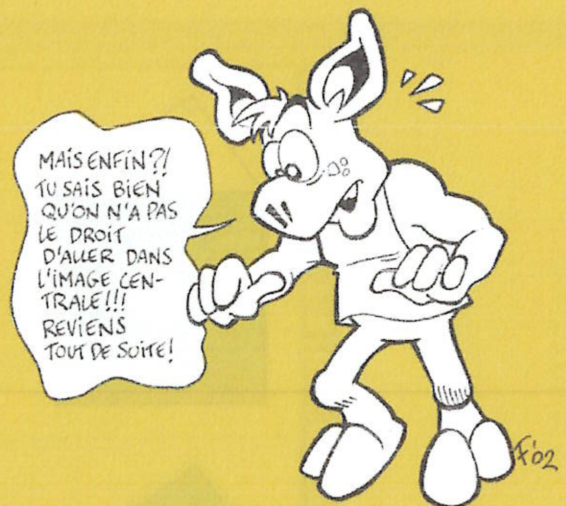
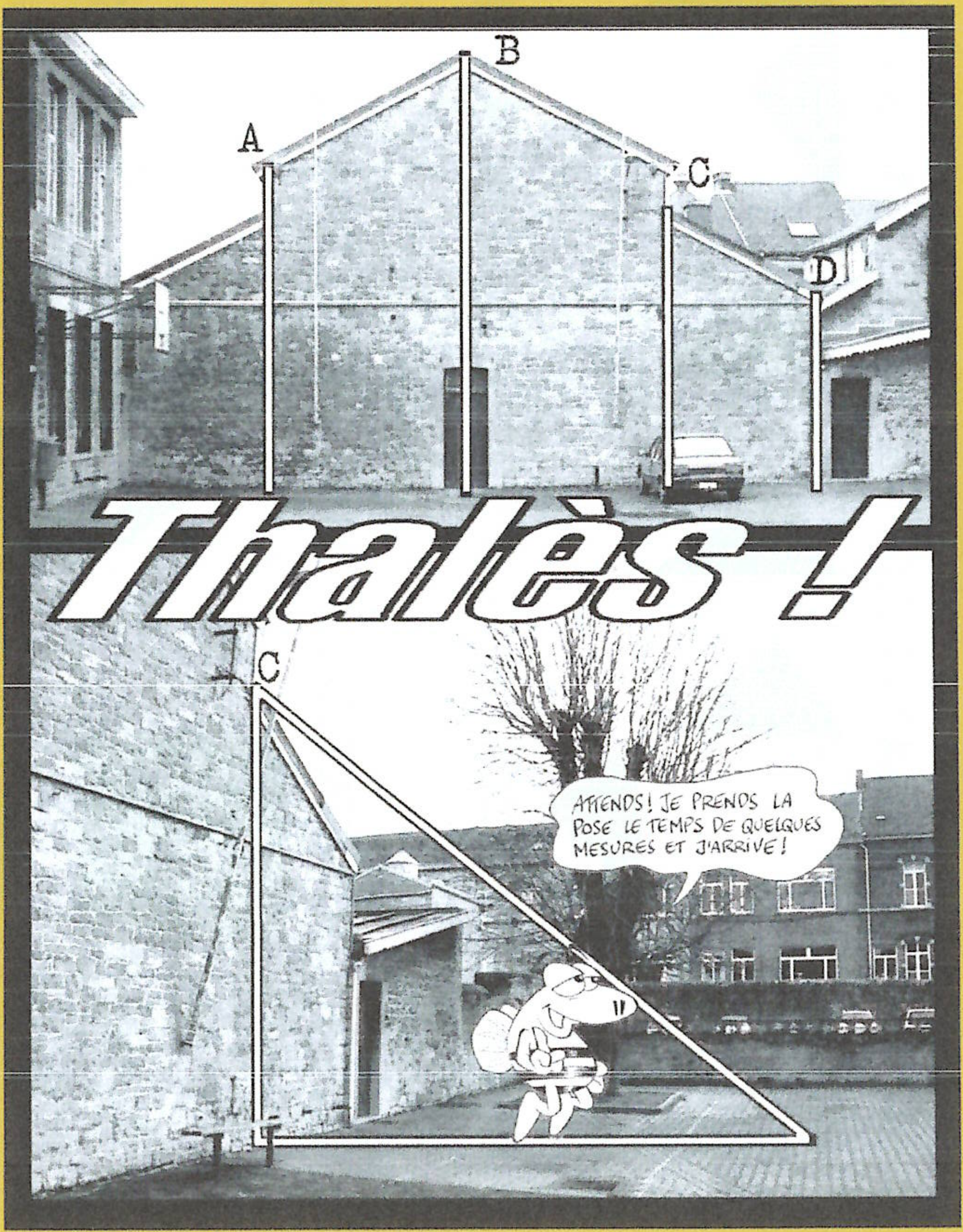
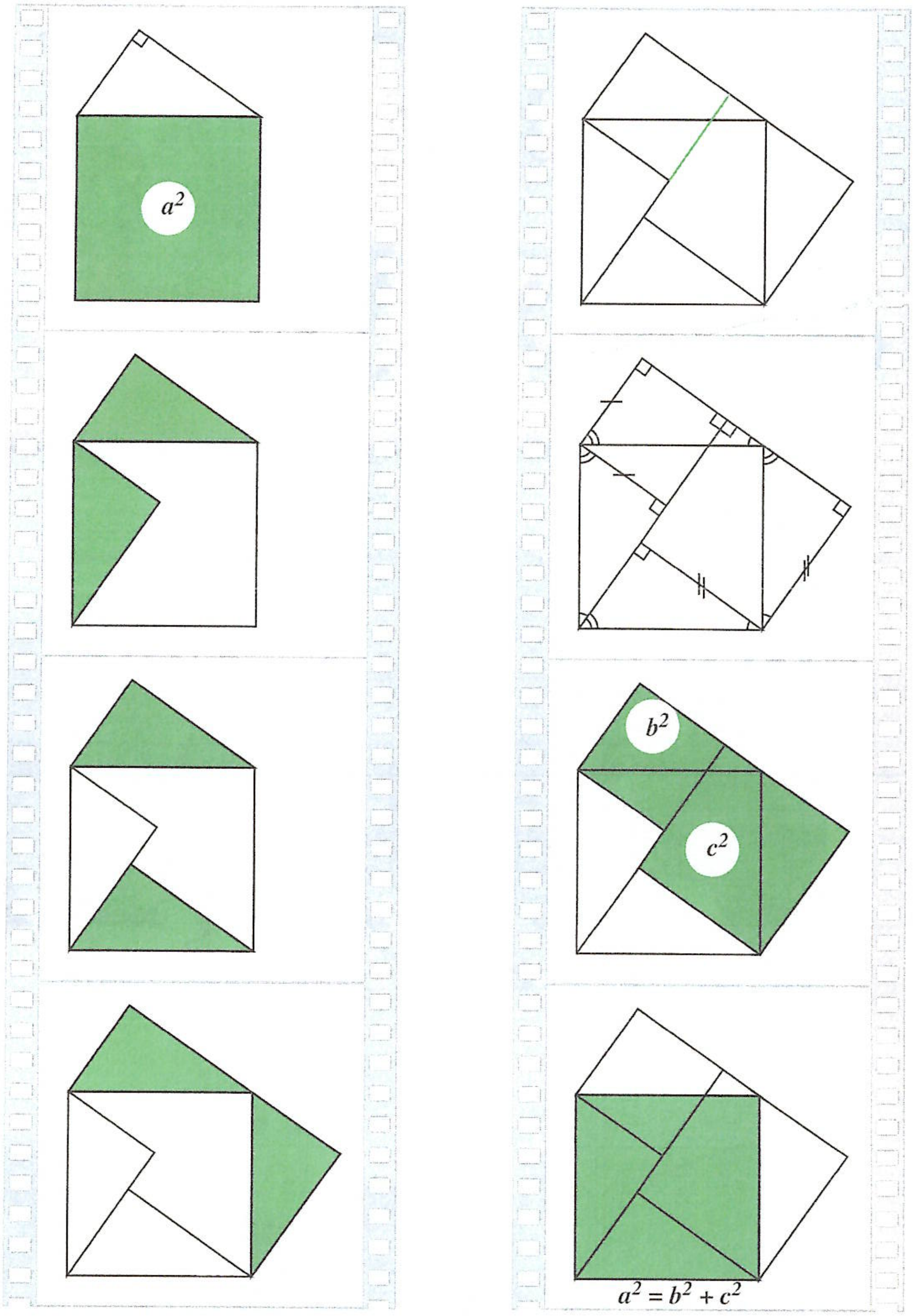
MJ junior!





24^e année
Avril 2003 – n° 105 J
Bureau de dépôt : Mons I

Pythagore 2



Explique !

N°105 J Vingt-quatrième année 2003

MATH-JEUNES JUNIOR

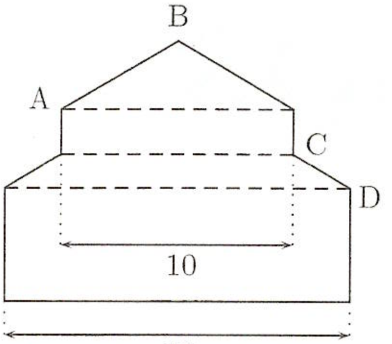
Sommaire

Ce numéro de *Math-Jeunes Junior* est le dernier de l'abonnement 2002–2003. Vous pouvez dès à présent vous réabonner pour 2003–2004. Voyez les tarifs en page 3 de couverture.

Thalès sous la pluie

F. Pourbaix

Avez-vous vu la photo sur la couverture ? Il s'agit du pignon d'un bâtiment dans une cour d'école. On peut décomposer cette surface en un grand rectangle, un trapèze, un petit rectangle et un triangle.



Afin de calculer l'aire du pignon, un groupe d'élèves téméraires (il pleuvait ce jour-là !) a pris les mesures nécessaires.

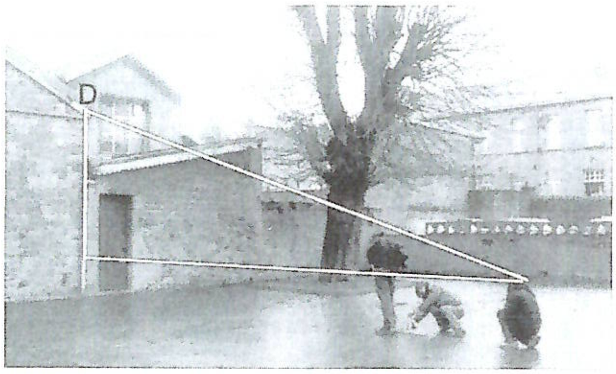
Les longueurs des rectangles ont pu se mesurer au sol : respectivement 15 et 10 mètres. Pour la mesure des hauteurs des points A, B, C et D, les élèves ont utilisé le célebrissime théorème de Thalès... de deux façons !

Première Méthode : à la dure

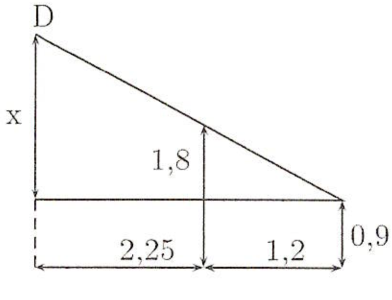
L'hypoténuse du triangle rectangle représente le regard de l'observatrice accroupie.

Celle-ci s'est placée de manière à ce que ses yeux, le point D, et la tête d'un autre élève soient alignés.

Ce que voit l'observatrice (pour B).



On mesure la taille de l'élève debout, la hauteur des yeux de l'observatrice, la distance entre les deux élèves, et la base du triangle.



Les mesures prises (exprimées en mètres) sont reportées sur le schéma ci-contre.
On peut appliquer le théorème de Thalès afin de connaître la hauteur du point D :

$$\frac{x}{2,25+1,2} = \frac{1,8-0,9}{1,2}$$

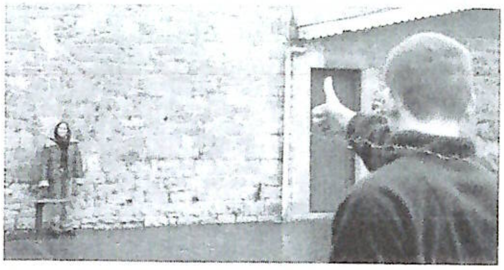
$$\iff \quad x = \frac{0,9 \cdot (2,25+1,2)}{1,2}$$

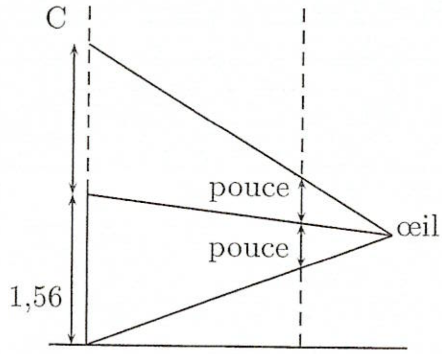
$$\iff \quad x = 2,5875 \simeq 2,6$$

Ce qui signifie que le point D se trouve à $2,6 + 0,9 = 3,5$ mètres de haut. On peut bien sûr calculer de la sorte la hauteur des autres points.

Seconde Méthode : à la manière du peintre

Un élève tend son pouce devant lui et se place de manière à ce que la taille de son doigt coïncide avec la taille d'une autre élève placée contre le mur sous le point C.





Il reporte son pouce en le laissant dans un plan parallèle au mur jusqu'à atteindre le point C. Dans cet exemple, il a dû reporter son pouce 3 fois.

Sachant que l'élève contre le mur mesure $1,56$ mètre, on calcule donc que le point C se trouve à une hauteur de $3 \cdot 1,56 = 4,68$ mètres.

Ce calcul est de nouveau permis grâce au théorème de Thalès puisque le pouce et l'élève contre le mur sont parallèles. Remarquez que le triangle n'est pas nécessairement rectangle, et que la distance œil–pouce doit s'adapter de manière à ne pas quitter un même plan ...

Le fond de l'aire est frais

Voilà donc comment par un après-midi pluvieux d'automne, une quinzaine d'écoliers sont parvenus via l'une ou l'autre des méthodes proposées à calculer les hauteurs des 4 points cruciaux du pignon dans leur cour de récréation.

Voici ce qu'ils obtinrent :

- Hauteur de A = 5,6 m
- Hauteur de B = 7,7 m
- Hauteur de C = 4,68 m
- Hauteur de D = 3,5 m

Et le calcul de l'aire du pignon dont nous vous parlions en début d'article, que devient-il donc, demanderez-vous en lecteur assidu mais néanmoins inquiet ? Vous avez tous les atouts en mains pour le mener à son terme ! Munis des mesures ci-dessus, à vous de trouver la bonne surface...

Il ne vous restera plus qu'à vérifier votre réponse en faisant subir la rotation adéquate à votre magazine favori, et en lisant à l'endroit le contenu de la case que voici :

aire du pignon = 86,95 m^2

Une sortie sous la pluie menée par les élèves de 4ème TTr de l'Athénée Royal Jean Rey à Couvin et leur professeur qui pour une fois a pris des photos plutôt que de faire des dessins... ça prend moins de temps, mais ça mouille plus !

Bravo Frank !

A. Paternottre

Un belge à bord de la Station Spatiale Internationale (ISS) est un événement suffisamment rare et exceptionnel pour qu'il ait, à juste titre, titillé notre flamme nationale du 30 octobre au 10 novembre 2002.

C'est en effet entre ces deux dates que notre jeune et talentueux compatriote Frank De Winne, en compagnie de ses deux coéquipiers russes Sergei Zalyotine et Youri Lonchakov, a réalisé son vieux rêve de devenir un jour un cosmonaute confirmé.

Partis de la base de Baïkonour dans le Kasakhstan le mercredi 30/10/2002 à 6h 11min (heure belge) à bord d'un vaisseau Soyouz TMA, nos trois compères ont rejoint les trois pensionnaires de l'ISS le vendredi 01/11/2002.

Ingénieur de vol à bord de deux vaisseaux Soyouz (différents) à l'aller et au retour, Frank De Winne est chargé, une fois arrivé à bord de l'ISS, de réaliser la mission scientifique baptisée « Odissea ». Il s'agit d'un vaste programme d'expériences touchant à beaucoup de domaines : la biologie, la médecine, les sciences physiques (gravité)... etc.

Sur les 23 expériences prévues, 21 ont été menées à bonne fin à la grande satisfaction des scientifiques qui les ont préparées et en exploiteront les résultats à l'avenir. Le retour sur Terre s'est passé le dimanche 10 novembre : à 1h04min (heure belge), le vaisseau Soyouz TM34 se posait quelque part dans la steppe kazakhe.

Pour rappel, la mission Odissea de Frank De Winne suit de dix bonnes années la mission « Atlas » accomplie par Dirk Frimout, notre premier astronaute belge, à bord de la navette américaine Atlantis du 24/3/92 au 2/4/92.

A propos de Frank De Winne.

- Il est né à Gand le 25 Avril 1961. Il est marié et père de trois enfants. Sa famille réside à Wilderen près de Saint-Trond.
  Agé d'à peine vingt ans, il découvre sa passion pour l'espace à l'occasion du départ de la fusée américaine Columbia (avec Young et Crippen) le 12 Avril 1981. Cette passion ne le quittera jamais.
- En 1979, il est diplômé de l'Ecole Royale des Cadets de Lierre.
- En 1984, après de brillantes études à la division polytechnique de l'Ecole Royale Militaire de Bruxelles, il est promu ingénieur civil avec une maîtrise en télécommunications. Son travail de fin d'études recevra d'ailleurs le prix de l'Association des Ingénieurs Civils Belges.
- Commence alors sa carrière de pilote de chasse à la Force Aérienne belge où il devient pilote opérationnel sur l'avion Mirage 5 en 1986.
- En 1989, il est détaché dans une société française à Paris où il travaille à l'amélioration de la sécurité et à modernisation du Mirage.

- En 1992, il termine sa formation au Collège de Défense avec la plus haute distinction et devient pilote de chasse en Angleterre.
  Il y obtient le prix McKenna.
  Il revient alors en Belgique et devient pilote d'essais à la Force Aérienne.
  En cette nouvelle qualité, il est impliqué dans le programme « Carapace » sur le chasseur F16.
- De janvier 94 à avril 95, Frank De Winne est responsable de la sécurité du premier Fighter Wing de Bauvechain.
- D'avril 95 à juillet 96, il travaille à l'amélioration du F16 à la base américaine d'Edwards (Californie).
- En 1996, il est nommé pilote d'essais senior à la Force Aérienne Belge et assume des responsabilités importantes dans différents domaines.
- En 1998, il devient commandant d'escadre au 349e Escadron de la base aérienne de Kleine Brogel.
  Comme tel, il participe aux opérations des Forces Alliées de L'OTAN.
  Pilote expérimenté, il compte aujourd'hui plus de 2300 heures de vol sur des avions militaires aussi prestigieux que les Mirage, F16, Jaguar et Tornado.
- En janvier 2000, il rejoint le Corps des astronautes européens (EAC) à Cologne.
  Commence alors l'aventure spatiale qu'il poursuivra en août 2001 au Centre Gagarine, à la Cité des Etoiles, près de Moscou.
  On connaît la suite...

Doué, notre Frank national l'est incontestablement. Mais les dons ne suffisent pas, encore faut-il les faire fructifier.

S'il est parvenu aujourd'hui à concrétiser son fabuleux projet spatial, c'est à force d'études, de travail et de sacrifices. A cet égard, même si la probabilité d'accomplir le même parcours que Frank est infiniment petite pour l'immense majorité d'entre nous, son exemple peut certainement nous inspirer et nous encourager à la persévérance.

Du reste, Frank, à peine arrivé à bord de l'ISS, a envoyé ce message par télévision interposée : « Vous qui êtes jeunes, faites des projets et avec les dons qui sont les vôtres, travaillez sans relâche pour pouvoir un jour en réaliser au moins un. ». Bravo et merci Frank.

A propos du vol de Frank De Winne

Ce vol spatial est l'occasion pour toi, lecteur de Math-Jeunes Junior, de te livrer à quelques petits calculs en réponse aux questions posées ci-après.

Pour les réaliser, tu tiens compte du texte qui précède ainsi que des hypothèses simplificatrices suivantes :

1. La Terre est une sphère parfaite de 6367 km de rayon.
2. Toutes les orbites effectuées par chacun des trois véhicules spatiaux autour de la Terre (les deux Soyouz et l'ISS) sont des cercles de même centre (celui de la Terre).
   Elles ont toutes été décrites à une altitude de 400 km et chacune a duré 1h 30 min.
3. A l'aller, le vaisseau Soyouz a effectué 34 orbites complètes avant de s'arrimer à l'ISS.
   Au retour, l'autre vaisseau Soyouz a effectué 2 orbites complètes avant d'atterrir.

Questions :

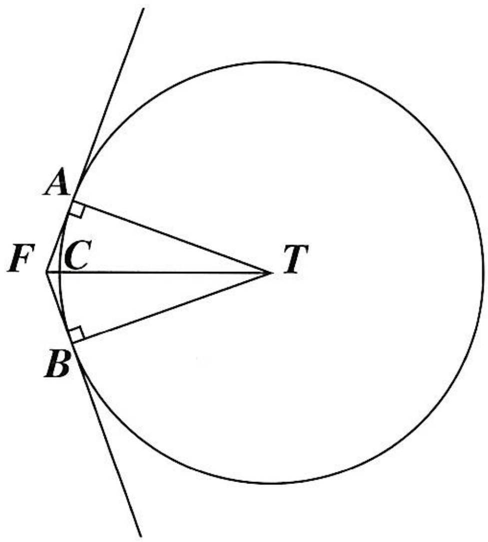
1. Du décollage à l'atterrissage, quel a été le temps total du vol de F. De Winne ?

2. Quelle est la longueur d'une orbite complète ? (en km)
3. Quelle est la vitesse orbitale d'un quelconque des trois vaisseaux spatiaux ? (en km/h et en km/s)
4. Quelle distance totale a parcouru Frank lors de son vol ? (en km)
5. Combien d'orbites Frank De Winne a-t-il effectué à bord de l'ISS et combien de temps y a-t-il séjourné ? (en jours, heures, minutes)
6. Depuis l'ISS, sous quel angle (en degrés), Frank De Winne voyait-il la Terre ?

Réponses :

1. Désignons par T le temps total du vol.
   - Le 30/10/2002, de 6h11 à 24h, il s'est écoulé 17 heures et 49 minutes
   - Du 31/10/2002 à 0h jusqu'au 9/11/2002 à 24h, il s'est écoulé 10 jours
   - Le 10/11/2002, de 0h à 1h04, il s'est écoulé 1 heure et 4 minutes.

   Dès lors T = 10 jours 18 heures et 53 minutes ou 258,88 heures
2. Désignons par L la longueur d'une orbite complète.
$$L = 2 \times \pi \times (6\ 367 + 400) = 42\ 518 \text{ km}$$
3. Désignons par V la vitesse orbitale d'un des trois vaisseaux spatiaux.
$$V = L/1.5 = 42\ 518/1.5 = 28\ 345,5 \text{ km/h ou } 7,873 \text{ km/s}$$
4. Distance totale parcourue par Frank lors de son vol $= V \times T = 28\ 345,5 \times 258,88 =$ 7 338 083 km (en notation scientifique : $7,338\ 083 \times 10^6$ km
5. – Nombre d'orbites effectuées à bord de l'ISS : $(T/1,5) - (34 + 2) = 136,6$
   – Temps passé à bord de l'ISS : $136,6 \times 1,5 = 204,9$h ou 8 jours 12 heures et 54 minutes.
6. Frank a vu la Terre du point F sous l'angle $\widehat{AFB}$ ou encore $\widehat{2AFT}$



On a :

$$\begin{aligned}\sin \widehat{AFT} &= \frac{|AT|}{|FT|} \\ &= \frac{|AT|}{|FC| + |CT|} \\ &= \frac{6\ 367}{400 + 6\ 367} \\ &= 0,9408\ldots\end{aligned}$$

Il en découle que $\widehat{AFT} \simeq 70,2°$ ou 70°12'
Franck voyait donc la Terre sous un angle d'amplitude 140°24'.

La mathématique au quotidien ...

C. Villers

J.-C. H. ou le temps d'une mesure !

Il existe à Mons (très exactement à la Place Louise, près de la gare), un monument devant lequel les gens pressés, tout comme d'ailleurs ceux « qui ont bien le temps », passent généralement sans vraiment lui prêter un peu d'intérêt.
Et pourtant, question de temps, il mérite qu'on lui porte une attention certaine. Vous en verrez les raisons un peu plus loin.

Mais qui est donc ce J.-C. H. dont la mémoire est ici honorée ? Et bien, il s'agit de Jean-Charles HOUZEAU DE LEHAIE (Mons : 1820 – Mons : 1888). Un médaillon, fixé au monument, le représente et est surmonté d'instruments qui résument son activité principale.

Astronome, journaliste engagé, défenseur de la cause des Noirs d'Amérique, rien ne prédestinait J.-C. H. à une vie marquée par l'aventure et à une indépendance d'esprit qui lui fit sacrifier le confort matériel et le respect attaché à une situation honorable.

Sa vocation d'astronome s'affirme dès sa sortie du Collège de Mons (devenu Athénée en 1850) où, élève brillant,il reçut d'ailleurs la médaille de la ville.

QUETELET l'engage à l'Observatoire sur la base de ses travaux personnels.

Mais il n'y restera guère longtemps car Charles ROGIER le révoqua parce qu'il avait milité dans le Mouvement Démocratique et Républicain de 1848.

Alors, en 1857, commence une prodigieuse aventure : à 37 ans il s'embarque sur un bateau d'émigrants et débarque à la Nouvelle-Orléans. Aux confins du Texas et du Mexique, il connaît la vie aventureuse du pionnier.

Mêlé étroitement à la guerre de Sécession, il se fait le défenseur de la cause des Noirs.

La lutte sociale et politique qu'il mène comme journaliste ne le détourne jamais de sa vocation première : il poursuit ses observations astronomiques, climatiques, zoologiques et en 1874, LÉOPOLD II le rappelle au pays pour succéder à QUETELET comme directeur de l'Observatoire.

Puis en 1883, après avoir installé l'Observatoire à Uccle et modernisé l'équipement scientifique, il en quitte volontairement la direction et retourne à ses démons familiers : l'astronomie et la défense de ses idées sociales et politiques.

Par une curieuse ironie du sort, le monument qui honore ce républicain révoqué par Charles Rogier se trouve justement situé à la séparation de la rue Léopold II et de la rue Rogier !

Et les « maths » là-dedans ?

Eh bien, vous pouvez en découvrir en examinant ce monument et ses alentours !

Ce n'est pas bien compliqué mais cela demande quand même un peu d'attention et de la réflexion. Et puis cela donne l'occasion de parler du globe terrestre que nous assimilerons à une sphère. Nous allons donc nous confronter à de la géométrie dans l'espace.

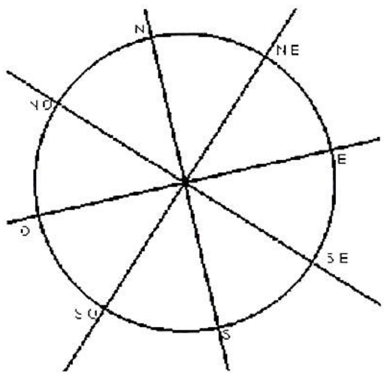
Revenons à la photo montrant tout le monument ! Vous constatez, de façon évidente, qu'il est érigé au centre d'un socle circulaire.

Ce n'est pas visible sur la représentation mais sachez que ce socle indique, par des repères métalliques, les directions des quatre points cardinaux Nord, Est, Sud et Ouest que nous désignerons par N, E, S et O.

On y trouve aussi les directions N-E, S-E, N-O et S-O. En cet endroit personne ne peut donc dire qu'il perd le nord ! ! !

Alors êtes-vous capable de dessiner, avec seulement l'aide d'un compas et d'une règle (donc non graduée), une représentation de cette classique « rose des vents » ? Essayez !

Vous avez compris que cela nécessite le tracé, au compas et à la règle, de droites perpendiculaires et de bissectrices d'angles.
Renseignez-vous si vous ne savez pas encore comment y parvenir.
Vous devez avoir réalisé une figure du type de celle ci-contre.



Vous pouvez poursuivre les constructions en faisant apparaître les directions N-N-E, E-N-E, E-S-E, etc ... qui divisent chacun des huit angles simples de la figure en deux angles de même amplitude.

Et quoi encore ?

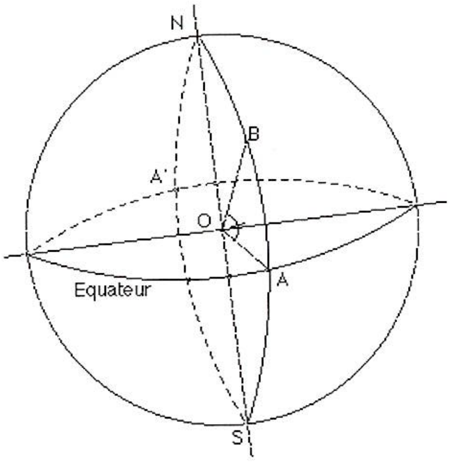
Une autre face du monument porte des indications de type géographique. Sur la photo ci-contre, c'est l'indication « altitude 34^m51^c » qui nous attire en premier lieu.
Sa signification est évidente. Vous avez certainement compris qu'il s'agissait de l'altitude du petit socle de pierre situé sous l'inscription, par rapport au niveau moyen de la mer.
Cette surface théorique de référence, prolongée sous les terres, porte le nom de géoïde.
Notez encore l'évolution des notations puisque qu'actuellement nous écririons 34m51cm plutôt que 34^m51^c.
Les autres inscriptions fixent la position géographique du lieu par ses coordonnées habituelles que sont la longitude et la latitude.

L'inscription supérieure, pas très lisible ici, est

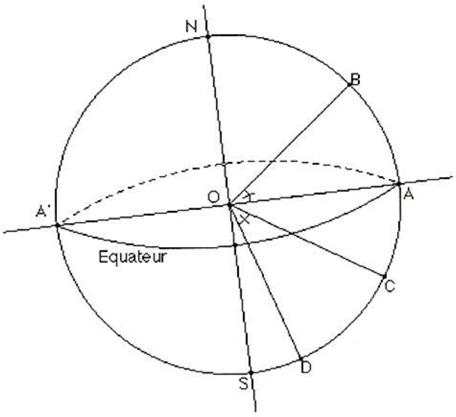
$\boxed{\text{LATITUDE SEPTENTRIONALE } 50°27'12''}$.

Vous vous retrouvez probablement « en pays de connaissance » car vous savez certainement ce qu'est la latitude d'un lieu.

Rappelons quand même que c'est la mesure, à partir de l'équateur, de l'angle au centre de la sphère terrestre qui intercepte l'arc de Grand Cercle passant par le lieu (B). Ouf !
Sur l'illustration, la latitude de B est la mesure de l'angle AOB.
Précisons encore qu'on appelle Grand Cercle tout cercle ayant pour centre le centre O de la Terre et comme rayon le rayon $|OA|$ de la Terre.
L'équateur est donc un Grand Cercle particulier comme le sont ceux qui passent par les deux pôles et qui s'appellent « des méridiens ».
Par deux points à la surface de la Terre passe un seul Grand Cercle : c'est le plus court chemin entre ces deux points.



Pour une vision plus aisée, plaçons le méridien $NBASA'$ en position frontale c'est à dire face à nous.



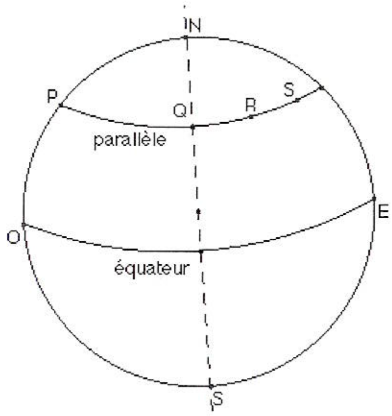
Les latitudes sont des mesures d'angles et sont toujours exprimées par des nombres positifs.
Pour préciser l' hémisphère dans lequel se trouve un lieu donné, on parle de latitude Nord ou de latitude Sud.
Dans le cas de l'inscription du monument, il est en outre indiqué « latitude septentrionale ». Le septentrion est le côté de la voûte céleste où se trouvent les sept étoiles formant la grande (ou la petite) ourse.

La latitude du lieu du monument dédié à J.-C. H. est donc une latitude Nord.

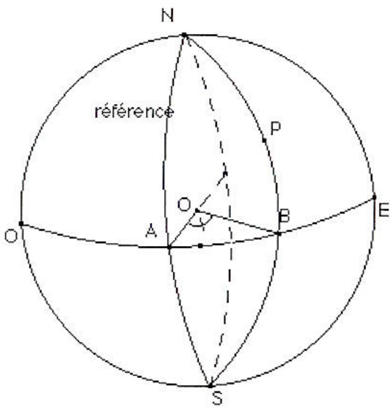
Elle est exprimée en degrés, minutes et secondes (mesure d'angle) dont vous retiendrez bien les notations toujours d'actualité.

Quelques remarques :

- La latitude d'un lieu ne dépasse jamais 90°.
- Tous les lieux situés sur le même parallèle (cercle tracé sur la sphère terrestre et qui est parallèle à l'équateur) ont la même latitude. Sur la figure, P, Q, R et S ont la même latitude.
- Sur le même grand cercle, une différence de 1° de latitude correspond à une distance (approximative car la terre n'est pas parfaitement sphérique) de 10000km/90 soit de 111,111...km.



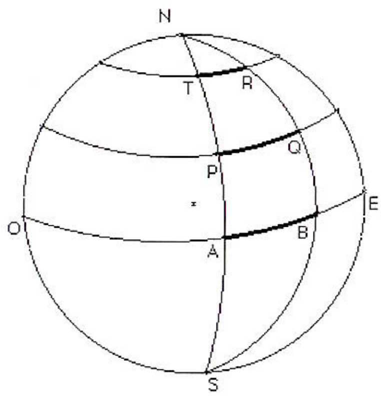
La dernière inscription de cette face concerne la longitude du lieu.
Rappelons que la longitude est la mesure de l'angle que forme le méridien (grand cercle de la sphère terrestre) du lieu avec un méridien de référence (généralement celui de Greenwich, localité située près de Londres).
La longitude de P est la mesure de l'angle AOB.



Pour situer de quel côté du méridien de référence se trouve le lieu, on précise s'il s'agit de longitude est ou de longitude ouest.

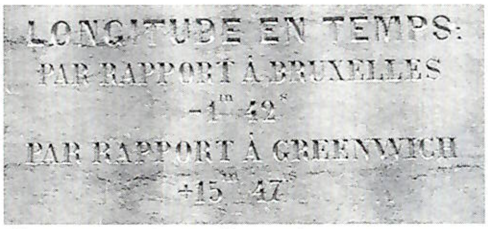
Quelques remarques

- La longitude d'un lieu s'exprime en degrés, minutes et secondes (d'angle) (°, ', "). Il faut noter que les calculatrices portent souvent l'inscription « d,m,s » pour ces mesures d'angles.
- La longitude d'un lieu est inférieure ou égale à 180°.
- Sur l'équateur, une différence de 1° de longitude correspond aussi à une distance de 111,111..km car c'est 20 000 km/180 soit 10 000 km/90 (cfr plus haut).
- Mais comme les parallèles (à l'équateur) construits sur la sphère terrestre n'ont pas nécessairement des rayons égaux, à deux mêmes différences de longitudes ne correspondent pas nécessairement des mêmes distances :



- Les différences de longitudes entre A et B, P et Q, T et R sont les mêmes mais les distances « terrestres » entre A et B, P et Q, T et R sont différentes.

- Les parallèles situés à 23°27' de latitude Nord et à 23°27' de latitude Sud s'appellent respectivement Tropique du Cancer et Tropique du Capricorne.



Revenons à l'inscription du monument.
Elle est assez surprenante.
Elle donne la longitude du lieu mais exprimée en temps d'une part et par rapport à deux grands cercles d'autre part.

Cette manière d'exprimer une mesure d'angle était employée en astronomie.

Remarquez d'abord les notations de ces mesures « en temps ».

Actuellement, nous écririons -0h 1 min 42 sec par rapport à Bruxelles et + 0 h 15 min 47 sec par rapport à Greenwich.

L'utilisation des signes − et + s'interprète facilement. Le signe − nous dit que Mons est à l'ouest de Bruxelles et le signe + nous dit que Mons est à l'est de Greenwich.

Est-ce surprenant pour vous ?

Le croquis ci-contre situe Mons par rapport aux méridiens de Greenwich et de Bruxelles.
La différence de longitude entre les méridiens de Greenwich et de Bruxelles est donc :
0h 15min 47sec − (−0h 1min 42sec) ou encore 0h 15min 47sec + 0h 1min 42sec soit donc 0h 16min 89sec ou 0h 17min 29sec.

Il serait peut-être plus « confortable » de transformer ces longitudes en temps dans le système plus habituel des mesures d'angles (°, ′, ″).

C'est simple quand on sait que pour les astronomes, 24h (angle) correspond à 360°.
Pour exprimer cette correspondance, nous écrirons simplement :

	24h	→	360°
Donc	1h	→	15°
Donc	60min	→	$15 \times 60'$
Ou	1min	→	$15'$
Et	60sec	→	$15 \times 60''$
Donc	1sec	→	$15''$

Pour obtenir la mesure en °, ′, ″ d'un angle, il suffit de multiplier par 15 sa mesure en h, min, sec.

Si nous appliquons ce principe à la longitude du lieu du monument donnée en temps par rapport à Greenwich, 0h 15min 47sec correspond à $15 \times 0\text{h} + 15 \times 15' + 15 \times 47''$ soit $225' + 705''$ ou encore $225' + 11' + 45''$ soit $236' + 45''$ soit $3°56'45''$.

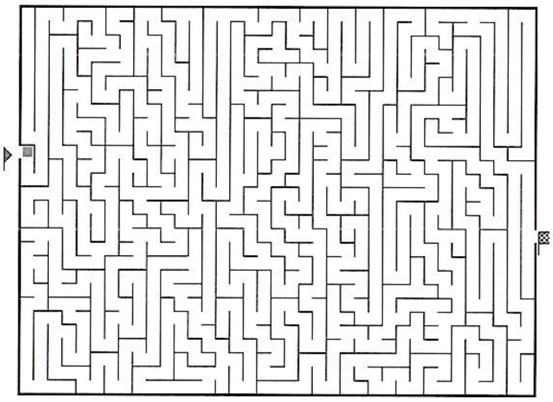
Vous pouvez vérifier dans des livres (et même sur Internet) que ce résultat est bien exact.

Questions pour se détendre !

1. En admettant que les Grands Cercles sur la Terre ont une longueur de 40 000km, calculez, à moins de 1 km près par excès, le rayon de la Terre.
2. Calculez, en °, ′, ″, la longitude de Bruxelles par rapport à Greenwich.
3. Pourquoi la latitude du lieu du monument n'est-elle pas également exprimée dans le système h, min, sec ?

Jeux

1 Labyrinthe



2 Le compte est bon

Pour trouver 125, vous devez combiner les six nombres proposés (ou une partie de ceux-ci) au moyen des quatre opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division), ou une partie de celles-ci.

125

100 6 1 7 75 3

3 Anagrammes

Pour chacun des mots suivants, trouver au moins deux anagrammes (une anagramme est un autre mot composé des mêmes lettres, ce mot devant figurer au dictionnaire mais pouvant être un verbe conjugué)

TARIFIER
CRATERE
FILATURE
GRAMINEE

4 Les nombres croisés

Remplissez la grille avec des chiffres de manière à ce que les nombres formés répondent aux définitions données.

	A	B	C	D	E	F	G	H
A						■		
B					■			
C						■		
D		■		■			■	
E			■					
F					■			

Horizontal

A : 458 × 27 ; 5^e puissance de 2

B : dernière année du 20^e siècle ; puissance de dix

C : début de « π » (sans virgule) ; double d'un premier situé entre quinze et vingt.

D : double et carré du même nombre, ce qui est rare ; encore double et carré d'un même nombre ; il vaut mieux ne pas l'être en maths ; exprime une paire

E : c'est presque 60 ; produit de 779 et de 90

F : le tiers de 20 871 ; 421 en désordre

Vertical

A : 6 chiffres consécutifs

B : deux sans un, écrit avec faute ; juste avant de passer à trois chiffres

C : on le trouve en décuplant 304 ; nombre de côtés d'un pentagone

D : Le symétrique de 106 par la symétrie de centre 0 ; onze semaines en jours

E : multiple non nul de 2 et de 3 ; le nombre de kilos de 5 quintaux métriques

F : c'est l'unité en toutes choses ;les trois premiers nombres naturels

G : le triple de 101 ; nombre de joueurs d'une équipe de foot, sans aucune réserve

H : mille et une ... fois deux cent quatre ;

5 Mot caché

Retrouvez dans la grille chacun des mots du texte écrit en italique ci-après. Biffez ce mot dans la grille dès que vous l'y avez repéré.

A cet effet, vous pouvez serpenter dans cette grille, horizontalement ou verticalement, en tous sens mais jamais en oblique.

Chaque mot est d'un seul tenant et chaque lettre ne sert qu'une fois.

Les lettres restantes vous donneront alors le mot caché.

Quel est-il ?

I	O	V	E	E	S	B	A	O	T	I	U	Q	T	L	A	S	S	I
D	R	O	L	O	I	S	N	N	R	A	T	E	E	R	N	A	I	U
E	E	N	F	R	I	N	D	N	E	C	I	N	I	P	S	E	E	P
E	N	U	A	T	D	P	E	E	L	L	U	S	N	A	N	G	N	T
S	I	B	L	O	U	O	S	D	E	E	T	E	E	L	A	S	O	L
T	E	E	F	B	L	I	E						E	I	A	N	I	M
I	L	R	T	C	N	E	D						N	T	L	O	E	R
A	A	B	M	O	O	N	U						O	G	Y	P	T	E
C	N	E	M	C	C	A	F						O	L	E	V	U	G
I	A	L	U	I	A	R	E	D	N	U	A	C	U	R	R	A	O	S
R	U	N	C	R	P	R	E	D	E	E	S	A	N	S	S	P	R	E
E	S	E	D	E	S	A	P	T	E	D	T	I	E	V	E	R	A	P

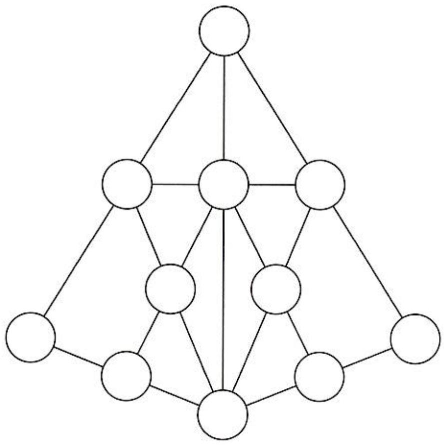
Voici maintenant la phrase qui est proposée à votre sagacité.

« *Ovoïde et renflée de baleines, elle commençait par trois boudins circulaires ; puis s'alternaient, séparés par une bande rouge, des losanges de velours et de poil de lapin ; venait ensuite une façon de sac qui se terminait par un polygone cartonné.* »

(Description d'une casquette dans « Madame Bovary »)

6 Un Magigramme

Complète la grille ci-dessous en utilisant une seule fois chacun des nombres 0, 1, 2, ..., 10, de manière à obtenir une somme égale à 15 pour chacun des triplets alignés. Plusieurs solutions sont possibles.



D'après *SYMmetry-plus, N°1, 1996*

7 Pour les pongistes !

Dans la réserve de balles du club de tennis de table, il y a 100 balles. Parmi elles il y en a au moins une blanche. Si vous en prenez deux au hasard, il y en a toujours au moins une jaune. Vous prélevez une balle au hasard dans cette réserve. Quelle est sa probabilité d'être jaune ?

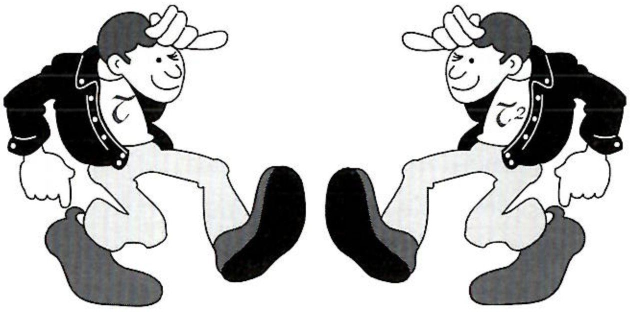
Solutions des jeux : pages 18

Les frères Hick 8

B. Honclaire

Agence de détectives privés
Les frères Hick

Recherches en tous genres



Ami lecteur,

$\mathcal{T}$ et $\mathcal{T}^2$ te donnent la suite de leurs réflexions sur le problème des listes A et B. Ensuite $\mathcal{T}$ lancera un défi, sous forme d'énigme, à $\mathcal{T}^2$. Bon courage et bon amusement.

Bernard Honclaire

Où il est question d'équilibre !

Liste A		Liste B
15	*Les nombres des deux listes tu observeras*	8
25	*Un dans chaque liste tu choisiras*	9
12	*Ceux-ci tu permuteras*	63
21	*Les nombres de chaque liste tu multiplieras*	30
	Le même produit tu obtiendras	

$\mathcal{T}^2$ (fier comme un paon) – « *Tu vas vraiment être fier de moi ! J'ai bien observé les deux listes avant de faire mes essais !* »

$\mathcal{T}$ (très intéressé) – « *Je t'écoute.* »

$\mathcal{T}^2$ – « *Regarde, sans réflexion, j'aurais dû faire 16 essais et je te le prouve en faisant une grille comme toi !*

Les croix veulent dire : Je dois permuter les deux nombres, par exemple 15 et 8, puis calculer le produit de la nouvelle liste A et celui de la nouvelle liste B... »

$\mathcal{T}$ (impatient) – « *Oui, continue ! Tout le monde a compris !* »

$\mathcal{T}^2$ (légèrement agacé) – « *Attends ! C'est maintenant que cela devient intéressant ! Comme le produit des nombres de la liste A (94500) est plus petit que celui de la liste B (136080), je dois donc remplacer un nombre de la liste A par un plus grand que lui de la liste B !* »

	8	9	63	30
15	×	×	×	×
25	×	×	×	×
12	×	×	×	×
21	×	×	×	×

	8	9	63	30
15			×	×
25			×	×
12			×	×
21			×	×

$\mathcal{T}^2$ (guettant les réactions de son frère) – « *Il ne me reste que 8 essais à effectuer ! J'ai ainsi trouvé qu'il fallait permuter...* »

$\mathcal{T}$ (autoritaire) – « *Stop, c'est trop tôt pour donner ta solution ! (il ajoute compatissant) C'est très bien ! Mais, vois-tu, je crois qu'il y avait moyen d'éviter ces gros calculs, tu peux d'ailleurs remercier l'inventeur des calculatrices ! Il fallait encore mieux observer les nombres et penser à les décomposer en facteurs premiers !* »

$\mathcal{T}^2$(déjà décomposé) – « *Ah ! Oui ! Nous y voilà ! Tu ne peux vraiment pas parler comme tout le monde ?! C'est quoi ces facteurs... et premiers en plus...?* »

$\mathcal{T}$ (partant d'un gros éclat de rire) – « *Gardons notre calme ! Tu te souviens quand même des diviseurs d'un nombre...?* »

$\mathcal{T}^2$ (concentré et seul au monde) – « *Euh ! Oui ! C'est quand il fallait les trouver tous... et qu'on devait faire des essais... et que... Je vais prendre un exemple. Je pourrai mieux expliquer.*

Pour 30 : 1 le divise, ça fait 30
2 le divise, ça fait 15
3 le divise, ça fait 10
4 le divise ou le divise pas (?)... ça fait pourtant 7,5... non... on ne peut prendre que des nombres entiers...

($\mathcal{T}$(tout bas, pour ne pas perturber son frère) – « *... naturels... !* »)

... donc 4 ne le divise pas
5 le divise, ça fait 6
6 le divise, ça fait 5... j'ai l'impression de me répéter...
7 ... ne le divise pas, ça fait...
8 ...
(revenant sur terre et se tournant vers son frère) *et on continue jusqu'à 30 !* »

$\mathcal{T}$ – « *Ouais ! Il y a du travail ! Tu sais que tu peux gagner beaucoup de temps ! Il suffit d'exprimer 30 en produit de deux facteurs naturels et de toutes les façons possibles ! On trouve ainsi ses facteurs ou ses diviseurs deux par deux ! Regarde :*

$$\mathbf{30 = 1 \times 30 = 2 \times 15 = 3 \times 10 = 5 \times 6}$$

... et il est inutile de chercher plus loin !

1, 30, 2, 15, 3, 10, 5 et 6 sont les facteurs ou les diviseurs de 30 ! »

$\mathcal{T}^2$ (en lui-même) – « *Ces matheux... toujours la loi du moindre effort ... mais, ils n'ont peut-être pas tout à fait tort ! Pour de grands nombres, cela doit être efficace !* »

$\mathcal{T}$ (continuant superbement) – « *Maintenant je t'explique* premier. *Un nombre naturel (dorénavant je dirai nombre !) est premier s'il a exactement deux diviseurs. Donne-moi quelques exemples.* »

$\mathcal{T}^2$ – « *1...? Il n'a qu'un diviseur... ! (malicieux) Tiens ! Un premier qui n'est pas premier... !*

2... oui! ... 3... 5... 7... 11... 13... cela se complique un peu!»

$\mathcal{T}$ – « *Peux-tu maintenant décomposer 30 en un produit de facteurs premiers...?»*

$\mathcal{T}^2$ (très sûr de lui) – « $30 = 2 \times 3 \times 5$. *C'est enfantin quand tu expliques bien!»*

$\mathcal{T}$ (impatient) – « *Regarde les nombres des deux listes et leurs décompositions :*

Liste A	Liste B
$15 = 3 \times 5$	$8 = 2 \times 2 \times 2$
$25 = 5 \times 5$	$9 = 3 \times 3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$63 = 3 \times 3 \times 7$
$21 = 3 \times 7$	$30 = 2 \times 3 \times 5$
produit :	produit :
$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 7 =$	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 =$
$2^2 \times 3^3 \times 5^3 \times 7$	$2^4 \times 3^5 \times 5 \times 7$

Je pense que maintenant...»

$\mathcal{T}^2$ (très excité) – « *Attends! Laisse-moi achever! C'est lumineux!* (il ajoute, mort de rire) *Il suffit de bien équilibrer les facteurs...!*

Je termine : des facteurs 2 et 3 de B vers A... et des facteurs 5 de A vers B... il faut changer 30 et 25... et admire... j'écris les produits comme toi!

Liste A	Liste B
$15 = 3 \times 5$	$8 = 2 \times 2 \times 2$
$12 = 2 \times 2 \times 3$	$9 = 3 \times 3$
$21 = 3 \times 7$	$63 = 3 \times 3 \times 7$
$30 = 2 \times 3 \times 5$	$25 = 5 \times 5$
produit :	produit :
$2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$	$2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$

Finalement, c'est ce que j'avais également trouvé! Mais, moi, en plus, j'avais la valeur du produit...!»

$\mathcal{T}$ (mystérieux) - « *La nouvelle énigme, c'est moi qui vais te la poser!»*

Où il est question de régularité!

Les diviseurs d'un nombre tu organiseras

Logique et méthodique tu seras

Un schéma géométrique tu obtiendras

Un sentiment d'harmonie et de beauté t'envahira

$\mathcal{T}^2$ – « *Je vais devoir faire des choix...!*

On ne peut pas examiner tous les nombres...!

Aurais-je droit aux suggestions du chef?»

$\mathcal{T}$ (malicieux) – « *Je te conseille 10, 20, 36, 64, 30...! Ensuite, tu pourras même entreprendre un classement des nombres...!»*

Ami lecteur, peux-tu aider $\mathcal{T}^2$ à accomplir cette mission?

à suivre

Rallye problèmes

C. Festraets

Voici les problèmes 7, 8 et 9 de la deuxième étape ainsi que les solutions des problèmes 4 à 6. Il n'est pas obligatoire d'avoir participé à la première étape du rallye pour participer aux suivantes.

Présentez soigneusement vos solutions en respectant les instructions données dans le numéro précédent de Math-Jeunes-Junior, n'oubliez pas d'affranchir suffisamment vos lettres et envoyez-les à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, au plus tard pour le 15 mai 2003. La liste des gagnants du rallye 2002/2003 paraîtra dans le premier numéro de MJJ de la prochaine année scolaire.

7. Puits cylindrique

D'un puits cylindrique de 1m de diamètre, on extrait 10 seaux d'eau. La capacité du seau est de 11 litres. De combien de centimètres le niveau du puits va-t-il descendre ?

8. Petite manifestation

A cette manifestation, il y a moins de 5000 personnes. Si on les range par 10, il manquera une personne. Si on les range par 9, il en manquera une aussi. Par 8, de même. Par 7, de même. Par 6, de même. Par 5, de même. Par 4, de même. Par 3, de même. Et enfin par 2, de même. Combien peut-il y avoir de participants à cette manifestation ?

9. Que de milieux !

$ABCD$ est un quadrilatère quelconque. E est le milieu de $[AB]$, F est le milieu de $[CD]$, G est le milieu de $[AC]$, H est le milieu de $[BD]$ et I est le milieu de $[GH]$. Démontre que I est le milieu de $[EF]$

Solutions des problèmes parus dans *Math-Jeunes Junior* n°104

4. Prix du GSM

Rappel de l'énoncé :

Le 1er janvier, le prix de mon GSM augmentait de 10%. Aujourd'hui, son dernier prix baisse de 5%. Calcule le pourcentage d'augmentation du prix actuel par rapport à celui d'avant le 1er janvier.

Solution

Soit x le prix de mon GSM avant le 1er janvier.

Au 1er janvier ce prix devient : $x + 10\%$ de $x = x(1+\frac{10}{100}) = 1,1x$

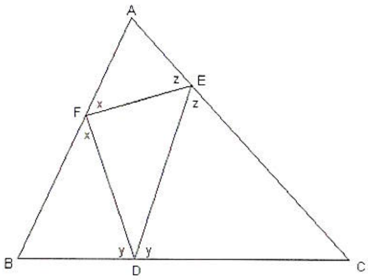
Aujourd'hui ce dernier prix devient : $1,1x - 5\%$ de $1,1x = 1,1x(1-\frac{5}{100}) = 1,045x$

Comme $1,045x = x + 4,5\%$ de x, on peut affirmer que le prix actuel de mon GSM est 4,5% plus cher que celui d'avant le 1er janvier.

5. Calcul d'angles

Rappel de l'énoncé :

Dans le triangle ABC, les points D, E et F sont sur les côtés BC, CA et AB respectivement et tels que $\widehat{AFE} = \widehat{BFD}$, $\widehat{BDF} = \widehat{CDE}$ et $\widehat{CED} = \widehat{AEF}$. Prouver que $\widehat{BDF} = \widehat{BAC}$.



Solution

Posons $x = \widehat{AFE} = \widehat{BFD}$, $y = \widehat{BDF} = \widehat{CDE}$ et $z = \widehat{CED} = \widehat{AEF}$. On a alors

$\widehat{FAE} = 180° - x - z$

$\widehat{FBD} = 180° - x - y$

$\widehat{ECD} = 180° - y - z$

Additionnons ces trois égalités : $180° = 540° - 2x - 2y - 2z$, d'où $x + y + z = 180°$.

Dans le triangle FAE : $\widehat{FAE} + x + z = 180° = x + y + z$, d'où $\widehat{FAE} = y$ et donc $\widehat{BAC} = \widehat{BDF}$.

6. Que de chiffres !

Rappel de l'énoncé :

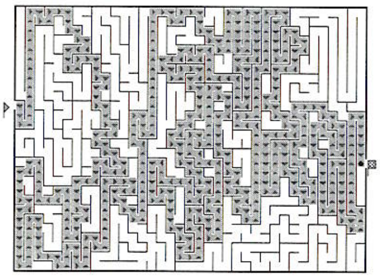
On peut écrire la fraction $\frac{1}{70}$ au moyen d'un nombre infini de chiffres décimaux : $\frac{1}{70} = 0,0a_1a_2a_3....$ Que vaut le chiffre a_{2003} ?

Solution

$\frac{1}{70} = 0,0142857142857142857...$, c'est un nombre décimal périodique et la période 142857 comporte 6 chiffres. $2003 = 333 \times 6 + 5$, donc a_{2003} est le 5ème chiffre de la période, c'est-à-dire 5.

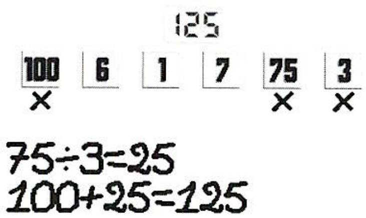
Solutions des jeux

1. Labyrinthe



2. Le compte est bon

Voici la solution la plus simple, mais il y en a peut-être d'autres.



3. Anagrammes

TARIFIER	CRATERE	FILATURE	GRAMINEE
RATIFIER	ECARTER	FILATEUR	GERMAINE
TERRIFIA	RECREAT	FLEURAIT	GEMINERA
	RETRACE	FLUERAIT	MANGERIE
		FLUTERAI	MARGINEE
		REFLUAIT	

4. Nombres croisés

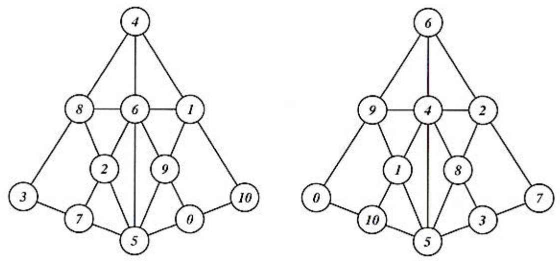
	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	2	3	6	6	■	3	2
B	2	0	0	0	■	1	0	0
C	3	1	4	1	5	■	3	4
D	4	■	0	■	0	0	■	2
E	5	9	■	7	0	1	1	0
F	6	9	5	7	■	2	1	4

5. Mot caché

Le mot restant est « FLAUBERT ».

6. Magigramme

Voici 2 solutions possibles :



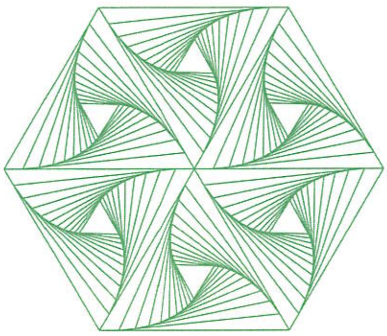
7. Pour les pongistes !

La réponse est $\frac{99}{100}$

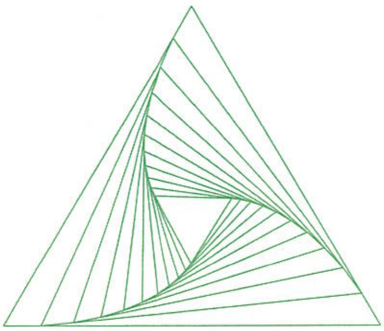
Des polygones et des rosaces

G. Noël

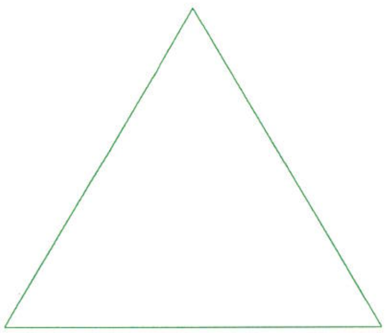
Examinons ensemble la figure suivante :



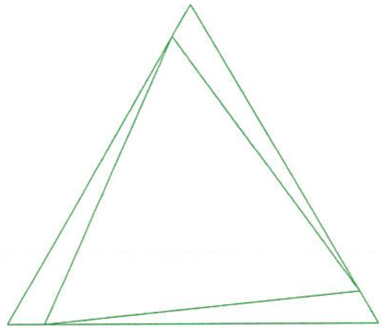
Vous avez reconnu une rosace d'ordre 6 : elle est appliquée sur elle-même par une rotation de 60°. Isolons son motif :



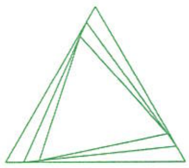
Voyez-vous comment nous l'avons obtenu ? Un grand triangle équilatéral est d'abord dessiné.

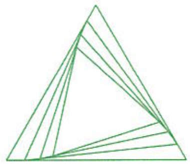


On choisit un sens de parcours de ses côtés. Un second triangle équilatéral est obtenu en joignant les points situés au dixième des côtés du premier triangle. (Voyez-vous pourquoi il est aussi équilatéral ?)

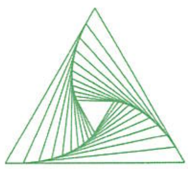


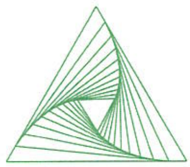
D'autres triangles équilatéraux s'obtiennent de la même façon, chacun à partir du précédent.



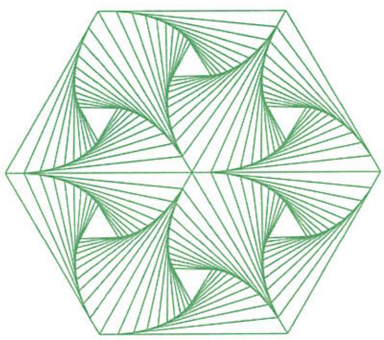


Nous pouvons imbriquer de cette façon autant de triangles que nous le voulons. Nous aurions pu choisir le sens de parcours opposé. Le motif obtenu est alors symétrique du précédent.

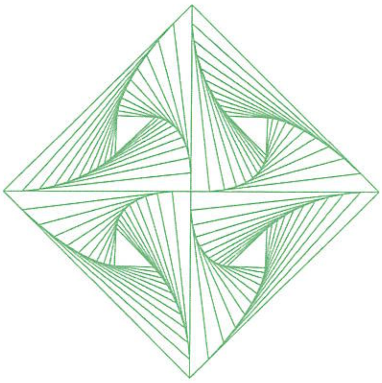




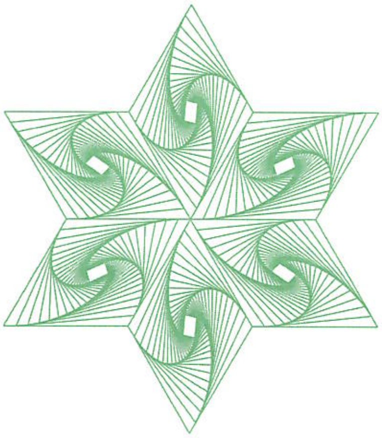
En alternant les deux motifs symétriques, nous obtenons une rosace qui n'est plus que d'ordre 3, mais qui possède trois axes de symétrie :



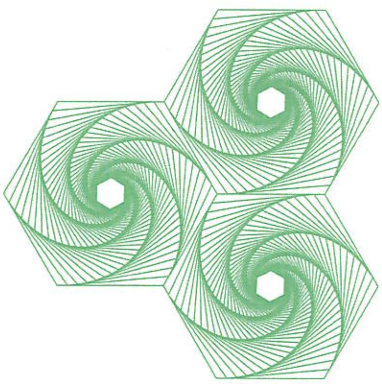
Rien ne nous oblige à utiliser un triangle équilatéral. Pourquoi pas un triangle rectangle isocèle ? (Les triangles emboîtés dans un motif sont-ils tous rectangles et isocèles ?)



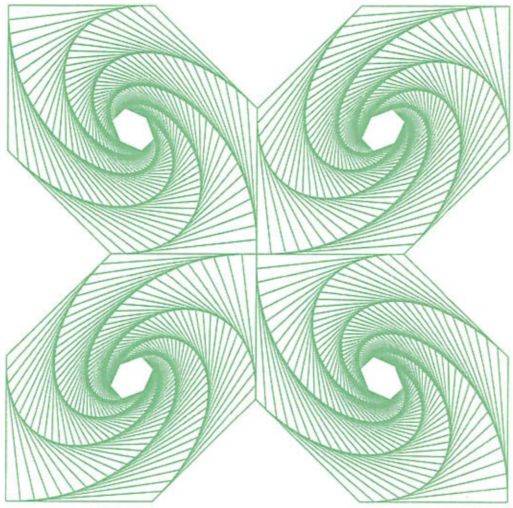
Rien ne nous oblige non plus à utiliser des triangles. Pourquoi pas des losanges ?

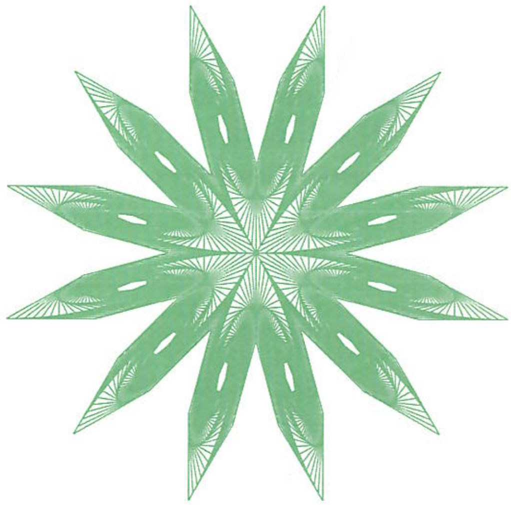


Ou encore des hexagones :

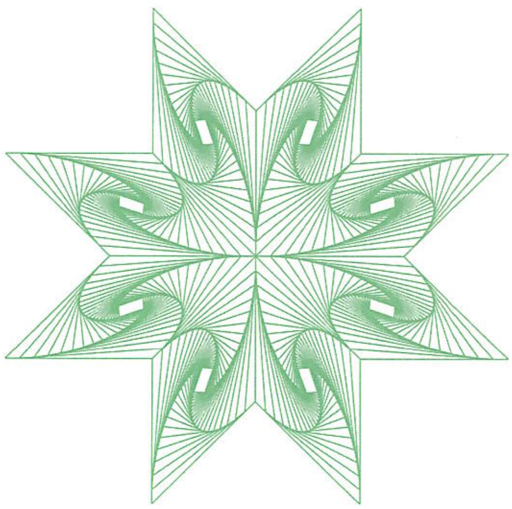


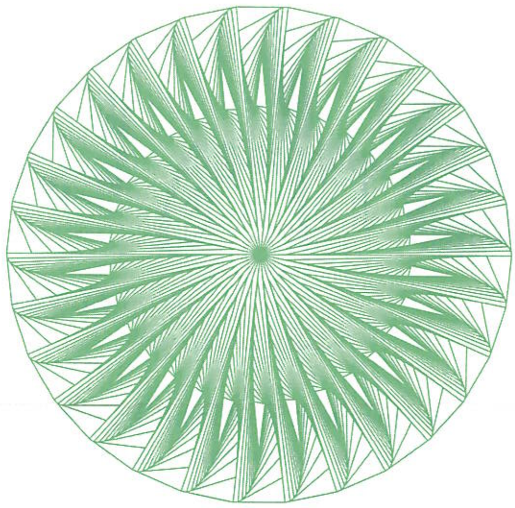
En variant les angles des triangles, losanges ou hexagones, les angles des rotations qui conservent la rosace changeront aussi. Nous pouvons aussi décider que la rosace admet ou n'admet pas d'axes de symétrie. De cette façon, nous pouvons réaliser de nombreuses figures différentes. En voici quelques exemplaires :

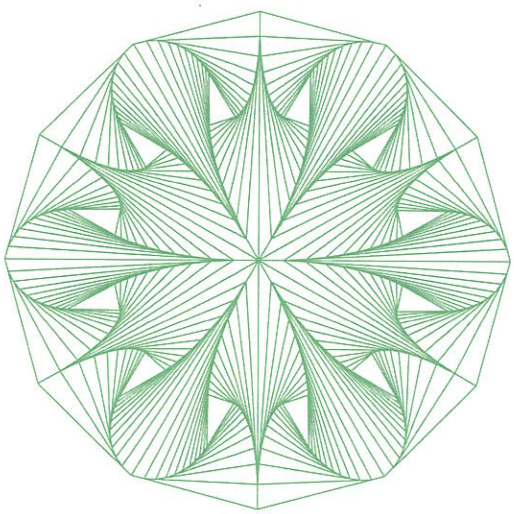


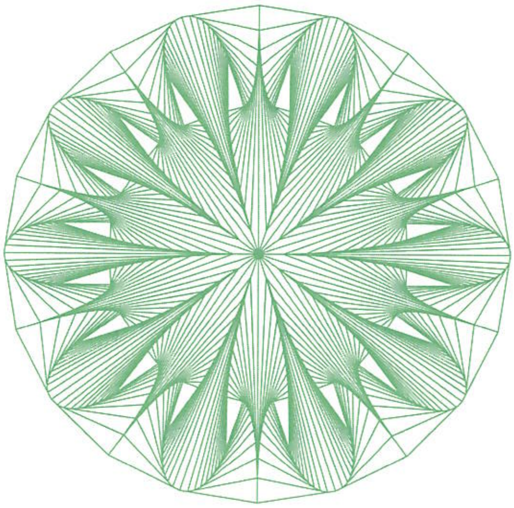


Pour chacune de ces rosaces, pouvez-vous déterminer quel en est le motif, et quels en sont les éléments de symétrie : quelles rotations conservent la rosace, quels sont les axes de symétrie ?









Si vous êtes amateur d'informatique, vous pouvez sans trop de peine dessiner toutes ces rosaces. Les dessins qui ornent ce *Math-Jeunes* ont été réalisés en `Postscript`, mais en s'inspirant des techniques de programmation en `Logo`. Certains d'entre vous connaissent ce langage qui permet de piloter une « tortue ». Bien d'autres langages ayant des instructions graphiques adéquates pourraient être utilisés.

Pour les « mordus » qui ont déjà quelques connaissances en `Logo`, voici les procédures permettant de dessiner les rosaces à motifs triangulaires, transposées en `WINLOGO` et précédées de quelques explications :

Le programme principal est `ROSACE`. Il admet deux paramètres : `:N`, l'ordre de la rosace et `:S` qui vaut 1 si la rosace ne doit pas comporter d'axes de symétries, 0 dans le cas contraire. Quand on lance `ROSACE`, l'ordinateur teste si `:S` vaut 1 ou non et selon le cas, exécute `:N` fois soit le dessin d'un motif, soit le dessin d'un motif et du motif symétrique.

Le dessin d'un motif (ou de son symétrique) est réalisé par la procédure `MOTIFTRI`. Selon que le premier paramètre `:E` vaut 1 ou -1, les côtés des triangles seront parcourus dans le sens trigonométrique ou dans le sens opposé (si `:E = -1`, l'instruction `TG :A* :E` provoque un virage à droite plutôt qu'un virage à gauche). On dessine d'abord le triangle extérieur, ensuite une série de dix triangles emboîtés, déterminés à l'aide de `SUBDIVISER` (qui calcule les coordonnées des sommets du nouveau triangle) et `TRIANGLE` (qui le dessine).

La dernière routine est un peu plus technique : `DIXIEME` détermine le point situé au dixième d'un segment. Elle est basée sur le fait que si le point p est au dixième du segment $[ab]$ (à partir de a), alors

$$\begin{cases} x_p = \frac{9}{10}x_a + \frac{1}{10}x_b \\ y_p = \frac{9}{10}y_a + \frac{1}{10}y_b \end{cases}$$

```
POUR TRIANGLE
FPOS :P1
FPOS :P2
FPOS :P3
FPOS :P1
FIN
```

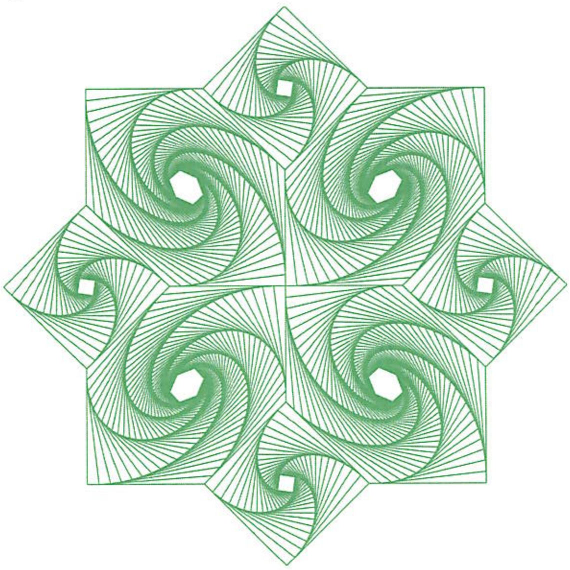
```
POUR MOTIFTRI :E :NN
DONNE "A 90 + 180/ :NN
DONNE "P1 POS
AV :L
TG :A* :E
DONNE "P2 POS
```

```
AV 2* :L*SIN (180/ :NN)
TG - :A* :E
DONNE "P3 POS
FPOS :P1
REPETE 10 [ SUBDIVISER TRIANGLE]
FIN

POUR ROSACE :N :S
VE
SI :S = 1 [REPETE :N [DONNE "DIR CAP MOTIFTRI 1 :N LC
ORIGINE FCAP :DIR BC TG 360/ :N]] [REPETE :N [DONNE
"DIR CAP MOTIFTRI 1 2* :N LC ORIGINE FCAP :DIR BC
MOTIFTRI -1 2* :N LC ORIGINE FCAP :DIR BC TG 360/ :N]]
FIN

POUR DIXIEME :X :Y
RENDS LISTE 0.9*(PREMIER :X) + 0.1*(PREMIER :Y)
0.9*(DERNIER :X) + 0.1*(DERNIER :Y)
FIN

POUR SUBDIVISER
DONNE "P0 :P1
DONNE "P1 DIXIEME :P1 :P2
DONNE "P2 DIXIEME :P2 :P3
DONNE "P3 DIXIEME :P3 :P0
FIN
```

Il suffit de donner à `:L` une valeur puis d'exécuter `ROSACE 10 0` pour obtenir la dernière des figures précédentes.

Pouvez-vous modifier le programme ci-dessus pour dessiner les rosaces dont les motifs sont des losanges ou des hexagones ?

Et pouvez-vous réaliser la rosace suivante :



Olympiades

C. Festraets

Vous avez sûrement participé à l'éliminatoire et peut-être à la demi-finale de l'Olympiade Mathématique Belge. C'est un grand jeu qui vous intéresse et vous amuse. Pour prolonger cet intérêt et vous exercer en prévision de votre prochaine participation, voici quelques-unes des questions posées à l'éliminatoire 2003. Essayez de les résoudre sans regarder la solution.

Les grilles des réponses de toutes les questions de l'éliminatoire se trouvent à la page 26.

Mini 7 et midi 1

$0,02^3 - 0,003^2 =$

(A) 0 **(B)** 0,054 **(C)** 0,071 **(D)** 0,000001 **(E)** -0,000001

Solution

$0,02^3 - 0,003^2 = \left(\frac{2}{100}\right)^3 - \left(\frac{3}{1000}\right)^2 = \frac{8}{1000000} - \frac{9}{1000000} = -\frac{1}{1000000} = -0,000001$

La réponse est donc **E**.

Mini 14

$2003-(2002-2001)-(2001-2000)-(2000-1999)-\cdots-(2-1)=$

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 1001 **(D)** 2002 **(E)** un autre nombre que les précédents

Solution

Dans l'expression donnée, enlevons les parenthèses, on obtient :

$2003-2002+2001-2001+2000-2000+1999-1999+1998-\cdots-3+2-2+1$

Tous les termes se simplifient deux à deux, sauf les deux premiers et le dernier, ce qui nous donne : $2003-2002+1=2$. La réponse est **B**.

Mini 19 et midi 7 – *Sans réponse préformulée*

Que vaut la somme des 25 premiers nombres naturels impairs ?

Solution

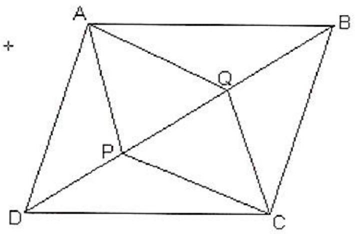
$1+3+5+7+\cdots+47+49 = \frac{25(1+49)}{2} = \frac{25.50}{2} = 25.25 = 625$

Mini 21

L'aire d'un parallélogramme $ABCD$ vaut 60 cm^2 ; les points P et Q divisent la diagonale $[BD]$ en trois segments de même longueur. Que vaut l'aire du quadrilatère $APCQ$?

(A) 12 cm^2 **(B)**18 cm^2 **(C)** 20 cm^2 **(D)** 24 cm^2 **(E)** 30 cm^2

Solution

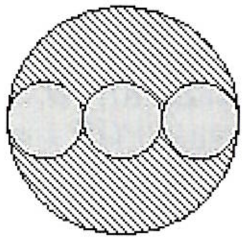


Les triangles ADP, APQ et AQB ont même hauteur issue de A et leurs bases $[DP]$, $[PQ]$, $[QB]$ ont même longueur, donc ces trois triangles ont même aire et cette aire vaut le tiers de l'aire du triangle ADB. Or l'aire du triangle ADB vaut la moitié de l'aire du parallélogramme $ABCD$. D'où l'aire du triangle APQ est le sixième de l'aire du parallélogramme $ABCD$, soit 10 cm^2.

Un raisonnement analogue nous montre que l'aire du triangle CPQ vaut aussi 10 cm^2. Et donc l'aire du quadrilatère $APCQ$ est de 20 cm^2. La réponse est **C**.

Mini 27 et midi 11

Sur la figure ci-dessous, les trois cercles ombrés ont le même rayon et leurs centres appartiennent à un même diamètre du grand cercle ; de plus les deux petits cercles latéraux sont tangents au cercle central et au grand cercle. Quel est le rapport de l'aire de la surface ombrée à celle de la surface hachurée ?



(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{5}{9}$ **(D)** $\frac{2}{3}$ **(E)** 1

Solution

Soit R le rayon du grand cercle, le rayon de chacun des petits cercles est alors $\dfrac{R}{3}$.

L'aire du grand cercle vaut πR^2, l'aire de chacun des petits cercles vaut $\pi\left(\dfrac{R}{3}\right)^2 = \dfrac{1}{9}\pi R^2$.

L'aire de la surface ombrée, c'est-à-dire l'aire totale des trois petits cercles est donc $\dfrac{1}{3}\pi R^2$ et l' aire de la surface hachurée, c'est-à-dire l'aire du grand cercle moins l'aire des trois petits cercles vaut $\pi R^2 - \dfrac{1}{3}\pi R^2 = \dfrac{2}{3}\pi R^2$.

Le rapport de l'aire de la surface ombrée à celle de la surface hachurée est égale à $\dfrac{\frac{1}{3}\pi R^2}{\frac{2}{3}\pi R^2} = \dfrac{1}{2}$.

La réponse est **B**.

Mini 28 – *Sans réponse préformulée*

Dans un groupe de 50 jeunes, 18 d'entre eux portent des lunettes ; 14 sont des filles qui ne portent pas de lunettes et 31 sont des garçons.

Combien y a-t-il de garçons qui portent des lunettes ?

Solution

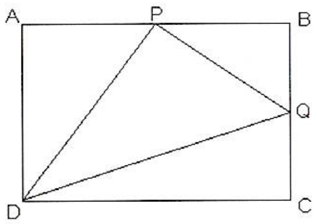
Parmi les 50 jeunes, 31 sont des garçons, donc il y a $50 - 31 = 19$ filles. Parmi ces 19 filles, 14 ne portent pas de lunettes, d'où il en reste 5 qui portent des lunettes. En tout, 18 jeunes portent des lunettes et 5 d'entre eux sont des filles ; il y a donc 13 garçons qui portent des lunettes.

Mini 29 et midi 12

Si P et Q sont les milieux des côtés $[AB]$ et $[BC]$ d'un rectangle $ABCD$, alors le rapport de l'aire du triangle PQD à celle du triangle ABC est égal à

(A) $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{3}{8}$ **(C)** $\frac{1}{2}$
(D) $\frac{5}{8}$ **(E)** $\frac{3}{4}$

Solution



Désignons par **A** l'aire du rectangle $ABCD$.

L'aire du triangle ABC est égale à $\frac{1}{2}\mathbf{A}$.

Les aires des triangles APD, PBQ et CQD sont respectivement égales à $\frac{1}{4}\mathbf{A}$, $\frac{1}{8}\mathbf{A}$ et $\frac{1}{4}\mathbf{A}$; donc l'aire du triangle PQD vaut $\mathbf{A}-\frac{1}{4}\mathbf{A}-\frac{1}{8}\mathbf{A}-\frac{1}{4}\mathbf{A} = \mathbf{A}-\frac{5}{8}\mathbf{A} = \frac{3}{8}\mathbf{A}$.

Le rapport de l'aire du triangle PQD à celle du triangle ABC vaut $\frac{\frac{3}{8}\mathbf{A}}{\frac{1}{2}\mathbf{A}} = \frac{3}{4}$. La réponse est **E**.

Mini 30

Dans une certaine population, 80 % des personnes ont été vaccinées contre la grippe. Lors d'une épidémie de grippe, 20 % de la population a été malade alors que seulement 10 % des vaccinés ont contracté la maladie.

Quelle est la proportion des personnes non vaccinées qui ont eu la grippe ?

(A) 80 % **(B)** 60 % **(C)** 50 %
(D) 30 % **(E)** 20 %

Solution

Les personnes vaccinées qui ont eu la grippe représentent 10 % de 80 % de la population totale, soit 8 % de cette population. Comme 20 % de la population a été malade, les personnes non vaccinées qui ont eu la grippe représentent (20-8) % = 12 % de la population.

Or 20 % de la population n'a pas été vaccinée, donc la proportion de personnes non vaccinées ayant eu la grippe vaut $\frac{12\%}{20\%} = \frac{6}{10} = 60\%$. La réponse est **B**.

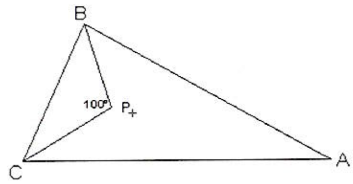
Midi 13

Dans un triangle ABC, les bissectrices intérieures issues des sommets B et C forment un angle de 100°.

Que vaut l'angle de sommet A de ce triangle ?

(A) 15° **(B)** 20° **(C)** 25°
(D) 30° **(E)** 40°

Solution



Dans le triangle BPC, la somme des angles vaut 180° : $\frac{B}{2} + \frac{C}{2} + 100° = 180°$; d'où $B + C = 2 \times 80° = 160°$ et $A = 180° - B - C = 180° - 160° = 20°$. La réponse est **B**.

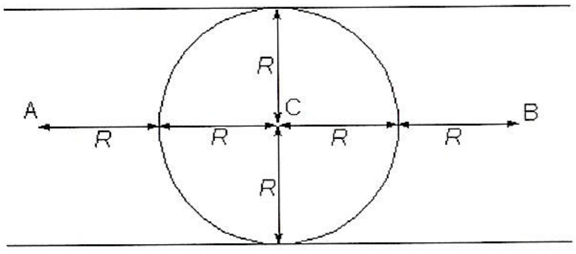
Midi 15 – *Sans réponse préformulée*

Combien y a-t-il de points équidistants d'un cercle et de deux droites parallèles, tangentes à ce cercle ?

Solution

Soit R le rayon du cercle. La distance entre les deux tangentes parallèles est alors $2R$ et tout point équidistant à la fois du cercle et des deux tangentes se trouve donc à une distance R de chacune de ces trois lignes.

La figure ci-dessous montre qu'il n'y a que trois positions possibles en A, B ou C.



La réponse est donc 3.

Midi 17

Le tableau ci-dessous comporte 2003 lignes, composées uniquement avec les nombres 2 et -2.

Chaque ligne comporte un élément de plus que la précédente, commence par 2, puis alterne les 2 et -2.

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 2 & & & & \\ & & & 2 & & -2 & & & \\ & & 2 & & -2 & & 2 & & \\ & 2 & & -2 & & 2 & & -2 & \\ 2 & & -2 & & 2 & & -2 & & 2 \\ & \dots & & & \dots & & & \dots & \end{array}$$

Quelle est la somme des nombres qui remplissent le tableau ?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 2002 **(D)** 2004 **(E)** 4004

Solution

Dans chaque ligne de rang pair, il y a autant de 2 que de -2, la somme des éléments de toutes les lignes de rang pair est donc 0.

Dans chaque ligne de rang impair, la somme des éléments est 2 et la somme des éléments de toutes les lignes de rang impair est 2 fois le nombre de ces lignes.

Combien y a-t-il de lignes de rang impair ? Ce sont les lignes 1, 3, 5, ..., 2003, il y en a 1002.

La somme des éléments de toutes les lignes de rang impair vaut donc $2 \times 1002 = 2004$ et c'est aussi la somme de tous les nombres du tableau. La réponse est **D**.

Midi 18

Partant de la fraction $\frac{1}{x}$, on exécute trois fois de suite la substitution qui consiste à remplacer x par $1 + \frac{1}{x}$. Quelle fraction obtient-on finalement ?

(A) $\frac{2x+1}{3x+2}$ **(B)** $\frac{2x+1}{3x+4}$ **(C)** $\frac{5}{3x+4}$ **(D)** $\frac{5x+1}{x+1}$ **(E)** $\frac{5}{x}$

Solution

1$^{\text{er}}$ remplacement : $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x}{x+1}$

2$^{\text{e}}$ remplacement : $\frac{1+\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}+1} = \frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{2x+1}{x}} = \frac{x+1}{2x+1}$

3$^{\text{e}}$ remplacement : $\frac{1+\frac{1}{x}+1}{2(1+\frac{1}{x})+1} = \frac{2+\frac{1}{x}}{3+\frac{2}{x}} = \frac{\frac{2x+1}{x}}{\frac{3x+2}{x}} = \frac{2x+1}{3x+2}$

La réponse est **A**.

Midi 24 – *Sans réponse préformulée*

Dans un triangle acutangle (triangle dont tous les angles sont aigus), le plus petit des trois angles vaut le sixième du plus grand ; de plus, la mesure en degrés de chacun des angles du triangle est un nombre entier.

Quelle est alors la mesure (en degrés) de la somme des deux plus grands de ces angles ?

Solution

Désignons par x le plus petit des trois angles, le plus grand est alors $6x$ et le troisième angle vaut $180° - 7x$.

On a : $x < 180° - 7x < 6x < 90°$.

L'inégalité $180° - 7x < 6x$ est équivalente à $13x > 180°$, d'où $x > 13°,84...$ et comme la mesure de x est un nombre entier, la plus petite valeur possible pour x est $14°$.

De l'inégalité $6x < 90°$, on tire $x < 15°$.

La seule valeur possible pour x est donc $14°$ et la somme des deux autres angles est $166°$. La réponse est donc 166.

Midi 28

Combien y a-t-il de couples d'entiers (a, b) tels que $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{12}$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 11 **(E)** 13

Solution

On sait déjà que a et b sont des entiers positifs inférieurs ou égaux à 12 et qu'ils ne peuvent être simultanément carrés parfaits car sinon $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ est un entier et n'est pas égal à $\sqrt{12}$.

Elevons au carré l'égalité donnée.

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{12} \Leftrightarrow a + b + 2\sqrt{ab} = 12$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{ab} = 6 - \frac{a+b}{2}$$

De cette nouvelle égalité, on peut déduire que $a+b$ doit être pair et que ab doit être un carré parfait strictement inférieur à 36. Les valeurs possibles pour ab sont donc 0, 1, 4, 9, 16 et 25.

Si $ab = 0$, alors $(a, b) = (0, 12)$ ou $(a, b) = (12, 0)$.

Si $ab = 1$, alors a et b valent 1 et sont carrés parfaits, ce qui ne convient pas.

Si $ab = 4$, alors $(a, b) = (1, 4)$ ou $(a, b) = (4, 1)$ ou $(a, b) = (2, 2)$, les deux premières valeurs sont à rejeter car a et b sont carrés parfaits ; la troisième valeur aussi car $\sqrt{4} \neq 6 - \dfrac{2+2}{2} = 4$.

Si $ab = 9$, alors $(a, b) = (1, 9)$ ou $(a, b) = (9, 1)$ ou $(a, b) = (3, 3)$; les deux premières valeurs sont à rejeter car a et b sont carrés parfaits ; la troisième valeur convient : $\sqrt{3.3} = 3 = 6 - \dfrac{3+3}{2}$.

Si $ab = 16$, alors $(a, b) = (1, 16)$ ou $(a, b) = (16, 1)$ ou $(a, b) = (4, 4)$ ou $(a, b) = (2, 8)$ ou $(a, b) = (8, 2)$; les trois premières valeurs sont à rejeter car a et b sont carrés parfaits ; les deux dernières ne conviennent pas non plus car $\sqrt{2.8} = 4 \neq 6 - \dfrac{2+8}{2} = 1$.

Si $ab = 25$, alors $(a, b) = (1, 25)$ ou $(a, b) = (25, 1)$ ou $(a, b) = (5, 5)$; les deux premières valeurs sont à rejeter car a et b sont carrés parfaits ; la troisième ne convient pas non plus car $\sqrt{5.5} = 5 \neq 6 - \dfrac{5+5}{2} = 1$.

Il y a donc trois couples satisfaisant l'égalité donnée : $(0, 12)$, $(12, 0)$ et $(3, 3)$. La reponse est **C**.

Midi 30 – *Sans réponse préformulée*

Quel est le nombre entier N à trois chiffres différents, si la somme de tous les nombres à deux chiffres formés avec deux chiffres distincts de N vaut le double de N ?

Solution

Posons $N = \overline{abc} = 100a + 10b + c$.

Les nombres formés avec deux chiffres distincts de N sont $\overline{ab} = 10a + b$, $\overline{ba} = 10b + a$, $\overline{ac} = 10a + c$, $\overline{ca} = 10c + a$, $\overline{bc} = 10b + c$ et $\overline{cb} = 10c + b$. Leur somme est égale à $22a+22b+22c$ et vaut $2N$, on a donc l'égalité :

$11a + 11b + 11c = 100a + 10b + c$

D'où $89a - b - 10c = 0$.

Mais a, b et c sont des chiffres, les seules valeurs qui vérifient l'égalité précédente sont $a = 1$, $b = 9$ et $c = 8$. Le nombre cherché est 198.

Grille des réponses de l'éliminatoire mini

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	B	E	B	B	D	E	B	E	A	D	12	C	B	E
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	E	C	625	D	C	A	B	A	52	C	B	13	E	B

Grille des réponses de l'éliminatoire midi

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
E	13	D	B	C	E	625	A	E	C	B	E	B	C	D
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	A	B	B	D	A	C	166	A	C	D	C	D	198

Errata

Deux erreurs se sont glissées dans la rubrique « olympiades » du numéro 103 :

Question 8 : la diagonale du carré mesure évidemment 20m et non 20cm !

Question 9 : la réponse est 368 et non 168 qui est la réponse à la question 13.

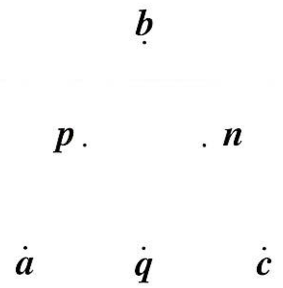
Merci à Monsieur Marc Dubois de Mons qui nous a aimablement signalé ces deux coquilles !

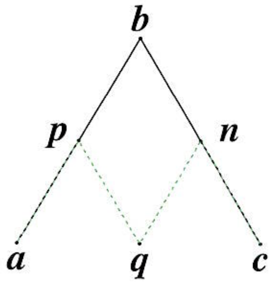
Longueurs, aires et bizarreries

Y. Noël-Roch

1. Des lignes brisées

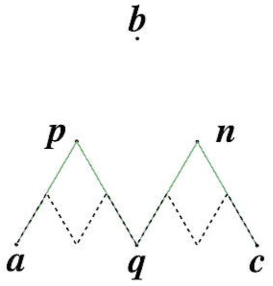
abc est un triangle équilatéral
p est le milieu de $[ab]$
n est le milieu de $[bc]$
q est le milieu de $[ac]$

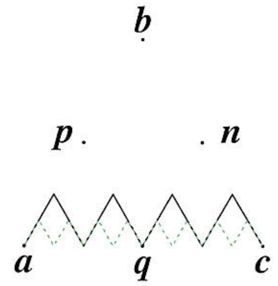




Compare les longueurs des lignes brisées abc et $apqnc$

... et recommence : sur chacune des deux figures suivantes, compare les longueurs des lignes brisées de couleurs différentes.





Leurs longueurs

Point n'était besoin de fixer une longueur de $[ab]$ pour arriver à la conclusion que les lignes brisées abc, $apqnc$... et toutes les suivantes ont la même longueur.

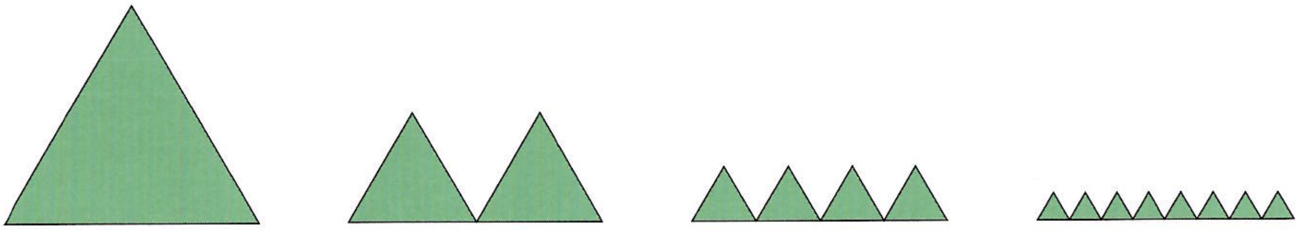
N'en croyons pas nos yeux !

Choisissons pourtant la longueur de $[ab]$ comme unité. Toutes les lignes brisées sont alors de longueur 2. Cependant, nos yeux nous font percevoir ces lignes brisées « s'écrasant » sur le segment $[ac]$ qui, lui, est de longueur 1.

Moralité : Une ligne brisée avec un très grand nombre de côtés minuscules n'est pas un segment !

Et les aires ?

Nous considérons cette fois, à chaque étape, l'aire de la surface entourée par le segment $[ac]$ et la ligne brisée.



A_1 A_2 A_3 A_4

Nous te laissons le choix des moyens pour justifier que $A_2 = \dfrac{A_1}{2}$.

A chaque étape, le processus se répète et l'aire de la nouvelle surface colorée vaut la moitié de l'aire précédente.

Si tu connais le théorème de Pythagore, tu peux trouver $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ comme valeur exacte de l'aire A_1. Sinon, tu peux partir de la valeur approchée $0,433$.

Aire de	Valeur exacte	Une valeur approchée
A_1	$\dfrac{\sqrt{3}}{4} \simeq 0,433012702$	$0,433$
A_2	$\dfrac{\sqrt{3}}{8} \simeq 0,216506351$	$0,2165$
A_3	$\dfrac{\sqrt{3}}{16} \simeq 0,108253175$	$0,10825$
A_4	$\dfrac{\sqrt{3}}{32} \simeq 0,0541265875$	$0,054125$
...	...	...

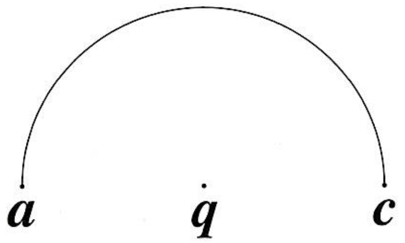
En utilisant ta calculatrice, tu peux par exemple chercher à partir de quelle étape l'aire sera inférieure à $0,0001$ ... ou à tout autre nombre que tu choisiras.

Quel que soit le nombre choisi, tu peux arriver à une aire inférieure à ce nombre : l'aire tend vers zéro.

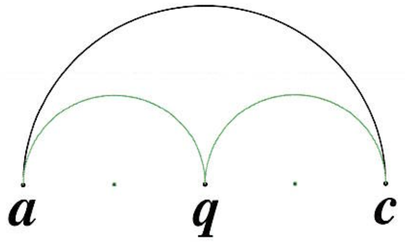
En conclusion : Avec la même corde de longueur $1 + 2 = 3$, tu peux construire

- un cercle de longueur 3, donc de rayon $\frac{3}{2\pi}$, donc d'aire $\pi(\frac{3}{2\pi})^2 = \frac{9}{4\pi}$, soit environ $0,716$,
- un triangle équilatéral d'aire approximative $0,433$,
- une espèce de lame de scie d'aire aussi petite que tu veux... à condition d'y mettre assez de dents,
- et bien d'autres formes géométriques ayant des aires intermédiaires, mais tu n'en trouveras aucune ayant une aire supérieure à celle du disque !

2. Des demi-cercles

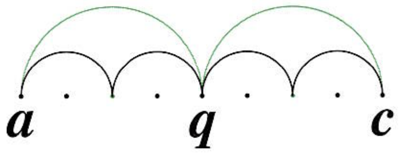


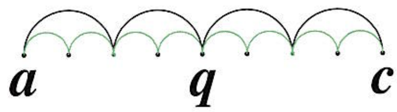
q est le milieu de $[ac]$
La courbe est un demi-cercle de centre q.



Compare la longueur de la courbe noire à la longueur totale des courbes vertes

... et recommence : sur chacune des deux figures suivantes, compare les longueurs des courbes de couleurs différentes.





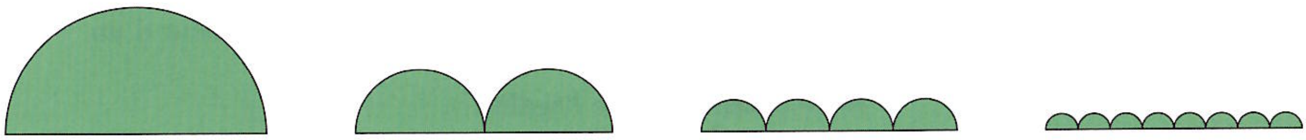
Nos yeux nous trompent encore !

Si nous décidons que la longueur de $[aq]$ vaut 1, les courbes noires et vertes obtenues successivement ont toutes comme longueur π. Comme les lignes brisées, les réunions de demi-cercles « collent » de plus en plus au segment $[ac]$ de longueur 2.

Moralité : Même lorsque nous ne pouvons plus discerner les demi-cercles, leur réunion n'est pas un segment !

Et les aires ?

Observons, aux différentes étapes, la zone entourée par le segment $[ac]$ et la réunion de demi-cercles.



A chaque étape, le rayon est divisé par 2, donc chaque demi-cercle a une aire qui vaut le quart d'un demi-cercle de l'étape précédente. Mais le nombre de demi-cercles a doublé. Nous nous touvons donc dans la même situation que pour les lignes brisées :

à chaque étape, l'aire est divisée par 2

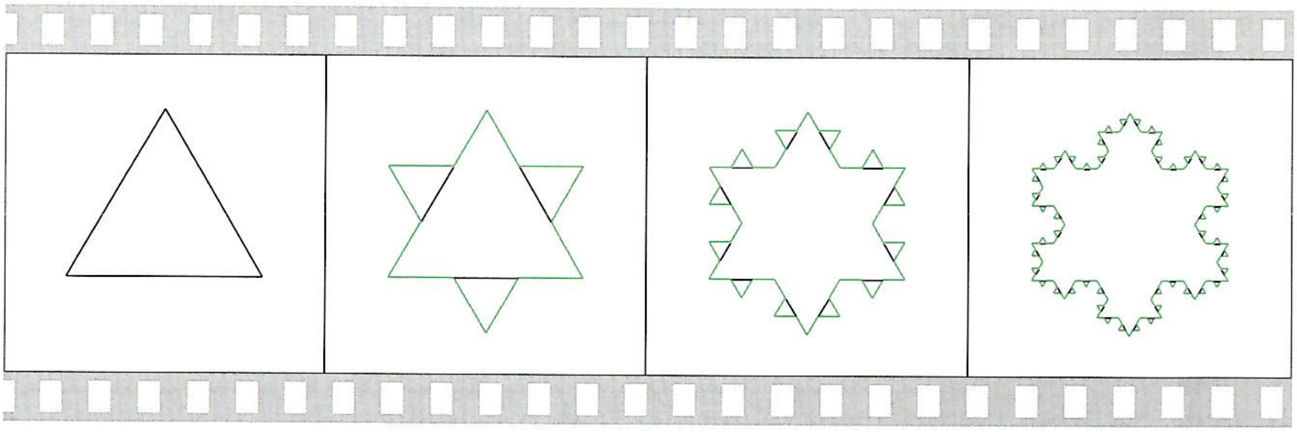
Partant de la longueur 1 pour $[aq]$, donc de l'aire $A_1 = \dfrac{\pi}{2}$ ou d'une valeur approximative $1,57$, nous pouvons voir à partir de quelle étape l'aire sera inférieure à $0,01$, à $0,0004$...

En conclusion : Avec une corde de longueur $2 + \pi$, nous pouvons entourer une surface d'aire aussi petite que nous voulons !

3. Le flocon de von Koch

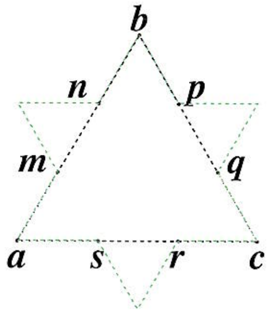
Helge von Koch est né à Stockolm en 1870 et y est mort en 1924. En 1906, il publie « *Une méthode géométrique élémentaire pour l'étude de certaines questions de la théorie des courbes planes* » qui assure sa célébrité. Il s'est aussi intéressé à la théorie des nombres premiers.

Sa construction



Analyse cette construction. Quel est le processus qui fait passer d'une image à la suivante ? Pour obtenir le flocon de von Koch, nous devons imaginer que nous répétons ce processus à l'infini.

Son périmètre



Comparons le « périmètre vert »au « périmètre noir ».
Chaque côté noir est remplacé par quatre côtés verts et la longueur d'un côté vert est le tiers de la longueur d'un côté noir.
Nous obtenons donc l'égalité

$$\text{« périmètre noir »} \times 4 \times \frac{1}{3} = \text{« périmètre vert »}$$

En passant de la deuxième à la troisième image du film ci-dessus, le processus est le même :

- le nombre de côtés est multiplié par 4,
- chaque « nouveau côté » vaut le tiers du « côté précédent ».

Ainsi, à chaque étape, la « nouveau périmètre »vaut $\frac{4}{3}\times$ « le périmètre précédent ». Cela s'écrit

$$p_{n+1} = \frac{4}{3} \times p_n$$

Si la longueur de $[ab]$ vaut 1, voici les valeurs des périmètres p_1, p_2 ...

	Nombre de côtés	Nombre de bourgeons	Périmètre de la figure
étape 1	3	0	3
étape 2	$3 \times 4 = 12$	3	$3 \times \frac{4}{3} = 4$
étape 3	$12 \times 4 = 48$	12	$4 \times \frac{4}{3} = 3 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} = 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{3}$
étape 4	...	...	$3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{9}$

Ainsi, en désignant par p_{n+1} le périmètre à la $n+1^{\text{e}}$ étape, tu peux écrire $p_{n+1} = 3 \times \left(\dfrac{4}{3}\right)^n$ ou encore $p_{n+1} = \dfrac{4^n}{3^{n-1}}$.

Mais ne t'inquiète pas si tu n'es pas à l'aise dans ces calculs avec des exposants. Voici un tableau que tu peux prolonger pour « sentir » ce qui se passe, à partir de valeurs approchées des périmètres :

p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	...
3	4	5,333	7,111	9,481	...

Cette fois le périmètre sera de plus en plus grand. Tu peux vérifier que le périmètre devient aussi grand que tu veux.

Le périmètre du flocon est infini.

Et son aire ?

Son aire est-elle aussi infinie ? Il n'en est rien, comme nous allons le voir.

Supposons, pour simplifier l'écriture des calculs, que l'unité d'aire est l'aire du triangle initial.

	Nombre de côtés	Nombre de bourgeons	Aire d'un bourgeon	Aire de la figure
étape 1	3	0		1
étape 2	$3 \times 4 = 12$	3	$\frac{1}{9}$	$1 + \frac{3}{9}$
étape 3	$12 \times 4 = 48$	12	$\frac{1/9}{9} = \frac{1}{9^2}$	$1 + \frac{3}{9} + \frac{12}{9^2}$
étape 4	...	...	...	

À chaque étape,

- chaque côté « bourgeonne » en 4 côtés. Le nombre de côtés est donc multiplié par 4,
- chaque « nouveau bourgeon » vaut $\frac{1}{9}$ du bourgeon précédent.

De sorte qu'à la n^{e} étape, l'aire de la figure vaut

$$1 + \frac{3}{9} + \frac{3 \times 4}{9^2} + \frac{3 \times 4^2}{9^3} + \cdots + \frac{3 \times 4^{n-2}}{9^{n-1}}$$

Pour obtenir le flocon, nous devons imaginer **ce procédé poursuivi à l'infini**. Ainsi, **l'aire du flocon** est donnée par la somme d'une infinité de termes

$$1 + \frac{3}{9} + \frac{3 \times 4}{9^2} + \frac{3 \times 4^2}{9^3} + \cdots$$

que nous pouvons écrire

$$1+\frac{3}{9}\left(1+\frac{4}{9}+\frac{4^2}{9^2}+\frac{4^3}{9^3}+\cdots\right)$$

Nous pouvons démontrer (voir l'encadré)

$$1+\frac{4}{9}+\frac{4^2}{9^2}+\frac{4^3}{9^3}+\cdots=\frac{9}{5}$$

Nous obtenons ainsi l'aire F du flocon (quand l'aire A du triangle initial vaut 1) :

$$F=1+\frac{3}{9}\times\frac{9}{5}=1+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}=1,6$$

Conclusion : Le flocon est entouré d'une corde de longueur infinie et son aire ne vaut « que » $1,6$ fois celle du triangle initial.

En désignant par a la somme

$$1+\frac{4}{9}+\frac{4^2}{9^2}+\frac{4^3}{9^3}+\cdots,$$

nous avons

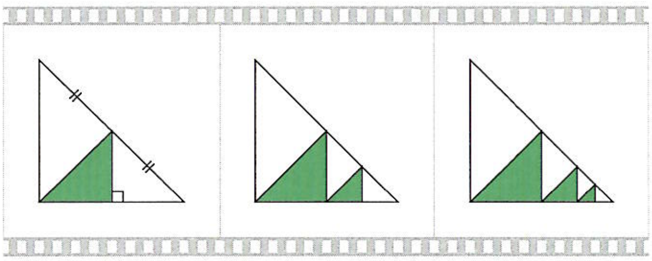
$$a=1+\frac{4}{9}+\frac{4^2}{9^2}+\frac{4^3}{9^3}+\cdots=1+\frac{4}{9}\left(1+\frac{4}{9}+\frac{4^2}{9^2}+\frac{4^3}{9^3}+\cdots\right)$$

Donc a est la solution de l'équation

$$a=1+\frac{4}{9}a$$

Ainsi $a=\dfrac{9}{5}$.

Somme à l'infini.



Si le grand triangle rectangle isocèle est d'aire 1, que valent les aires colorées dans les étapes successives ? Que vaut l'aire colorée si le processus est répété à l'infini ?

Aires aux trois premières étapes : $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{21}{64}$.
Aire à la n^e étape : $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\cdots+\frac{1}{4^n}$.
Lorsque le processus est infini : $\dfrac{1}{3}$.
Ces résultats restent-ils valables si le triangle est rectangle non isocèle ?
Peut-on modifier la construction pour les généraliser à un triangle quelconque ?

Math-Jeunes et Math-Jeunes Junior

Revues trimestrielles publiées par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Secrétariat : M.-C. Carruana, S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons, ☎-FAX 32-(0)65-373729, e-mail : sbpm@sbpm.be, URL : http://www.sbpm.be.

Tarifs

Les envois à destination de la Belgique sont d'office effectués au tarif non prioritaire.

Abonnements groupés (au moins 5)				
	Une des deux revues		Les **deux** revues	
	✉	✉̸	✉	✉̸
Belgique	3,80 €		6,60 €	
Europe	6 €	7,80 €	12,20 €	15,80 €
Autres pays	6,60 €	10 €	15,10 €	22,60 €

Abonnements individuels				
	Une des deux revues		Les **deux** revues	
	✉	✉̸	✉	✉̸
Belgique	5 €		10 €	
Europe	11,50 €	15,80 €	16,50 €	20,50 €
Autres pays	12,75 €	20,40 €	20 €	25 €

Légende : « prior »=✉̸, « non prior »=✉.

Trois numéros de chaque revue sont publiés annuellement. Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et leur prix selon votre localisation, adressez-vous au secrétariat.

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- ☞ pour la Belgique : par virement au Compte n°000-0728014-29 de *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- ☞ pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- ☞ pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n°IBAN: BE 26 0000 7280 1429 BIC: BPOTBEB1 au nom de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Les personnes résidant à l'étranger qui ne peuvent faire un virement à ce compte sont invitées à envoyer un mandat postal international. Tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 12,50 € pour frais d'encaissement.

Éditeurs responsables et rédacteurs en chef :

– pour *Math-Jeunes* : C. Van Hooste, Chemin de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour

– pour *Math-Jeunes Junior* : A. Paternottre, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

Math-Jeunes Junior
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: A. PATERNOTTRE
Rue du Moulin 78 – 7300 Boussu

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse
indiquée