \\ 2a + 13x &= 130 \end{aligned}$$

si $x = 1$ : $2a = 130 - 13 = 117$ et $a$ n'est pas entier ;

si $x = 2$ : $2a = 130 - 26 = 104$ et $a = 52$ ;

si $x > 2$ : $a < 52$. Donc le plus grand score qui a pu être obtenu par le plus mauvais joueur est 52.

### Solution du problème 5

Pour la première multiplication, il n'y a qu'une seule solution. La seconde multiplication en admet quatre.

$$\begin{array}{r} 1237 \\ 893 \\ \hline 3711 \\ 11133\phantom{0} \\ 9896\phantom{00} \\ \hline 1104641 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 527 \\ 521 \\ \hline 527 \\ 1054\phantom{0} \\ 2635\phantom{00} \\ \hline 274567 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 563 \\ 541 \\ \hline 563 \\ 2252\phantom{0} \\ 2815\phantom{00} \\ \hline 304583 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 539 \\ 541 \\ \hline 539 \\ 2156\phantom{0} \\ 2695\phantom{00} \\ \hline 291599 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 539 \\ 591 \\ \hline 539 \\ 4851\phantom{0} \\ 2695\phantom{00} \\ \hline 318549 \end{array}$$

# 1999-2000 : Une multitude d'activités pour les Jeunesses Scientifiques

C. Vandercammen

Les **Jeunesses scientifiques de Belgique** forment une association connue depuis plus de 40 ans. Elle a comme objectif principal la promotion des sciences et des techniques auprès des jeunes de 9 à 18 ans. Dès l'école primaire, les enfants peuvent participer, dans leur école, à la demande de leur instituteur, à des activités d'éveil aux sciences, d'initiation à l'informatique. Citons par exemples : fabrications de circuits électriques, microscopie, les pavages d'Escher, les solides de Platon, les carrés magiques, programmation en LOGO, ... Ce type d'activités est aussi proposé lors des vacances scolaires.

Nouvelle adresse de notre site INTERNET :
http ://www.jsb.be
Secrétariat :
90, avenue du Parc à 1060 Bruxelles
Tél. : 02-537 03 25
Télécopieur : 02-537 08 02
E-mail : info@jsb.be

Pour les 12–18 ans, de nombreux stages, clubs sciences, cellules de recherche sont organisés en dehors des horaires scolaires. Ils permettent à ces jeunes d'aborder les sciences, les nouvelles technologies dans les laboratoires universitaires et d'entreprises, sur des sites propices à l'étude de l'environnement. Ces dernières années des stages de mathématiques ont été proposés sur divers thèmes : géométrie fractale, le nombre d'or, les pavages du plan et de l'espace, structures périodiques et presque périodiques (quasi-cristaux), ... Ces activités suscitent ou amplifient l'intérêt des jeunes

Math-Jeunes n° 92 S, 45–46, 2000

pour les sciences et leur permettront une meilleure perception du monde, résolument technologique, dans lequel ils vivent. Le programme détaillé vous est envoyé sur simple demande ([1]).

Depuis 1987, chaque année, au printemps, les jeunes membres participent à une **Expo-sciences** au cours de laquelle ils présentent au public visiteur leurs réalisations, expériences, constructions d'appareils. Les projets primés par un jury indépendant représentent l'association dans des manifestations du même type à l'étranger. Ainsi cette année, des jeunes sont partis à Puebla (Mexique), tandis que d'autres ont été à Dresden (Allemagne), Thessalonique (Grèce), Salamanca (Espagne). Signalons qu'un projet de mathématiques consacré à une étude de *la suite de* FIBONACCI a été primé ! La prochaine édition se réalisera début mai, les 4, 5 et 6, à Bruxelles. Qu'on se le dise.

En juillet 2000, du 16 au 23, à Charleroi, les Jeunesses scientifiques organiseront une **Expo-sciences européenne**. Au cours de cet événement des centaines de projets venus des quatre coins d'Europe seront présentés par une multitude de jeunes passionnés.

Ces dernières années, les J.Sc. ont conçu ou participé à l'élaboration de diverses expositions de vulgarisation scientifique destinées au grand public. Citons, par exemple, *Biologie et Santé*, *Marie Curie et la Belgique*, *La science au pays des sorciers*, *Physique et Médecine*. Conscients que pour sensibiliser les nouvelles générations aux concepts de la science moderne, il était utile de jouer la carte de l'interactivité et de l'approche ludique, nous faisons voyager deux expositions : **Espace Chimie** et **Matériaux dans la vie quotidienne**. Les visiteurs accompagnés par des guides-animateurs peuvent réaliser diverses expériences. Des posters accompagnent chaque thème en réunissant tant les aspects historiques que théoriques, ce qui permet aux guides-animateurs d'interpréter judicieusement les résultats expérimentaux. Cette approche est importante à un double niveau. D'abord parce qu'une exposition contenant uniquement des posters apparaît très rapidement trop théorique et lassante. Ensuite, si l'expérience est proposée sans contexte explicatif, elle ne sera vue par le visiteur que comme gadget amusant, sans lui permettre de comprendre les problèmes auxquels les scientifiques sont confrontés et les solutions qu'ils peuvent apporter aux problèmes de la vie quotidienne ([2]).

Les Jeunesses Scientifiques publient une revue bimestrielle ***L'Écho des Savants*** envoyée à chaque membre de l'association : 260 BEF/an, 500 BEF/3 ans.

([1]) Voir les coordonnées dans l'encadré précédent

([2]) Informations, réservations au secrétariat des J.Sc.B

## Savez-vous que ...

### par Guy Noël

Le samedi 1er janvier de l'an 2000 du calendrier grégorien n'est autre que

- le 24 ramadan de l'an 1420 du calendrier musulman arabe (ou de l'an 2949 du calendrier traditionnel berbère),
- le 23 tebeth de l'an 5760 du calendrier juif,
- le 25e jour du onzième mois de l'an 4697, année du lièvre dans le calendrier chinois,
- le 13e jour du quatrième mois de l'an 2543 du calendrier bouddhiste thaïlandais et de l'an 2127 du calendrier bouddhiste thibétain,
- le 22 keihak de l'an 1716 du calendrier copte,
- le 11 nivôse de l'an 208 du calendrier républicain, français et genevois ?

(Extrait de *Toudi*, N°21–22, 1999)

# Jeux

## Produits croisés

À chaque lettre de l'alphabet, on a associé une valeur selon son rang (A=1, B=2, C=3, ...). Chacun des nombres-définitions est le produit des valeurs associées aux lettres des mots à placer dans la grille. Essayez de reconstituer une grille de mots croisés cohérente.

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | ■ | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | ■ | | | |
| 5 | | | | | |

**Horizontalement**
1. 29 400
2. 171 — 70
3. 95 760
4. 990
5. 4 900

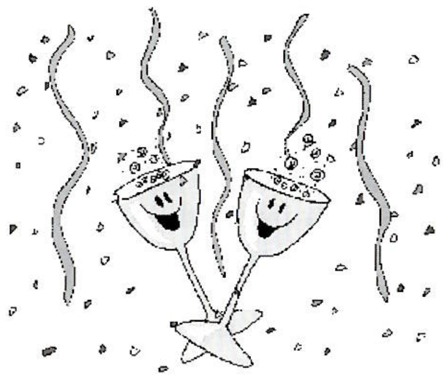
**Verticalement**
1. 6 498
2. 285
3. 1 512
4. 161 700
5. 35 000

## Le super mur des nombres

À partir de la deuxième rangée en commençant par le bas, le nombre inscrit dans chaque brique est égal au triple du nombre inscrit dans la brique inférieure gauche diminué du double du nombre figurant sur la brique inférieure droite.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |
| | 10 | | | |
| 62 | | | | |
| | 2 | | | |
| 10 | | | | 10 |

## Bonne année 2000



Pour le troisième millénaire, nous attendrons encore un an !

### Le super mur des nombres

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 514 | | | | |
| 178 | 10 | | | |
| 62 | 4 | 1 | | |
| 22 | 2 | 1 | 1 | |
| 10 | 4 | 5 | 7 | 10 |

### Produits croisés

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | B | O | N | N | E |
| 2 | I | S | ■ | E | N |
| 3 | S | A | L | U | T |
| 4 | S | ■ | I | V | E |
| 5 | A | N | N | E | E |

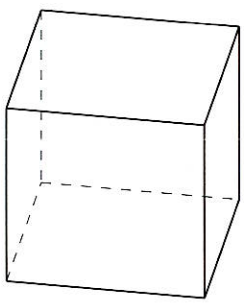
Math-Jeunes n° 92 S, 47-47, 2000

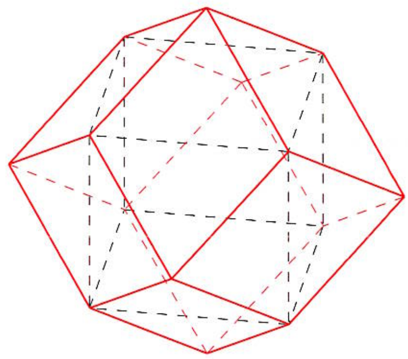
# Le dodécaèdre rhombique

GUY NOËL, *Université de Mons-Hainaut*

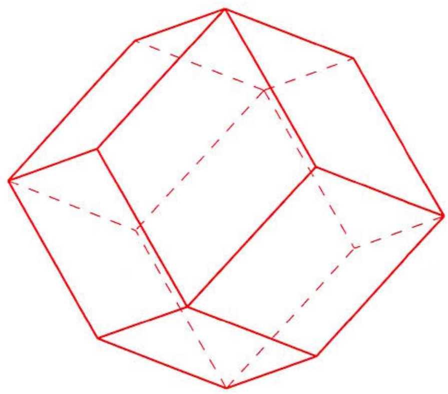
*Math-Jeunes n° 92 S, 48–??, 2000*

Prenez un cube.

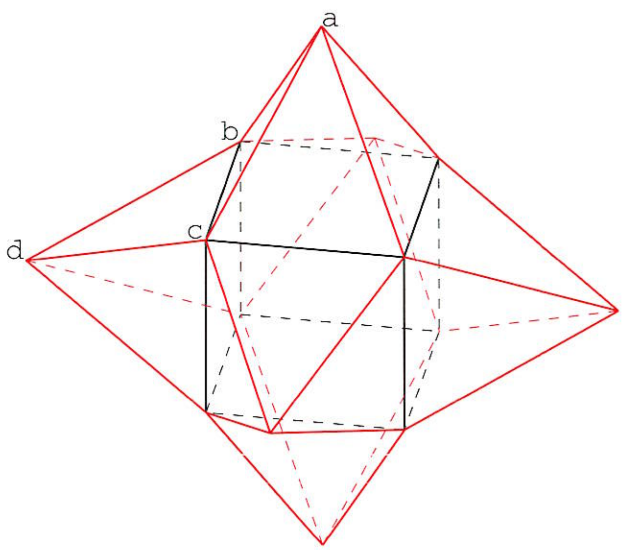




Puis effacez les arêtes du cube.



Imaginez 6 pyramides à base carrée de même hauteur, à coller chacune sur une face du cube, le sommet de la pyramide étant à l'extérieur du cube. (En tant que polyèdre, une pyramide à base carrée possède 5 sommets. Cependant, quand nous parlons DU sommet d'une pyramide, nous savons très bien duquel il s'agit !).




Choisissez la hauteur des pyramides de façon que les quatre points $a$, $b$, $c$, $d$ soient coplanaires.

Vous avez obtenu un *dodécaèdre rhombique*. Ses faces sont des losanges isométriques. Il comporte 14 sommets (les 8 sommets du cube et les sommets des six pyramides) et 12 faces (les 24 faces latérales des pyramides se regroupent deux par deux). Combien a-t-il d'arêtes ?

Quelques questions supplémentaires :

- Admettons que les arêtes du cube soient de longueur 2 unités. Combien vaut la hauteur de chacune des pyramides ?
- Quelle est la longueur des arêtes du dodécaèdre rhombique ?
- Combien mesurent les angles des losanges ?
- Introduisez un système d'axes, et calculez les coordonnées de tous les sommets du dodécaèdre.

(À suivre)

*Pour les distraits !*

# $25^{e}$ Olympiade Mathématique Belge

La $25^{e}$ Olympiade Mathématique Belge se déroulera selon le calendrier suivant :

- Le mercredi 19 janvier 2000 : éliminatoire.
- Le mercredi $1^{e}$ mars 2000 : demi-finale.
- Le mercredi 26 avril 2000 : finale.
- Le samedi 13 mai 2000 : proclamation.

*Qu'on se le dise !*

Inscris-toi auprès de ton professeur qui dispose de tous les renseignements voulus.
Celles et ceux qui désirent se préparer activement à cette amusante épreuve liront avec intérêt la rubrique qui y est consacrée dans la revue.

Des renseignements complémentaires sur l'Olympiade ou sur toute autre activité de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (SBPMef) peuvent se trouver à l'adresse Internet suivante :

http://ceco.umh.ac.be/noel/sbpm/sbpm.htm

**Math-Jeunes**
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: M. BALLIEU
Rue A. Moitroux 22 – 7100 La Louvière

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée