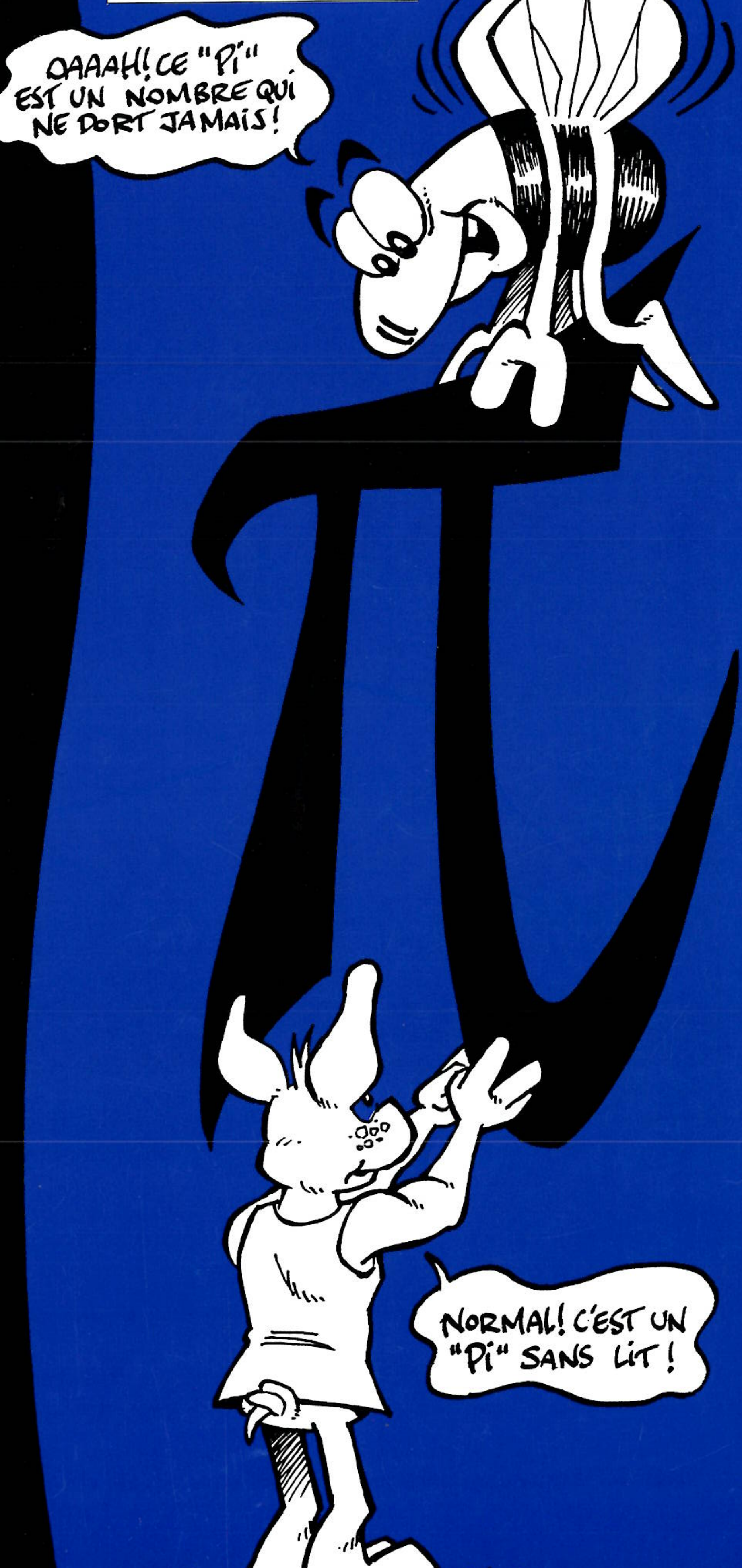
# MATH JEUNES

22e année
Novembre 2000 – N° 95
Bureau de dépôt : Mons 1



# Math-Jeunes

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

*Math-Jeunes*

*Rédaction, administration :* Bld. de l'Europe 36/1, 1420 Braine-l'Alleud.

*Comité de Rédaction :* M. Ballieu, J.-P. Cazzaro, C. Festraets, M.-F. Guissard, J. Miéwis, G. Noël, F. Pourbaix, G. Sinon, S. Trompler, C. Van Hooste, C. Villers

*Math-Jeunes junior*

*Rédaction, administration :* Rue du Moulin 78, 7300 Boussu.

*Comité de Rédaction :* C. Festraets, G. Laloux, R. Midavaine, G. Noël, A. Paternottre, F. Pourbaix, N. Van den Abeele, C. Vandercammen, C. Van Hooste, C. Villers

*Illustrations :* F. Pourbaix


Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés aux rédactions respectives.

*Abonnements :* sauf mention contraire, les prix sont indiqués en EUROS

| | Belgique | Union Européenne | Europe hors Union | Hors Europe prioritaire | Hors Europe non priorit. |
|---|---|---|---|---|---|
| Abonnement isolé | | (*) 4 numéros (**) 7 numéros | | | |
| *Math-Jeunes junior* ou *Math-Jeunes*(*) | 200 BEF ou 4.96 | 9.2 | 10.2 | 20.4 | 11.4 |
| Les deux revues (**) | 350 BEF ou 8.68 | 16.5 | 17.17 | 35.6 | 20 |
| Abonnements groupés (au moins 5) | | | (*) 4 numéros (**) 7 numéros | | |
| *Math-Jeunes junior* ou *Math-Jeunes*(*) | 150 BEF ou 3.72 | 6 | 7.6 | 15.2 | 8.6 |
| Les deux revues (**) | 265 BEF ou 6.57 | 10.6 | 13.4 | 26.6 | 15.1 |

Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et le prix de ceux-ci selon votre région, adressez-vous à la S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons

Tél. 32-(0)65-373729

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 BEF pour frais d'encaissement.)


*Éditeurs responsables :*

- pour *Math-Jeunes* : M. Ballieu, Bld. de l'Europe 36/1, 1420 Braine-l'Alleud
- pour *Math-Jeunes junior* : A. Paternottre, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

N° 95 Vingt-deuxième année 2000

# Math-Jeunes

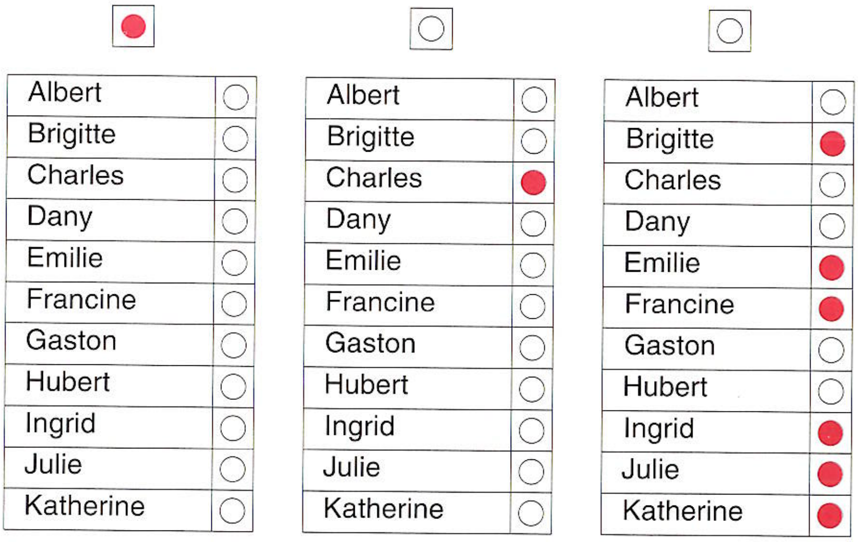
# Élections communales – Dépouillement et attribution des sièges

N. et J. Miéwis, *Collège St-Louis, Liège*

## 1. Addition générale des chiffres obtenus par les bureaux de dépouillement

Les bulletins nuls (illégaux) et blancs (aucun vote exprimé) n'interviennent à aucun moment dans l'attribution des sièges.

Trois types de bulletins exprimés sont légaux :




Le premier bulletin illustre un vote de liste complet, les deux autres des votes de liste incomplets.

On considère également comme valable un vote de liste incomplet où l'on a coloré en plus la case de tête. Dans le calcul, tout se passe comme si cette case n'avait pas été colorée.

On procède au décompte par parti des votes de listes complets ($VLC$) ; ensuite au décompte par parti des votes de listes incomplets ($VLI$) : chaque bulletin compte pour un vote indépendamment du nombre de votes de préférence exprimés.

On prépare par liste et par candidat, le compte des votes de préférence exprimé ($VP$).

On obtient le chiffre électoral ($CE$) pour chaque liste en additionnant $VLC$ et $VLI$.

| | Liste A | Liste B | Liste C |
|---|---|---|---|
| $VLC$ | 1 665 | 2 514 | 884 |
| $VLI$ | 3 948 | 1 685 | 512 |
| $CE$ | 5 613 | 4 199 | 1 396 |

Math-Jeunes n°95,2-5, 2000

## 2. Répartition des sièges entre les listes

On divise les différents chiffres électoraux successivement par 2, 3, 4, 5, etc. Les quotients les plus élevés (jusqu'à concurrence du nombre de sièges à pourvoir) se voient attribuer un siège.

Examinons la situation où il y a 11 sièges à pourvoir.

| | Liste A | Liste B | Liste C |
|---|---|---|---|
| $CE$ | 5 613 | 4 199 | 1 396 |
| /2 | 2 806 ($1^{\text{er}}$ siège) | 2 099 ($2^{\text{ème}}$ siège) | 698 |
| /3 | 1 871 ($3^{\text{ème}}$ siège) | 1 399 ($5^{\text{ème}}$ siège) | 465 |
| /4 | 1 403 ($4^{\text{ème}}$ siège) | 1 049 ($7^{\text{ème}}$ siège) | 349 |
| /5 | 1 122 ($6^{\text{ème}}$ siège) | 839 ($9^{\text{ème}}$ siège) | 279 |
| /6 | 935 ($8^{\text{ème}}$ siège) | 699 | 232 |
| /7 | 801 ($10^{\text{ème}}$ siège) | 599 | 199 |
| /8 | 701 ($11^{\text{ème}}$ siège) | 524 | 174 |
| /9 | 623 | 466 | 155 |
| /10 | 561 | 419 | 139 |
| /11 | 510 | 381 | 126 |
| | Total : 7 élus | Total : 4 élus | Total : 0 élu |

Le législateur a voulu par ce système écarter de l'attribution des sièges les listes recueillant peu de voix et favoriser l'apparition de blocs importants, ce qui dans son esprit simplifie la recherche d'une majorité pour gouverner.

La France a testé, puis abandonné, une « proportionnelle complète ». Pour notre exemple :

Total des $CE$ : $5\,613 + 4\,199 + 1\,396 = 11\,208$

On a alors : $11\,208/11 = 1\,018$.

Pour le parti A : $5\,613/1\,018 = 5,51$ : 5 élus d'office.

Pour le parti B : $4\,199/1\,018 = 4,12$ : 4 élus d'office.

Pour le parti C : $1\,396/1\,018 = 1,37$ : 1 élu d'office.

Le onzième élu reviendrait à la meilleure décimale, soit au parti A.

L'Allemagne a instauré un pourcentage minimum pour atteindre le même but qu'en Belgique : le $CE$ d'un parti doit être supérieur à 5% de la somme des $CE$. Remarquons que nous sommes beaucoup plus sévères puisque dans notre exemple belge, la liste C est écartée alors qu'elle obtient $1\,396/11\,208 = 12,46\%$ des voix.

Si le dernier quotient utile (le onzième dans notre exemple) est le même pour les deux listes, on tient compte des décimales. Si les décimales sont les mêmes, on tient compte de celui des candidats concernés qui a obtenu le plus de votes de préférence. S'il y a à nouveau égalité, c'est le plus âgé qui l'emporte.

## 3. Détermination du chiffre d'éligibilité

Pour une liste donnée, le chiffre d'éligibilité ($A$) est obtenu à partir du chiffre électoral ($CE$) et du nombre de siège ($S$) par le calcul :

$$A = \frac{CE \times S}{S+1}$$

Dans notre exemple :

| | Liste A | Liste B | Liste C |
|---|---|---|---|
| $CE$ | 5 613 | 4 199 | 1 396 |
| $S$ | 7 | 4 | 0 |
| $A$ | 4 911 | 3 359 | – |

## 4. Calcul du nombre de votes de liste à répartir

Pour une liste donnée, le nombre de votes de liste à répartir ($R$) est la moitié du produit du nombre de votes de liste complets ($VLC$) par le nombre de sièges ($S$). Cette demi-dévolution est introduite pour la première fois aux élections communales de 2000.

Dans notre exemple :

| | Liste A | Liste B | Liste C |
|---|---|---|---|
| $VLC$ | 1 665 | 2 514 | 884 |
| $S$ | 7 | 4 | 0 |
| $R$ | 5 828 | 5 028 | – |

Désignation des élus d'une liste :

On reprend le nombre total des votes de préférences ($VP$) obtenus par chaque candidat de la liste et on y ajoute, du chiffre des votes de liste à répartir ($R$), le nombre de votes nécessaire pour atteindre le chiffre d'éligibilité.

On poursuit cette opération jusqu'à épuisement du nombre de votes de liste à répartir. Les sièges restant à attribuer vont alors aux candidats qui ont obtenu le plus grand nombre de voix de préférence.

Liste A : $R = 5\,828$ ; $A = 4\,911$ ; $S = 7$.

| | $VP$ | $A - VP$ | reste dans $R$ | total |
|---|---|---|---|---|
| Albert | 2 615 | 2 296 | 3 532 | 4 911 (1er élu) |
| Brigitte | 239 | | | 3 711 (2ème élu) |
| Charles | 1 014 | | | 1 014 (3ème élu) |
| Dany | 512 | | | 512 (5ème élu) |
| Émilie | 245 | | | 245 (7ème élu) |
| Francine | 11 | | | 11 |
| Gaston | 895 | | | 895 (4ème élu) |
| Hubert | 244 | | | 244 |
| Ingrid | 124 | | | 124 |
| Julie | 246 | | | 246 (6ème élu) |
| Katherine | 31 | | | 31 |

La somme des votes de préférences ($VP$) d'une liste est évidemment largement supérieur au total des votes de liste incomplets ($VLI$) à cause du troisième type de bulletin légal.

Remarquons que Émilie a beaucoup de chance ...

Liste B : $R = 5\,028$ ; $A = 3\,359$ ; $S = 4$.

| | $VP$ | $A - VP$ | reste dans $R$ | total |
|---|---|---|---|---|
| Laurent | 980 | 2 379 | 2 379 | 3 359 (1$^{\text{er}}$ élu) |
| Malika | 1 450 | 1 909 | 470 | 3 359 (2$^{\text{ème}}$ élu) |
| Noël | 339 | | | 809 (4$^{\text{ème}}$ élu) |
| Olivier | 102 | | | 102 |
| Patricia | 344 | | | 344 |
| Roger | 126 | | | 126 |
| Stany | 96 | | | 96 |
| Thomas | 48 | | | 48 |
| Virginie | 1 245 | | | 1 245 (3$^{\text{ème}}$ élu) |
| Xavier | 105 | | | 105 |
| Zoé | 39 | | | 39 |

Ces onze conseillers communaux éliront à la majorité simple un bourgmestre et trois échevins parmi eux. Il y a fort à parier qu'Albert sera bourgmestre ; Brigitte et Charles seront premier et second échevins ; suivant les us et coutumes des partis, le troisième échevin sera Dany (meilleur position de liste) ou Gaston (meilleur score personnel).

# JEUX

## Nombres croisés

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |

**Horizontalement**

1. Beaucoup l'ont cru, mais ce n'était pas la dernière année du millénaire.

2. Multiplier par 6 le nombre trouvé en 1-Horizontal et soustraire de ce produit une fois et demi le nombre trouvé en 1-Vertical.

3. Un nombre premier dont les chiffres sont les quatre premiers nombres premiers (placés dans le désordre !).

4. Un multiple de 9.

**Verticalement**

1. Produit de deux carrés parfaits différents et autres que 1.

2. Un multiple de 7.

3. Un multiple de 9.

4. Un multiple de 11.

## Solution

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 9 | 9 | 9 |
| 2 | 9 | 0 | 9 | 0 |
| 3 | 3 | 2 | 5 | 7 |
| 4 | 6 | 3 | 4 | 5 |

Math-Jeunes n°95,5–5, 2000

N. Joelants, Université de Mons-Hainaut, Athénée Jean d'Avesnes – Mons.

Les théorèmes de THALÈS ou de PYTHAGORE, la formule de MOIVRE, le binôme de NEWTON ou encore le triangle de PASCAL, …autant de thèmes abordés dans vos cours de mathématique, autant de noms célèbres ou méconnus qui vous donnent du fil à retordre ou vous passionnent, c'est selon !

La deltoïde, la cycloïde, la conchoïde, la cissoïde, … ne sont ni des muscles du corps humain, ni des humanoïdes tout droit sortis d'un film de science-fiction mais des courbes harmonieuses ou bizarres qui ont attiré l'attention de nombreux mathématiciens au fil des siècles.

Voici un site superbe qui a pris naissance parce que son créateur, Serge MEHL, professeur de mathématique français, a pris conscience de la nécessité de baliser l'enseignement des mathématiques au collège et au lycée (c'est-à-dire au niveau de notre enseignement secondaire) de points de repères historiques et d'humaniser une discipline trop souvent discréditée.

Aux dires de son géniteur, ce site n'est « ni un dictionnaire des mathématiques, ni une histoire des mathématiques, encore moins un manuel » mais plutôt un « document pédagogique en perpétuel renouvellement ».

`http ://chronomath.irem.univ-mrs.fr/`

Le menu principal de ce site paraît un peu obscur à première vue. Cependant, en pointant avec la souris sur chacun des icônes, on obtient une indication supplémentaire dans la barre d'état. De plus, la logique et l'habitude aidant, on a bien vite fait de mémoriser la signification de chaque icône.

| | |
|---|---|
| ABC | Index alphabétique incluant sujets mathématiques et mathématiciens. |
| | Index chronologique incluant sujets mathématiques et mathématiciens. |
| πΣ | Index des notations et symboles mathématiques les plus courants. |
| | Copieuse bibliographie. |
| www | Traditionnelle liste de liens. |
| M.à.j. | Compléments et mises à jour. |
| | Plus de cent courbes célèbres. |
| 0100... | Math et info. |

Voici donc une foule d'informations bien structurées et répertoriées, permettant une recherche rapide et efficace, d'autant plus facilitée par la présence d'un moteur de recherche.

J'ai ainsi appris, au gré de mon pélérinage, que les célèbres médailles *Fields* ...mais vous ne connaissez peut-être pas. Voici ce que j'ai trouvé.

John Charles Fields (1863-1932) était un mathématicien canadien, professeur à l'Université de Toronto. Son nom est passé à la postérité grâce à la célèbre *Médaille Fields*. Il s'agit de la plus haute distinction mathématique. Elle fut créée suite au désir posthume de ce mathématicien canadien de combler l'absence d'un prix Nobel de mathématiques, absence causée, dit-on, par la rivalité amoureuse entre le célèbre et fortuné chimiste Alfred Nobel (1833-1896) et le mathématicien Mittag-Leffler ...

La *médaille Fields* est attribuée tous les quatre ans à un mathématicien de moins de 40 ans pour ses recherches et résultats méritants en mathématiques. Elle est à l'effigie du célèbre Archimède.

Sur l'avers se trouve le profil du célèbre mathématicien de Syracuse, sur le revers est sculptée une sphère inscrite dans un cylindre. Archimède avait calculé que le volume de la sphère de diamètre $2r$ vaut les $\frac{2}{3}$ du volume du cylindre de diamètre $2r$ et de même hauteur.


Au fait, la Belgique peut être fière de ses mathématiciens. Mais quels sont donc les noms de ceux qui ont obtenu la récompense ultime dans le domaine des mathématiques, cette célèbre *Médaille Fields* que nous venons d'évoquer ensemble ?

Rendez-vous sur la toile !
Envoyez-moi donc vos découvertes à ce sujet !
Voici mon adresse électronique :

`nadine.joelants@skynet.be`

# Les nombres cachés 1

Y. Noël-Roch

## 1. Observation

Dans un tableau de 12 lignes et 15 colonnes, nous avons écrit les premiers éléments de $\mathbb{N}^*$ (1)

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 |
| 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 |
| 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 |
| 136 | 137 | 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 | 161 | 162 | 163 | 164 | 165 |
| 166 | 167 | 168 | 169 | 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |

Tableau 1 ($L = 15$)

- Si on ajoute cinq lignes en bas de ce tableau, quel est le nombre qui occupe la dernière case (en bas à droite) du tableau complété ?
- Marque de rouge toutes les cases contenant un multiple de 3. Observe leur position :
  - dans une ligne
  - d'une ligne aux suivantes
- Quelles sont les valeurs de $a$ pour lesquelles les cases contenant les multiples de $a$ forment une (ou des) colonne(s) dans le tableau ? Comment expliquer ces « régularités » ?
- Marque de vert toutes les cases contenant un multiple de 4 et observe leur position.
- Quelles sont les valeurs de $a$ pour lesquelles les cases contenant un multiple de $a$ forment des « escaliers du même genre » ? Nous parlerons d'« escaliers descendants » pour les multiples de 4 et d'« escaliers montants » pour les multiples de 7.

(1) $\mathbb{N}^*$ désigne l'ensemble des naturels non nuls, c'est-à-dire $\{1, 2, 3 \ldots\}$

- Marque de bleu toutes les cases contenant un multiple de 10. Tu constates que les « escaliers » ne sont pas toujours facilement perceptibles mais que la périodicité se manifeste toujours lorsqu'on représente l'ensemble des multiples d'un nombre $a$ dans le tableau.
- Imagine cinq lignes ajoutées au bas du tableau 1, sans que les nombres soient écrits dans les cases.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 181 | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | 255 |

Sans écrire les nombres, repère par une croix toutes les cases occupées par un multiple de 5. Repère d'une autre façon toutes les cases occupées par un multiple de 8.

## 2. Préparation du jeu

- Choisissons aléatoirement deux nombres (naturels non nuls) différents $a$ et $b$ compris entre 3 et 10. Dans le tableau 1, entourons d'un disque tous les multiples de $a$, entourons d'un carré tous les multiples de $b$.
  Voici par exemple le résultat lorsque $a = 6$ et $b = 7$

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 |
| 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 |
| 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 |
| 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 |
| 136 | 137 | 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 |
| 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 | 161 | 162 | 163 | 164 | 165 |
| 166 | 167 | 168 | 169 | 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |

Tableau 2 ($L = 15, a = 6, b = 7$)

- Les nombres sont effacés, le « remplissage » des cases uniformisé et une fenêtre $10 \times 10$ est placée aléatoirement sur le tableau 2 à partir de la 1re ou de la 2e ligne. Ici par exemple, $c_2^2$ (2) est pris comme coin supérieur gauche de la fenêtre.

(2) $c_k^n$ désigne soit la case située à l'intersection de la $n^{e}$ ligne et de la $k^{e}$ colonne d'un tableau, soit le nombre qui y est caché.

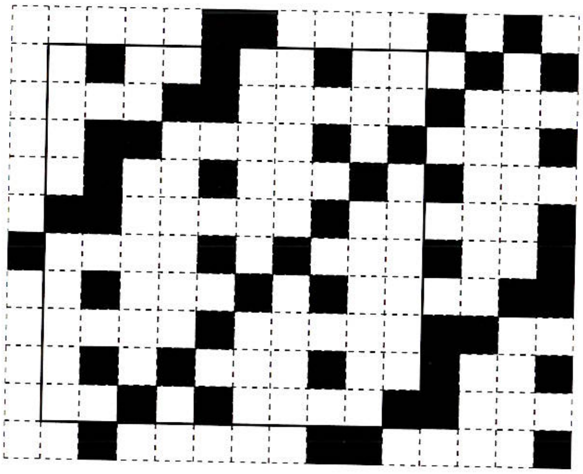
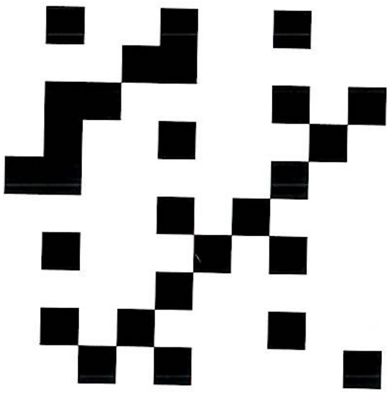


Tableau 3 ($L = 15, a = 6, b = 7$)

– enfin tout ce qui déborde de la fenêtre est effacé.

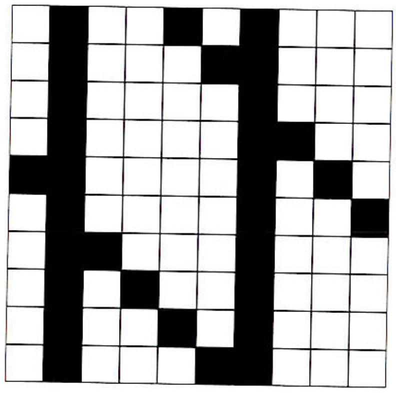


Fenêtre 1 ($L = 15$)

**Le jeu** : En ne disposant que de la fenêtre et sachant que $L = 15$, $3 \leqslant a \leqslant 10$ et $3 \leqslant b \leqslant 10$, retrouver les deux nombres $a$ et $b$ dont les multiples occupent les cases noires.

## 3. Premier jeu

La fenêtre ci-contre a été construite de la façon qui vient d'être indiquée mais $a$ et $b$ ne valent plus nécessairement 6 et 7. Tu sais que $L = 15$, $a \neq b$, $3 \leqslant a \leqslant 10$, $3 \leqslant b \leqslant 10$. Peux-tu trouver $a$ et $b$ ?

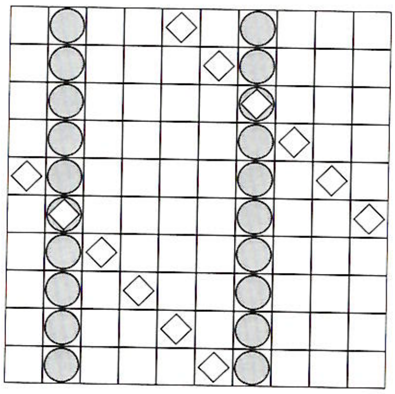


Fenêtre 2 ($L = 15$)

Si tu n'y vois rien immédiatement, reporte-toi aux observations du paragraphe 1 ... des colonnes, des escaliers te feront découvrir des régularités !

Note tes valeurs de $a$ et $b$ avant de poursuivre ta lecture.

Tu as peut-être l'oeil perspicace ? Auquel cas tu auras repéré la périodicité qui apparaît dans la fenêtre 2 pour distinguer les multiples de $a$ et les multiples de $b$.



Si c'est le cas tu as « vu » que $a = 5$ et $b = 8$. Mais comment trouver la réponse si tu ne distingues pas les deux familles ? Nous donnons ci-dessous **deux** analyses possibles de la fenêtre 2. Il y en a bien d'autres !

### 3.1. Première analyse

Supposons que nous ne voyons rien globalement et observons seulement la première ligne de la fenêtre 2 :

- $c_2^1$ et $c_5^1$ pourraient induire $a = 3$. Mais alors, $c_8^1$ devrait être noire. Les deux cases $c_2^1$ et $c_5^1$ contiennent donc l'une un multiple de $a$, l'autre un multiple de $b$. Comme $a > 2$ et $b > 2$, $c_5^1$ et $c_7^1$ contiennent également l'une un multiple de $a$ et l'autre un multiple de $b$. Il faut donc que $c_2^1$ et $c_7^1$ contiennent des multiples du même nombre. Cela nous donne donc $\boxed{a = 5}$. Dès lors, $\boxed{2}$ et $\boxed{7}$ cachent des multiples de 5 où $\boxed{n}$ désigne la $n^e$ colonne d'une fenêtre.
- La deuxième « famille » apparaît dès lors dans la fenêtre 2 en « escaliers descendants » et deux cases apparentées en $\boxed{5}$ complètent la résolution : $\boxed{b = 8}$.

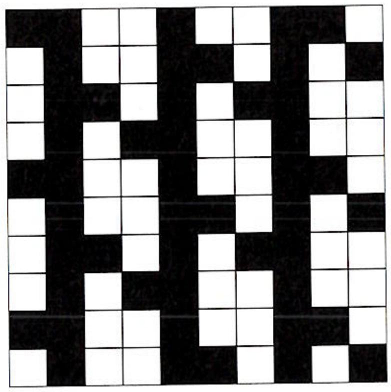
$\boxed{n}$ désigne la $n^e$ ligne d'une fenêtre.
Nous te laissons le soin de rechercher l'emplacement de la fenêtre 2 dans le tableau 1.

### 3.2. Deuxième analyse

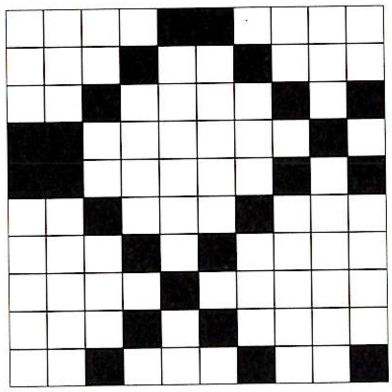
- Si ton attention a d'abord été attirée par la 2e colonne, tu as pu déduire que $a$ doit être un diviseur de 15. Comme $3 \leqslant a \leqslant 10$, tu penses alors que $a = 3$ ou $a = 5$. Mais $a$ ne peut valoir 3 puisque $\boxed{2}$, $\boxed{5}$ et $\boxed{8}$ devraient être entièrement noires. Tu peux donc affirmer que $\boxed{a = 5}$.
- La valeur de $b$ peut ensuite être découverte comme dans l'analyse précédente.

## 4. Autres jeux

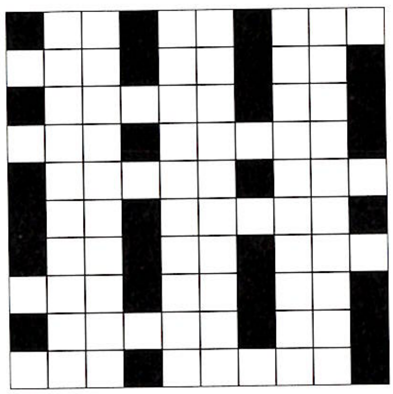
A toi maintenant ! Les fenêtres 3, 4 et 5 ont été découpées dans le tableau 1 ($L = 15$). Dans chaque cas, que valent $a$ et $b$ ; quel nombre occupait le coin supérieur gauche à la fenêtre ?



Fenêtre 3



Fenêtre 4



Fenêtre 5

Suite au prochain numéro ... Bon courage ! Bon amusement !

# Olympiades

C. Festraets

## Participons à l'OMB !

Durant cette année scolaire, aura lieu la vingt-sixième édition de l'Olympiade Mathématique Belge (OMB).

Comme (presque) tout le monde le sait, l'OMB est une épreuve mathématique ouverte à tous les élèves de l'enseignement secondaire, de la première à la sixième. Depuis quatre ans déjà, cette épreuve est divisée en trois concours. Ceux-ci se déroulent en parallèle. La « Mini-Olympiade » accueille les élèves de première et de deuxième années ; la « Midi-Olympiade » est réservée aux élèves de troisième et de quatrième années ; enfin, la « Maxi-Olympiade » est destinée aux élèves de cinquième et de sixième années.

Voici en quelques mots le principe commun à tous ces concours.

Pour chacun d'entre eux, il y a trois étapes : une éliminatoire qui a lieu dans les locaux mêmes de ton école, une demi-finale organisée dans des centres régionaux et une finale qui se tient à Namur.

Le calendrier de la vingt-sixième Olympiade Mathématique Belge est le suivant :

Mercredi 17 janvier 2001 : éliminatoire.
Mercredi 21 février 2001 : demi-finale
Mercredi 25 avril 2001 : finale.
Samedi 12 mai 2001 : proclamation.

Évidemment, ton professeur reçoit toutes les informations utiles sur cette Olympiade. Alors si tu désires en savoir plus, il te suffira de lui poser les questions auxquelles cet article n'apporte pas de réponse. Il se fera certainement un plaisir de mieux t'informer.

## Se préparer

Si tu souhaites te préparer à cette épreuve, tu trouveras plus loin quelques problèmes posés dans le passé. Ils vont non seulement éveiller ta curiosité mais encore te permettre de te familiariser avec la forme du questionnaire.

Comme tu vas bientôt le constater, il y a, pour la plupart des questions, cinq réponses proposées. Une seule d'entre elles est correcte. Par contre, certaines questions n'ont pas reçu de réponse « préformulée ». Dans ce cas, ce que tu dois trouver est un nombre entier appartenant à l'intervalle [0, 999], autrement dit, *un nombre entier positif, éventuellement nul, strictement inférieur à 1 000.*

Lis bien chaque question car chaque mot a son importance. S'il s'agit d'un problème, n'hésite pas à le schématiser, s'il est question de géométrie, trace toujours une figure, la plus exacte possible. La grande majorité des questions demande seulement un peu de raisonnement et non d'avoir une encyclopédie à la place du cerveau. Bien entendu, il y a tout de même un minimum de connaissance à posséder.

Ne réponds que si tu es sûr de ta réponse. En effet, la manière de calculer ton score lors du

Math-Jeunes n°95,12–15, 2000

concours est la suivante : 5 points pour une bonne réponse, 0 pour une mauvaise réponse. Tout à fait normal, diras-tu ! Mais, si tu t'abstiens de répondre à une question, tu reçois 2 points. Là tu te demandes peut-être quel est le but de ce procédé ? Mais précisément de te faire prendre conscience qu'il vaut mieux ne rien répondre plutôt que de répondre n'importe quoi.

Enfin tu dois savoir qu'il est nécessaire de répondre à un minimum de 5 questions pour être classé.

Les problèmes que tu vas résoudre ci-dessous ont été choisis dans le tome 1 des OMB reprenant toutes les questions posées de 1976 à 1981. Malheureusement, ce tome n'est plus en vente, il est épuisé. Par contre, si tu désires peaufiner ta préparation et évaluer ton potentiel olympique, tu peux acquérir les tomes 3 et 4 des OMB. Voici tous les renseignements nécessaires pour cela.

*Olympiades Mathématiques Belges*

- Tome 3 (1988-1993) : prix 240 BEF. Il n'en reste que quelques exemplaires.
- Tome 4 (1994-1998) : prix 220 BEF.
- Tome 3 + Tome 4 : prix sacrifié 340 BEF.

Il faut ajouter 50 BEF de port pour un exemplaire et 100 BEF de port pour deux ou trois exemplaires.

Les commandes sont à adresser à
SBPMef, rue de la Halle, 15, 7000 Mons
Compte : 000-0728014-29
Fax et téléphone : 065 37 37 29.

### 1. Double d'un nombre [1981]

Si $x$ et $y$ sont des nombres réels et si $x$ est le double de $y$, on peut en déduire que

**(A)** $x$ est strictement supérieur à $y$ ; **(B)** $x$ est supérieur ou égal à $y$ ;
**(C)** $x$ n'est jamais égal à $y$ ;
**(D)** le produit $x \cdot y$ n'est pas strictement négatif ;
**(E)** $x$ est strictement supérieur à $y$ sauf si $y = 0$.

### 2. Diviseurs et restes [1981]

Le plus petit entier positif, qui divisé par 3, 5 et 7, donne les restes 1, 1 et 5 est compris entre

**(A)** 120 et 125 **(B)** 90 et 95 **(C)** 75 et 80 **(D)** 60 et 65 **(E)** 45 et 50.

### 3. Polynôme [1977]

Le reste de la division du polynôme $p(x)$ par $x-1$ est 3, celui de sa division par $x-3$ est 5. La division de $p(x)$ par $(x-1)(x-3)$ donne comme reste

**(A)** $x-2$ **(B)** $x+2$ **(C)** 2 **(D)** 5 **(E)** $x+8$.

### 4. Des fractions [1978]

Quels que soient les nombres réels $m$, $n$, $p$, $q > 0$, $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ implique que

**(A)** $\frac{m+n}{n} = \frac{p+q}{q}$ **(B)** $q = \frac{m \cdot p}{n}$ **(C)** $m \cdot p = n \cdot q$ **(D)** $\frac{m+q}{m} = \frac{n+p}{n}$ **(E)** $\frac{m^2}{n} = \frac{p^2}{q}$.

### 5. Somme des racines [1980]

La somme des racines de l'équation

$$4x^3 - 8x^2 - 63x - 9 = 0$$

est égale à

**(A)** $-2$ **(B)** $-8$ **(C)** 2 **(D)** 8 **(E)** 0.

### 6. Décomposition d'un polynôme [1978]

Le polynôme $x^4 + 1$

**(A)** est décomposable en produit de 4 binômes du premier degré à coefficients réels.
**(B)** est décomposable en produit de 2 trinômes du second degré à coefficients réels.
**(C)** est décomposable en produit d'un binôme

du premier degré et d'un polynôme du troisième degré à coefficients réels.
**(D)** est décomposable en produit de 4 binômes du premier degré et d'un monôme de degré 0 à coefficients réels.
**(E)** n'est pas décomposable en produits de polynômes à coefficients réels tous de degré $< 4$.

## 7. Chiffres [1976]

Quel est, en numération décimale, le dernier chiffre de $3^{458}$ ?

**(A)** 1 **(B)** 9 **(C)** 7 **(D)** 3 **(E)** 5

## 8. Graphiques [1980]

L'ensemble des graphiques cartésiens des fonctions

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : x \mapsto ax$$

où $a$ est réel, est

**(A)** l'ensemble des droites de $\mathbf{R}^2$ passant par l'origine.
**(B)** l'ensemble des droites de $\mathbf{R}^2$ passant par l'origine, à l'exception de l'axe des $x$.
**(C)** l'ensemble des droites de $\mathbf{R}^2$ passant par l'origine, à l'exception de l'axe des $y$.
**(D)** l'ensemble des droites de $\mathbf{R}^2$ passant par l'origine, à l'exception des deux bissectrices des axes.
**(E)** l'ensemble de toutes les droites de $\mathbf{R}^2$.

## 9. Suite géométrique [1978]

Si les trois premiers termes d'une suite géométrique sont

$$3^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, 3^{\frac{1}{6}}$$

Le quatrième terme est égal à

**(A)** $3^{\frac{1}{9}}$ **(B)** $3^{\frac{1}{10}}$ **(C)** $3^{\frac{11}{12}}$ **(D)** 1 **(E)** 0

## 10. Suite et produit [1981]

Une suite de nombres réels $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n, \ldots$ est soumise à la condition $a_{n+1} = a_n \cdot a_{n+2}$ pour tout $n > 0$. Le produit des $n$ premiers termes de la suite est désigné par $P_n$. Sachant que $P_{40} = P_{80} = 8$, que valent $a_1$ et $a_2$ ?

**(A)** $a_1 = 2$ et $a_2 = 4$ **(B)** $a_1 = a_2 = 2$
**(C)** $a_1 = a_2 = 4$ **(D)** $a_1 = 4$ et $a_2 = 2$
**(E)** $a_1 = a_2 = 0$

## 11. Inégalité [1979]

Quel que soit $x \in \mathbf{R}$, $x^2 > 4$ implique

**(A)** $x > 2$ ou $-x < 2$ **(B)** $x > 2$ et $-x < 2$
**(C)** $x > 2$ **(D)** $|x| > 2$ **(E)** $x > -2$

## 12. Bille qui rebondit [1976]

Une petite bille d'acier a la propriété de rebondir jusqu'aux 9/10 de sa hauteur de chute. Si elle tombe d'un mètre de haut, quelle hauteur atteindra-t-elle à son troisième rebond ?

**(A)** 97 cm **(B)** 70 cm **(C)** 72,9 cm
**(D)** 90,5 cm **(E)** 81 cm

## 13. Fonction [1976]

La fonction

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R} : x \mapsto x + \sin x$$

**(A)** est croissante
**(B)** est périodique
**(C)** est décroissante
**(D)** n'est ni croissante, ni décroissante
**(E)** est paire

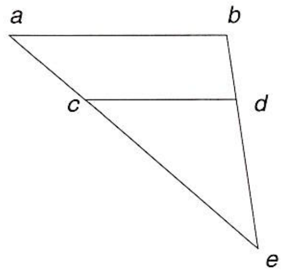
## 14. Section d'un cube [1981]

Si on coupe un cube par un plan passant par une diagonale d'une face, la section obtenue peut être

**(A)** un carré **(B)** un losange
**(C)** un trapèze **(D)** un hexagone
**(E)** un parallélogramme non rectangle

## 15. Droites parallèles [1980]

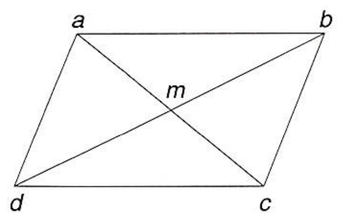
Si les droites $ab$ et $cd$ sont parallèles et si $|ab| = x$, $|cd| = y$, $|ac| = z$ et $|ae| = 1$, alors




**(A)** $x+y=xz$ **(B)** $x+z=yz$ **(C)** $\frac{x}{y}=z$
**(D)** $y=\frac{x}{1-z}$ **(E)** $x=\frac{y}{1-z}$

## 16. Parallélogramme [1980]

Si $abcd$ est un parallélogramme et que $\overrightarrow{bc} = x\overrightarrow{ab} + y\overrightarrow{mb}$, que valent $x$ et $y$ ?




**(A)** $x=1$ et $y=-1$ **(B)** $x=2$ et $y=-1$
**(C)** $x=1$ et $y=-2$ **(D)** $x=2$ et $y=-2$
**(E)** $x=y=-2$

## 17. Aire d'un cube [1981]

Si on augmente de 50% la longueur de chacune des arêtes d'un cube, l'aire totale du cube augmente de

**(A)** 50% **(B)** 125% **(C)** 150%
**(D)** 225% **(E)** 300%

## 18. Aiguilles d'une montre [1980]

Une montre marque midi. Combien de fois avant 15h 32min l'aiguille des heures et l'aiguille des minutes formeront-elles un angle droit ?

**(A)** 0 fois **(B)** 3 fois **(C)** 6 fois
**(D)** 7 fois **(E)** 9 fois

## 19. Projection orthogonale [1976]

On projette orthogonalement un secteur angulaire droit sur un plan $P$. Laquelle des affirmations ci-dessous est vraie ?

**(A)** L'image de $S$ est un secteur angulaire droit si et seulement si les deux côtés de $S$ sont parallèles au plan $P$.
**(B)** L'image de $S$ est un secteur angulaire.
**(C)** Si un des côtés de $S$ est parallèle à $P$ et si l'autre n'est pas perpendiculaire à $P$, alors l'image de $S$ est un secteur angulaire droit.
**(D)** Si un des côtés de $S$ n'est pas parallèle au plan $P$, alors l'image de $S$ n'est pas un secteur angulaire droit.
**(E)** L'image de $S$ n'est jamais un secteur angulaire droit, sauf si ses deux côtés sont parallèles au plan $P$.

## 20. Diagonales [1979]

On appelle diagonale d'un polygone toute droite passant par deux sommets non consécutifs. Quel est le nombre de diagonales d'un polygone de 20 sommets (dont trois quelconques ne sont jamais alignés) ?

**(A)** 153 **(B)** 170 **(C)** 190 **(D)** 210 **(E)** 340

Voici les solutions de ces vingt petits problèmes.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 17 | D | B | A | C | B | B | C | D | A |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| D | C | A | C | D | C | B | C | C | B |


Simone Trompler

Howard Hathaway Aiken est né, voici 100 ans aux USA et y est décédé en 1973. Diplômé de l'université de Harvard, il y effectue des recherches sur un système d'équations différentielles qui ne possède pas de solutions exactes. Il ne peut donc le résoudre que par des techniques de calcul numérique. Mais la quantité de calculs est insurmontable et Aiken cherche à se faire aider mécaniquement. Au début du siècle, Charles Babbage avait conçu une machine qui peut être considérée comme l'ancêtre des ordinateurs. Malheureusement, elle ne put fonctionner convenablement, faute d'une technologie adéquate. Hollerith reprit ses idées et les améliora, imaginant le premier système de tabulation électrique destiné à l'analyse de données statistiques, encodées sur cartes perforées. Aiken part des machines existantes et les modifie pour les rendre utilisables dans la recherche scientifique.

Il explique : « alors que les machines actuelles ne traitent que des nombres positifs, les machines scientifiques doivent être capables de traiter les nombres négatifs aussi ; elles doivent traiter également des fonctions telles que logarithmes, sinus, cosinus et une multitude d'autres fonctions. La machine à calculer serait très utile pour les scientifiques si, une fois mise en route, elle pouvait travailler tout au long du problème, pour des valeurs numériques nombreuses, sans intervention jusqu'à la fin du calcul. La machine devrait calculer des lignes au lieu de colonnes, ce qui est plus adapté aux séquences mathématiques ». Aiken parvient à convaincre les laboratoires IBM et développe avec leur aide l'ASCC (Automatic Sequence Controlled Calculator). L'ASCC fonctionnait à l'électricité, ses principaux composants étaient électromécaniques, sous la forme d'interrupteurs manœuvrés magnétiquement. Il pesait 25 tonnes et avait 800 000 mètres de fil électrique ! Une addition prenait 6 secondes et une division 12. L'ASCC fut utilisé à l'université de Harvard à partir de 1944. Il fut remplacé par un modèle entièrement électronique en 1947, puis par deux autres jusqu'en 1952. Aiken ne se contenta pas de travailler à la construction de machines à calculer mais publia aussi des textes sur l'électronique et la théorie des commutateurs. Aiken fut récompensé pour son œuvre par de nombreux pays tels les USA, La France, les Pays-Bas, la Belgique et l'Allemagne.

## Sources

http ://www-history.mcs.st-and.ac.uk/ history/Mathematicians/Aiken.html
Encyclopédie Universalis.

*Math-Jeunes n°95,16–16, 2000*

# Échos de l'Olympiade Mathématique Internationale 2000

G. Debongnies, F. Foucart, P. Gramme

imo 2000 KOREA 제 41회 국제수학 올림피아드 The 41st International Mathematical Olympiad

Du 12 au 25 juillet se sont déroulées à Taejon (République de Corée) les 41$^{es}$ Olympiades Mathématiques Internationales. Ce concours, qui regroupe chaque année six étudiants de l'enseignement secondaire de chaque pays participant était, lors de sa création, destiné aux seuls pays du bloc de l'Est. Aujourd'hui, il rassemble 82 nations, dont la Belgique, qui envoie chaque année trois étudiants francophones et trois néerlandophones.

Du côté francophone, la préparation à cette épreuve commence deux à trois ans avant le concours. Une vingtaine d'étudiants, sélectionnés en fonction de leurs résultats à l'Olympiade belge, participent ainsi à six week-ends par an, consacrés d'une part à combler certaines lacunes théoriques (le programme de l'enseignement secondaire n'étant bien entendu pas le même dans tous les pays participants), et d'autre part à se familiariser avec des problèmes du niveau des OMI. La différence avec ce que nous pouvons rencontrer en Belgique est en effet telle que, sans cette préparation, les Belges ne réussiraient sans doute que rarement à résoudre un des six problèmes proposés.

En fin de préparation, deux tests sont organisés en plus de l'Olympiade belge et de l'AIME (questions de la demi-finale de l'Olympiade américaine) et trois étudiants sont repris sur base de ces quatre épreuves et du travail fourni lors de la préparation. Ceux-ci, après un nouveau week-end de préparation, partiront pour le pays organisateur. Ce pays change chaque année, les prochaines OMI auront lieu à Washington DC.

Le samedi 15 juillet est donc pour nous le jour du départ (les leaders étant eux partis depuis le 12, afin de sélectionner les problèmes). On se retrouve tous à l'aéroport. Après un embarquement sans histoire, on part pour Francfort, puis pour la Corée. Après 11 heures de vol, on arrive enfin à Séoul le 16 juillet. Nous passons la douane rapidement, puis nous sommes accueillis par des photographes et des cameramen. Une jeune étudiante coréenne se présente, elle sera notre guide durant tout le séjour. Elle nous apprend qu'il y a encore 2h30 de route en car jusqu'à Taejon, où nous logerons pendant les dix jours. Au moment où nous sortons de l'aéroport, nous nous rendons compte que la Corée est un pays CHAUD. Il devait faire 35 degrés. Nous arrivons enfin au campus du KAIST (Korea Advanced Institute of Science and Technology). Nous mangeons (la nourriture est très bonne), puis nous en faisons une rapide visite. Il y a une piscine et les pièces sont climatisées (SAUF nos chambres). Nous avons également accès à la salle informatique où certains participants vont passer le plus clair de leur temps. Le lendemain après-midi, toutes les équipes, avec leur guide (16 bus + 2 voitures de police + des motards

*Math-Jeunes n°95,17–19, 2000*

+ 1 ambulance), partent en excursion visiter un village traditionnel coréen. Nous assistons alors à un spectacle de danses et d'acrobaties. Il fait toujours aussi chaud mais les bus sont bien climatisés. Le mardi 18 juillet est consacré à la cérémonie d'ouverture. Après les discours des officiels, nous avons droit à un spectacle de danse et de percussion. Excellent ! Les 41èmes OMI sont officiellement ouvertes. Le lendemain, le concours commence !


Celui-ci se déroule sur deux matinées. Chaque jour, 4h30 sont accordées aux participants pour résoudre 3 problèmes, théoriquement de difficulté croissante, chaque problème valant 7 points.

Sur les six problèmes proposés, trois étaient très difficiles. L'équipe belge a obtenu l'essentiel de ses points pour la résolution des trois autres que voici.

## Problème 1

Deux cercles $\Gamma_1$ et $\Gamma_2$ se coupent en $M$ et $N$. Soit $l$ la tangente commune à $\Gamma_1$ et $\Gamma_2$ telle que M soit plus proche de $l$ que $N$. La droite $l$ est tangente à $\Gamma_1$ en $A$ et à $\Gamma_2$ en $B$. La droite passant par $M$ et parallèle à $l$ rencontre à nouveau le cercle $\Gamma_1$ en $C$ et le cercle $\Gamma_2$ en $D$. Les droites $CA$ et $DB$ se coupent en $E$ ; les droites $AN$ et $CD$ se coupent en $P$ ; les droites $BN$ et $CD$ se coupent en $Q$. Montrer que $EP = EQ$.

Reposant presque uniquement sur des notions de géométrie élémentaire, ce problème n'a pourtant que moyennement réussi aux belges, seul Pierre Gramme l'a résolu entièrement.

## Problème 2

Soient $a$, $b$, $c$ trois nombres réels strictement positifs vérifiant $abc = 1$. Montrer que :

$$\left(a-1+\frac{1}{b}\right)\left(b-1+\frac{1}{c}\right)\left(c-1+\frac{1}{a}\right)=1$$

À nouveau, pas besoin de notions théoriques très avancées pour résoudre ce problème, mais plutôt d'une idée originale. C'est principalement grâce à ce problème que Koen Goossens a obtenu sa médaille de bronze (7/7 pour ce problème, et 6/7 pour le problème 4). Avec 6/7, Pierre assurait déjà sa médaille sur les 2 premiers problèmes, 11 points étant nécessaires cette année pour l'obtenir.

## Problème 4

Un mage a 100 cartes numérotées de 1 à 100. Il les répartit dans trois boîtes, une rouge, une bleue, et une blanche, de sorte que chaque boîte contienne au moins une carte. Un spectateur choisit 2 de ces 3 boîtes, prend une carte dans chacune d'elles et annonce la somme des nombres indiqués sur les 2 cartes choisies. Grâce à cette somme, le mage identifie la boîte dans laquelle aucune carte n'a été choisie. Combien de manières y a-t-il de placer toutes les cartes dans les boîtes de sorte que le tour fonctionne toujours ? (Deux rangements sont considérés comme différents si au moins une carte est placée dans deux boîtes différentes).

Une fois une méthode de résolution trouvée (et elles sont souvent nombreuses pour ce type de problème), ce problème ne demande plus que de la patience, pour n'oublier aucun cas.

Avec 7/7 à ce problème, François Foucart obtient une mention honorable.

Après ces deux jours de compétition et de stress, une série de visites est prévue pour décompresser. Nous commençons donc, dès le lendemain par une réception au palais présidentiel, également appelé *Blue House*. D'abord soumis à une fouille, nous pénétrons enfin dans la salle où une collation nous attend pour nous faire patienter jusqu'au discours du Président de la République de Corée. Nous profitons ensuite de cette invitation pour visiter l'extérieur du palais et les jardins attenants. Mais la décompression ne serait pas totale sans une séance de vrai divertissement ... Ainsi nous mettons-nous en route pour un parc d'attraction de Séoul où nous passons l'après-midi. Quelques loopings plus tard, il nous faut reprendre notre longue route en car jusqu'au KAIST. Là, nous découvrons les premiers résultats des problèmes déjà corrigés et défendus par les leaders et deputy leaders. La compétition se rappelle aux quelques-uns qui auraient pu l'avoir oubliée ...

Le lendemain matin, départ pour une excursion de deux jours près de Pusan, au sud du pays. De nouveau, un long voyage en car nous attend, et nous sommes heureux de mettre pied à terre pour aller visiter un énorme site de temples à Kyungju, ancienne capitale de la dynastie Shilla (de -57 à 985). Nous pénétrons alors dans le paradis bouddhiste. Ensuite, nous nous dirigeons vers un grand site où se trouvent de nombreuses tombes de divers rois coréens de l'antiquité. Il s'agit en fait de grands tumuli et l'un d'entre eux a été aménagé pour qu'on puisse en visiter l'intérieur. Le défunt y est enterré avec ses bijoux et ses objets les plus précieux.

Nous reprenons la route jusqu'au campus universitaire de Chungnam où nous logerons une nuit. La surprise du soir, c'est que la suite des résultats est arrivée jusqu'à nous. Presque tous les résultats y sont et il nous est donc possible de calculer notre classement et de deviner les seuils des médailles. Deux d'entre nous Pierre Gramme et Koen Goossens seront médaillés de bronze, François Foucart obtient une mention honorable. Le lendemain, nous nous levons sous la pluie pour aller visiter un musée sur l'antiquité, puis nous rentrons à Taejon pour assister à la nuit de la culture coréenne. Nous retrouvons là notre leader, monsieur Troessaert, dont nous étions séparés jusqu'alors. Nous assistons à un superbe spectacle rassemblant à peu près toutes les spécialités artistiques coréennes, à commencer par un concert endiablé de percussions. Changement de style ensuite pour retrouver toute la grâce d'un groupe de danseuses avec leurs éventails puis un duo composé d'une flûte et d'une sorte de harpe coréenne. La soirée se conclut avec un célèbre groupe pop coréen et puis un groupe de jazz.


Il ne reste plus, le lendemain, qu'à clôturer ces 41$^{es}$ olympiades internationales et à remettre les médailles. La cérémonie a lieu l'après-midi, sans suspense, puisque les résultats sont déjà connus ... L'équipe chinoise sort grand vainqueur du concours obtenant six médailles d'or. Le soir, nous avons droit à une dernière festivité : la soirée d'adieu. Un souper est servi en plein air, il est suivi d'une courte soirée dansante et d'un feu d'artifice.

Et voilà, cette fois tout est bien fini, et la seule activité du lendemain est le trajet vers l'aéroport et le vol pour Bruxelles.

Les participants francophones de l'équipe belge à la quarante et unième olympiade de mathématique internationale à Taejon (République de Corée), juillet 2000

Gery DEBONGNIES    François FOUCART
Pierre GRAMME

# Rallye problèmes

Cl. Festraets

Les lauréats du rallye 1999-2000 de *Math-Jeunes* sont Axel Baudson, élève de cinquième à l'Athénée Royal de Binche, Adrien Decostre, élève de sixième au Centre Scolaire Saint Stanislas à Mons, Jonathan Di Cosmo, élève de quatrième à l'Institut Notre-Dame de Loverval et Jimmy Sudjana, élève de quatrième à l'Institut Notre-Dame des Champs à Uccle. Toutes nos félicitations à ces lecteurs sagaces.

Le rallye problèmes 2000-2001 comportera trois étapes. À chaque étape, cinq problèmes seront proposés à votre sagacité ; la plupart des problèmes posés ne nécessitent guère que des connaissances mathématiques élémentaires, en outre, il faut avoir l'esprit logique et trouver le bon raisonnement. Évidemment, ce n'est pas toujours facile, mais vous pouvez envoyer des solutions partielles, par exemple si vous n'avez résolu que la première partie d'un problème et estimez que la suite est trop difficile pour votre âge ou encore, si vous aboutissez à une équation dont vous ne trouvez pas la solution parce que vous n'avez pas étudié ce type d'équation en classe.

Veillez à rédiger les solutions des différents problèmes sur des feuilles séparées. Sur chacune d'elles, indiquez vos nom, prénom, âge, adresse personnelle, classe et école.

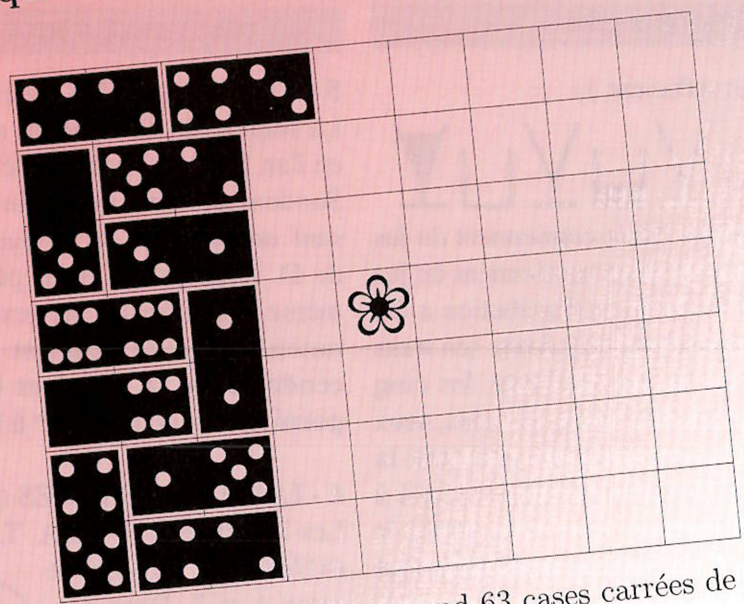
La réponse finale ne suffit pas, il faut que vos solutions soient soigneusement expliquées et justifiées. Les figures et démonstrations doivent être sur une même page ou sur deux pages se faisant vis-à-vis. Dans le cas où vous ne respecteriez pas ces instructions, vos envois ne seront hélas pas pris en considération. Il n'est pas nécessaire d'avoir pu résoudre tous les problèmes pour être primé, mais seuls les concurrents ayant pris part aux trois étapes peuvent espérer intervenir dans le classement final et bien sûr, plus vous aurez résolu correctement de problèmes, plus vous aurez de chances d'avoir un prix.
Les solutions doivent être envoyées à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, pour le 15 décembre 2000 au plus tard.

## 1 – Quel jour sommes-nous ?

Quand après-demain sera hier, il nous faudra autant de jours pour atteindre dimanche qu'il nous en a fallu quand avant-hier était demain, pour que nous soyons aujourd'hui. Quel jour sommes-nous ?

*Math-Jeunes* n° 95,20–21, 2000

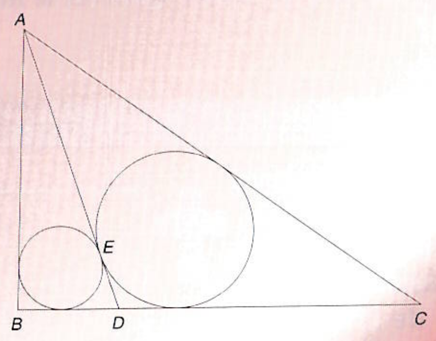
## 2 – L'échiquier



Un échiquier de 18 cm sur 14 cm comprend 63 cases carrées de 2 cm de côté. On a placé dans la case centrale une fleur de manière à bloquer cette case et à garder un nombre pair de cases. On dispose de 31 dominos rectangulaires de 2 cm sur 4 cm. Est-il possible de couvrir toutes les cases de l'échiquier (sauf la case centrale) par ces 31 dominos ?

## 3 – Cercles tangents

Dans la figure ci-contre, le triangle $ABC$ a des côtés de longueur $|AB| = 7$, $|AC| = 12$ et $|BC| = 10$.
Le point $D$ est situé sur $BC$ et est tel que que les cercles inscrits dans les triangles $ABD$ et $ACD$ sont tangents à $AD$ au même point $E$.
Quelle est la longueur de $BD$ ?




## 4 – Carrés parfaits

Combien de termes de la liste $0 \times 7+2$, $1 \times 7+2$, $2 \times 7+2$, $3 \times 7+2$, …, $2\,000 \times 7+2$ sont-ils des carrés parfaits ?

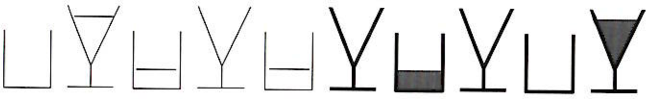
## 5 – Encore des cercles tangents

Trouver la longueur du côté du plus petit carré dans lequel il est possible de disposer 5 cercles de rayon 1 sans point intérieur commun (les cercles peuvent éventuellement être tangents, mais ne peuvent pas se couper).

# 15 ème Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques
## 1 / 4 de finale individuels 2001

**DÉBUT CATÉGORIE CM**

**1 - LES DIX VERRES** (coefficient 1)



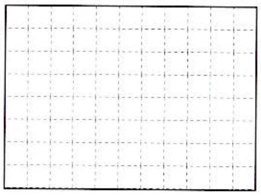
Dix verres sont sur le comptoir. Trois contiennent du jus de pomme (de couleur claire) et deux contiennent du jus de raisin (de couleur foncée). Mais la distribution a été mal faite. Seuls les cinq verres les plus à droite (en traits plus épais) doivent contenir du jus de fruits, les cinq verres les plus à gauche devant être vides. De plus, deux verres de même forme doivent toujours contenir la même sorte de jus de fruits. Une manipulation consiste à prendre un verre, à le vider dans un verre vide, puis à le remettre à sa place initiale. **Combien de manipulations seront-elles nécessaires, au minimum, pour parvenir à ce résultat ?**

**2 - LA CARAVANE PEUGEOT** (coefficient 2)

L'autre jour, sur la route, se succédaient des voitures Peugeot d'années très différentes : une 106, une 203 et une 309. J'ai alors pensé à d'autres modèles de la même marque : 204, 304, 404, 504, 604. Parmi tous les nombres cités, on peut en trouver quatre dont la somme est égale à celle de trois autres. **Quel est le nombre qui reste seul ?**

**DÉBUT CATÉGORIE C1**

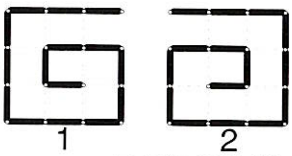
**3 - RANGEMENT PÉNIBLE** (coefficient 3)

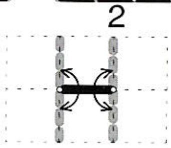


**Combien peut-on ranger, au maximum, de pièces en forme de croix dans une boîte rectangulaire 11 x 8 ?**

Note : les pièces, rangées à plat, peuvent se toucher, mais pas se superposer.

**4 - PAROIS PIVOTANTES** (coefficient 4)



Pour une exposition de jeux mathématiques, Thomas a disposé 15 panneaux en spirale (disposition 1). Nina préfèrerait la disposition 2. Chaque panneau peut pivoter autour de ses extrémités (voir figure ci-contre). **Quel nombre de parois faut-il faire pivoter, au minimum, pour passer d'une disposition à l'autre ?**

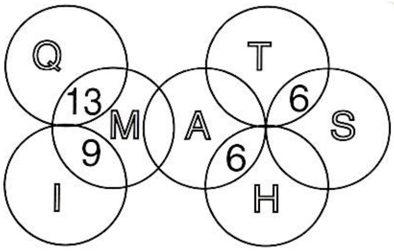
**DÉBUT CATÉGORIES C2, L1, L2, GP, HC**

**5 - AÏE MES AÏEUX** (coefficient 5)

La femme de D. Sandent a accouché de trois garçons en l'an 1800 (un beau triplé !). Depuis, chaque individu Sandent de sexe masculin a eu lui-même 3 garçons, sauf un petit-fils de D. Sandent et un arrière petit-fils de D. Sandent qui n'ont pas eu d'enfant. Je suis moi-même le dernier né (de sexe masculin) de la 7ème génération suivant D. Sandent. **Au fait, combien de descendants de D. Sandent (de sexe masculin) ont-ils porté son nom, de la 1ère à la 7ème génération ?**

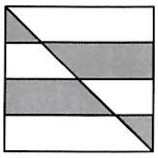
**6 - LES SEPT DISQUES** (coefficient 6)

Les 7 disques Q, I, M, A, T, H, S ont chacun une valeur différente comprise entre 1 et 7. Dans certaines intersections de deux disques, on a indiqué la somme des valeurs de ces deux disques. **Quelle est la somme des valeurs des cinq disques M, A, T, H, S ?**




**FIN CATÉGORIE CM**

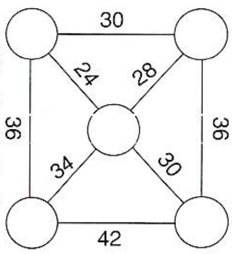
**7 - LE CHAMP DU PÈRE MÉABLE** (coef. 7)



Pierre Méable possède un champ carré de 100 m de côté. Amateur de fleurs, il a partagé son champ en quatre bandes de même largeur, il a tracé une diagonale, puis il a planté une partie du champ en rosiers (en gris sur le dessin) et le reste en tulipes. **Quelle fraction du terrain représente la partie plantée en rosiers ?**

**8 - LES CINQ NOMBRES** (coef. 8)

Cinq nombres étaient écrits sur les cinq disques du dessin ci-contre. Ils ont été effacés, mais heureusement, sur chaque segment, on avait pris soin de noter la somme des deux nombres placés dans les deux disques situés aux extrémités de ce segment. **Retrouvez les cinq nombres.**




**9 - BILLES EN TÊTE** (coefficient 9)

Jacques a six sacs de billes devant lui.Les nombres de billes contenus dans les sacs sont des entiers consécutifs pas nécessairement distincts, par exemple comme 12, 12, 13, 14, 14, 15. Jacques prend trois sacs pour lui et donne les trois autres à son frère. Il possède alors 58 billes en tout et son frère en a 61. **Donnez par ordre croissant les nombres de billes contenus dans les sacs.**

**FIN CATÉGORIE C1**

**10 - QUELLE FAMILLE** (coefficient 10)

Des membres d'une même famille sont réunis pour un anniversaire. Parmi les personnes présentes, il y en a deux qui peuvent être appelées « papa » par au moins une autre personne de l'assemblée, deux qui peuvent être appelées « maman », deux « mon fils », deux « ma fille », deux « ma soeur », quatre « mon frère », deux « ma belle-soeur », deux « mon beau-frère », deux « ma cousine », deux « mon cousin », deux « ma nièce », deux « mon neveu », deux « ma tante », deux « mon oncle », deux « ma femme » et deux « mon mari ». **Combien de personnes sont-elles présentes, au minimum ?** Note : On supposera que lorsque deux personnes quelconques sont en présence l'une de l'autre, chacune ne peut appeler l'autre que d'une seule façon.

**11 - UN CHÂTEAU MÉDIÉVAL** (coefficient 11)

Le château de Mathville est entouré d'un rempart de hauts murs. Ces murs mesurent, classés par ordre croissant, 10 m, 20 m, 30 m, 40 m, 50 m, 60 m, 80 m, 110 m. D'autre part, chaque mur est perpendiculaire au mur précédent et au mur suivant.

**Quelle est, au maximum, l'aire du domaine intérieur au mur d'enceinte ?** Vous donnerez la réponse en $dam^2$.

**FIN CATÉGORIE C2**

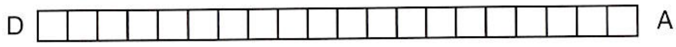
**12 - ESPRIT DE SUITE** (coefficient 12)

8 7 5 6 3 5 3 0 1 8 ....... On a choisi et écrit deux chiffres : le 8 et le 7, puis on a écrit leur produit 56. Ensuite, on écrit le produit du 7 (2ème chiffre) et du 5 (3ème chiffre) : 35, puis le produit du 5 (3ème chiffre) et du 6 (4ème chiffre) : 30. On continue ainsi en se décalant d'un rang à chaque fois et en écrivant à la suite le produit des deux chiffres considérés (qui s'écrit avec un ou deux chiffres). Au bout d'un temps plutôt long, on n'obtiendra que des zéros. **Quel sera le dernier chiffre non nul ?**

**13 - MI-CARRÉ - MI-CUBE** (coefficient 13)

Un nombre est dit « mi-carré - mi-cube » s'il peut s'écrire comme la somme d'un carré et d'un cube. Ainsi, l'an 2000 aura été une année «mi-carrée - mi-cube» car $2000 = 44^2 + 4^3$.
**Quelles était la précédente année « mi-carrée - mi-cube » ?**

**14 - LA PETITE GRENOUILLE ET LES PAVÉS** (coef. 14)




La petite grenouille est capable de sauter d'un seul bond par dessus les 20 pavés. Mais elle peut aussi aller de D à A en se posant sur un ou plusieurs pavés intermédiaires. Les seules règles qu'elle s'est imposées à elle-même sont d'aller toujours en avant et de ne jamais sauter d'un pavé à un autre pavé immédiatement adjacent. **Combien de parcours différents peut-elle effectuer pour aller de D à A ?**

**FIN CATÉGORIES L1 GP**

**15 - CADRES AUTORÉFÉRENTS** (coefficient 15)

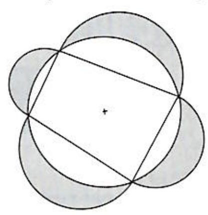
Cadre A ---------> Le cadre A contient .......................... lettres de moins que le cadre B.

Cadre B ---------> Le cadre B contient .......................... lettres de moins que le cadre C.

Cadre C ---------> Le cadre C contient .......................... lettres de moins que n'en contiennent les cadres A et B ensemble.

**Complétez les pointillés avec des nombres écrits en toutes lettres** afin que toutes les phrases écrites dans les cadres soient vraies.

**16 - LE CERF-VOLANT AUX 4 LUNULES** (coefficient 16)



Le cadre de ce cerf-volant est un quadrilatère inscrit dans un cercle.Les côtés du quadrilatère mesurent des nombres entiers de centimètres tous différents. Pour des raisons aérodynamiques, quatre lunules sont fixées sur le cadre,chacune d'elle ayant pour diamètre le côté du quadrilatère sur lequel elle est attachée. La somme des aires des quatre lunules (en gris) est égale à celle du quadrilatère. **Quelle est-elle, au minimum ?** On donnera la réponse en $cm^2$.

**FIN CATÉGORIES L2 HC**

## Les catégories sont les suivantes :

Les **catégories** sont les suivantes :

**CM :** Elèves de 4e et 5e année primaire
***Résoudre les problèmes n°1 à n°6***

**C1 :** Elèves de 6e primaire et de 1er secondaire
***Résoudre les problèmes n°3 à n°9***

**C2 :** Elèves de 2e et 3e secondairre
***Résoudre les problèmes n°5 à n°11***

**L1 :** Elèves de 4e, 5e et 6e secondaire
***Résoudre les problèmes n°5 à n° 14***

**L2 :** Etudiants des candidatures universitaires
***Résoudre les problèmes n°5 à n°16***

**GP :** Grand public (adultes)
***Résoudre les problèmes n°5 à n°14***

**HC :** Haute compétition (adultes)
***Résoudre les problèmes n°5 à n°16***

Les différentes étapes :

**Phase 1 : les quarts de finale - octobre à fin janvier 2001**
**Phae 2 : les demi-finales - le 17 mars 2001**
**Phase 3 : la finale belge - le 12 mai 2001 à Mouscron**
**Phase 4 : la finale internationale - fin août 2001 à Paris**

***Epreuves individuelles***

Elles sont diffusées par la presse associée au championnat :
**MATH-JEUNES, LE SOIR, TANGENTE,**
**LA CLASSE, HYPERCUBE, LA RECHERCHE.**
A la 1er phase de l'épreuve la participation est entièrement gratuite, et il n'est pas nécessaire de répondre correctement à toutes les questions pour espérer se qualifier.

***Epreuves collectives dans les établissements scolaires***

L'instituteur, le professeur de mathématique peut organiser une épreuve collective en classe. Il lui suffit de demander un dossier de participation comportant les explications, le questionnaire, les solutions.

**POUR TOUTE INFORMATION**
FFJM
BP 157
7700 MOUSCRON

Télécopie : 056.33.14.53
Courriel : andre.parent@pi.be
Internet : http://www.ping.be/ffjm

# BULLETIN REPONSE

à retourner **au plus tard le 31/1/2001**
à FFJM – B.P. 157 – 7700 Mouscron
MATH-JEUNES

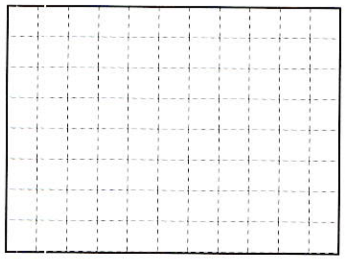
Report du total |_|_|_|_|

Nom : ............................................. Prénom : .........................................
Adresse complète : ...................................................................................
...............................................................................................................
E-mail::........................................ Tel :........................................

**CATEGORIE** (impératif) **CM** ☐ **C1** ☐ **C2** ☐ **L1** ☐ **GP** ☐ **L2** ☐ **HC** ☐

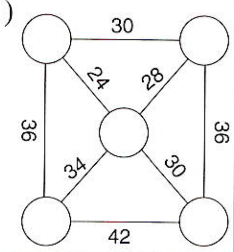
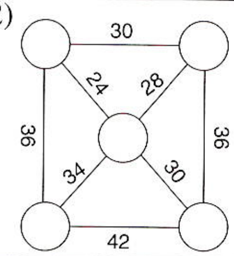
☐ Adhérent FFJM en 2000 : n° FFJM ...............................

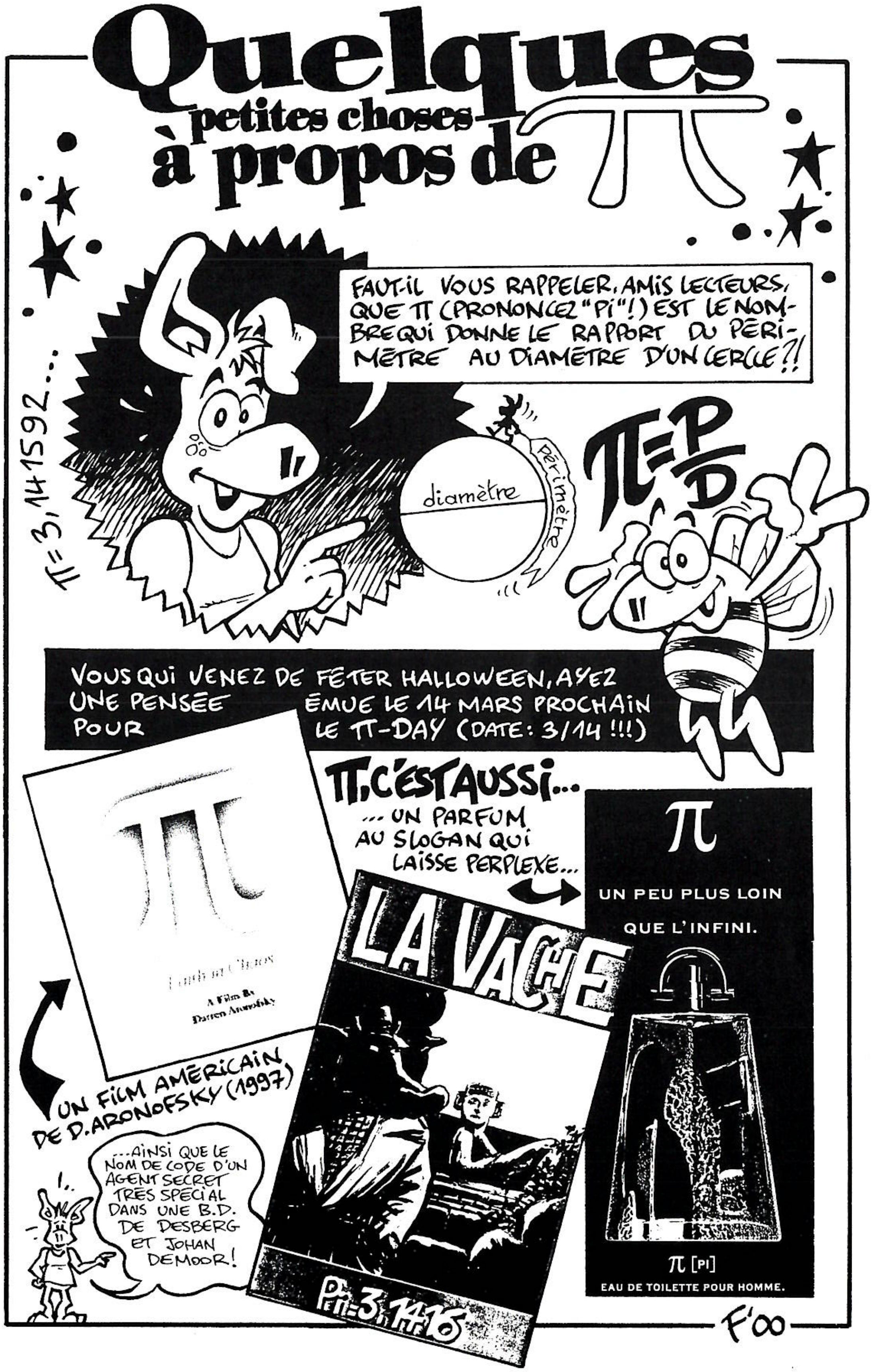
☐ J'adhèrent pour 2001 et je vire la somme de 175 F (CM), 350 F (C1 et C2), 450 F (L1), 500 F (L2), 650 F (GP et HC) (-20% par virement du compte FORTIS du candidat) au compte 001-2215663-65 de FFJM – BP 157 – 7700 Mouscron

| N° du Pb | Votre solution | Points (1-0) | Coef (0 à 6) |
|---|---|---|---|
| | **catégorie : CM** | | |
| 1 | nombre de manipulations : |_| | | |
| 2 | nombre qui reste seul : |_|_|_| | | |
| | **catégories : CM C1** | | |
| 3 | nombre de pièces : |_|_| (complétez le dessin)  | | |
| 4 | nombre de parois : |_| | | |
| | **catégories : CM C1 C2 L1 GP L2 HC** | | |
| 5 | nombre de descendants : |_|_|_|_| | | |
| 6 | somme des valeurs des 5 disques M, A, T, H, S : |_|_| | | |
| | TOTAL | | |

# BULLETIN REPONSE

(toutes catégories *sauf* **CM - Identification sur l'autre partie - IMPÉRATIF !**)

| N° du Pb | Nbre de solutions | Votre ou vos solutions | Points (1-0) | Coef. (0 à 16) |
|---|---|---|---|---|
| | | **catégories : C1 C2 L1 GP L2 HC** | | |
| 7 | **1 solution** | fraction : ................ / ............ | | |
| 8 | **.... solution(s)** | 1)  2)  | | |
| 9 | **.... solution(s)** | n$^{bre}$ de billes (séparez par des points-virgule) 1) ............................ 2) ............................ | | |
| | | **catégories : C2 L1 GP L2 HC** | | |
| 10 | **1 solution** | n$^{bre}$ minimum de personnes |_|_| | | |
| 11 | **1 solution** | aire : |_|_|_|_| dam$^2$ | | |
| | | **catégories : L1 GP L2 HC** | | |
| 12 | **1 solution** | dernier chiffre non nul : |_| | | |
| 13 | **1 solution** | précédente année : |_|_|_|_| | | |
| 14 | **1 solution** | n$^{bre}$ de parcours : |_|_|_|_|_|_|_| | | |
| | | **catégories : L2 HC** | | |
| 15 | **.... solution(s)** | 1) A : ........... B : ............ C : ........... (écrire en chiffres) 2) A : ........... B : ............ C : ........... | | |
| 16 | **1 solution** | ................................ cm$^2$ | | |
| | | TOTAL | | |


Quelques petites choses à propos de π
FAUT-IL VOUS RAPPELER, AMIS LECTEURS, QUE π (PRONONCEZ "PI"!) EST LE NOMBRE QUI DONNE LE RAPPORT DU PÉRIMÈTRE AU DIAMÈTRE D'UN CERCLE ?!
π = 3,141592....
diamètre
périmètre
π = P/D
VOUS QUI VENEZ DE FÊTER HALLOWEEN, AYEZ UNE PENSÉE ÉMUE LE 14 MARS PROCHAIN POUR LE π-DAY (DATE: 3/14 !!!)
π, C'EST AUSSI...
... UN PARFUM AU SLOGAN QUI LAISSE PERPLEXE...
π
UN PEU PLUS LOIN QUE L'INFINI.
π [PI]
EAU DE TOILETTE POUR HOMME.
A Film By
Darren Aronofsky
UN FILM AMÉRICAIN DE D. ARONOFSKY (1997)
LA VACHE
Pi = 3,1416
...AINSI QUE LE NOM DE CODE D'UN AGENT SECRET TRÈS SPÉCIAL DANS UNE B.D. DE DESBERG ET JOHAN DEMOOR!
F'00

**Math-Jeunes**
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: M. BALLIEU
Boulevard de l'Europe 36/1 – 1420 Braine-l'Alleud

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée