# MATH JEUNES



22e année
Janvier 2001 – N° 96
Bureau de dépôt : Mons 1

# Math-Jeunes

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

*Math-Jeunes*

*Rédaction, administration :* Bld. de l'Europe 36/1, 1420 Braine-l'Alleud.

*Comité de Rédaction :* M. Ballieu, J.-P. Cazzaro, C. Festraets, M.-F. Guissard, J. Miéwis, G. Noël, F. Pourbaix, G. Sinon, S. Trompler, C. Van Hooste, C. Villers

*Math-Jeunes junior*

*Rédaction, administration :* Rue du Moulin 78, 7300 Boussu.

*Comité de Rédaction :* C. Festraets, G. Laloux, R. Midavaine, G. Noël, A. Paternottre, F. Pourbaix, N. Van den Abeele, C. Vandercammen, C. Van Hooste, C. Villers

*Illustrations :* F. Pourbaix

Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés aux rédactions respectives.

*Abonnements :* sauf mention contraire, les prix sont indiqués en EUROS

| | Belgique | Union Européenne | Europe hors Union | Hors Europe prioritaire | Hors Europe non priorit. |
|---|---|---|---|---|---|
| Abonnement isolé | | (*) 4 numéros (**) 7 numéros | | | |
| *Math-Jeunes junior* ou *Math-Jeunes*(*) | 200 BEF ou 4.96 | 9.2 | 10.2 | 20.4 | 11.4 |
| Les deux revues (**) | 350 BEF ou 8.68 | 16.5 | 17.17 | 35.6 | 20 |
| Abonnements groupés (au moins 5) | | | (*) 4 numéros (**) 7 numéros | | |
| *Math-Jeunes junior* ou *Math-Jeunes*(*) | 150 BEF ou 3.72 | 6 | 7.6 | 15.2 | 8.6 |
| Les deux revues (**) | 265 BEF ou 6.57 | 10.6 | 13.4 | 26.6 | 15.1 |

Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et le prix de ceux-ci selon votre région, adressez-vous à la S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons

Tél. 32-(0)65-373729

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 BEF pour frais d'encaissement.)

*Éditeurs responsables :*

- pour *Math-Jeunes* : M. Ballieu, Bld. de l'Europe 36/1, 1420 Braine-l'Alleud
- pour *Math-Jeunes junior* : A. Paternottre, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

N° 96 S Vingt-deuxième année 2001

# Math-Jeunes

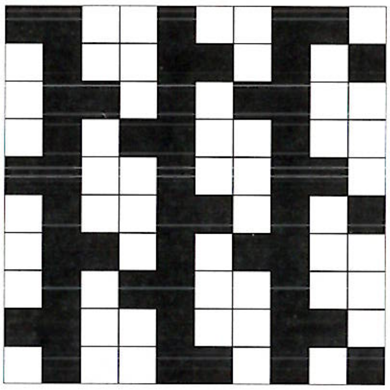
# Les nombres cachés 2

Y. Noël-Roch

Math-Jeunes n° 96 S,26–30, 2001

## 1. Solution

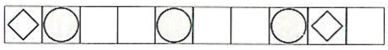
Voici d'abord les solutions des fenêtres 3, 4 et 5 proposées dans le numéro précédent.



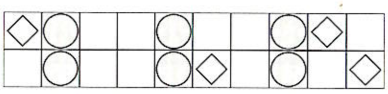
$a = 3$
$b = 4$
Coin supérieur gauche de la fenêtre $csg = 20$.

Fenêtre 3

Nous devinons $\boxed{a = 3}$ en remarquant $\boxed{2}$, $\boxed{5}$ et $\boxed{8}$. Les trente cases de ces trois colonnes ne peuvent pas appartenir à la même famille que $c_1^1$ et $c_9^1$. Ces deux cases sont donc occupées par des multiples de $b$.



Ainsi la première ligne peut induire $b = 8$. Mais observons à la fois $\boxed{1}$ et $\boxed{2}$

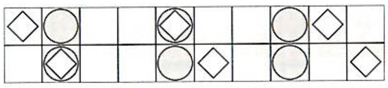


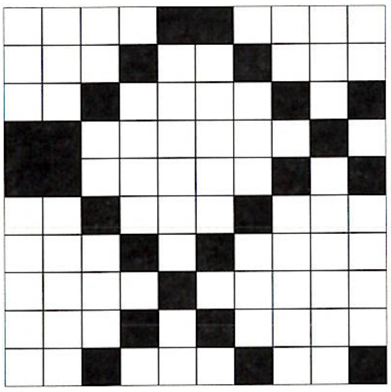
$\boxed{2}$ impose $b = 4$ ... et cela n'est pas contredit par $\boxed{1}$ à condition que $c_5^1$ soit occupé **à la fois** par un multiple de $a$ **et** de $b$.

La double appartenance $c_5^1 \in a\mathbb{N}^*$ [1] et $c_5^1 \in b\mathbb{N}^*$ est d'ailleurs suggérée d'une part par les colonnes, d'autre part par les escaliers descendants mais il faut pour cela observer **globalement** la fenêtre 3.

Nous connaissons l'**interprétation exacte** des deux premières lignes :

[1] $a\mathbb{N}^*$ désigne l'ensemble des multiples naturels non nuls de $a$, c'est-à-dire $\{a, 2a, 3a \ldots\}$. $c_5^1 \in a\mathbb{N}^*$ signifie que le nombre caché dans la case commune à la 1re ligne et la 5e colonne est un multiple non nul de $a$.





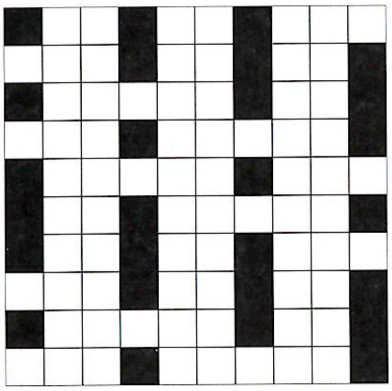
$a = 7$
$b = 8$
$csg = 3$
Globalement, 8 peut être repéré dans les « escaliers descendants » et 7 dans les « escaliers montants ».

Fenêtre 4

Mais globalement, $\boxed{4}$ montre que $a > 6$ et $b > 6$.

Dans la troisième ligne, $c_8^3$ ne peut être ni de la même famille que $c_3^3$, ni de la même famille que $c_{10}^3$. Donc $c_3^3$ et $c_{10}^3$ contiennent tous les deux des multiples du même nombre et $\boxed{a = 7}$.

$\boxed{5}$ livre alors $c_1^5 \in 7\mathbb{N}^*$ et $c_8^5 \in 7\mathbb{N}^*$. Il reste $c_2^5$ et $c_{10}^5$ qui sont nécessairement associés, donc $\boxed{b = 8}$.



$a = 6$
$b = 9$
$csg = 6$
$\boxed{1}$ entraîne $a \neq 3$ puisque $c_{10}^1$ n'est pas noire. Il faut donc que $c_1^1$ et $c_7^1$ soient dans la même famille, donc $\boxed{a = 6}$.

Fenêtre 5

Dans $\boxed{9}$, $c_{10}^9 \notin 6\mathbb{N}^*$ (2) puisque $c_4^9$ n'est pas noire. D'autre part, $c_{10}^9$ et $c_7^9$ ne peuvent appartenir à la même famille. Donc $c_{10}^9$ et $c_1^9$ sont occupées par des multiples de $b$ et $\boxed{b = 9}$.

## 2. Tableau initial de largeur $L$ variable

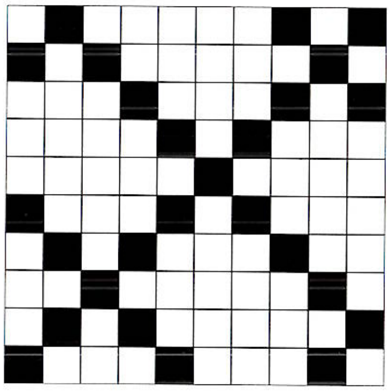
Jusqu'ici, les fenêtres étaient découpées dans le tableau 1 pour lequel $L = 15$. Dans la suite, nous utilisons des **tableaux initiaux de largeur $L$ aléatoire** avec $10 \leqslant L \leqslant 20$.

Rappelons les conditions :

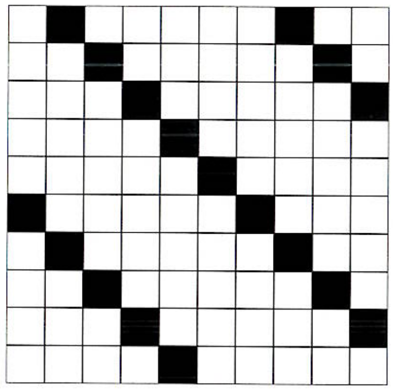
(2) $c_{10}^9 \notin 6\mathbb{N}^*$ signifie que le nombre caché dans la case commune à la 9e ligne et la 10e colonne n'est pas un multiple naturel non nul de 6.

$$\boxed{10 \leqslant L \leqslant 20, \quad 3 \leqslant a \leqslant 10, \quad 3 \leqslant b \leqslant 10}$$

Recherche les valeurs de $a, b$, et $L$ qui ont permis d'obtenir la fenêtre suivante :



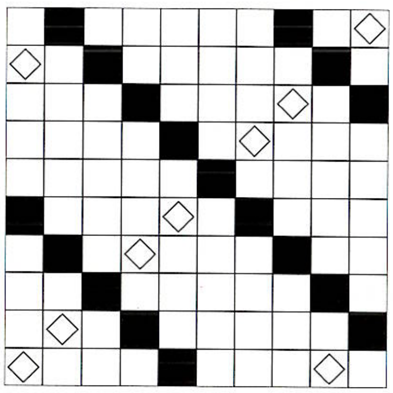
Fenêtre 6



Dès la première ligne, nous pensons à 6 ou 8 ? 6 et 8 ? $a = 6$ est très plausible si nous associons $c_2^1$ à $c_8^1$, $c_3^2$ à $c_9^2$, $c_4^3$ à $c_{10}^3$ ... et plus globalement les « escaliers descendants » de la fenêtre 6.

Connaissant $\boxed{a = 6}$, le décalage d'une ligne à la suivante indique que $L \in 6\mathbb{N}^* - 1$. (3) (Il manque une case par ligne pour que les multiples de 6 se placent en colonnes). Comme $10 \leqslant L \leqslant 20$, $L$ peut valoir 11 ou 17 à ce stade de l'analyse.

Observons les autres cases hachurées :



La périodicité implique que **toute** la diagonale montante est occupée par des multiples de $b$. Ainsi $c_9^2 \in b\mathbb{N}^*$ donc $c_1^2$ et $c_9^2$ appartiennent à la même famille : $c_1^2 \in b\mathbb{N}^*$ et $c_9^2 \in b\mathbb{N}^*$, donc $\boxed{b = 8}$.

Le décalage des multiples de 8 d'une ligne à la suivante montre que $L \in 8\mathbb{N}^* + 1$.

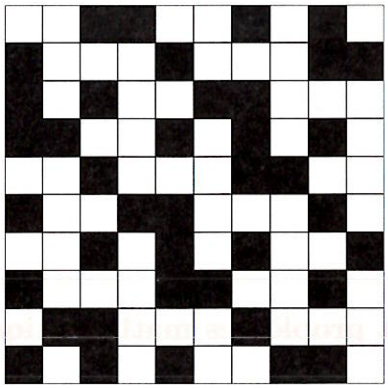
Les conditions $L \in 6\mathbb{N}^* - 1$, $L \in 8\mathbb{N}^* + 1$ et $10 \leqslant L \leqslant 20$ imposent $\boxed{L = 17}$. Si cela t'amuse, tu peux enfin déterminer le contenu du coin supérieur gauche de la fenêtre : c'est le nombre 23.

(3) $6\mathbb{N}^* - 1$ désigne l'ensemble des multiples non nuls de 6 diminués de 1, c'est-à-dire $\{5, 11, 17, 23, \ldots\}$.

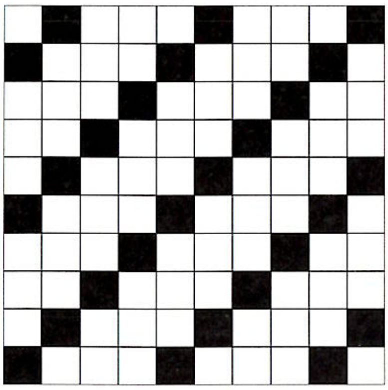
## 3. Des jeux !

Sachant que : $10 \leqslant L \leqslant 20$ et
$3 \leqslant a \leqslant 10$ et
$3 \leqslant b \leqslant 10$ et
$a \neq b$,

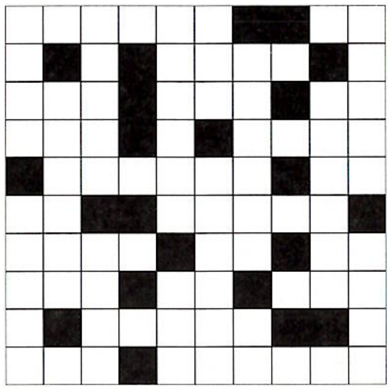
détermine ces trois nombres dans chacune des situations suivantes.



Fenêtre 7



Fenêtre 8



Fenêtre 9

Bon courage … la suite au prochain numéro !

* *
*

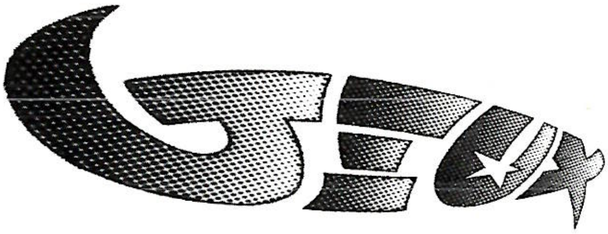
## Jeu

Des sommes à décrypter

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ✻ | ✤ | ❤ | ❤ | ✤ | -8,8 |
| ✣ | ✤ | ✣ | ✣ | ☆ | -3,3 |
| ✤ | ✤ | ♣ | ❤ | ✣ | -13,5 |
| ✣ | ✤ | ♣ | ✤ | ☆ | 5,2 |
| ☆ | ✤ | ♣ | ✻ | ☆ | 21,5 |
| 10,9 | 18 | -27,7 | -16,6 | 16,5 | |

## Solution

✤ $\longrightarrow$ 3,6
✣ $\longrightarrow$ −4,2
☆ $\longrightarrow$ 5,7
✻ $\longrightarrow$ 10
❤ $\longrightarrow$ −13
♣ $\longrightarrow$ −3,5

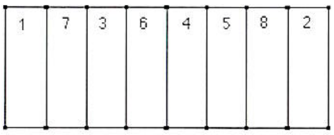


Tonton C.

## Les jeux et problèmes mathématiques de Tonton C.

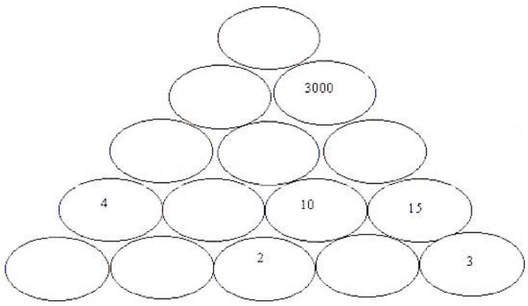
◇ Mathieu a une curieuse façon de retenir les numéros de téléphone de ses copines et copains. Il mémorise certaines de leurs caractéristiques. Ainsi, pour le numéro de Béatrice, il se souvient que c'est un numéro de six chiffres. Le dernier chiffre est un 7. Le quatrième chiffre a une valeur double de celle du deuxième et une valeur moitié de celle du premier qui, lui-même vaut une unité de moins que le sixième. Quel est le numéro de téléphone de Béatrice ?

◇ Les différents volumes du dictionnaire de Mathieu se retrouvent en désordre sur leur étagère. Mathieu veut remettre de l'ordre mais il décide de toujours déplacer ensemble deux volumes contigus sans les permuter.




Comment peut-il procéder de manière à effectuer le moins de déplacements possibles ?

◇ Quel est le nombre qui doit apparaître au sommet de cet empilement si chaque ellipse contient le produit des nombres inscrits dans les deux ellipses qui la supportent ?




## Mot caché (n°17)

Le jeu consiste à retrouver dans la grille chacun des mots du texte qui vous est proposé. A cet effet, vous pouvez serpenter dans cette grille, horizontalement ou verticalement, en tous sens, mais jamais en oblique. Chaque mot est d'un seul tenant et chaque lettre ne sert qu'une fois. Les lettres qui resteront vous donneront alors le mot caché. Sachez que cette fois, il s'agit d'un nombre. Quel est ce nombre ? Voici maintenant la phrase qui est proposée à votre sagacité et la grille qui lui correspond. Bonne recherche.

« L'origine de la base xxxx est très simple. Elle remonte au temps ou les hommes comptaient en utilisant leurs mains et leurs pieds. Il reste des traces évidentes de la base. »

*Math-Jeunes n°96 S,30–31, 2001*

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | G | I | N | O | M | S | L | I | T | U | S | A | B |
| N | E | R | T | E | E | E | I | S | C | A | E | S | T |
| U | A | O | M | O | R | L | N | A | E | R | T | E | E |
| M | E | T | M | H | I | N | T | I | S | T | N | S | L |
| P | C | S | E | S | V | G | T | S | E | E | E | D | L |
| S | 0 | M | P | R | U | T | R | A | P | S | D | E | E |
| E | L | L | T | A | E | S | E | A | L | V | I | I | P |
| M | P | D | E | I | L | I | L | E | D | E | S | R | T |
| I | S | E | N | T | I | N | T | E | S | E | E | U | E |
| A | L | N | E | M | A | S | S | E | R | D | L | U | O |

## Solutions

◇ Vous n'avez certainement pas eu grand peine à découvrir le numéro codé par le texte. C'est 823437.

◇ Les différents volumes peuvent être remis en ordre en trois déplacements de deux volumes contigus. Voici une solution :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Au départ | 1 | 7 | 3 | 6 | 4 | 5 | 8 | 2 |
| 1er mouvement | 1 | 7 | 8 | 2 | 3 | 6 | 4 | 5 |
| 2ème mouvement | 1 | 2 | 3 | 6 | 4 | 5 | 7 | 8 |
| 3ème mouvement | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |

Si vous avez une autre solution, vous pouvez nous la proposer.

◇ En calculant de proche en proche les nombres qui manquent, vous avez dû obtenir le nombre du sommet c'est à dire 480 000.

◇ Le nombre caché est « vingt ».

## Rappelons le calendrier de la vingt-sixième Olympiade Mathématique Belge :

Mercredi 17 janvier 2001 : éliminatoire,
Mercredi 21 février 2001 : demi-finale,
Mercredi 25 avril 2001 : finale,
Samedi 12 mai 2001 : proclamation.

Ton professeur reçoit toutes les informations utiles sur cette Olympiade. Si tu désires en savoir plus, il te suffit de lui poser les questions.

Si tu désires peaufiner ta préparation et évaluer ton potentiel olympique, tu peux acquérir le quatrième recueil des questions posées aux OMB. Voici tous les renseignements nécessaires pour cela :

*OMB, Tome 4 (1994-1998) : prix 220 F. Ajouter 50 F de port pour un exemplaire et 100 F de port pour deux ou trois exemplaires. Les commandes sont à adresser à la SBPMef, rue de la Halle, 15, 7000 Mons, compte : 000-0728014-29 Fax et téléphone : 065 37 37 29.*

Ajoutons que dès le lendemain de l'éliminatoire, soit le 18 janvier 2001, les questions posées seront disponibles sur Internet sous forme d'un fichier interactif qui te permettra de verifier tes réponses et de connaître ton résultat, Tu trouveras ce fichier à l'adresse

http://ceco.umh.ac.be/noel/sbpm.htm

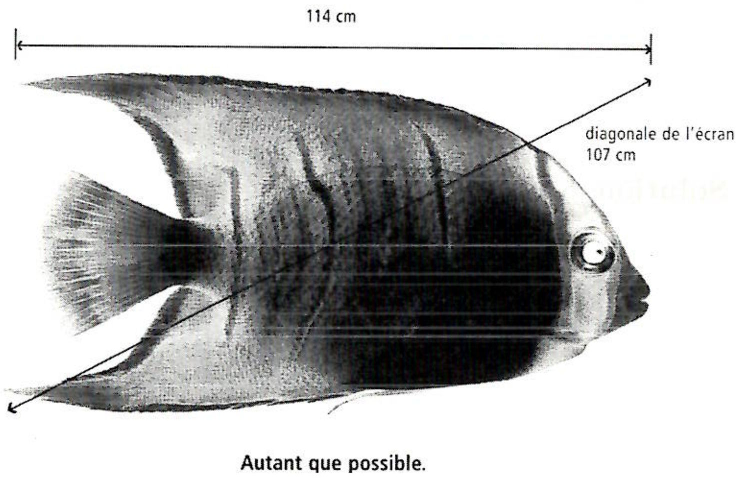
# La mathématique au quotidien...

C. Villers, *Athénée Royal de Mons*

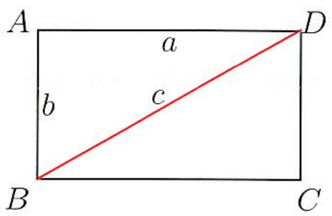
## Pauvre Pythagore !

Cette image d'un poisson, utilisée pour une publicité parue dernièrement dans un hebdomadaire à gros tirage, ne présente par elle-même rien de particulier. Il n'en est pas de même des indications des dimensions qui y ont été ajoutées.

Vous avez certainement déjà dû sursauter à leur lecture. En effet, elles semblent indiquer qu'une diagonale d'un rectangle est plus courte qu'un de ses côtés. Or vous savez certainement que ce n'est pas vrai.



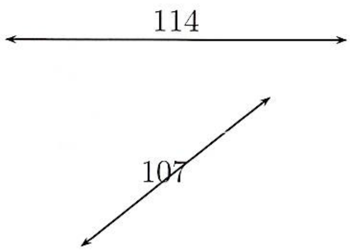

Si nous voulons *mathématiser* la situation présentée par la photographie ci-dessus, nous pouvons utiliser un rectangle $ABCD$ dont les côtés et la diagonale ont des longueurs représentées par $a$, $b$ et $c$.




Vous savez certainement que $AD \perp AB$ donc que $|DA| < |DB|$ (perpendiculaire et oblique). D'autre part, le triangle $DAB$ est un triangle rectangle et dans ce cas on peut appliquer le théorème de Pythagore (si vous ne le connaissez pas encore, c'est le moment de vous y intéresser car il vous sera très utile). Cela donne : $|BD|^2 = |DA|^2 + |AB|^2$ (ou $a^2+b^2=c^2$), ce qui montre que $|DA| < |DB|$. La situation décrite sur l'image n'est pas correcte car on n'a pas $114 < 107$.

Que s'est-il donc passé ? En fait, il s'agissait d'une publicité pour un téléviseur et le dessinateur a voulu comparer la largeur de la « caisse » avec la diagonale de l'écran qui y est inséré. Les dimensions sont assez mal indiquées.

Il aurait fallu quelque chose comme ce qui suit.




Ceci est plus acceptable. C'est peut-être la raison de la présence de la locution « *Autant que possible* » qui figure dans l'image ? Pythagore peut donc être tranquille !

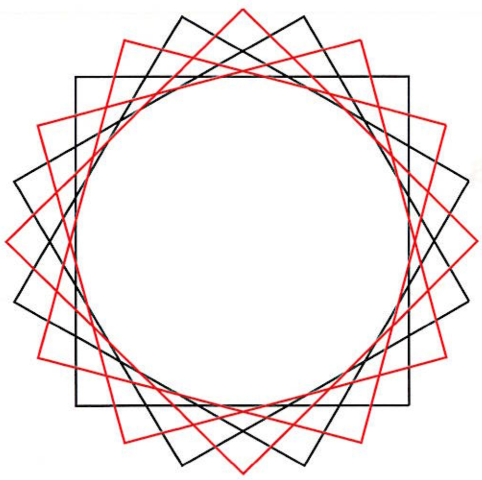
**N.B.** Si vous découvrez, au hasard de vos lectures, des situations paradoxales ou trompeuses, faites-nous en part.

*Math-Jeunes n°96 S,32–32, 2001*

# Introduction au langage PostScript

**Michel Ballieu**, *CREM, Nivelles*

## 1. Une belle rosace



Voici le genre de dessin que la lecture de cet article vous permettra de réaliser facilement si vous possédez un ordinateur et l'accès à l'Internet. Si vraiment cet accès vous est totalement impossible, écrivez à la rédaction de *Math-Jeunes* qui devrait résoudre votre problème.

Le programme que nous avons utilisé est **entièrement gratuit**. La découverte de `PostScript` vous permettra de dessiner avec votre ordinateur, pour votre plaisir mais peut-être aussi dans le cadre de vos cours scientifiques.

Le langage de programmation `PostScript` est un langage de description de page qui manipule des objets graphiques à l'aide d'opérateurs. Il a été développé par la société américaine Adobe Systems Inc. (John Warnock et Charles Geshchke, 1982).

L'idée est de décrire la page graphique pixel par pixel dans une mémoire du périphérique qui va l'imprimer. L'intérêt de travailler en `PostScript` est qu'il donne accès à l'ensemble de toutes les possibilités du périphérique dont on dispose. De plus, le langage est totalement indépendant du périphérique et de l'ordinateur utilisés : la page réalisée est visible aussi bien sur Mac que sur PC ; elle est imprimable aussi bien à partir d'un Mac que d'un PC... ! Non, ce n'est pas un rêve...

**Non, il ne faut pas d'imprimante « spéciale »... !** Il est vrai qu'il existe des imprimantes dites « imprimantes `PostScript` » qui intègrent un interpréteur `PostScript`. Mais il est possible de travailler en `PostScript` avec n'importe quelle imprimante. On écrit les commandes du langage avec n'importe quel éditeur de texte, par exemple `Alpha` sur Macintosh et `Bloc-notes` ou `WordPad` sous Windows. Les commandes introduites sont alors interprétées avec un interpréteur `PostScript`. Sur Macintosh, il s'agit par exemple de `MacGS` ou `GSView` que l'on télécharge sur le site Internet

`<http://www.cs.wisc.edu/~ghost/mac/index.html>`

et, sous Windows, on utilise `GSView` que l'on télécharge sur le site

`<http://www.cs.wisc.edu/~ghost/gsview/index.html>`.

*Math-Jeunes n°96 S,33–38, 2001*

Sous Windows, une façon bien agréable de travailler est d'ouvrir une demi-fenêtre `Bloc-notes` ou `WordPad` et une demi-fenêtre `GSView`. On introduit alors les commandes dans l'éditeur de texte ; on sauve le fichier puis on l'ouvre dans l'interpréteur `PostScript`, ce qui permet de visualiser tout de suite le travail accompli.

Il nous reste maintenant à installer le logiciel après avoir téléchargé

`gs650w32.exe` et `gsv35w32.exe` for `Win32`,

(toujours en ce qui concerne le travail sous Windows) sur le site indiqué plus haut ; ceci permettra entre autres, de dessiner la rosace présentée en début d'article.

## 2. Dessiner avec des coordonnées

Nous allons représenter des points, des droites et des courbes, à partir des coordonnées de points [2].

`PostScript` utilise deux axes invisibles $Ox$ et $Oy$, qui au départ, sont respectivement les bords inférieur et gauche de la feuille de papier. Ainsi, l'origine $O$ du repère est le bord inférieur gauche de la feuille.

Le sens des axes est celui utilisé habituellement, mais l'unité avec laquelle `PostScript` travaille est beaucoup moins courante... Il s'agit du « point » qui vaut $\frac{1}{72}$ pouce (un pouce égale 2,54 cm), soit environ 0,3528 mm. La largeur d'une feuille A4 mesure 612 points et sa hauteur, 792. *A priori*, cette unité peut sembler rébarbative et nous préférerons travailler en centimètres, ce qui est aisément réalisable. Il existe en effet trois manières de modifier le système d'axes.

1. Pour changer l'échelle, on utilise l'opérateur `scale`. Par exemple, `10 10 scale` permet de travailler avec une unité de 10 points sur chacun des axes. Ainsi, pour travailler en centimètres, il faudra introduire la ligne d'instruction

   ```
   28.34645669 28.34645669 scale
   ```

   28,34645669 étant le quotient de 72 par 2,54.

   Lorsque nous aurons acquis une meilleure connaissance du langage, nous verrons comment obtenir le même effet beaucoup plus simplement.

2. Pour déplacer les axes sans les changer de direction, de sens, ni d'unités, on se sert de l'opérateur `translate`. Par exemple,

   ```
   10 10 translate
   ```

   déplace l'origine au point de coordonnées $(10, 10)$.

3. Pour faire tourner le système d'axes autour de son origine, on utilise l'opérateur `rotate`. Par exemple,

   ```
   45 rotate
   ```

   fait tourner le système d'axes de 45° autour de l'origine, dans le sens trigonométrique.

Il faut être conscient du fait que ces trois opérateurs agissent dans le système d'axes en vigueur au moment où on les utilise.

Commençons par écrire les deux lignes d'instructions qui suivent :

```
28.34645669  28.34645669  scale
10 15 translate
```

La première ligne met l'unité à un centimètre sur chacun des axes, et la deuxième amène l'origine du repère à peu près au centre de la feuille de format A4 (les axes sont disposés comme d'habitude). Nous allons également fixer l'épaisseur des traits que nous allons tirer. Ajoutons donc la ligne suivante :

```
0.03 0.03 setlinewidth
```

qui donnera un trait de trois dixièmes de millimètres d'épaisseur.

Pour `PostScript`, un dessin est un ensemble de lignes droites ou courbes qui sont tracées ou remplies avec une certaine couleur. Cet ensemble de lignes s'appelle *chemin* (en anglais, *path*). Pour commencer une « partie » de dessin, il faut donc dire que l'on démarre un nouveau chemin en écrivant : `newpath`. Un segment de droite va évidemment d'un point à un autre. Nous disposons des instructions suivantes :

`moveto` : place ou déplace le *point courant* (*current point*, en anglais) à l'endroit indiqué. Cela correspond à déplacer la pointe de son crayon au point spécifié de la feuille. Les coordonnées sont indiquées **avant** l'instruction.
Ainsi `0 0 moveto` déplace le point courant en $(0, 0)$. Cette particularité de syntaxe est valable pour les instructions que nous donnons ci-après.

`lineto` : déplace le point courant à l'endroit spécifié tout en définissant une partie de chemin qui devra être tracé ; c'est un segment qui va du point où l'on se trouvait au point indiqué.

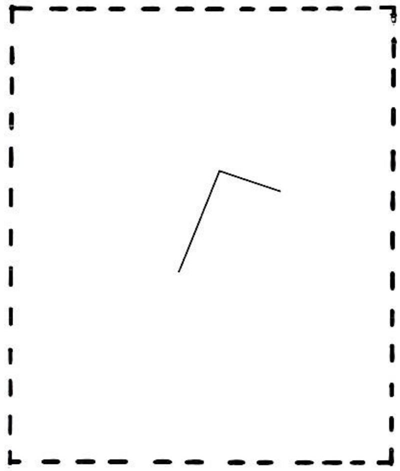
`rmoveto` : c'est la même chose que `moveto`, mais ce sont les composantes du déplacement qui sont indiquées et non les coordonnées du point d'arrivée ; il s'agit d'un déplacement relatif, c'est-à-dire par rapport au point courant.

`rlineto` : c'est la même chose que `lineto`, mais ce sont de nouveau les composantes du déplacement qui sont indiquées et non les coordonnées du point d'arrivée.

Lorsque le chemin a été défini au moyen de ces instructions, il n'apparaît pas encore sur la feuille. Le tracé s'obtient au moyen de la commande `stroke`.

Voici un premier dessin. L'unité est le centimètre sur chacun des axes. L'origine est à 10 cm du bord gauche et à 15 cm du bord inférieur de la feuille de format A4. L'épaisseur du trait est de 0,03 cm. On met le point courant à l'origine et l'on trace un segment qui va jusqu'au point de coordonnées $(2, 5)$. Ensuite, on effectue un déplacement relatif de 3 cm vers la droite et de 1 cm vers le bas. La dernière instruction `showpage` permet de visualiser le tout à l'écran.

```
28.34645669  28.34645669  scale
10 15 translate
0.03 setlinewidth

newpath
0 0 moveto
2 5 lineto
3 -1 rlineto

stroke

showpage
```

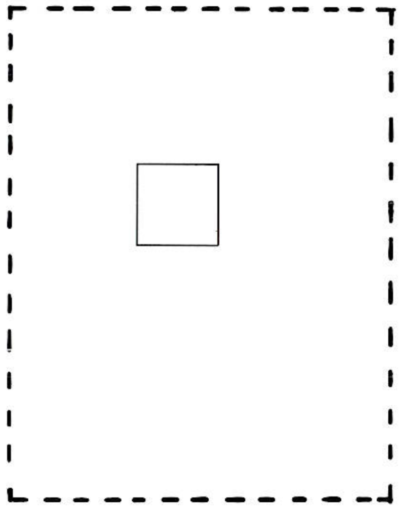


La feuille A4 se présente alors comme ci-contre.

Nous allons maintenant dessiner un carré de 4 cm de côté centré à l'origine, celle-ci étant placée au même endroit que dans le dessin qui précède. Nous écrivons donc les instructions suivantes :

```
28.34645669  28.34645669  scale
10 15 translate
0.03 setlinewidth

newpath
2 -2 moveto
0 4 rlineto
-4 0 rlineto
0 -4 rlineto
4 0 rlineto
stroke

showpage
```

dont voici l'effet :

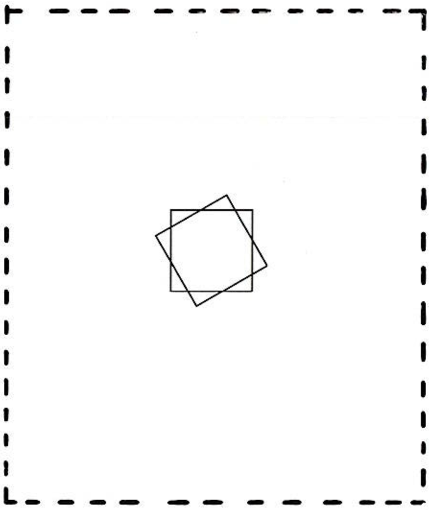


La rosace présentée plus haut est évidemment obtenue en dessinant plusieurs carrés qui sont images d'un premier carré par rotations autour de l'origine.

Ainsi, si nous écrivons :

```
28.34645669  28.34645669  scale
10 15 translate
0.03 setlinewidth
newpath
2 -2 moveto
0 4 rlineto
-4 0 rlineto
0 -4 rlineto
4 0 rlineto
stroke
30 rotate
newpath
2 -2 moveto
0 4 rlineto
-4 0 rlineto
0 -4 rlineto
4 0 rlineto
stroke
showpage
```

nous obtenons :



Mais, la rosace en question est formée de six carrés, ce qui va nous contraindre à écrire six fois les sept instructions qui dessinent un carré. Bien sûr, on peut effectuer des « copier-coller » cependant, il y a mieux... Le langage `PostScript` permet d'écrire des *macros* ou *procédures*. Une telle macro ou procédure doit avoir un *nom* qui commence toujours par le caractère « `/` ». Les instructions qui constituent la macro doivent être écrites entre les caractères « `{` » et « `}` ». Ce dernier caractère doit alors être suivi de l'opérateur `def` qui confirme que l'on vient de définir une macro.

Une macro qui dessine le carré qui nous occupe se présente donc comme suit :

```
/carre
{
newpath
2 -2 moveto
0 4 rlineto
-4 0 rlineto
0 -4 rlineto
4 0 rlineto
stroke
} def
```

Nous possédons maintenant presque tout ce qui est nécessaire à la réalisation de la rosace. Reste un problème de couleur. Il existe un opérateur `setrgbcolor` qui permet de définir la couleur du dessin ; `rgb` sont les initiales de *red*, *green* et *blue*. Ainsi,

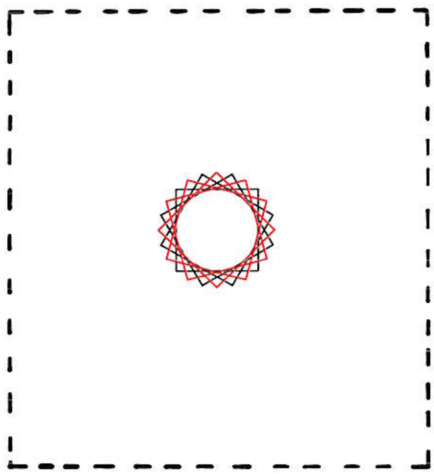
```
1 0 0 setrgbcolor
```

permet de dessiner en rouge. Les paramètres `0 0 0` donnent le noir qui est la couleur de dessin par défaut et `1 1 1` produit le blanc (« addition » de toutes les couleurs).

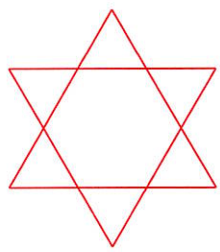
Avec tous ces renseignements, vous devez maintenant pouvoir comprendre pourquoi le programme

```
28.34645669 28.34645669 scale
10 15 translate
0.03 setlinewidth

/carre
{
newpath
2 -2 moveto
0 4 rlineto
-4 0 rlineto
0 -4 rlineto
4 0 rlineto
stroke
} def

carre
30 rotate carre
30 rotate carre
1 0 0 setrgbcolor
15 rotate carre
30 rotate carre
30 rotate carre
showpage
```

produit



Nous constatons que pour faire agir une macro ou procédure, il suffit simplement de l'appeler par son nom **sans le caractère** `/`, cette fois.
Vous pouvez maintenant mettre à profit ce qui précède afin de réaliser quelques compositions personnelles. Vous pouvez également essayer de dessiner l'étoile à six branches ci-dessous. Nous en reparlerons dans le prochain numéro de *Math-Jeunes*, ce qui nous permettra d'aller plus loin dans les fonctionnalités du langage `PostScript`.



# Bibliographie


[1] EMINET, Bernard-Paul, *Le Livre de PostScript*, P.S.I. Micro Édition, 1987.
ISBN 2-86595-462-5

[2] LISMONT, Luc, *Dessins en PostScript et géométrie analytique*, in *PRATIQUER LA GÉOMÉTRIE – Développement d'outils pédagogiques pour un enseignement de la géométrie accessible à tous*, CREM, 2000 (à paraître).

[3] SMITH, Ross A., *Learning PostScript : A Visual Approach*, Peachpit Press, Berkeley, California, 1990.
ISBN 0-938-151-12-6

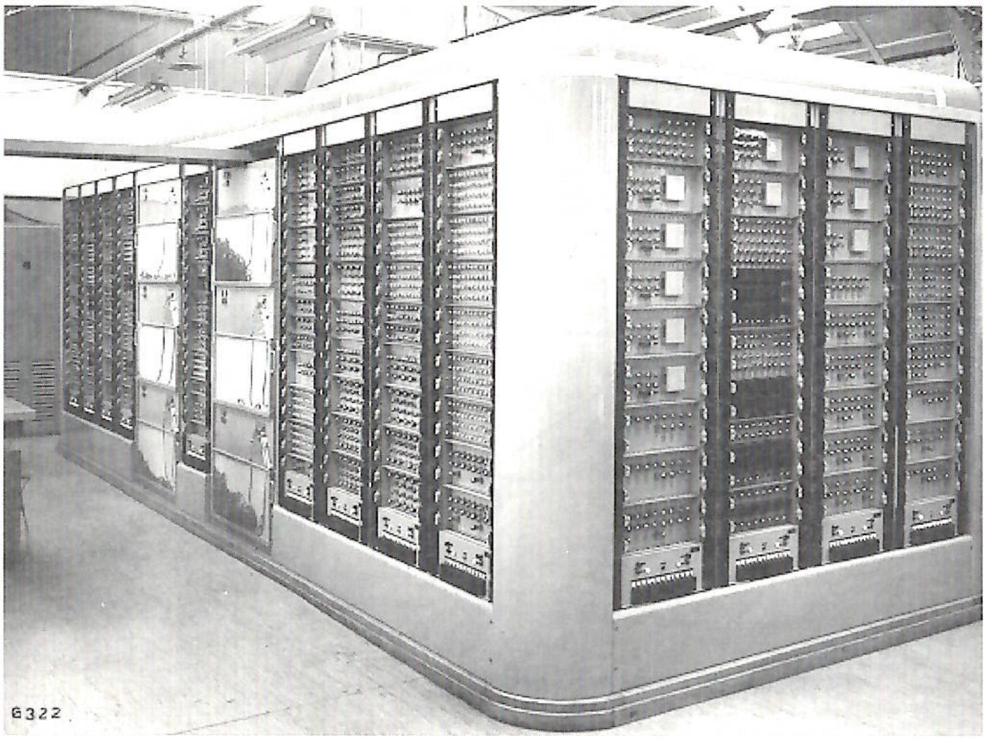
# ANNIVERSAIRE

Nicolas Rouche et Michel Ballieu

*Math-Jeunes* a publié dans le N$^o$ 95 de novembre 2000 un article sur Howard Hathaway AIKEN. Cet article a particulièrement intéressé Monsieur Nicolas Rouche, Président du Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques à Nivelles. Et pour cause...

Nicolas Rouche a eu l'occasion de travailler avec AIKEN et d'autres, dans les années cinquante, à la Bell Telephone à Anvers. Tous collaboraient et participaient, entre 1951 et 1955, à la construction de la première calculatrice électronique belge, à partir de tubes à gaz. Cette machine nommée IRSIA FNRS 1 est présentée ci-dessous.

L'unité centrale était constituée de pentodes, c'est-à-dire de tubes à vide avec cinq éléments (cathode, anode et trois grilles). Cela provoquait un échauffement assez sensible. La pluplart des calculs consistaient en itérations sur des séries convergentes, tellement convergentes que l'on pouvait démarrer avec pratiquement n'importe quelles conditions initiales. Parfois, cela donnait lieu à des scènes amusantes. Ainsi, le matin, lorsque la machine était froide, elle commettait de nombreuses erreurs qui la faisaient s'écarter de la limite à atteindre. Mais comme les séries convergeaient d'à peu près partout, la machine parvenait tout de même à donner la solution avec quelque quinze, vingt minutes de retard...




Les petits curieux ne pourront s'empêcher de remarquer, sur le côté gauche de la machine, au travers des deux vitres, les rubans d'enregistrement qui semblent s'amonceler aléatoirement sur le socle inférieur de l'engin !

Math-Jeunes n°96 S.39–39, 2001

# Trisection d'un angle

**Didier Cremer**, ***Athénée Royal de Binche***

Pour moi, tout commence au premier septembre 1999 avec la parution d'un nouveau programme pour l'année scolaire 1999 - 2000 (« la galère »). J'y apprends qu'il faudra aborder les courbes paramétrées telles que la cycloïde, la conchoïde, la cardioïde,... et qu'il serait bon de parler d'histoire des mathématiques ; notamment des grands problèmes classiques que sont la quadrature du cercle, la duplication du cube et la trisection de l'angle.
Je commence donc à rassembler de la documentation sur le sujet.

## Première étape : la Bibliothèque

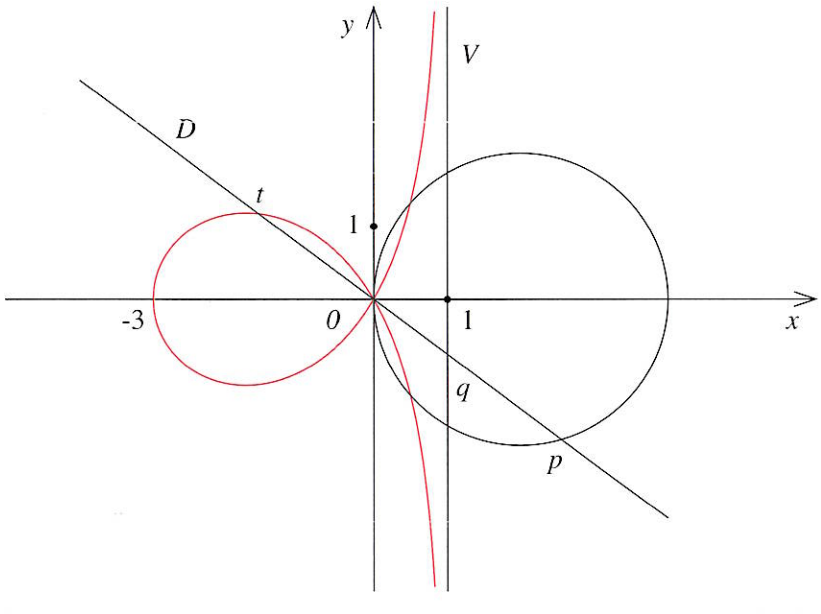
Dans [1], on trouve un chapitre sur les courbes paramétrées, et parmi les multiples problèmes proposés, il y a la **trisectrice de Mac-Laurin**, qui serait apparue dans les tentatives de résolution de la trisection de l'angle.

Cette courbe présente un nouivel intérêt : elle devrait me permettre de rencontrer deux exigences du programme d'un seul coup.

D'abord, est-elle jolie, cette courbe ? Mes élèves pourraient-ils la dessiner avec leur ordinateur, ?

Je vous livre ci-dessous le moyen de la construire avec un logiciel tel que `Cabri-Géomètre`.

Dans un repère orthonormé, on considère la droite $V$ d'équation $x = 1$ et le cercle de centre $(2, 0)$ et de rayon 2. Un point mobile $q$ parcourt la droite $V$. La droite $D$ passant par 0 et $q$ rencontre le cercle en $p$. La trisectrice est le lieu des points $t$ de $D$ tels que $\overrightarrow{pq} = \overrightarrow{ot}$.




Trisectrice de Mac-Laurin

Math-Jeunes n°96 S,40–42, 2001

En adoptant comme paramètre $m$ le coefficient angulaire de $D$, on montre que :

1. les coordonnées de $t$ sont de la forme
$$\left(\frac{m^2-3}{1+m^2}, \frac{m^3-3m}{1+m^2}\right) ;$$
2. les coordonnées de $t$ vérifient l'équation cartésienne
$$y^2 = \frac{x^3+3x^2}{1-x},$$
ce qui permet la représentation de la trisectrice à partir des fonctions
$$f_1(x) = \sqrt{\frac{x^3+3x^2}{1-x}}$$
et
$$f_2(x) = -\sqrt{\frac{x^3+3x^2}{1-x}}.$$
Ce sont là deux fonctions que les profs de math affectionnent particulièrement lors de l'étude des points anguleux,... sans toujours savoir ce qu'elles cachent, d'ailleurs !

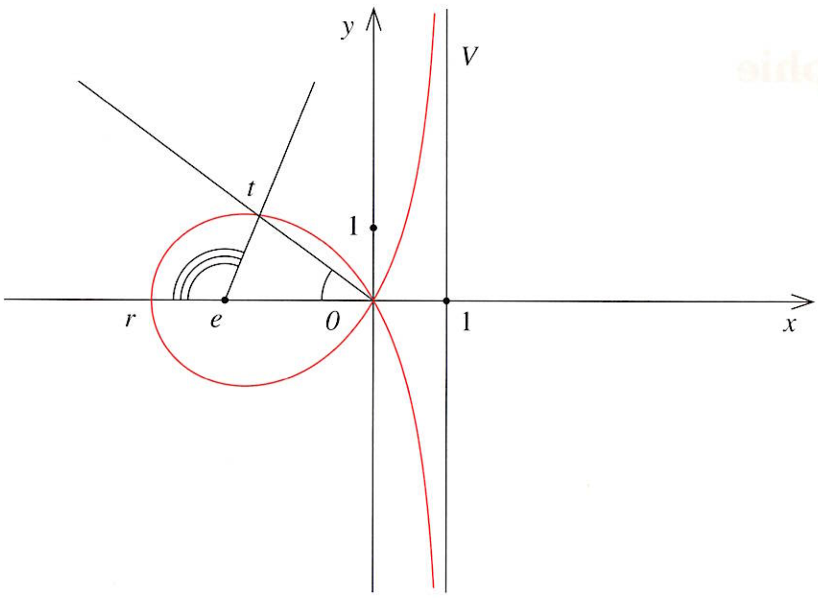
Malheureusement, les indications données ne permettent pas de comprendre comment cette courbe permet de diviser un angle en trois.

## Deuxième étape : surf sur Internet

Les sites visités parlent de la trisectrice mais aucun ne me donne d'indications précises sur son usage. Toutefois, au passage, je trouve des informations sur Mac-Laurin [2] [3] [5], un historique sur le problème de la trisection [6], très intéressant, mais je manque de temps pour vous en parler plus longuement.

## Troisième étape : Retour sous Cabri et tâtonnements

Suite à mes lectures, je devine comment utiliser cette trisectrice, mais n'ayant pas de mode d'emploi exact, je cherche avec l'ordinateur où se cachent les angles triples... et finalement, Cabri me donne la réponse : si on appelle $r$ le point de coordonnées $(-3,0)$ et $e$ celui de coordonnées $(-2,0)$, alors on voit que
$$\widehat{ret} = 3 \times \widehat{r0t}.$$



# Quatrième étape : Un peu de trigonométrie

Il reste à démontrer que cette relation est bien exacte et qu'il ne s'agit pas d'une approximation. Pour cela, il faut faire un peu de trigonométrie.

Tout d'abord, on peut montrer que

$$\operatorname{tg} 3\alpha = \frac{\operatorname{tg}^3\alpha - 3\operatorname{tg}\alpha}{3\operatorname{tg}^2\alpha - 1}.$$

Ensuite, si on appelle $\alpha$ l'angle $\widehat{r0t}$ et si les coordonnées de $t$ sont $(x, y)$, on calcule

1. le coefficient angulaire de la droite $t0$ qui vaut $\operatorname{tg}\alpha$ ;
2. le coefficient angulaire de la droite $te$ qui vaut $\operatorname{tg}\widehat{ret}$.

On montre enfin que

$$\operatorname{tg}\widehat{ret} = \frac{\operatorname{tg}^3\alpha - 3\operatorname{tg}\alpha}{3\operatorname{tg}^2\alpha - 1}$$

si et seulement si les coordonnées de $t$ vérifient l'équation cartésienne de la trisectrice, ce qui suffit pour que $\widehat{ret} = 3\widehat{r0t}$.

Maintenant, je comprends mieux le sens du nom de cette courbe. Voilà un beau sujet pour le cours de math ; il utilise beaucoup de matières différentes, permet de formuler des hypothèses, de les vérifier...

Il me reste à trouver un peu de place dans l'organisation de mon cours pour en parler en classe, mais cela... c'est une autre histoire.

# Bibliographie


[1] Artigues, C., Bellecave, Y., Terracher, P.-H., *Mathématique (géométrie)*, 1e S et E, Collection Terracher, Hachette (Lycées), 1991.

[2] Internet : http ://www.britannica.com.bcom/eb/article

[3] Internet : http ://www.mathworld.wolfram.com/MacLaurinTrisectrix

[4] Internet : http ://www.mathworld.wolfram.com/trisection

[5] Internet : http ://www.history.mcs.st-and.ac.uk/history/Mathematicians/Maclaurin

[6] Internet : http ://www.history.mcs.st-and.ac.uk/history/HistTopics/trisecting_an_angle

# ANNIVERSAIRE

Simone Trompler

## Lorenzo Mascheroni (1750-1800)

L'université de Bergame commémore en ce moment le bicentenaire de la mort de Lorenzo Mascheroni, poète et savant italien très célèbre dans toute l'Europe. Il fut ordonné prêtre à l'âge de 17 ans . Il enseigna d'abord la rhétorique, puis après 1778 la physique et les mathématiques au séminaire de Bergame. En 1786, il devint professeur d'algèbre et de géométrie à l'université de Pavie. Il devint recteur de l'université plus tard. Il écrivit de nombreux poèmes dont le plus célèbre est l' « Invito a Lesbia Cidonia » dans lequel il glorifie la faculté de Pavie. Outre ses intérêts scientifiques et littéraires, il était sensible aux injustices sociales et s'impliqua dans la politique de la République Cisalpine. Il incita les bergamasques à accueillir Napoléon avec espoir. Il dédia d'ailleurs son œuvre « Geometria del compasso » à Napoléon, en beaux vers, en 1797. Dans cet ouvrage, il démontre que toutes les constructions d'Euclide peuvent être faites avec le compas seul, sans règle. En réalité, ce résultat avait été démontré par le Danois Georg Mohr, mais Mascheroni n'en avait pas connaissance. En 1798, il fut appelé à Paris pour y participer à la commission du système métrique. En 1799, sa mission accomplie, il ne put retourner dans son pays par suite de l'occupation autrichienne de Milan. Il mourut à Paris en 1800.

**Voici un problème, issu de la « Geometria del compasso »**

**Problème 172** : Décrire une spirale $BLEMFNGPH$ composée d'arcs de cercle.

**Solution**

« Soit $BE = BF$ la distance qu'on veut donner à la révolution de la spirale. Divisez $BE$ de moitié par $A$, avec comme centre $A$ et de rayon $AB$, décrivez la demi-circonférence $BLE$. Avec comme centre $B$ et de rayon $BE$, décrivez la demi-circonférence $EMF$. De nouveau avec comme centre $A$ et de rayon $AF$, décrivez la demi-circonférence $FNG$. De nouveau avec comme centre $B$ et de rayon $BG$ décrivez la demi-circonférence $GPH$. De la même manière, on pourrait continuer cette spirale indéfiniment. On pourra par la même méthode doubler cette spirale, si à partir du point $b$, à une distance quelconque de $B$ sur $AB$, avec comme centre $A$ et $B$ ,à tour de rôle on décrit les demi-circonférences $ble$, $emf$, $fng$ , $gph$ etc … Ce problème n'a pas besoin de démonstration ». Mascheroni a calculé la constante d'Euler avec 32 décimales, dont 19 sont correctes, dans son livre « Adnotationes ad calculum integrale Euleri » en 1790. Cette constante est d'ailleurs appelée parfois la constante d'**Euler-Mascheroni**.

Math-Jeunes n°96 S,43-43, 2001

# Rallye problèmes

C. Festraets

Voici les cinq problèmes suivants de ce rallye 2000-2001 ainsi que les solutions des problèmes parus dans le numéro précédent. Présentez soigneusement vos solutions en respectant les instructions données dans le numéro précédent de Math-Jeunes, n'oubliez pas d'affranchir suffisamment vos lettres et envoyez-les à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, au plus tard pour le 15 mars 2001

## 6 – Au tea room

Deux tasses de thé, trois tasses de café et quatre tasses de cacao coûtent ensemble moins de 500 BEF. Trois tasses de thé, quatre tasses de café et deux tasses de cacao coûtent ensemble plus de 500 BEF.

1. Quatre tasses de thé et cinq tasses de cacao coûtent-elles ensemble plus ou moins de 500 BEF ?
2. Une tasse de café et huit tasses de cacao coûtent-elles ensemble plus ou moins de 500 BEF ?
3. Qu'est-ce qui coûte le plus cher, deux tasses de cacao ou une tasse de thé et une tasse de café ?

## 7 – Échecs et math

On veut recouvrir un échiquier $8 \times 8$ par $n$ rectangles tels que

– chaque rectangle couvre un nombre entier de cases de l'échiquier ;
– chaque rectangle contienne autant de cases noires que de cases blanches ;
– les aires des rectangles soient toutes différentes.

Quel est le plus grand $n$ possible ?

## 8 – Pavage

Une surface rectangulaire dont la longueur et la largeur sont des nombres entiers de décimètres est carrelée. Chaque carreau est un carré d'un décimètre de côté. Trouver toutes les dimensions possibles de ce rectangle sachant que le nombre de carreaux situés le long de ses bords vaut la moitié du nombre total de carreaux.

**9 – Problème d'aire**

$ABC$ est un triangle rectangle en $A$ dont les côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm.
À l'extérieur de ce triangle, on construit les carrés $BCDE$, $ABFG$ et $CAHI$ (dans le plan du triangle). Que vaut l'aire du polygone $DEFGHI$ ?

**10 – Palindrome**

Un nombre qui peut être lu indifféremment de droite à gauche ou de gauche à droite est dit « palindrome ». Par exemple, 254 452 est un palindrome.

1. Démontrer que tout nombre palindrome de six chiffres divisible par 13 est aussi divisible par 7.
2. Existe-t-il des nombres palindromes de six chiffres divisibles par 7 et non divisible par 13 ? Si oui, donnez un exemple et si non démontrez-le.

# Solutions

## Solution du problème « Quel jour sommes-nous ? »

« Quand après-demain sera hier » se traduit par « dans trois jours », par exemple, si aujourd'hui est lundi, après demain est mercredi veille du jeudi et jeudi est bien trois jours après lundi.

« Quand avant-hier était demain »se traduit par « il y a trois jours ».

L'énoncé devient ainsi : dans trois jours, il nous faudra autant de jours pour atteindre dimanche qu'il nous en a fallu, il y a trois jours que nous soyons aujourd'hui.

Ou encore : dans trois jours, il nous faudra trois jours pour atteindre dimanche. Ce qui fait qu'on est lundi.

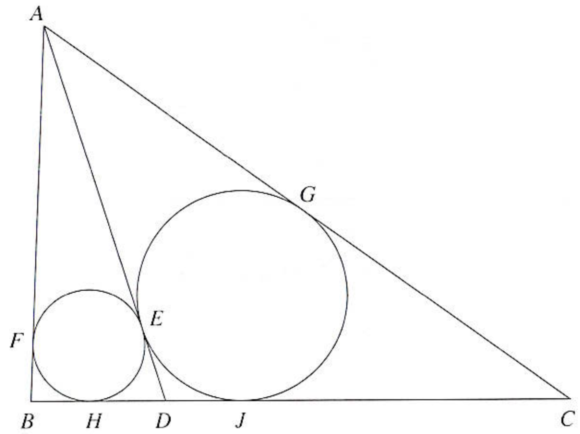
## Solution du problème « L'échiquier »

Supposons que les cases de l'échiquier sont coloriées alternativement en blanc et en noir et supposons en outre que la case supérieure gauche est blanche.

Il y aura ainsi 32 cases blanches et 31 cases noires.

Remarquons que la case centrale est noire. Restent ainsi 32 cases blanches et 30 cases noires pour placer les dominos. Mais tout domino couvre exactement une case noire et une case blanche. Pour pouvoir placer les 31 dominos, il faudrait le même nombre de cases blanches et de cases noires, le problème est donc impossible.

## Solution du problème « Cercles tangents »




Posons

$$\begin{aligned} x &= |AE| = |AF| = |AG| \\ y &= |BF| = |BH| \\ z &= |DE| = |DH| = |DJ| \\ w &= |CG| = |CJ| \end{aligned}$$

On sait que

$$\begin{aligned} x + y &= |AB| = 7 \\ x + w &= |AC| = 12 \\ y + 2z + w &= |BC| = 10 \end{aligned}$$

On demande la longueur de $|BD| = y + z$.

Or $|AB| - |AC| + |BC| = (x + y) - (x + w) + (y + 2z + w) = 2y + 2w = 7 - 12 + 10 = 5$.

D'où $|BD| = 2,5$.

## Solution du problème « Carrés parfaits »

Examinons les restes de la division par 7 d'un carré parfait $k^2$.

| Reste de la division de $k$ par 7 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Reste de la division de $k^2$ par 7 | 0 | 1 | 4 | 2 | 2 | 4 | 1 |

Or un terme de la suite de la forme $n \cdot 7 + 2$ donne 2 comme reste lorsqu'on le divise par 7, donc si ce terme est un carré parfait $k^2$, alors le reste de la division par 7 de $k$ vaut 3 ou 4 et on a soit $k = 7t + 3$, soit $k = 7t + 4$.

1) $n \cdot 7 + 2 = (7t + 3)^2 = 49t^2 + 42t + 9$
   De là, on obtient $n = 7t^2 + 6t + 1$
   – pour $t = 16$, on trouve $n = 1\,889$,

– pour $t = 17$, on trouve $n = 2\,126$ à rejeter car $n \leqslant 2\,000$ ;

2) $n \cdot 7 + 2 = (7t+4)^2 = 49t^2 + 56t + 16$
De là, on obtient $n = 7t^2 + 8t + 2$
– pour $t = 16$, on trouve $n = 1\,922$,
– pour $t = 17$, on trouve $n = 2\,178$, à rejeter car $n \leqslant 2\,000$.

$t$ peut donc prendre toutes les valeurs de 0 à 16, ce qui donne 34 termes de la suite qui sont des carrés parfaits.

## Solution du problème « Encore des cercles tangents »

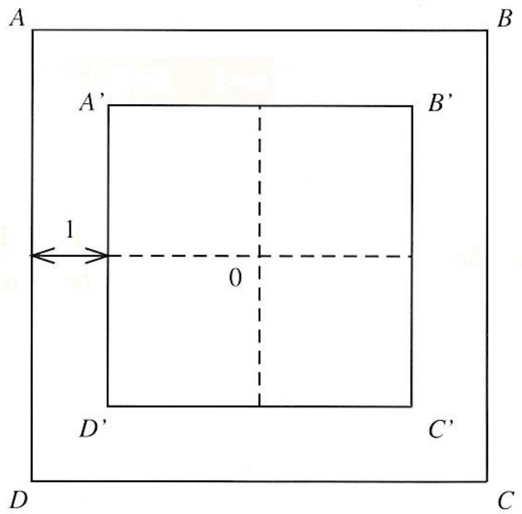
Soit $ABCD$ un carré de côté $a$ pouvant contenir cinq cercles satisfaisant aux conditions de l'énoncé. Il est clair que $a > 2$.

Considérons un second carré $A'B'C'D'$ ayant ses côtés parallèles à ceux de $ABCD$ et à une distance 1 de chaque côté.

La longueur des côtés de $A'B'C'D'$ est $a - 2$.

Les centres des cinq cercles sont tous à une distance supérieure ou égale à 1 des côtés de $ABCD$, donc ils sont tous intérieurs à $A'B'C'D'$.

Divisons $A'B'C'D'$ en quatre carrés égaux de côté $\dfrac{a-2}{2}$ comme l'indique la figure.




Il y a cinq centres et quatre petits carrés, donc l'un des carrés contient au moins deux centres. La distance entre ces deux centres est d'une part supérieure ou égale à 2, d'autre part inférieure à la longueur d'une diagonale d'un petit carré, c'est à dire $\dfrac{a-2}{2}\sqrt{2}$.

On a donc

$$\begin{aligned}\frac{a-2}{2}\sqrt{2} &\geqslant 2\\ a-2 &\geqslant \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\\ a &\geqslant 2+2\sqrt{2}\end{aligned}$$

Si $a = 2 + 2\sqrt{2}$, les cercles de centres $O$, $A'$, $B'$, $C'$, $D'$ conviennent. Donc $2 + 2\sqrt{2}$ est la longueur du côté du plus petit carré ayant la propriété désirée.

# Une inégalité qui vaut mieux qu'une égalité.

Y. Noël-Roch

Existe-t-il des naturels $a$, $b$ et $c$ différents deux à deux tels que $a+b+c=abc$ ?

Tâtonnons un peu :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 0 | 1 | 1 | 2 | $\cdots$ |
| $b$ | 1 | 2 | 2 | 3 | $\cdots$ |
| $c$ | 2 | 3 | 4 | 4 | $\cdots$ |
| $a+b+c$ | 3 | 6 | | | $\cdots$ |
| $abc$ | 0 | 6 | | | $\cdots$ |

Nous avons déjà la solution $a=1$, $b=2$ et $c=3$. Bien sûr, nous pouvons aussi considérer $a=2$, $b=1$ et $c=3$ ... Suivant le point de vue adopté, ces solutions sont considérées comme différentes ou non ! Dans notre recherche, nous considérons trois nombres entiers stictement positifs, différents deux à deux avec $a<b<c$.

La première colonne du tableau ci-dessus donne envie d'obtenir $a+b+c=0$, ce qui est possible avec $b=1$ et $c=-1$ et d'une infinité de façons avec $b$ et $c$ opposés. Mais cela n'est pas compatible avec les conditions imposées ci-dessus.

Nous avons donc déjà trouvé une solution : a=1 b=2 c=3

**Existe-t-il d'autre(s) solution(s) ?**

Comme $a$, $b$ et $c$ sont différents de 0,

$$a+b+c=abc \qquad \text{est équivalent à} \qquad \frac{1}{bc}+\frac{1}{ac}+\frac{1}{ab}=1$$

Une somme de trois termes positifs doit être égale à 1. Ils ne peuvent donc être tous les trois strictement inférieurs à $\frac{1}{3}$. Au moins un des trois termes est donc supérieur ou égal à $\frac{1}{3}$. Nous pouvons donc affirmer que le plus grand des trois — soit $\frac{1}{ab}$ — est supérieur ou égal à $\frac{1}{3}$. Ou encore $ab \leqslant 3$.

Les seuls cas à envisager sont dès lors

- $a=1$ et $b=2$
- $a=1$ et $b=3$

Le premier cas donne la condition $1+2+c=2c$ et nous retrouvons la solution déjà connue. Le deuxième cas entraîne $1+3+c=3c$, donc $c=2$, ce qui est exclu par notre classement des inconnues $a$, $b$ et $c$.

La seule solution $(a,b,c)$ telle que $0<a<b<c$ est $(1,2,3)$.

Les solutions naturelles de l'équation $a+b+c=abc$ sont

$(0,0,0)$ $(1,2,3)$ $(1,3,2)$ $(2,1,3)$ $(2,3,1)$ $(3,1,2)$ $(3,2,1)$

Existe-t-il des entiers naturels $a$, $b$, $c$ et $d$ tels que $a+b+c+d=abcd$ ?

Nous te laissons le plaisir de chercher !

Math-Jeunes n°96 S,48–48, 2001

Les rédactions de *Math-Jeunes* et de *Math-Jeunes junior* vous souhaitent une joyeuse et fructueuse entrée dans le troisième millénaire.

15 Rue de la Halle, B 7000 Mons, Belgique.
http ://ceco.umh.ac.be/noel/sbpm/sbpm.htm
e-mail sbpm@umh.ac.be

**Math-Jeunes**
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: M. BALLIEU
Boulevard de l'Europe 36/1 – 1420 Braine-l'Alleud

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse
indiquée