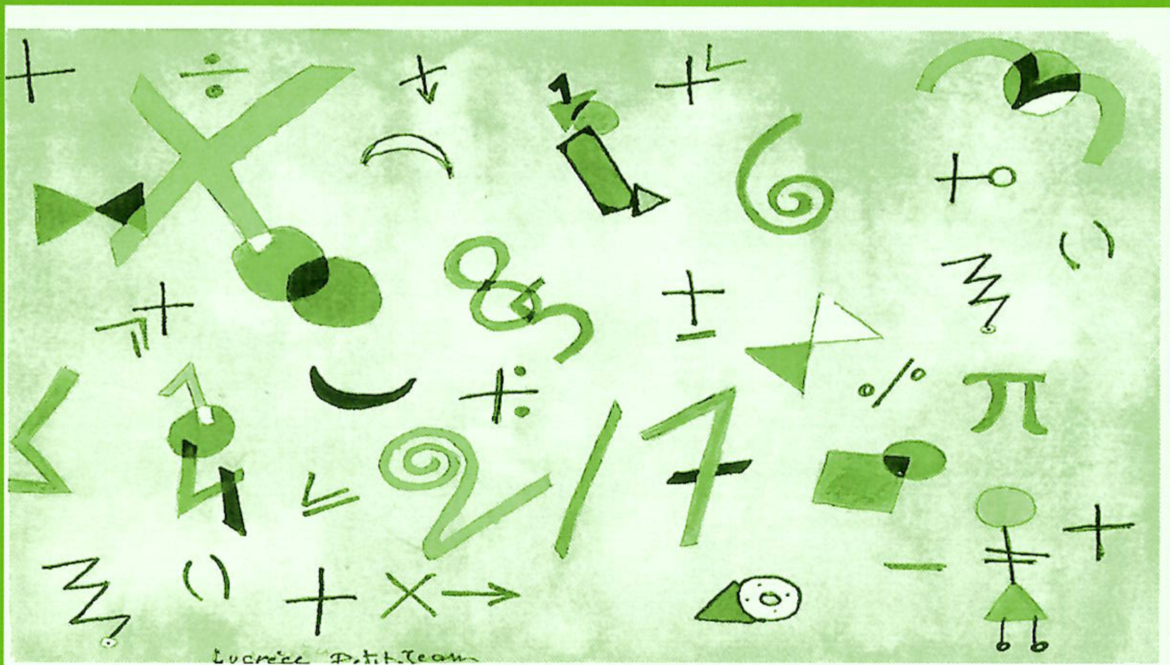
MJ junior!

26ème année - N°110 J
Janvier 2005



Math-Jeunes et Math-Jeunes Junior

Revues trimestrielles publiées par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Secrétariat : M.-C. Carruana, SBPMef, rue de la Halle 15, 7000 Mons, ☎-FAX 32-(0)65-373729, GSM : 0473973808 e-mail : sbpm@sbpm.be, URL : http://www.sbpm.be.

Tarifs

Abonnements groupés (au moins 5)				
	Une des deux revues		Les **deux** revues	
Belgique	4 €		7 €	
	✉	prior	✉	prior
Europe	7 €	9 €	13 €	17 €
Autres pays	10 €	14 €	15 €	20 €

Abonnements individuels				
	Une des deux revues		Les **deux** revues	
Belgique	6 €		11 €	
	✉	prior	✉	prior
Europe	13 €	16 €	16,50 €	20,50 €
Autres pays	15 €	21 €	20 €	25 €

Légende : « prior »=prior, « non prior »=✉.

Trois numéros de chaque revue sont publiés annuellement. Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et leur prix selon votre localisation, adressez-vous au secrétariat.
Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- ☞ pour la Belgique : par virement au Compte n°000-0728014-29 de *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- ☞ pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- ☞ pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n°IBAN: BE 26 0000 7280 1429 BIC: BPOTBEB1 au nom de la *SBPMef*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Les personnes résidant à l'étranger qui ne peuvent faire un virement à ce compte sont invitées à envoyer un mandat postal international. Tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 12,50 € pour frais d'encaissement.

Éditeurs responsables et rédacteurs en chef :

– pour *Math-Jeunes* : G. Noël, Rue de la Culée 86, 6927 Resteigne

– pour *Math-Jeunes Junior* : A. Paternottre, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

N°110J Vingt-sixième année 2005

MATH-JEUNES JUNIOR

Sommaire

Les pavages

Claude Villers

Introduction

Il faisait très chaud ce jour là. La canicule qui régnait sur la région l'avait particulièrement assoiffé. Aussi, Mathieu était-il entré dans un bistrot bien sympathique pour y consommer un rafraîchissement bienvenu.

C'est alors qu'il eut son attention attirée par la forme inhabituelle des sous-bocks disposés sur la table. Ils ne possédaient pas du tout la forme régulière des carrés et des disques habituels. Ils n'étaient pas non plus de forme rectangulaire comme on peut parfois la rencontrer.

En faisant abstraction de leurs coins arrondis, on pouvait facilement constater qu'ils avaient la forme de quadrilatères tout à fait quelconques. Pour s'en persuader, il suffisait de les superposer pour constater que leurs quatre angles étaient d'amplitudes différentes et que les longueurs de leurs quatre côtés étaient toutes inégales.

Machinalement, Mathieu essaya de les assembler et très vite, une particularité apparut : cette forme particulière permettait de paver le plan c'est à dire de le recouvrir sans trou ni chevauchement.

Alors une question essentielle lui vint à l'esprit :« Tout quadrilatère convexe permet-il de paver le plan ? »

Voici quelques considérations élémentaires qui vont nous permettre de répondre à cette interrogation.

Observations

Observons le début de pavage illustré ci-avant.

Il est formé de 4 cartons qui ont un sommet en commun. Et surtout il est assez clair que deux de ceux-ci ont dû être « tournés » de 180° par rapport aux deux autres.

Mais attention, s'ils ont été tournés , ils n'ont pas été retournés puisque le motif des faces reste visible.

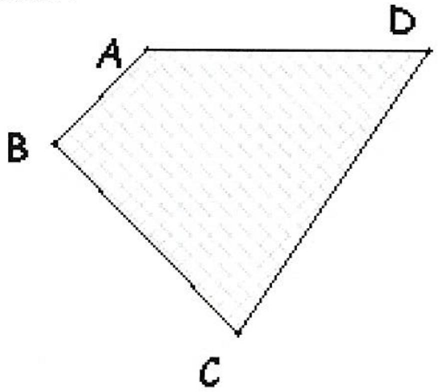
Au sommet commun, sont venus se placer les quatre angles visibles sur un seul carton. Or la somme des amplitudes des angles intérieurs d'un quadrilatère quelconque vaut 360°. (Pouvez-vous justifier cette affirmation ?). C'est pourquoi, en ce sommet commun, il est possible de placer les quatre cartons sans chevauchement ni lacune. En outre, les côtés de même longueur viennent se superposer autour de ce sommet commun.

Constructions

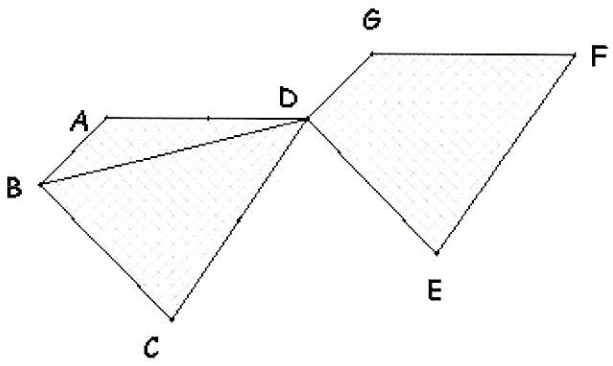
Je vous invite maintenant à effectuer une petite manipulation.

Découpez un modèle de quadrilatère convexe dans une feuille de papier (ou utilisez cabri-géomètre, par exemple).

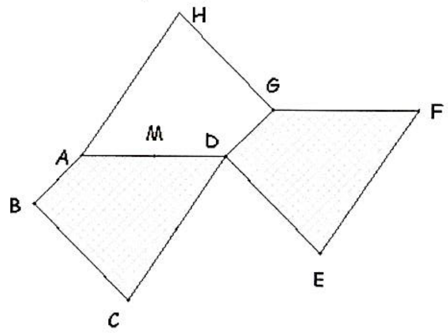
Dessinez, à l'aide de ce modèle , un quadrilatère $ABCD$.



Si nous souhaitons que D soit le sommet commun aux quatre quadrilatères illustrant un début de pavage alors nous devons amener B sur D. Il suffit d'utiliser la translation de couple (B, D). Le quadrilatère-modèle $ABCD$ se déplace en $GDEF$. Les côtés correspondants gardent leurs directions et leurs longueurs puisque celles-ci sont conservées par translation.

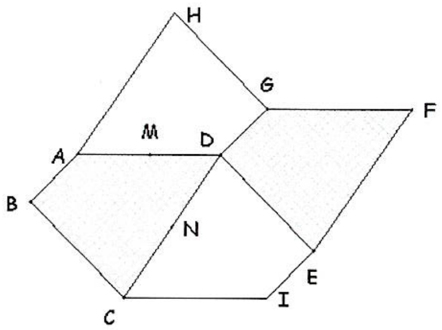


Puisque les angles BAD et ADG sont des angles alternes internes formés par deux parallèles et une sécante, c'est le sommet A que nous allons amener en D en faisant tourner le quadrilatère-modèle $ABCD$ de 180°. Pour cela nous utilisons la rotation de centre M milieu de $[AD]$ et d'amplitude 180° (qui n'est rien d'autre que la symétrie de centre M). B à pour image G puisque $ABDG$ est un parallélogramme et C a pour image H tel que M soit le milieu de $[CH]$.



Il ne reste plus qu'à placer le quadrilatère-modèle $ABCD$ de manière que C vienne en D donc en lui appliquant une rotation de centre N milieu de $[CD]$ et d'amplitude 180°.

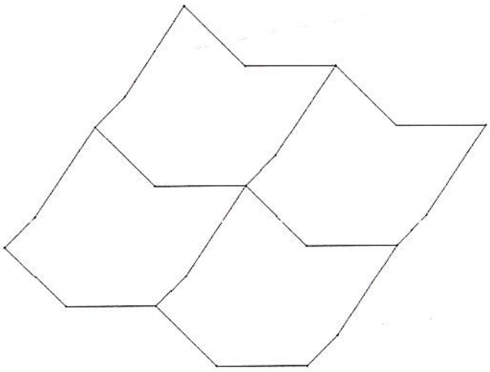
NB : Le quadrilatère-modèle $ABCD$ est parfois appelé « pavé de base »du pavage.



Conséquences

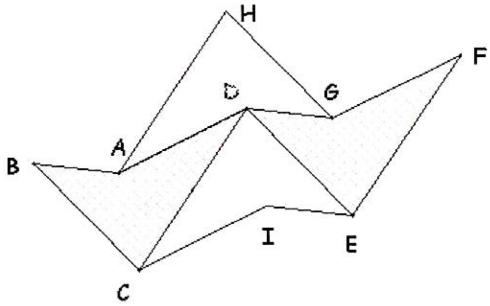
Les quatre quadrilatères ainsi placés forment ici un module octogonal permettant de compléter le pavage du plan par utilisation de translations. Remarquez que ce module a ses côtés deux à deux parallèles et de même longueur. Les couples de sommets opposés déterminent les translations qui permettent de paver facilement le plan.

NB : Le module $ABCIEFGH$ est encore appelé « ensemble fondamental de pavés ».



NB :L'emploi d'un logiciel de dessin géométrique permet de faire varier la forme du quadrilatère initial $ABCD$.

Il est ainsi aisé de constater qu'un quadrilatère concave permet également de paver le plan.



Des exemples de pavages du plan foisonnent dans la vie courante. Il suffit de penser aux pavages des rues, des places, des locaux d'habitation, etc.... L'étude des pavages est complexe. Les pavages ont reçu une classification.

Fédorov, mathématicien russe de l'Université de Saint-Pétersbourg, a montré en 1891 qu'il n'existait que 17 types de pavages du plan.

Citons seulement les pavages réguliers où tous les pavés sont des polygones réguliers (ils sont inscriptibles dans un cercle, les côtés ont même longueur et les angles intérieurs sont de même amplitude) tous isométriques. En fait, grâce à ce qui précède, nous en connaissons déjà un. C'est celui où le pavé est un cas particulier du quadrilatère c'est à dire est un carré.

Y en a-t-il d'autres ?

En utilisant la propriété de la somme des angles d'un triangle, on démontre que l'angle intérieur d'un polygone régulier à n côtés vaut $\dfrac{n-2}{n} \times 180°$

En chaque sommet du pavage, il y a autant de pavés que $\dfrac{n-2}{n} \times 180°$ est compris dans 360°. Il y en a donc $(360°)/\dfrac{n-2}{n} \times 180° = \dfrac{360° \times n}{(n-2) \times 180°} = \dfrac{2n}{n-2}$

Mais ce nombre doit, bien entendu, être un nombre naturel.

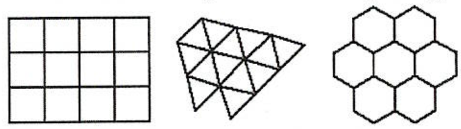
Or $\frac{2n}{n-2} = \frac{2n-4+4}{n-2} = \frac{2n-4}{n-2} + \frac{4}{n-2} = 2 + \frac{4}{n-2}$

donc $n-2$ doit être un diviseur naturel de 4.

Il faut donc $n-2=1$
donc $n=3$
ou $n-2=2$ donc $n=4$
ou $n-2=4$ donc $n=6$.

Les seuls pavages réguliers sont ceux dont le pavé de base est un triangle équilatéral, un carré ou un hexagone régulier.

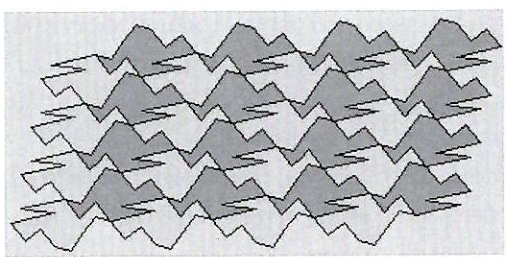
Voici des exemples de tels pavages.



De toute façon, un hexagone régulier est constitué de 6 triangles équilatéraux. Un pavage du plan à l'aide de triangles équilatéraux est automatiquement un pavage à l'aide d'hexagones et vice-versa.

Si ce sujet vous intéresse, n'hésitez pas à aller surfer sur Internet. De nombreux sites, certains avec animations, traitent de pavages. Un moteur de recherche vous les donnera en réponse à la demande « Pavages du plan ».

Vous pouvez voir ci-dessous un pavage du plan réalisé à l'aide du logiciel « Pavages ». A vous d'éventuellement investiguer.
Bonnes visites.

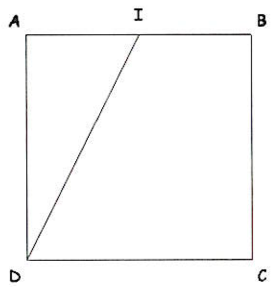


Une famille de puzzles

F.Drouin

Un puzzle à deux pièces :

Sur du carton, trace un carré $ABCD$, le milieu I du segment $[AB]$ et le segment $[ID]$. Tu obtiens deux pièces : un triangle rectangle AID et un trapèze rectangle $IBCD$.



Avec ces deux pièces, tu peux réaliser :

- un carré,
- un triangle rectangle,
- un parallélogramme,
- un trapèze isocèle
- un quadrilatère inscriptible dans un cercle.

Ces différents puzzles à deux pièces, de même que ceux à trois et cinq pièces dont il sera question ci-après, ont été dessinés à la page 7. Ne regarde pas trop vite ces solutions. Tente plutôt de les réaliser toi même avec des pièces découpées dans du carton. C'est assez amusant, crois-moi.

Remarque : tu pourrais me dire qu'un carré est un parallélogramme particulier, un trapèze isocèle particulier et même un quadrilatère inscriptible dans un cercle. Je précise donc que ce que j'appelle parallélogramme est un parallélogramme non carré, non rectangle et qu'il en est de même pour les autres quadrilatères à obtenir.

En fidéle lecteur de « *Math-Jeunes Junior* », peut-être sauras-tu prouver que les polygones obtenus sont bien ceux demandés et que les points qui semblent alignés sur ces figures le sont réellement.

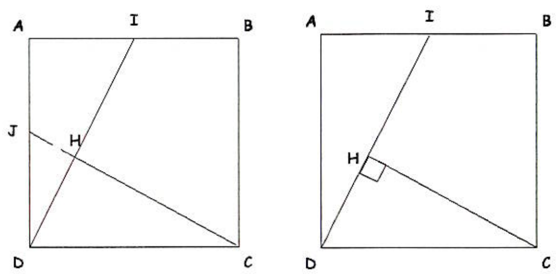
Lorque tu as trouvé une des configurations, ne démonte pas tout ! Par exemple, observe bien le carré. Réfléchis comment tu vas déplacer une des pièces pour obtenir ce qui est demandé. Lorsque tu as trouvé le bon déplacement (une translation, une rotation, ...), tu peux ensuite obtenir un des autres polygones demandés. Voilà donc un exemple où un petit de temps de réflexion aide à obtenir un résultat. Il en est bien souvent ainsi en mathématiques...

Ce petit puzzle à deux pièces nous a permis d'obtenir cinq polygones. Impressionnant, n'est-ce pas ! Un tracé supplémentaire va nous founir une troisième pièce.

Un puzzle à trois pièces :

Deux tracés sont possibles :

1. J étant le milieu du segment $[AD]$, H le point d'intersection des droites (JC) et (ID), le segment $[HC]$ découpe le trapèze $IBCD$ en deux nouvelles pièces.
2. H est le pied de la perpendiculaire à la droite (ID) passant par le point C.



Ces deux constructions nous permettent-elles d'obtenir le même puzzle ?

- Dans le premier cas, est-on sûr que les droites (JC) et (ID) sont perpendiculaires ?

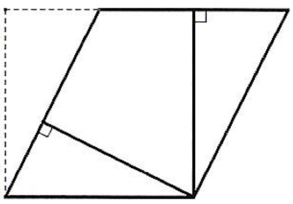
– Dans le second cas, est-on sûr que la droite (HC) coupe le segment $[AD]$ en son milieu ?

De nombreuses démonstrations sont possibles. Montre l'état de tes recherches à ton professeur de mathématiques.

Avec ces trois pièces, en plus des polygones proposés pour le puzzle à deux pièces, il est possible de réaliser un autre trapèze isocèle et un rectangle. Comme pour le puzzle précédent, prends le temps de réfléchir avant de manipuler les pièces.

J'appelle « a » la longueur du côté du carré $ABCD$. J'aimerais te faire calculer le périmètre de chacune des trois pièces du puzzle en fonction de « a ». La longueur $|ID|$ se calcule aisément en utilisant le théorème de Pythagore. La longueur $|HC|$ peut se calculer en faisant appel à la trigonométrie ou aux triangles semblables. Mais nous allons la calculer autrement.

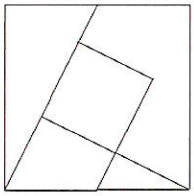
De nouveau, réfléchissons un peu avant de nous lancer dans des calculs. J'observe une des configurations réalisées avec les trois pièces :



La longueur $|HC|$ est une hauteur du parallélogramme obtenu. La longueur $|ID|$ du côté correspondant a été calculée précédemment. De plus, le carré et le parallèlogramme ont même aire. Tu peux dès lors calculer la hauteur $|HC|$ correspondant au côté $[ID]$.

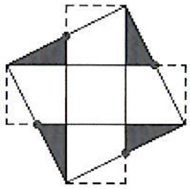
Un puzzle à cinq pièces :

Martin Gardner, dans l'ouvrage « les cassetête de Sam Loyd » présente un puzzle qu'il nomme « La voie royale des Mathématiques ». Ne t'inquiéte pas, ce n'est qu'une poursuite du découpage du puzzle à trois pièces :



Ces cinq pièces permettent la réalisation des polygones obtenus avec le puzzle à trois pièces. Mais en supplément, tu pourras construire une « croix suisse ». Si tu hésites, je t'indique que le petit carré est un des bras de la croix...

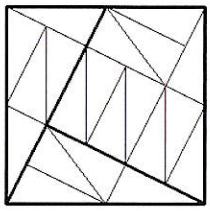
Un puzzle à neuf pièces :



Continue tes découpages. Chaque sommet du carré a été relié au milieu du côté qui lui est opposé. Une rotation de 180° des quatre petits triangles rectangles ombrés, autour des milieux des côtés du carré te montre pourquoi l'aire du carré central est le cinquième de l'aire du carré de départ.

Un puzzle à vingt pièces :

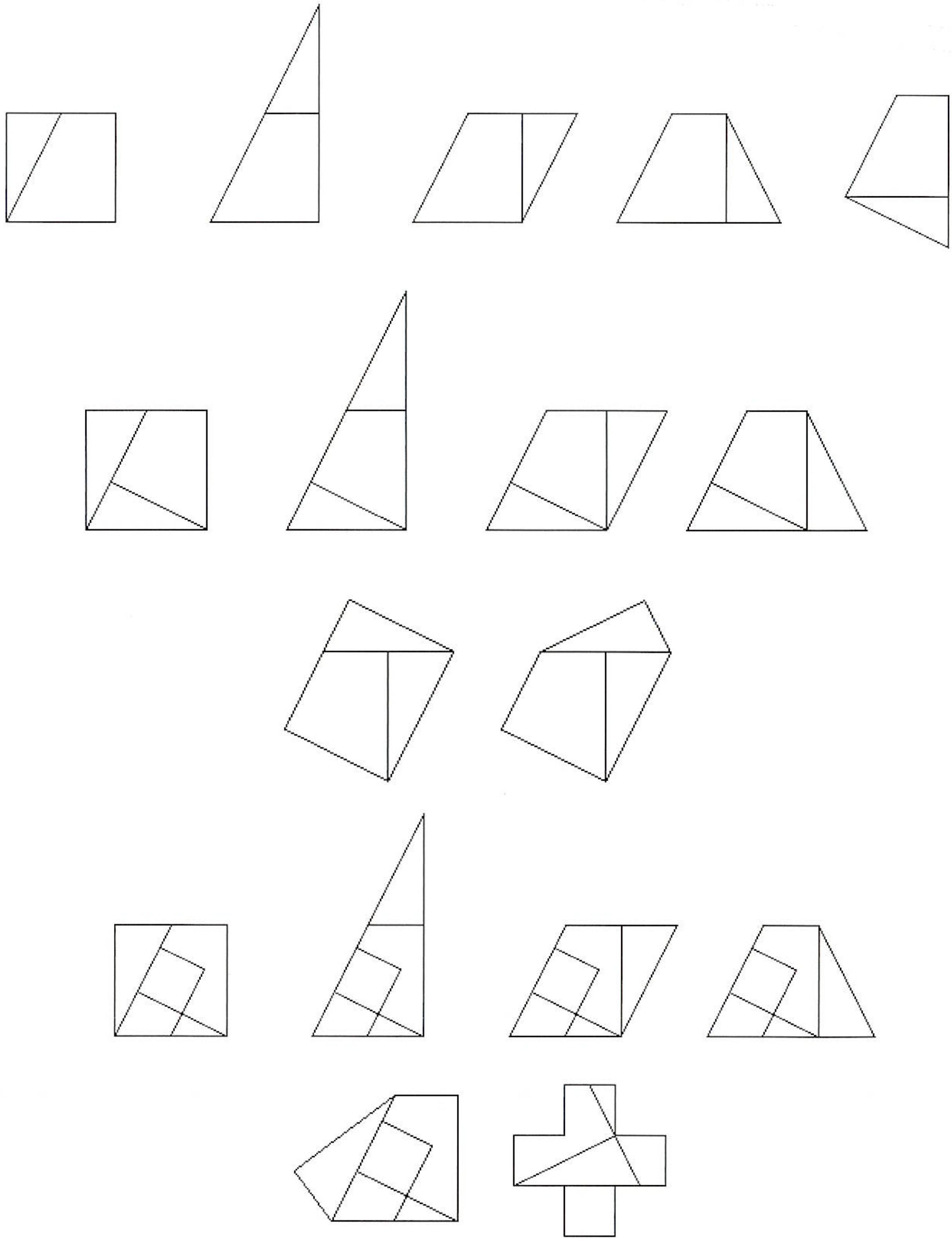
Pour terminer, voici un dernier découpage :



Il nous permet de visualiser que le carré central a une aire égale aux quatre vingtièmes de l'aire du carré de départ ($\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$).

Il nous permet de plus, parmi bien d'autres choses, d'exprimer les aires de chacune des pièces du puzzle à « trois pièces » en fonction de l'aire du carré initial ou l'aire, par exemple, du grand triangle rectangle en fonction de l'aire de la pièce ayant la forme d'un quadrilatère inscriptible.

Lors de la présentation du puzzle à trois pièces, aurais-tu aisément conjecturé que l'aire de ce grand triangle était égale aux cinq onzièmes de l'aire du quadrilatère en question ?



Le triangle sublime (1)

A. Paternottre

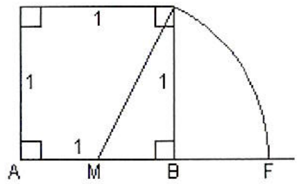
Je vous propose aujourd'hui d'exploiter l'article paru dans le numéro précédent de *Math-Jeunes Junior* et intitulé « Fibonacci, un homme en or ».

Commençons par quelques rappels d'égalités et théorèmes importants :

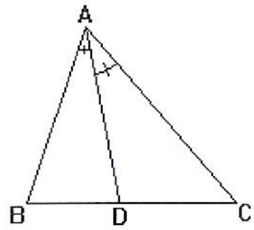
Nombre d'or : $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1,618$ Egalités intéressantes : $\dfrac{1}{\phi} = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$; $\phi^2 = \phi + 1$; $\phi^3 = 2\phi + 1$; $\phi^4 = 3\phi + 2$; $\phi^5 = 5\phi + 3$; $\phi^6 = 8\phi + 5 \cdots ; \phi^7 = \cdots$

Rectangle d'or : rectangle pour lequel on a $\dfrac{\text{longueur}}{\text{largeur}} = \phi$

Construction d'un segment de longueur ϕ à partir d'un carré de côté 1 :
Si M est le milieu de $[AB]$ alors $|AF| = \phi$:



> Un théorème utile :
> La bissectrice intérieure d'un angle d'un triangle partage le côté opposé en deux segments dont les longueurs sont proportionnelles à celles des côtés adjacents.



Si $[AD]$ est la bissectrice intérieure de $\widehat{BAC}$ alors $\dfrac{|BD|}{|DC|} = \dfrac{|AB|}{|AC|}$:

> Une formule importante :
> dans tout triangle, le carré de la longueur d'un côté vaut la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés diminuée du double produit de ces deux longueurs par le cosinus de l'angle qu'ils comprennent. (formule du cosinus dans un triangle quelconque).

$$|BC|^2 = |AB|^2 + |AC|^2 - 2|AB| \times |AC| \cos A \Leftrightarrow \cos A = \frac{|AB|^2 + |AC|^2 - |BC|^2}{2|AB| \times |AC|}$$

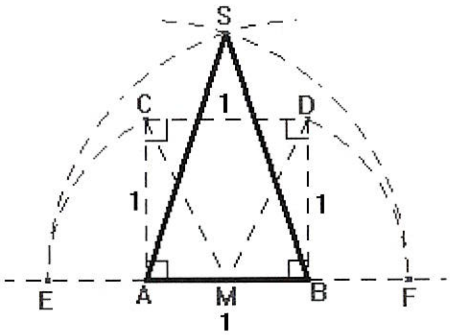
et aussi : $|CA|^2 = \cdots \Leftrightarrow \cos B = \cdots$ et $|AB|^2 = \cdots \Leftrightarrow \cos C = \cdots$

Qu'est-ce qu'un triangle sublime ?

> Convenons d'appeler triangle sublime (on dit aussi « triangle d'or »), un triangle isocèle pour lequel le rapport de la longueur d'un des côtés égaux à celle de la base vaut le nombre d'or

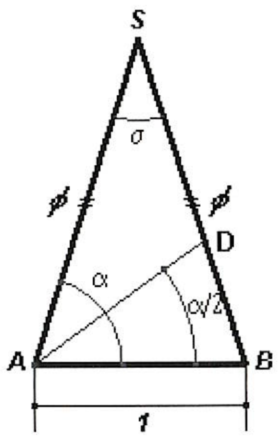
Si donc nous décidons de prendre la longueur de la base de notre triangle sublime comme unité de longueur alors chacun des côtés égaux de ce triangle isocèle aura, par définition, une longueur égale à ϕ

Construisons un triangle sublime :



1. Tracer un carré $ABCD$ de côté 1. Donc $|AB| = 1$
   M est le milieu de $[AB]$.
2. Construire les segments $[AF]$ et $[BE]$ de longueur ϕ comme rappelé ci-dessus.
3. Tracer l'arc de cercle de centre A et de rayon $|AF|$ puis l'arc de cercle de centre B et de rayon $|BE|$.
   Ces deux arcs se coupent en S.
4. Tracer le triangle ASB. Ce dernier est un triangle sublime. En effet, on a :
   $|AB| = 1$ et $|SA| = |SB| = \phi$ et $\dfrac{\phi}{1} = \phi$

Calculons l'amplitude des angles du triangle sublime



Voici encore un triangle sublime ASB construit comme indiqué ci-dessus.

On a donc par hypothèse : $|AB| = 1$ et $|SA| = |SB| = \phi$

σ désigne l'amplitude en degrés de l'angle $\widehat{ASB}$

α désigne l'amplitude en degrés des angles à la base $\widehat{SAB}$ et $\widehat{SBA}$.

$[AD]$ est la bissectrice intérieure de l'angle $\widehat{SAB}$.

Démontrons d'abord que $\alpha = 2\sigma$ puis que $\sigma = 36°$ et donc $\alpha = 72°$.

- **1re étape :** Posons $|DS| = x$. Dès lors $|DB| = \phi - x$. Appliquons le théorème de la bissectrice au triangle SAB.

  $$\frac{|AS|}{|AB|} = \frac{|DS|}{|DB|} \Rightarrow \frac{\phi}{1} = \frac{x}{\phi - x} \Rightarrow \phi(\phi - x) = x \Rightarrow \phi^2 = x(\phi + 1) \Rightarrow x = 1 \text{ car } \phi^2 = \phi + 1$$

  On a donc $|DS| = 1$ et $|DB| = \phi - 1$.

- **2e étape :** Les triangles DAB et ASB sont semblables car ils ont en commun l'angle de sommet B et que cet angle borde dans chacun de ces deux triangles des côtés homologues dont les longueurs sont proportionnelles.
  En effet la proportion $\dfrac{|BD|}{|BA|} = \dfrac{|BA|}{|BS|}$ est vraie car la proportion équivalente $\dfrac{\phi - 1}{1} = \dfrac{1}{\phi}$ est vraie si on prend encore en compte que $\phi^2 = \phi + 1$.

- **3e étape :** Le triangle DAB étant semblable au triangle isocèle (hypothèse) ASB, est lui-même isocèle. Dès lors $|AD| = |AB| = 1$. De plus ces deux triangles ont leur angle au sommet de même amplitude :
  $\sigma = \frac{\alpha}{2}$ ou encore $\alpha = 2\sigma$. Comme dans le triangle sublime ASB (comme dans tout triangle d'ailleurs), la somme des amplitudes des angles intérieurs vaut 180°, on a :
  $\sigma + 2\alpha = 180° \Rightarrow 5\sigma = 180° \Rightarrow \sigma = 36°$ et $\alpha = 72°$.

Remarquons encore que le triangle isocèle DAB, semblable au triangle sublime ASB (2[e] étape), est lui-même un triangle sublime puisque

$$\frac{|DA|}{|DB|} = \frac{1}{\phi - 1} = \phi \qquad \text{(justifie)}$$

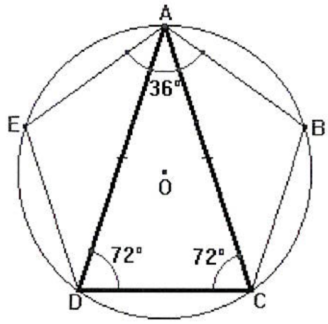
On peut donc redéfinir le triangle sublime comme suit :

Triangle sublime = triangle isocèle dont l'amplitude de l'angle au sommet est 36°

Pour terminer, appliquons la formule du cosinus dans le triangle ASB pour calculer la valeur de $\cos 36°$:

$$\begin{aligned}\cos 36° &= \frac{|SA|^2 + |SB|^2 - |AB|^2}{2|SA||SB|} = \frac{2\phi^2 - 1}{2\phi^2} = \frac{2(\phi+1) - 1}{2\phi^2} = \frac{2\phi + 1}{2\phi^2} \\ &= \frac{\phi^3}{2\phi^2} = \frac{\phi}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \simeq 0,809\end{aligned}$$

Triangle sublime et pentagone régulier convexe.



Soit $ABCDE$ est un pentagone régulier, convexe et inscrit dans le cercle de centre O.
Les triangles AED et ABC sont isométriques (angle de même amplitude bordant des côtés de même longueur par hypothèse)
Dès lors $|AD| = |AC|$ et le triangle ADC est isocèle.
De plus l'angle inscrit $\widehat{DAC}$ intercepte sur le cercle un arc dont la longueur est un cinquième de celle du cercle.
Dès lors $\widehat{DAC} = \frac{1}{2} \times \frac{360°}{5} = 36°$.

Conclusion : le triangle DAC est un triangle sublime.

Remarquons que les angles inscrits $\widehat{EAD}$ et $\widehat{BAC}$ interceptent aussi un arc de un cinquième de cercle et donc leur amplitude commune est 36°. Cependant les triangles AED et ABC, bien que isocèles, ne sont pas des triangles sublimes car ce sont leurs angles à la base qui ont une amplitude de 36° et non leurs angles au sommet.

Finalement le tracé de deux diagonales issues d'un même sommet d'un pentagone régulier convexe réalise la trisection de l'angle $\widehat{EAB}$ (108°) en trois angles de même amplitude (36°).

Et ce n'est pas tout !

Puisque nous pouvons construire un triangle sublime on peut aussi, , à partir de celui-ci, reconstruire un pentagone régulier convexe. Peut-être peux-tu envisager dès maintenant les étapes successives de cette construction ? Quant à moi je me dis que si tu m'as lu et compris jusqu'ici, c'est déjà très bien ! De plus tu es bien préparé pour la suite de cet article qui paraîtra dans le prochain numéro de ta revue.

A bientôt !

Jeux

Y. Noël-Roch

---

1. Divisibilité

Remplace chaque étoile par un chiffre de manière à ce que
- le nombre de la première ligne soit un multiple de 2
- le nombre de la deuxième ligne soit un multiple de 3
- le nombre de la troisième ligne soit un multiple de 4
- le nombre de la première colonne soit un multiple de 5
- le nombre de la deuxième colonne soit un multiple de 8
- le nombre de la troisième colonne soit un multiple de 9.

*	*	*
*	*	*
*	*	*

Les neuf chiffres de ta solution sont-ils différents ? Si ce n'est pas le cas, relève le défi avec cette contrainte supplémentaire.

2. Des carrés moyens

Rappel : Le nombre $\frac{a+b}{2}$ est la *moyenne arithmétique* des deux nombres a et b. Par exemple, 5 est la moyenne arithmétique de 2 et 8, ainsi que de -3 et 13.

Nous appelons « carré moyen » tout carré 3×3 dans lequel les trois lignes, les trois colonnes et les deux diagonales présentent la même propriété : *le nombre central est la moyenne arithmétique des deux nombres situés aux extrémités.*

Par exemple, le carré C1 =

1	2	3
2	3	4
3	4	5

est un carré moyen puisque

$$2 = \frac{1+3}{2}, \quad 3 = \frac{2+4}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{3+3}{2} \quad \text{et} \quad 4 = \frac{5+3}{2}$$

On donne les carrés

C2 =

1		9
		15

C3 =

-7		-5
	12	

C4 =

a	$a+1$	$a+2$
$a+1$	$a+2$	$a+3$
$a+2$	$a+3$	$a+4$

C5 =

a		b
x		c

1. Complète les carrés C2 et C3 pour qu'ils soient moyens.
2. Pour quelles valeurs de a le carré C4 est-il moyen ?
3. Que doit valoir x pour que le carré C5 puisse être complété en un carré moyen ?

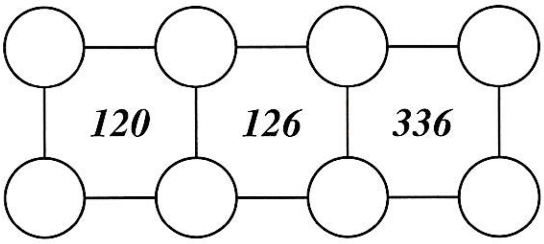
3. Des lettres

Remplace chaque lettre par un chiffre de manière à ce que la soustraction soit correcte.

$$\begin{array}{r} \mathrm{H\ U\ I\ T} \\ -\ \mathrm{D\ E\ U\ X} \\ \hline \mathrm{S\ I\ X} \end{array}$$

4. Trois carrés

La figure est formée de trois carrés et le nombre indiqué dans chacun des carrés est le produit des quatre nombres placés en les quatre sommets.



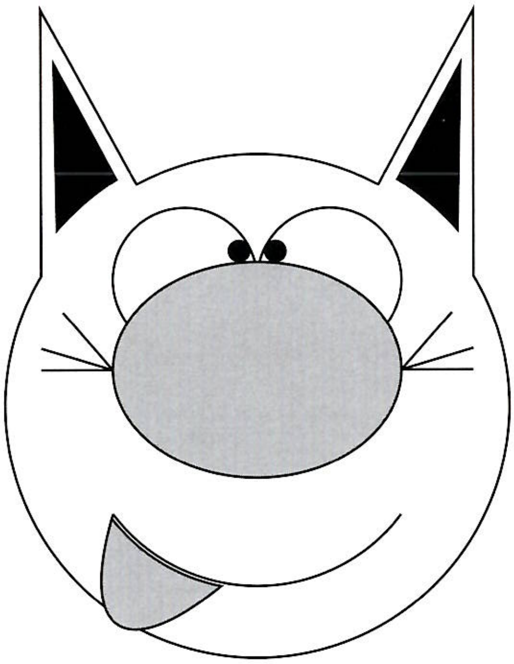
Placer en les sommets les nombres de 1 à 8, chacun une seule fois, de manière à respecter les produits imposés.

5. Des symétries « miroir »

Découpe le miroir inséré dans *Math-Jeunes Junior* n° 109 en deux miroirs de 5 cm sur 10 cm. Fixe ces deux miroirs l'un à l'autre par un petit côté. De cette façon, tu pourras les utiliser

- dos à dos (dans ce numéro),
- formant un angle droit (dans le prochain numéro).

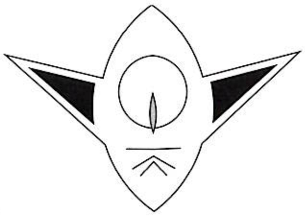
Les images données à la page suivante peuvent être associées par paires. Chaque paire s'obtient en plaçant le miroir double face sur la tête du chat ci-dessous et en regardant successivement les deux faces du miroir. Reconstitue les paires.

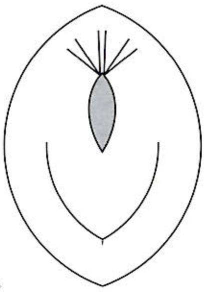


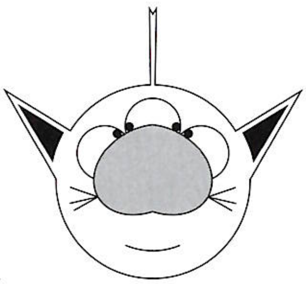
D'après Ph. Geluck

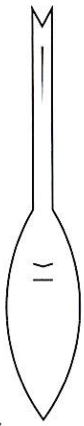
Solutions des jeux, page 30.

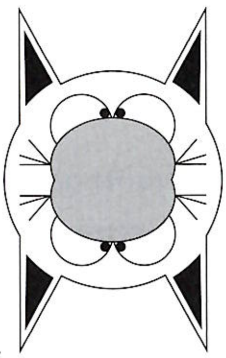
Les deux images d'une même paire ne sont pas toujours reproduites à la même échelle ni avec la même orientation.

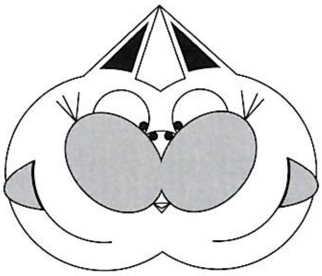

1.

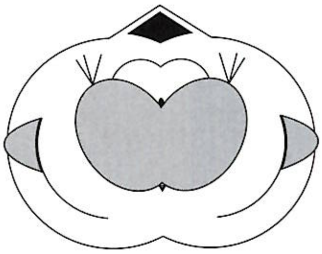

2.

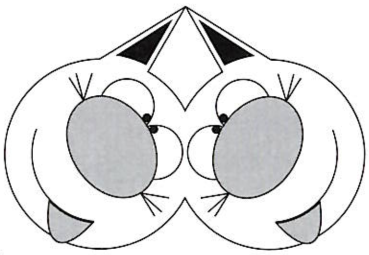

3.

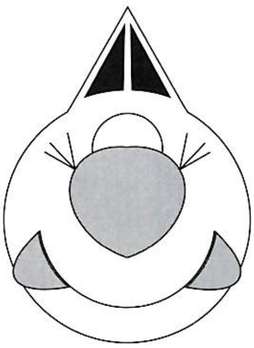

4.

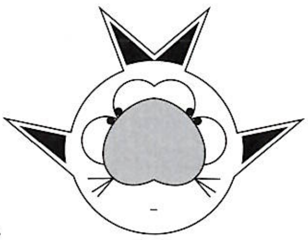

5.

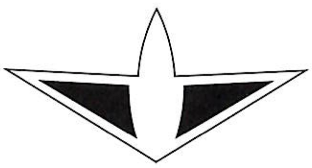

6.

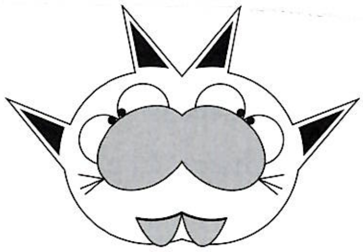

7.

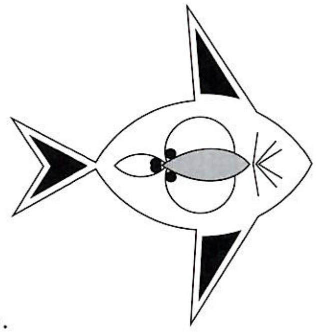

8.

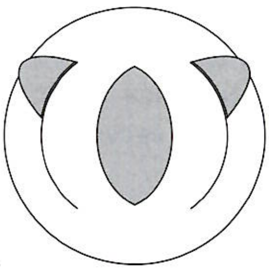

9.

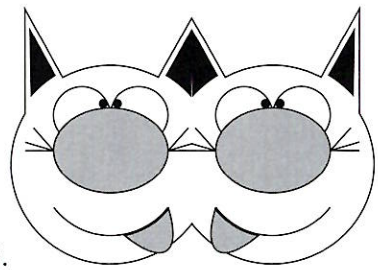

10.

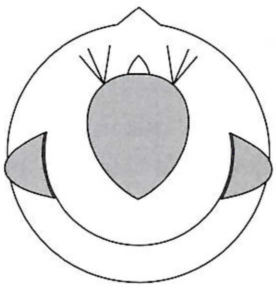

11.


12.


13.


14.


15.

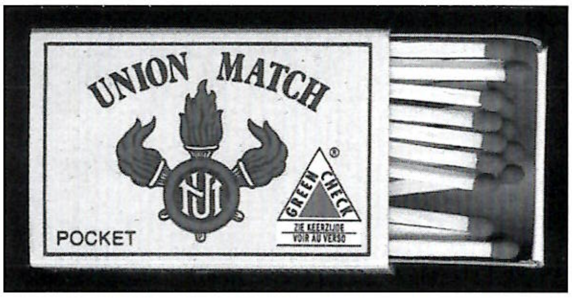

16.

La boîte à surprises

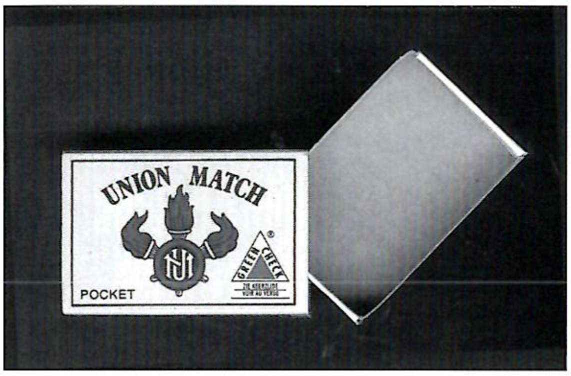
Claude Villers

Ce n'est plus le temps de la guerre du feu.

Pour allumer la flamme, nous disposons, en effet actuellement, d'un objet devenu tout à fait banal : l'allumette !



Et machinalement, lorsque la boîte qui la contient est devenue vide, nous la jetons sans remords, sans regret et sans beaucoup d'attention à son égard..

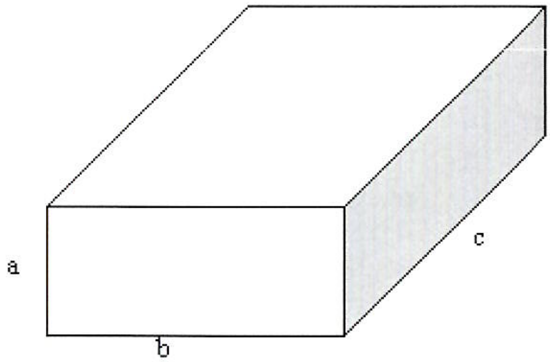


Et pourtant !!! Si nous l'observons attentivement, si nous l'examinons sous toutes ses faces, si nous la manipulons avec curiosité alors elle nous donne des occasions d'activités mathématiques.

En voici, parmi d'autres.

La boîte est composée d'un tiroir et d'un couvercle.

Si nous idéalisons cet objet, nous obtenons la représentation illustrée ci-dessous.



a, b, c représentent les longueurs des arêtes de cette boîte exprimées dans une certaine unité u.

Nous pouvons supposer que $a \leqslant b \leqslant c$.

Intéressons-nous à la notion de volume.

Le volume intérieur, en u^3, est donné par la formule que vous connaissez certainement :

$V = abc$, ce qui n'a rien d'étonnant.

Pour la boîte illustrée plus avant, des mesures en centimètres donnent approximativement

$a \simeq 1,5$, $b \simeq 3,5$ et $c \simeq 5,3$.

D'où, dans ce cas, $V \simeq (1,5 \times 3,5 \times 5,3)cm^3$

soit environ $27,825cm^3$.

Pour d'autres dimensions de la boîte, nous obtiendrions, éventuellement, d'autres valeurs du volume.

Retournons en quelque sorte la situation !

Si on donne V, peut-on retrouver les dimensions a, b et c de la boîte ?

La réponse « oui » est assez immédiate.

Il suffit de trouver trois facteurs positifs dont le produit vaut V.

Vous comprendrez bien que vous êtes libres d'en choisir deux sur les trois et qu'il ne reste plus alors qu'à calculer le troisième (par la résolution d'une simple équation).

Par exemple, pour $V = 27,825$ et si nous choisissons $12,45$ et $7,5$ comme valeurs de deux des dimensions alors il faut

$12,45 \times 7,5 \times d = 27,825$

ou $93,375d = 27,825$ donc

$d = 27,825 : 93,375 = 0,29799196\cdots$

d'où ici $a = 0,29799196\cdots$,

$b = 7,5$ et

$c = 12,45$

(curieuse boîte d'allumettes).

Pour simplifier nous travaillerons uniquement avec des nombres naturels non nuls.

Exemple : $V = 24$

La décomposition de 24 en facteurs premiers donne $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$.

24 peut donc s'écrire sous la forme du produit $1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ et même

$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ou encore...

car il ne faut pas oublier le facteur 1 (qui n'est pourtant pas un nombre naturel premier).

Les triples (a, b, c) de nombres naturels tels que $a \leqslant b \leqslant c$ et $abc = 24$ sont obtenus en utilisant

1 autant de fois que l'on veut,

2 au maximum trois fois et

3 au maximum une fois.

Cela donne :

$(1, 1, 2 \times 2 \times 2 \times 3)$, $(1,\ 2,\ 2 \times 2 \times 3)$,

$(1,\ 3,\ 2 \times 2 \times 2)$, $(1,\ 2 \times 2,\ 2 \times 3)$

$(2,\ 2,\ 2 \times 3)$ et $(2,\ 3,\ 2 \times 2)$

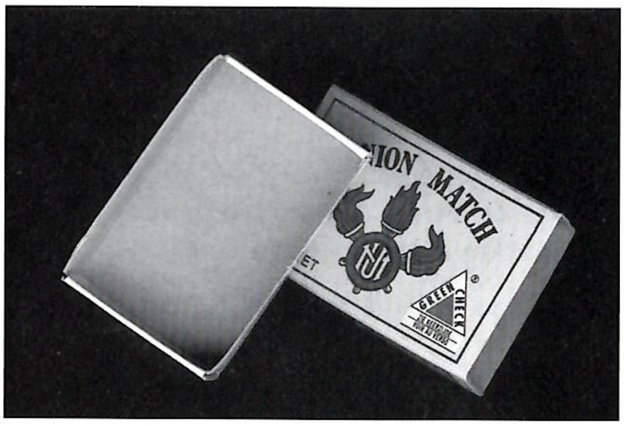
soit (1, 1, 24), (1, 2, 12),

(1, 3, 8), (1, 4, 6),

(2, 2, 6) et (2, 3, 4).

Le premier de ces triples nous montre qu'il est toujours possible de trouver au moins un triple de nombres naturels quel que soit le nombre naturel V proposé.

Intéressons-nous à la notion d'aire



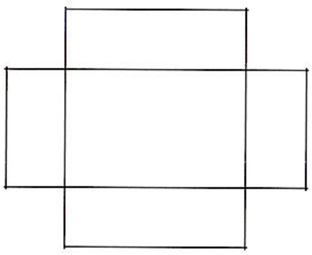
Ensemble les deux éléments constitutifs de la boîte d'allumettes comportent deux faces de dimensions a et b, trois faces de dimensions b et c, quatre faces de dimensions a et c.

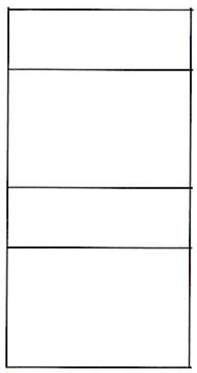
Le développement est donc composé de 9 rectangles :

2 de dimensions a et b,

3 de dimensions b et c,

4 de dimensions a et c.





L'aire totale (en u^2) du développement de l'ensemble des deux éléments composant la boîte d'allumettes est donc :

$$S = 2ab + 3bc + 4ac$$

Avec les valeurs approximatives citées plus avant, on a donc :

$S \simeq 2 \times (1,5 \times 3,5) cm^2 + 3 \times (3,5 \times 5,3) cm^2 + 4 \times (1,5 \times 5,3) cm^2$, soit $\simeq 97,95 cm^2$

Si vous vous donnez d'autres valeurs des dimensions a, b, c de la boîte alors le report de ces valeurs dans la formule $2ab + 3bc + 4ac$, suivi des calculs indiqués vous donnera S.

Ainsi, pour les différentes dimensions entières trouvées précédemment pour une boîte d'un volume de $24u^3$, on trouve différentes valeurs de l'aire du développement considéré.

Le tableau suivant nous les donne.

a	b	c	$V = abc$	$S = 2ab + 3bc + 4ac$
1	1	24	24	$2 + 72 + 96 = 170$
1	2	12	24	$4 + 72 + 48 = 124$
1	3	8	24	$6 + 72 + 32 = 110$
1	4	6	24	$8 + 72 + 24 = 104$
2	2	6	24	$8 + 36 + 48 = 92$
2	3	4	24	$12 + 36 + 32 = 80$

La formule (on dit aussi « forme »)

$$2ab + 3bc + 4ac$$

comporte 3 variables a, b et c

(on dit qu'elle est « ternaire »).

Tous ses termes sont du 2e degré par rapport à ces variables (on dit qu'elle est« quadratique »).

$$2ab + 3bc + 4ac$$

est qualifiée de « forme quadratique ternaire ».

Sachez que de telles formes ont fait et font encore l'objet d'études et de recherches approfondies.

Il apparaît clairement que, pour un même volume, l'aire varie.

Ici, nous n'avons utilisé que des valeurs naturelles pour a, b et c.

Dans ce cas nous constatons que l'aire peut passer du « simple au plus que double ».

Pour le fabricant de telles boîtes (en quantités énormes), une étude mathématique du problème des dimensions (pour un volume donné) peut lui permettre de réaliser de substantielles économies.

Voici donc un beau sujet de recherche pour vous, à traiter individuellement ou en groupe. S'il vous inspire un peu, communiquez-nous vos résultats que nous publierons bien volontiers.

Enfin, comme pour le volume, une question apparaît encore au sujet de S.

Si on donne S, peut-on retrouver des dimensions a, b, c de la boîte ?

Ici aussi, il est possible de choisir les valeurs de deux des dimensions. puis de calculer la valeur de la troisième.

Ce sera par le biais d'une équation un peu moins simple que précédemment.

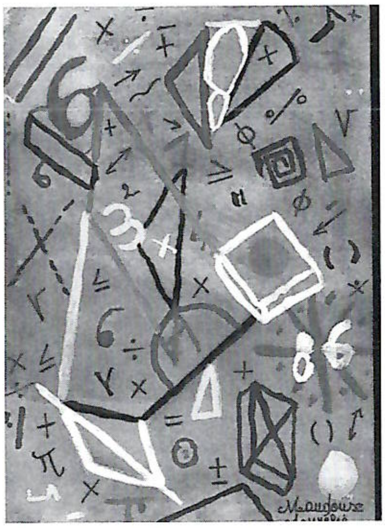
Exemple :

Pour $S = 97,95$, vous choisissez

$a = 2,4$ et $b = 3,5$.

Calculez c.

Bon travail.



Dessin d'une participante au concours Math-Quiz, de l'année 2003–2004.

Des lettres, pourquoi (2)

Y. Noël-Roch

1. Le pouvoir de Calculmagix

Florian a passé un après-midi avec son ami Calculmagix qui aime lui jouer des tours. En voici un : tu trouves dans la colonne de gauche les consignes données par Calculmagix et dans la colonne de droite ce qu'écrit Florian en cachant soigneusement sa feuille.

Ecris un nombre de trois chiffres	671
Écris le nombre obtenu en permutant le chiffre des centaines et celui des unités	176
Calcule leur différence	495
Écris le nombre obtenu en permutant le chiffre des centaines et celui des unités dans ton dernier résultat	594
Additionne les deux derniers nombres	1 089

Sans voir la feuille de Florian et après avoir fait semblant de réfléchir longuement, Calculmagix annonce triomphalement le résultat :

1 089.

Et il ajoute : « je peux en plus te dire que la différence que tu as calculée en cours de route est un multiple de 9. »

Florian voudrait découvrir comment s'y prend son ami, mais celui-ci refuse de recommencer, prétextant qu'il s'est trop fatigué en calculant et qu'il doit rentrer chez lui !

Avant de continuer ta lecture, essaie d'aider Florian à y voir plus clair.

2. Les tâtonnements de Florian

Pour essayer de percer le « pouvoir magique » de son ami, Florian recommence la procédure :

Le nombre	982	157	281	112	505	777
Permutation	289	751	182	211	505	777
Différence	693	594	99	99	0	0
Permutation	396	495	99	99	0	0
Somme	1089	1089	198	198	0	0

À la prochaine occasion, Florian se fera un plaisir de piéger son ami en choisissant 112, 505 ou d'autres nombres « du même genre ». Mais sa revanche ne sera pas totale : la remarque « *la différence est multiple de 9* » n'est mise en défaut dans aucun de ses essais. Pour être vraiment vainqueur, il doit comprendre **pourquoi les différences obtenues (693, 594, 99 et 0) sont toutes multiples de 9.**

3. La démonstration de Florian

Si les différences sont **toujours** multiples de 9, je ne peux pas espérer m'en tirer avec des exemples, je dois calculer avec un nombre de trois chiffres sans connaître ces chiffres...

J'écris donc un nombre « *cdu* » avec c comme chiffre des centaines, d comme chiffre des dizaines et u comme chiffre des unités. Après permutation de c et u, j'obtiens « *udc* ». La différence entre le plus petit et le plus grand vaut

soit $(100 \times c) + (10 \times d) + u - [(100 \times u) + (10 \times d) + c] = (99 \times c) - (99 \times u)$

soit $(100 \times u) + (10 \times d) + c - [(100 \times c) + (10 \times d) + u] = (99 \times u) - (99 \times c)$.

Donc $99 \times (c - u)$ ou $99 \times (u - c)$ et, de toute façon, un multiple de 9, même si $c = u$ puisque $0 = 0 \times 9$.

4. Confrontation … et collaboration

Dès qu'il retrouve son ami, Florian lui prouve qu'il n'y a rien de magique dans son histoire ! Heureux d'avoir intrigué son ami, Calculmagix en convient et explique qu'il n'a pas été suffisamment précis dans ses consignes … tout simplement parce que cela ne s'avère généralement pas nécessaire : les non-initiés invités à choisir un nombre de trois chiffres font généralement un choix pour lequel « la magie » fonctionne bien ! Mais il ne peut pas être recommencé parce qu'il apparaîtrait alors que le résultat final est, (avec quelques précautions), toujours 1089.

Ils analysent ensemble la situation générale.

Calculmagix : Tu choisis un nombre « *cdu* » et supposons $c > u$.

Florian : Tu me demandes de calculer $cdu - udc$ et je vois tout de suite que le chiffre des dizaines dans la différence sera toujours 9.

Cal. : Bravo ! mais voyons **tous** les chiffres :

	c	d	u
$-$	u	d	c
	x	y	z

$y = 9$. En effet, $u < c$ entraîne la transformation d'une dizaine en 10 unités et le calcul devient

	c	$d-1$	$10+u$
$-$	u	d	c
	x	y	z

De même un transfert est nécessaire d'une centaine en 10 dizaines et la soustraction se fait nécessairement sous la forme :

	$c-1$	$10+d-1$	$10+u$
$-$	u	d	c
	x	9	z

Flo. : Je te suis : je peux écrire $z = 10 + u - c$, $y = 9$ et $x = c - 1 - u$. Je permute et j'additionne :

	$c-1-u$	9	$10+u-c$
$+$	$10+u-c$	9	$c-1-u$

- Colonne des unités :
  $(10 + u - c) + (c - u - 1) = 9$.
- Colonne des dizaines :
  $9+9 = 18$, donc 8 dizaines et 1 centaine que je reporte.
- Colonne des centaines :
  $1 + (c - u - 1) + (10 + u - c) = 10$, donc 0 centaine et 1 mille.

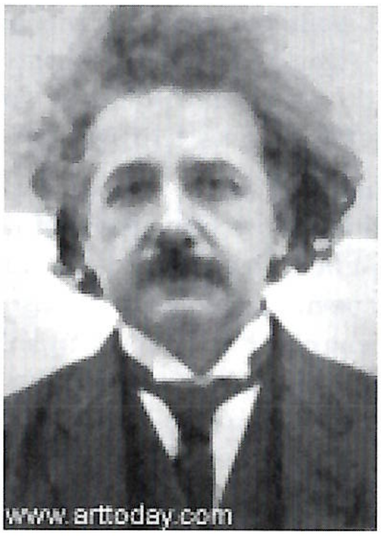
Cal. : Et voilà, tu sais comme moi que le résultat final sera toujours 1089 … à condition de prendre deux précautions :

- choisir « *cdu* » avec $c > u$
- considérer la différence intermédiaire comme un nombre de **trois** chiffres.

5. Une recherche personnelle

Les mises au point de Calculmagix ont été un peu brutales !
- Vois-tu pourquoi il insiste sur la différence comme nombre de **trois** chiffres ?
- Pourrait-il imposer $c \neq u$ plutôt que $c > u$?

La différence peut valoir 99 (cas de 291 − 192 par exemple) et $99 + 99 \neq 1089$, par contre, $099 + 990 = 1089$.
Tout fonctionne bien lorsque $c > u$, c'est le cas où Florian part de 157 dans son tableau. Intuitivement, il a calculé « *cdu* » - « *udc* » au lieu de « *udc* » - « *cdu* ». On pourrait préciser qu'il faut « retirer le plus petit nombre du plus grand ».



Albert Einstein (1879-1955)

Cette année, on célèbre un double anniversaire concernant Einstein : le centenaire de la théorie de la relativité et le cinquantenaire de sa mort

Albert Einstein est né allemand, d'une famille juive.

La sévérité et le rigorisme des écoles prussiennes le révoltaient et il suivit ses parents en Suisse, renonçant à sa nationalité allemande, pour acquérir quelques années plus tard la nationalité suisse. Il obtint un diplôme de professeur de physique et de mathématique, mais sans trouver de situation. Il devint alors employé à l'Office des Brevets à Berne et y resta de 1902 à 1909, montrant beaucoup de conscience professionnelle. Cela ne l'empêcha pas de publier de très nombreux articles en physique théorique.

Il y a exactement 100 ans, à 26 ans, il publia un article qui révolutionna la physique.

Il y exposait la théorie de la relativité restreinte. Il n'est pas le seul à avoir contribué à l'élaboration de cette théorie mais Einstein a osé pousser les conclusions jusqu'au bouleversement des idées adoptées par tous, depuis toujours.

Jugeons-en : ni le temps, ni l'espace ne sont absolus. Deux personnes ne peuvent plus affirmer que deux événements sont simultanés, si elles sont en mouvement l'une par rapport à l'autre et il leur est impossible de donner la distance entre deux points, car elle n'a pas la même valeur pour tous Il est impossible de se déplacer plus vite que la lumière et plus la vitesse d'un mobile se rapproche de celle de la lumière, plus sa masse augmente jusqu'à devenir infinie à la vitesse de la lumière.

Il établit aussi l'équivalence de la masse et de l'énergie par la relation $E = mc^2$ (c est la vitesse dela lumière, soit 300 000 km/s).

C'est sans aucun doute la formule la plus célèbre dans le monde , sinon la mieux comprise ! Tout cela est très dérangeant et heurte profondément notre bon sens. Une question vient tout de suite à l'esprit : si c'est vrai, pourquoi ne s'en est-on pas aperçu plus tôt ?

La réponse est simple : il faut atteindre des vitesses très élevées, proches de celle de la lumière pour que ces phénomènes soient mesurables.

A l'heure actuelle, grâce aux rayons cosmiques notamment, de nombreuses vérifications ont été réussies et plus aucun doute ne peut subsister sur la validité de la théorie de la relativité restreinte. (restreinte parce qu'elle ne s'applique qu'aux mouvements rectilignes uniformes).

La même année 1905, Einstein publia quatre autres articles, eux aussi très importants. L'un d'ente eux, consacré à l'effet photoélectrique, établit l'aspect corpusculaire de la lumière, alors qu'elle était considérée comme une onde à l'époque.

Il recevra le prix Nobel, en 1921, pour ce travail.

Entre-temps sa renommée scientifique était bien établie et il devint professeur à l'université de Prague, puis de Zurich pour enseigner finalement à l'université de Berlin, en 1914.

Il ne prit aucune part à la guerre, travailla avec acharnement et mit au point , après une longue période d'essais et de corrections, sa théorie de la relativité générale, publiée en 1916.

Il faudra attendre une expédition britannique lors d'une éclipse totale de soleil pour voir confirmer ses prédictions d'une manière indiscutable.

Einstein était maintenant connu mondialement, invité partout, notamment aux U S A .

En 1932, il quitta l'université de Berlin pour l'université de Princeton ; il s'installa dans cette ville, non sans voyager partout en Europe, excepté en Allemagne où l'arrivée au pouvoir des Nazis avait fait éclater l'antisémitisme toujours latent.

Hitler fit interdire d'enseigner les théories d'Einstein ! !

Dans les années 30, la physique nucléaire avait fait un grand bon en avant. La radioactivité artificielle avait été découverte, de même que la fission de l'uranium par bombardement de neutrons.

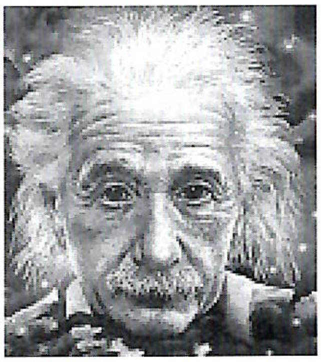
On était encore loin de la bombe atomique, mais les physiciens, tant allemands que les autres européens et les américains entrevoyaient la possibilité d'une réaction en chaîne qui pourrait être catastrophique.

En 1939, des physiciens réfugiés aux U SA, qui avaient fuit le nazisme, Szilard et Teller, très inquiets de la situation mondiale, essayèrent sans succès de prévenir l'administration américaine du danger. Ils décidèrent finalement de profiter de la renommée d'Einstein et lui demandèrent d'écrire une lettre au président Roosevelt pour que les USA prennent de vitesse les Allemands et empêchent Hitler de disposer de cette bombe qui leur donnerait la victoire après un massacre sans précédent.

On connaît la suite : le projet Manhattan, en 1941,sous commandement de l'armée, conduira à la mise au point de la bombe . Son sort échappera totalement aux scientifiques qui l'avaient construite. Il peut paraître étonnant que le pacifiste Einstein ait pu pousser à la fabrication de cette bombe, mais les horreurs nazies lui avaient fait prendre conscience que le pacifisme est parfois insuffisant pour combattre le mal.

Einstein ne prit pas part au projet Manhattan et continua ses travaux, dans la voie de l'unification de la physique. Il s'écarta de plus en plus , dans les années suivantes, des autres physiciens qui élaboraient la mécanique quantique, née d'ailleurs en partie des travaux d'Einstein, mais qui ne lui plaisait pas.

Sa santé se dégrada et il mourut, il y a cinquante ans.



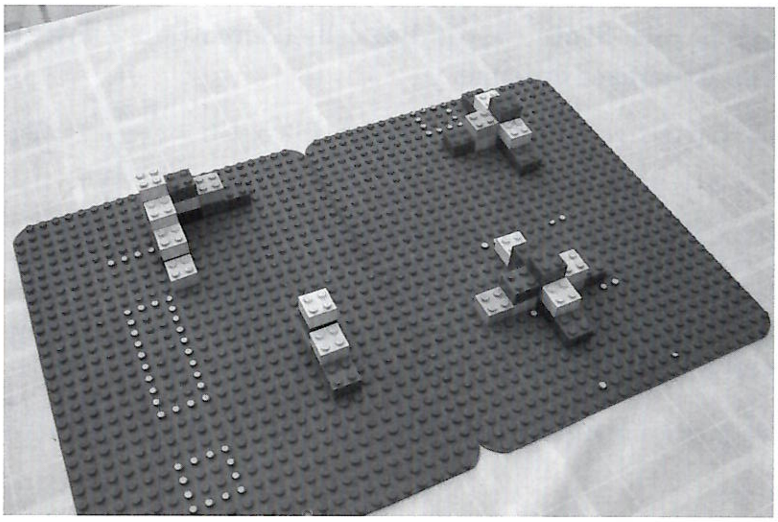
Jouons aux legos

A. Paternottre

Personne n'ignore l'existence de ces briquettes emboîtables du célèbre jeu de « Lego ».

Il m'est venu l'idée (pas très géniale, j'en conviens) de les utiliser pour construire des escaliers.

En voici quatre que j'ai photographiés et qui serviront de point de départ à cet article.



Vous remarquez que je n'ai utilisé que des briquettes carrées (1,5cm × 1,5cm × 1cm), empilées les unes sur les autres et ne se chevauchant pas. De plus, pour chacun de ces escaliers, chaque pile verticale comporte exactement une brique de plus que la pile voisine. Enfin, et c'est important pour la suite, lorsqu'un escalier comporte plusieurs parties, celles-ci convergent toutes vers la pile la plus haute.

Sur la photo, vous distinguez :

1. Un escalier à une seule partie de 3 marches (escalier simple). Nous le notons : $E_{1\times 3}$
2. Un escalier à 2 parties convergentes de 4 marches chacune. (escalier double). Nous le notons : $E_{2\times 4}$
3. Un escalier à 3 parties convergentes de 3 marches chacune. (escalier triple). Nous le notons : $E_{3\times 3}$
4. Un escalier à 4 parties convergentes de 3 marches chacune (escalier quadruple).Nous le notons : $E_{4\times 3}$

Sur une base de jeu de lego, il n'est pas possible de construire un escalier à plus de quatre parties convergentes. Cependant nous pouvons fort bien imaginer un escalier de p parties convergentes comportant chacune m marches. (p et $m \in \mathbb{N}_0$). Nous le notons bien sûr : $E_{p\times m}$.

Il va bien sûr s'agir de calculer le nombre b de briquettes nécessaires pour la construction d'un escalier quelconque $E_{p\times m}$. Le nombre b sera donc nécessairement un nombre naturel non nul.

Rappelons-nous tout d'abord une formule qui revient souvent dans *Math-Jeunes Junior* et qui donne la somme des n premiers nombres naturels :

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

- Commençons par un exemple concret : calculer b pour un escalier $E_{4\times 7}$

  Si on ôte la pile la plus haute c'est-à-dire celle comportant 7 briquettes, il restera les 4 parties égales de 6 marches chacune.

  Chacune de ces parties comporte $1+2+3+4+5+6=\dfrac{6\times 7}{2}=21$ briquettes.

  Dès lors $b=7+4\times 21=91$.

  Fais le même calcul pour chacun des escaliers de la photo ci-dessus

- Poursuivons par un exemple plus général : calculer b pour un escalier $E_{4\times m}$

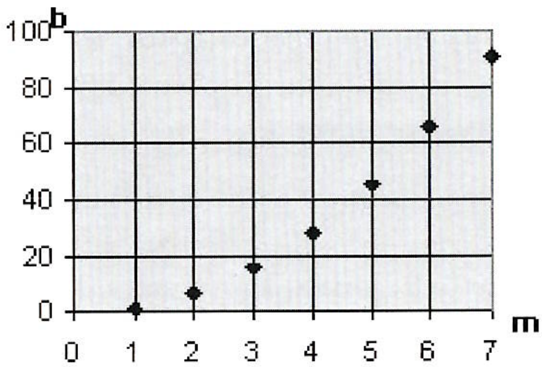
  Si on ôte la pile la plus haute c'est-à-dire celle comportant m briquettes, il restera les 4 parties égales de $m-1$ marches chacune.

  Chacune de ces parties comporte $1+2+3+4+5+\cdots+(m-1)=\dfrac{(m-1)m}{2}$ briquettes.

  Dès lors
  $$b=m+4\times\frac{(m-1)m}{2}=m+2\times(m^2-m)=2m^2-m$$

  Voici le graphique de b en fonction de m :

m	1	2	3	4	5	6	7
b	1	6	15	28	45	66	91



Pour un $E_{1\times m}$, on obtient : $b=0.5(m^2+m)$

Pour un $E_{2\times m}$, on obtient : $b=m^2$

Pour un $E_{3\times m}$, on obtient : $b=0.5(3m^2-m)$

Constatons que b est, dans chaque cas, une fonction du second degré de m.

Le graphique de cette fonction du second degré est ici constitué de points isolés parce que m et b sont des nombres naturels. La répartition des points sur le graphique doit sans doute suggérer aux aînés d'entre vous une courbe bien connue. Laquelle ?

Terminons en généralisant : calculer b pour un escalier $E_{p\times m}$.

En procédant comme dans les exemples ci-dessus, on a :

$$b = m + p\frac{(m-1)m}{2} = \frac{1}{2}(2m + pm^2 - pm) = \frac{1}{2}[pm^2 - m(p-2)]$$

Ainsi, si nous imaginons un escalier à 20 parties convergentes de 50 marches chacune ($E_{20\times 50}$), son nombre de marches sera : $b = 0.5[20 \times 50^2 - 50 \times (20-2)] = 24550$.

Trois remarques encore :

- Si on choisit $m = p = 1$ alors l'égalité précédente s'écrit $b = 0.5[1.1^2 - 1(1-2)] = 1$. On pouvait s'y attendre : s'il n'y a qu'une seule marche et une seule partie alors il ne peut y avoir qu'une seule briquette constituant à elle seule l'escalier $E_{1\times 1}$.
- Si on choisit $m = 1$ et $p > 1$ alors l'égalité précédente conduit encore à $b = 1$ quel que soit p.
  Autrement dit s'il n'y a qu'une seule marche, l'escalier se compose d'une seule briquette... que l'on peut gravir par n'importe quel point de son périmètre. Waoh !
- Enfin si p et m sont deux nombres naturels et non nuls, peut-on être sûr que le nombre b donné par l'égalité précédente sera bien aussi un nombre naturel non nul ?
  Pour s'en persuader, il faut se poser trois questions à propos du nombre k tel que
  $k = pm^2 - (p-2)m \qquad (\text{donc } b = \frac{k}{2})$.
  1. k est-il bien un nombre entier ? C'est évident car p et $m \in \mathbb{N}_0$ par hypothèse.
  2. k est-il strictement positif ? Le raisonnement suivant le justifie :

     $$k > 0 \Leftrightarrow pm^2-(p-2)m > 0 \Leftrightarrow m(pm-p+2) > 0 \Leftrightarrow pm-p+2 > 0 \Leftrightarrow p(m-1)+2 > 0.$$

     Cette dernière inégalité est vraie car, encore une fois, p et $m \in \mathbb{N}_0$.
  3. Quelle que soit la parité de p et m, k est-il toujours pair ?
     Le tableau suivant dans lequel P et I signifient évidemment « pair » et « impair », le justifie :

p	m	m^2	$p.m^2$	$p-2$	$m.(p-2)$	$pm^2 - m(p-2)$
P	P	P	P	P	P	P
P	I	I	P	P	P	P
I	P	P	P	I	P	P
I	I	I	I	I	I	P

Il te reste à vérifier avec un vrai jeu de « legos » tout ce que nous avons découvert ci-dessus.

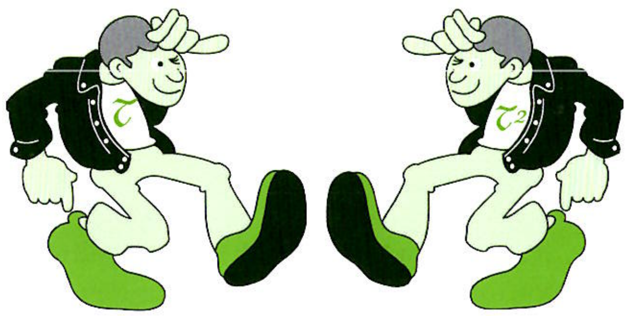
Bon amusement avec tes anciennes et chères briquettes !

Les frères Hick 13

B. Honclaire

Agence de détectives privés
Les frères Hick

Recherches en tous genres



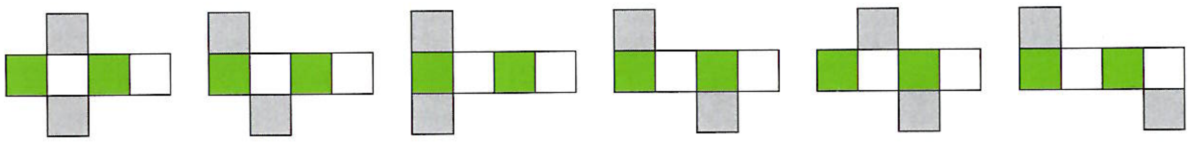
Ami lecteur,

$\mathcal{T}^2$ te confiera sa satisfaction d'avoir terminé la recherche des développements d'un cube parmi les assemblages de six carrés proposés. $\mathcal{T}$ en profitera pour justifier le fait qu'il n'y en a pas d'autres !

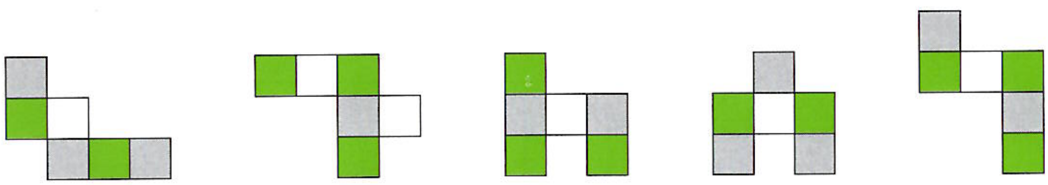
$\mathcal{T}^2$ te confiera également sa grande fatigue pour avoir beaucoup voyagé sur un cube. $\mathcal{T}$ aura une pensée pour Pythagore et t'engagera à préciser les résultats de son frère. Bon courage et bon amusement.

Bernard Honclaire

$\mathcal{T}^2$ (l'air détendu) — « **En ce qui concerne les coloriages — j'adore nos nouvelles chaussures ! — des faces parallèles des développements que tu as appelé 1—4—1 , c'était très facile ! Regarde !**



Parmi les autres assemblages, certains présentent deux fois la même face et il en manque donc une !



Les cinq autres sont des développements. Mais j'ai l'impression que l'on peut encore en trouver... »

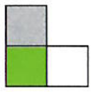
$\mathcal{T}$ (directif mais admiratif) — « **Je vois que la mise au vert t'a fait du bien ! Tu maîtrises bien la recherche des faces parallèles et je pense que tu es prêt à me suivre dans la recherche de tous les développements du cube formés de six carrés !** »

$\mathcal{T}^2$ (fier et inquiet) — « **N'oublie pas que nous sommes déjà sûrs des six développements 1—4—1 !** »

$\mathcal{T}$ (approuvant la remarque) — « **C'est bien pour cela que je vais me limiter aux développements ne présentant pas quatre faces alignées ! Accroche-toi !**

Math-Jeunes Junior n° 110J, 24–26, 2005

Il n'y a qu'une façon de placer trois faces ayant un sommet commun !

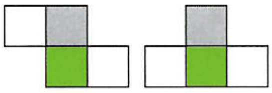


J'ajoute une quatrième face qui est forcément parallèle à une des trois premières. Je vais commencer par la face grise. Il n'y a que deux façons de placer la face grise qui lui est parallèle ! »

$\mathcal{T}^2$ (sûr de lui) — « *Je devine la suite !*

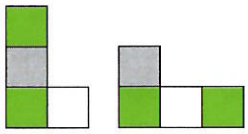
...

Idem pour la face blanche

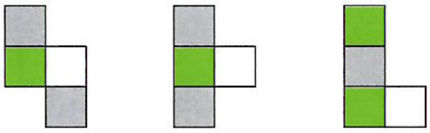


...

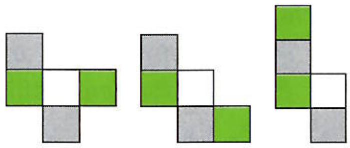
Idem pour la face verte ! »



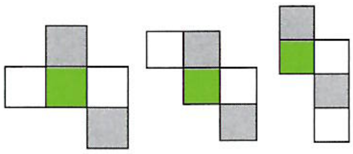
$\mathcal{T}$ (avec autorité) — « *De ces six configurations, je ne laisse qu'un exemplaire des figures identiques à la couleur et à la position près ! Il m'en reste trois !* »



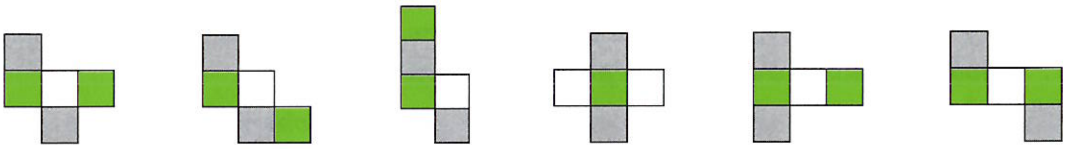
$\mathcal{T}^2$ (reprenant le service, les deux frères jouent parfois au ping-pong) — « *Et hop ! Voilà une cinquième face ! ... Je reprends ta première figure !... Il y a trois façons de placer la deuxième face verte !*



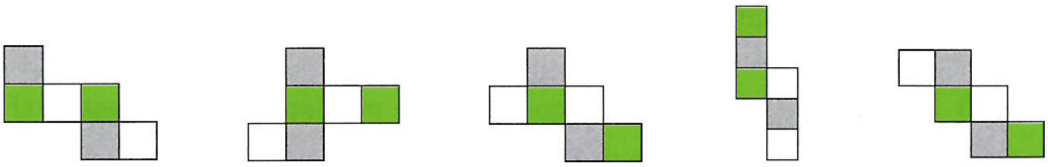
... Idem pour la face blanche ! ... (en lui-même) *Celles-là, je les ai déjà ! ...* (reprenant) *On recommence avec les deux autres figures... en ne plaçant jamais quatre carrés alignés* »



$\mathcal{T}$ (semblant impatient) — « *Je vois que tu pourrais très bien terminer le travail ! Mais le temps presse ! Bien sûr, j'élimine les figures qui font double emploi ! Voilà les six survivants !*



C'est pratiquement terminé ! Pour chaque assemblage de cinq carrés, il reste à placer la dernière face !... Ce qui peut se faire de quatre façons !... Elimination !... Et voilà le travail ! Il n'y a que cinq développements qui ne sont pas des 1—4—1 !

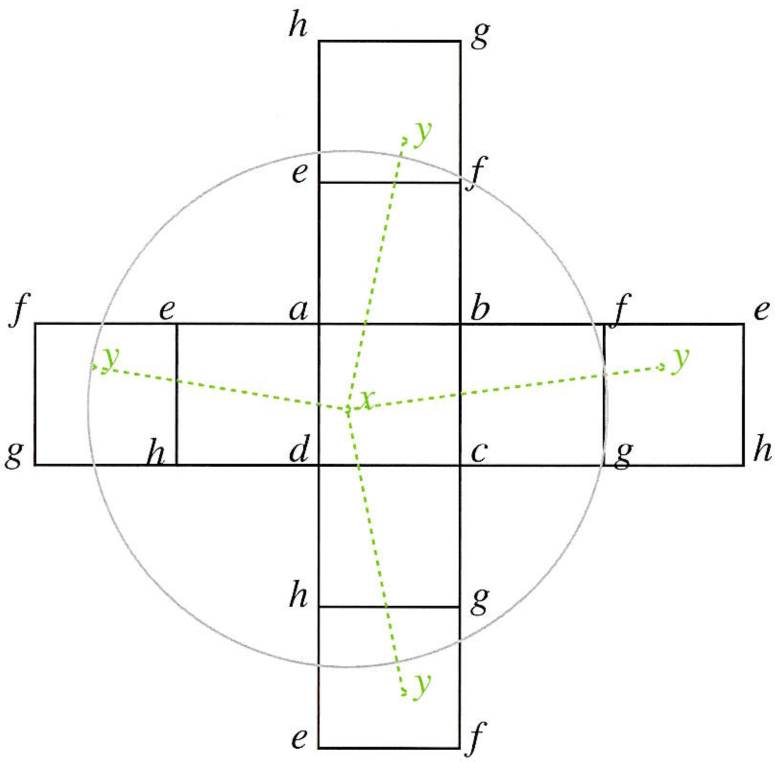


$\mathcal{T}^2$ (intérieurement) — « *Six figures !... Quatre façons !... Vingt-quatre possibilités !... Il n'en resterait que cinq ??!... Tu parles d'une élimination !... C'est plutôt une extermination ! ... Dès que j'ai cinq minutes, je vérifie tout cela ! ...* »

(reprenant ses esprits) « ***C'est aussi pénible que les voyages que j'ai effectués sur le cube ! ...***

J'ai considéré que le point x était sur la face avant ($abcd$) à 6 cm de ab et à 2 cm de ad et que le point y se trouvait sur la face arrière ($efgh$) à 3 cm de ef et à 4 cm de fg ...

Pour relier les points x et y, j'ai pensé qu'il y avait quatre chemins directs : par la droite, par le haut, par la gauche et par le bas.
(montrant une immense feuille)
Je t'ai dessiné tout cela ...
J'ai fait comme pour un développement, j'ai mis les faces à plat !
(souriant mais légèrement inquiet)
... Evidemment, il a fallu que je représente plusieurs fois la face arrière !
... J'ai mesuré avec ma latte !
... Et ensuite en utilisant mon compas, j'ai tracé un cercle qui doit te convaincre que le plus court chemin est par la gauche ! ... »



$\mathcal{T}$ (agréablement surpris) — « ***Je suis content de voir que tu as pensé à rabattre les faces pour rechercher le trajet le plus court ! Tu sais que tu aurais pu calculer les longueurs des quatre trajets plutôt que de les mesurer avec une latte !... Pythagore et le triangle rectangle... Cela ne te rappelle rien ?...*** »

$\mathcal{T}^2$ (rougissant et tout bas) — « ***Il va encore me prendre pour un âne !...*** (un peu plus fort) — ***Euh ! ... Sincèrement !... Je ne vois plus très bien !...*** »

$\mathcal{T}$ (pas très surpris) — « ***Je vais te proposer une petite recherche pour te rafraîchir la mémoire ! Tu vas dessiner quatre triangles rectangles dont les côtés de l'angle droit mesurent 2 et 5 cm, dans des carrés de 7 cm de côté, de façon à ne faire apparaître qu'un ou plusieurs petits carrés à l'intérieur (en plus des quatre triangles, bien sûr !) ! Evidemment, tu me trouves des solutions différentes ! Tu pourras alors trouver des renseignements qui te permettront de calculer le troisième côté du triangle rectangle !*** »

$\mathcal{T}^2$ (en lui-même) — « ***Faudra quand même que j'utilise ma latte pour dessiner !!*** »

Ami lecteur, peux-tu aider $\mathcal{T}^2$ à résoudre ce problème ? Tu pourras faire varier les mesures et tenter de généraliser le problème ! Tu pourras également calculer les longueurs des quatre trajets reliant x et y sur le cube !

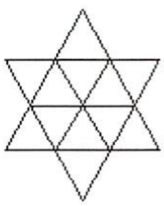
à suivre

Tu viens certainement de participer à l'éliminatoire de l'Olympiade Mathématique Belge. Tu seras peut-être admis en demi-finale, et dans ce cas, je te félicite, mais si tu n'as pas cette chance, ne t'en fais pas, prends courage et réinscris-toi l'année prochaine.

Dans tous les cas, voici quelques énoncés qui devraient t'intéresser; ces énoncés sont choisis parmi ceux des épreuves midi et maxi de cette dernière éliminatoire. Essaye d'abord de les résoudre sans regarder la solution.
Si tu désires t'exercer davantage, tu peux te procurer les tomes 4 et 5 des brochures « Olympiades ». Voici tous les renseignements nécessaires pour les commander :
Olympiades Mathématiques Belges
Tome 4 (1994-1998) : 5 euros
Tome 5 (1999-2002) : 6 euros
Tome 4 + tome 5 : 10 euros
Ajouter 1,80 euros de port pour un tome et 3,50 euros de port pour deux tomes. Les commandes sont à adresser à

SBPMef, rue de la Halle, 15, 7000 Mons
Compte : 000-0728014-29
Fax et téléphone : 065 37 37 29. — GSM : 0473/973808

Mini 5 - Midi 1



Combien de triangles de toutes tailles et de toutes orientations y a-t-il dans la figure ci-contre ?

Ⓐ 12 Ⓑ 14 Ⓒ 18 Ⓓ 20 Ⓔ 24

Solution

Décidons que le côté du plus petit triangle vaut 1.
Il y a 6 petits triangles de côté 1 avec la pointe en haut et 6 avec la pointe en bas.
Il y a 3 triangles de côté 2 avec la pointe en haut et 3 avec la pointe en bas.
Et il y a 2 triangles de côté 3, un avec la pointe en haut et l'autre avec la pointe en bas.
Donc en tout $12 + 6 + 2 = 20$ triangles.

Mini 7 - Midi 2

$(-1)^3 - (-1)^2 =$

Ⓐ -2 Ⓑ -1 Ⓒ 0 Ⓓ 1 Ⓔ 2

Solution

$(-1)^3-(-1)^2 = (-1)\cdot(-1)\cdot(-1)-(-1)\cdot(-1)$.
Le produit de trois nombres négatifs est négatif, tandis que le produit de deux nombres négatifs est positif.
On obtient ainsi : $-1 - 1 = -2$.

Mini 15

Que vaut

$$\left(1+\tfrac{1}{3}\right)\left(1-\tfrac{1}{4}\right)\left(1+\tfrac{1}{5}\right)\left(1-\tfrac{1}{6}\right)\left(1+\tfrac{1}{7}\right)\left(1-\tfrac{1}{8}\right)\ ?$$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ 1 Ⓒ $\frac{8}{3}$ Ⓓ 3 Ⓔ $\frac{9}{2}$

Solution

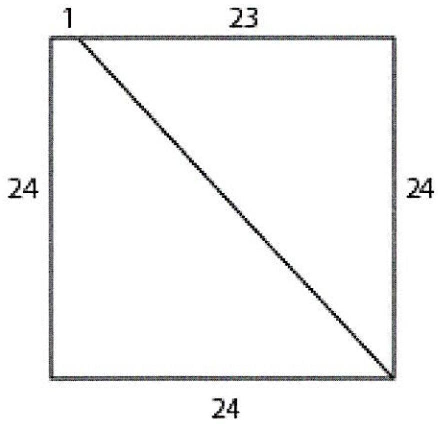
$$1+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}\,;\ 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$
$$1+\frac{1}{5}=\frac{6}{5}\,;\ 1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$

$1+\frac{1}{7}=\frac{8}{7}$; $1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

Le produit cherché vaut donc $\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{7}{8}$, les fractions se simplifient deux par deux et le résultat final est 1.

Mini 16 - Midi 12

Que vaut la différence des aires des deux parties du carré de côté 24, telles qu'elles sont représentées par la figure ci-contre ?



Ⓐ 2 Ⓑ 12 Ⓒ $\frac{25}{2}$ Ⓓ 23 Ⓔ 24

Solution

La plus grande des deux aires est celle d'un trapèze de petite base 1, de grande base 24 et de hauteur 24. Cette aire vaut $\frac{1}{2}(1+24)24 = 300$.
L'autre aire est celle d'un triangle rectangle de base 23 et de hauteur 24.Cette aire vaut $\frac{1}{2}23\cdot 24 = 276$

La différence des deux aires est $300-276 = 24$.

Mini 19

Je dispose d'un kg de bonbons au chocolat, soit 96 bonbons, d'un kg de bonbons au citron, soit 120 bonbons et d'un kg de bonbons à la menthe, soit 144 bonbons. À l'aide de ces trois kilos, je confectionne le plus grand nombre possible de sachets au contenu identique en utilisant tous les bonbons.

Combien y aura-t-il de bonbons par sachet ?

Ⓐ 12 Ⓑ 15 Ⓒ 24 Ⓓ 30
Ⓔ Aucun des nombres précédents.

Solution

Le contenu de tous les sachets doit être identique, donc le nombre de sachets est un diviseur de 96, de 120 et de 144. Comme ce nombre est le plus grand possible, c'est le plus grand commun diviseur de 96, 120 et 144.
$96 = 2^5\cdot 3$, $120 = 2^3\cdot 3\cdot 5$ et $144 = 2^4\cdot 3^2$, donc leur pgcd est égal à $2^3\cdot 3 = 24$.

Dans chacun des 24 sachets, il y aura

$\frac{96}{24} = 4$ bonbons au chocolat, $\frac{120}{24} = 5$ bonbons au citron et $\frac{144}{24} = 6$ bonbons à la menthe.
Soit en tout 15 bonbons.

Mini 24

Un jardinier a planté 200 fleurs en cinq jours. Le premier jour, son travail a été lent ; mais chacun des jours suivants, il a planté 12 fleurs de plus que le jour précédent.

Combien en a-t-il planté le premier jour ?

Ⓐ 4 Ⓑ 9 Ⓒ 16 Ⓓ 25 Ⓔ 36

Solution

Soit n le nombre de fleurs plantées le premier jour. Les jours suivants, il en plante $n+12$, $n+12+12$, $n+12+12+12$ et $n+12+12+12+12$. Soit en tout $5n+10\cdot 12 = 5n+120$.
Mais on sait qu'il a planté 200 fleurs, donc $5n+120 = 200$; de là $5n = 80$ et $n = 16$.

Le premier jour, il a planté 16 fleurs.

Mini 30

Sans réponse préformulée - Quel est le plus grand nombre de deux chiffres qui est égal à deux fois le produit de ses chiffres ?

Solution

Soit n le nombre cherché, a son chiffre des dizaines et b son chiffre des unités avec $a \in \{1, 2, \ldots, 9\}$ et $b \in \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$.
Il faut trouver n sachant que $n = 10a + b = 2ab$.
n est pair et non nul, donc $b \in \{2, 4, 6, 8\}$. Essayons chacune de ces valeurs de b.
Si $b = 2$, on a $10a + 2 = 4a$, d'où $6a = -2$ et $a = -\frac{1}{3}$, ce qui est à rejeter.
Si $b = 4$, on a $10a + 4 = 8a$, d'où $2a = -4$ et $a = -2$, de nouveau à rejeter.
Si $b = 6$, on a $10a + 6 = 12a$, d'où $2a = 6$ et $a = 3$.
Si $b = 8$, on a $10a + 8 = 16a$, d'où $6a = 8$ et $a = \frac{8}{6}$, ce qui est à rejeter.
La seule solution donne $a = 3$, $b = 6$ et $n = 36$.

Midi 17

Les nombres réels a et b vérifient l'égalité $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$. Dans ce cas, a et b sont nécessairement tels que

Ⓐ $a = b = 1$ Ⓑ $a = b$ Ⓒ $ab = 1$ Ⓓ $|a| = |b|$
Ⓔ $a + b = ab$

Solution

L'égalité $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ est vérifiée par les réels a et b, donc a et b sont non nuls et l'égalité est équivalente à $a^2 = b^2$.
Si a et b sont de même signe, alors $a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = b$; mais si a et b sont de signes opposés, alors $a^2 = b^2 \Leftrightarrow a = -b$. Dans l'un et l'autre cas, on obtient $|a| = |b|$.

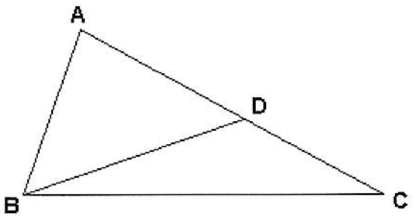
Midi 24

Dans le triangle ABC, nous avons $\widehat{ABC} - \widehat{ACB} = 30°$. Un point D situé sur $[AC]$ est tel que $|AD| = |AB|$. La mesure en degrés de l'angle $\widehat{CBD}$ est

Ⓐ 12 Ⓑ 15 Ⓒ 17 Ⓓ 21 Ⓔ 23

Solution

Ci-dessous, nous utilisons le fait que le triangle ABD est isocèle et que, dans un triangle, un angle extérieur est égal à la somme des deux angles intérieurs non adjacents.



$$
\begin{aligned}
30° &= \widehat{ABC} - \widehat{ACB} \\
&= \widehat{ABD} + \widehat{DBC} - \widehat{ACB} \\
&= \widehat{DBC} + \widehat{DCB} + \widehat{DBC} - \widehat{ACB} \\
&= 2\widehat{DBC} \quad (car \widehat{DCB} = \widehat{ACB})
\end{aligned}
$$

d'où $\widehat{DBC} = 15°$.

Midi 27

Les nombres entiers a, b, c sont donnés par

$$a = 2^{5555},\ b = 3^{3333},\ c = 6^{2222}.$$

Laquelle des doubles inégalités ci-dessous est vraie ?

Ⓐ $a < b < c$ Ⓑ $a < c < b$ Ⓒ $c < b < a$
Ⓓ $b < c < a$ Ⓔ $b < a < c$

Solution

$a = 2^{5555} = (2^5)^{1111} = 32^{1111}$
$b = 2^{3333} = (3^3)^{1111} = 27^{1111}$
$c = 6^{2222} = (6^2)^{1111} = 36^{1111}$
Ce qui donne $b < a < c$

Solutions des jeux

1. Divisibilité

Voici des solutions parmi d'autres !

2	1	8		7	6	2		9	1	6
3	6	6		1	8	3		3	7	8
5	0	4		5	0	4		5	2	4

2. Des carrés moyens

1. C2 =

1	5	9
4	8	12
7	11	15

C3 =

-7	-6	-5
11	12	13
29	30	31

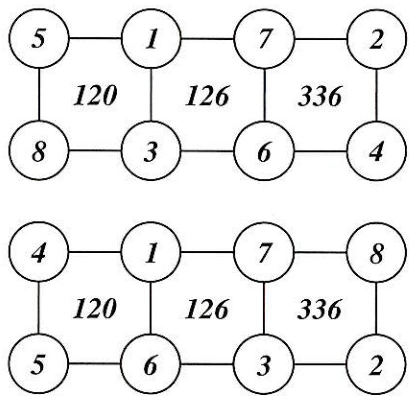
2. Le carré C4 est moyen quelle que soit la valeur donnée à a, entière ou non, positive ou négative.
3. $x = a - b + c$

3. Des lettres

Il existe beaucoup de solutions. En voici deux : $8032 - 7401 = 631$ et $8056 - 7103 = 953$.

4. Trois carrés

Plusieurs solutions sont possibles. En voici deux :



5. Des symétries « miroir »

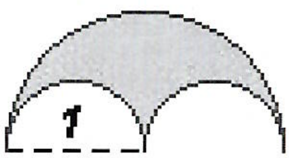
Les dessins associés sont : 1 et 6, 2 et 12, 3 et 9, 4 et 15, 5 et 14, 7 et 13, 8 et 11, 10 et 16.

Art et mathématique

Cette mosaïque constitue le pavage de la cour d'un musée de Cordoue (Andalousie - Espagne). Si le tracé des lunules est conforme à la réalité, le coloriage de celles-ci ne l'est que partiellement dans la reproduction ci-dessus : les lunules noires sont aussi noires dans la réalité tandis que celles ombrées en gris clair sont jaunes et celles ombrées en gris foncé sont rouges.

Alliant esthétique et géométrie, cette jolie mosaïque a de quoi nous séduire. Déjà la lunule est un objet géométrique intéressant.

Peux-tu par exemple en calculer le périmètre et l'aire ?



Mais dans cette mosaïque, tu peux aussi découvrir pas mal de transformations du plan. Peux-tu les déterminer ?

Source : Robert Field « Géometric Patterns from Roman Mosaïcs and how to draw them. »

Math-Quiz

Avis important

Par suite de la réorganisation de la distribution du courrier et de mouvements sociaux à la poste ainsi que suite à une erreur dans l'indication d'un numéro de compte de la SBPMef, de nombreux abonnements à notre revue n'ont été pris ou enregistrés que tardivement.

La Rédaction de *Math-Jeunes Junior* a donc décidé de reporter le délai pour répondre à la première étape du math-Quiz à la même date que pour la deuxième étape c'est à dire avant le vendredi 4 mars 2005.

En conséquence, la liste des réponses attendues aux 10 questions de la première étape ne sera donnée que dans la prochaine revue en même temps que celle de la deuxième étape.

Bien entendu, nous remercions vivement et félicitons chaleureusement tous ceux qui ont répondu, en tout ou en partie, aux questions de la première étape de notre Math-Quiz 2004-2005.

Le tableau « d'honneur » de cette première étape s'établit comme suit (ordre alphabétique) :

Nom et prénom de l'élève	Commune	Classe
Beaujan Audrey	Wezembeek-Oppem	3
Cambron Blandine	Brûly	3
Coquelet Danae	Sivry	1
Flament François	Forges	3
Monin Thomas	Momignies	1
Nguyen Thi Tuyet Minh	Liège	4
Rosen Justine	Waimes	2
Rousseaux Vincent	Chimay	2
Simon Valentin	Virelles	1
Thonet Adrien	Bourlers	2
Classe de 2Aa	A.R. Waismes	2
Classe de 3Ga	A.R. Waismes	3

Tous ces élèves « remportent » une récompense qui leur a déjà été envoyée.

Nous invitons maintenant tous les lecteurs à participer à la deuxième étape de notre challenge dont nous rappelons la teneur : fournir le maximum de réponses correctes aux questions qui sont proposées dans cette rubrique.

Rappelons qu'il n'est pas nécessaire d'avoir participé à la première étape pour relever le défi.

Ne perdez pas de vue que ce « concours » est essentiellement une belle occasion de pratiquer le mathématique en dehors du cadre strictement scolaire

Cette deuxième étape ainsi que le classement général nous permettront de vous placer au tableau d'honneur et d'attribuer des récompenses aux meilleurs envois. Comme lors de la première étape, 10 questions vous sont soumises.

Chacune d'elles possède un coefficient de difficulté indiqué sous la forme d'étoiles.

Chaque étoile d'une question dont la réponse est correcte vous fait gagner 5 points.

Vous répondez à autant de questions que vous le souhaitez.

78 points ont été mis en jeu lors de la première étape et 130 points le sont maintenant.

Comment répondre ?

Vous nous envoyez vos réponses sur une face d'une carte postale ou d'un bristol de format 10cm x 15cm, sous enveloppe affranchie, à l'adresse suivante :

SBPMef - Math-Quiz Rue de la Halle 15 B-7000 Mons.

en indiquant bien vos nom et prénom, votre adresse complète,le nom exact et la localisation de votre école ainsi que le niveau de votre classe en 2004-2005.

Vos réponses à cette deuxième étape doivent nous être parvenues dès que possible et avant le vendredi 4 mars 2005 .

Exemple de tableau-réponse

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponse										

Le concours annexe **(facultatif)** se poursuit aussi :

Nous continuons à vous inviter en outre à être imaginatif et/ou créatif pour le choix du sujet figurant éventuellement au verso de la carte . Vous pouvez librement en compléter ou détourner l'illustration de la carte postale par ajout de dessins ou de textes ou bien réaliser un dessin.

Dans les deux cas, cela doit vous permettre d'illustrer un sujet de votre choix, touchant au domaine des mathématiques.

A vous de faire preuve d'originalité.

Les meilleures propositions seront également primées

(Voyez des exemples de réalisations 2003-2004 en couverture et en page 16 de cette revue).

Questions de la deuxième étape

11	*	si $\frac{a}{b} = \frac{4}{7}$ et $\frac{b}{c} = \frac{7}{2}$ alors $\frac{a}{c}$ =?
12	*	In diesem Restaurant haben Sie die Wahl zwischen 4 Vorspeisen, 3 Hauptgerichten und 5 Nachtspeisen. Wie viel dreigängige Menüs können Sie mit diesen gerichten zusammenstellen, in denen jedes Mal midenstens ein Gericht verschieden ist ?
13	**	Un triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O. L'angle OBC mesure 35° tandis que l'angle OAB mesure 20°. La longueur du segment $[AC]$ est de 5m. Quelle est, en cm, la longueur du segment $[BC]$?
14	**	U maait het grasperk dat de vorm van een rechthoek heeft en dat 30 m lang bij 18 m breed is. De maaimachine heeft een snijbreedte van 0,5m. U loopt op het te maaien grasperk rond zonder terug te komen op de delen die al gemaaid zijn. Wat is, in meters, de totale lengte die aan het eind van het werk zal worden afgelegd ?
15	**	Dominique écrit une suite de nombres. Le premier est 0, le deuxième est 1. A partir du quatrième terme, chaque nombre de la suite est obtenu en additionnant les trois nombres qui le précèdent. Le douzième nombre obtenu par Dominique est 274. Quel est le troisième terme de sa suite ?
16	***	Le cube de Rubik a ses six faces de couleurs toutes différentes. En plaçant un sommet en direction des yeux, on peut voir du bleu, du blanc et du jaune ou bien du bleu, du mauve et du rouge ou bien du blanc, du mauve et du vert. Quelle est la couleur de la face opposée à la face blanche ?
17	***	Pour laver la voiture A met 2 heures tandis que B met 3 heures. Ils décident de laver cette voiture ensemble. Dans ces mêmes conditions, combien de temps, en minutes, leur faudra t-il ?
18	***	La base BCD de la pyramide $ABCD$ est un triangle équilatéral. Pour se rendre de A à C en suivant les arêtes et en ne passant jamais deux fois par le même sommet, une mouche parcourt, selon ses trajets, les distances 5, 7, 9, 10 ou 12. Que vaut la somme des longueurs des 6 arêtes de la pyramide ?
19	****	Vous disposez de deux bouteilles d'une contenance de 1 l chacune. Elles sont remplies à leurs $\frac{4}{5}$, l'une A d'eau et l'autre B de jus de fruit. Vous complétez A par transvasement du contenu de B et mélangez le tout. Vous complétez ensuite B par transvasement du contenu de A et mélangez le tout. Vous remplissez enfin A à ses $\frac{4}{5}$ comme initialement par transvasement du contenu de B. Combien de ml de jus de fruit A contient-il alors ?
20	*****	Par temps calme et mer étale, le surveillant, debout sur une estrade le long du bord de mer, a ses yeux qui culminent à 3 m de hauteur. A quelle distance (en nombre entier de mètres, par défaut) de ceux-ci se trouve la ligne d'horizon ? (On prendra 3,14 comme valeur de π et 40820km comme circonférence de la terre).

Math-Jeunes Junior
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: A. PATERNOTTRE
Rue du Moulin 78 – 7300 Boussu
Bureau de dépôt : Mons 1

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée