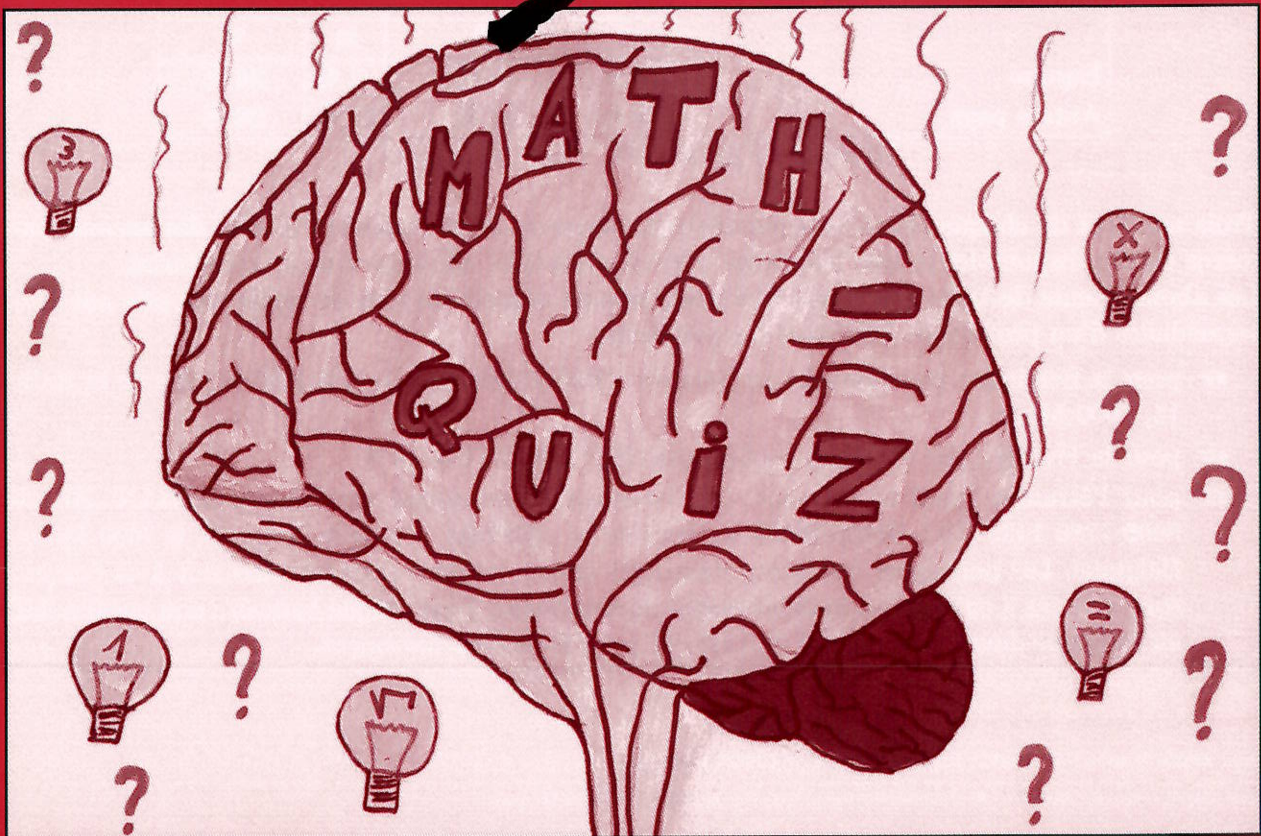
MJ Junior



Vincent Rousseaux 3e Chimay

27e année - N° 114j
Avril 2006

Math-Jeunes et Math-Jeunes Junior

Revues trimestrielles publiées par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Secrétariat : M-C Carruana, SBPMef, rue de la Halle 15, 7000 Mons, ☎-FAX 32-(0)65-373729, GSM : 0473973808 e-mail : sbpm@sbpm.be, URL : http://www.sbpm.be.

Math-Jeunes

Comité de Rédaction : *C. Festraets, N. Lambelin, J. Miéwis, N. Miewis, G. Noël, Y. Noël-Roch, F. Pourbaix, C. Randour, P. Tilleuil, A. Tilleuil-Lepoutre, S. Trompler, N. Vandenabeele, C. Villers*

Mise en page et dactylographie : *Noël Guy*

Math-Jeunes Junior

Comité de Rédaction : *F. Drouin, C. Festraets, B. Honclaire, G. Laloux, G. Noël, Y. Noël-Roch, A. Paternottre, F. Pourbaix, P. Skilbecq, S. Trompler, N. Vandenabeele, C. Villers .*

Mise en page et dactylographie : *Maria-Cristina Carruana*

Tarifs

Abonnements groupés (au moins 5)		
	Une des deux revues	Les **deux** revues
Belgique	4 €	8 €

Abonnements individuels				
	Une des deux revues		Les **deux** revues	
Belgique	6 €		12 €	
France (abonnement(s) pris par l'intermédiaire de l'APMEP)	8€		16€	
	✉	⚡✉	✉	⚡✉
Europe	18 €	20 €	24 €	26 €
Autres pays	19 €	22 €	25 €	28 €

Légende : « prior »=⚡✉, « non prior »=✉.

Trois numéros de chaque revue sont publiés annuellement. Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et leur prix selon votre localisation, adressez-vous au secrétariat.

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- ☞ pour la Belgique : par virement au Compte n°000-0728014-29 de *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- ☞ pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- ☞ pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n°IBAN: BE 26 0000 7280 1429 BIC: BPOTBEB1 au nom de la *SBPMef*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Les personnes résidant à l'étranger qui ne peuvent faire un virement à ce compte sont invitées à envoyer un mandat postal international. Tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 12,50 € pour frais d'encaissement.

Éditeurs responsables et rédacteurs en chef :

– pour *Math-Jeunes* : G. Noël, Rue de la Culée 86, 6927 Resteigne

– pour *Math-Jeunes Junior* : A. Paternottre, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

© SBPMef Toute reproduction partielle ou totale est interdite sans autorisation.

N°114J Vingt-sixième année 2006

MATH-JEUNES JUNIOR

Sommaire

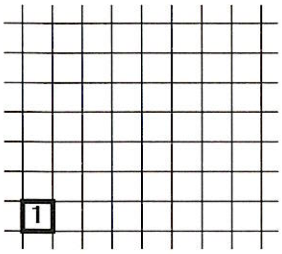
Pick sous la loupe

André Paternottre

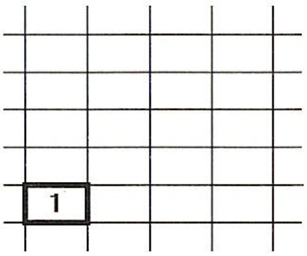
Je vous propose aujourd'hui d'exploiter le « théorème de Pick [1] ».

Il s'agit d'un théorème qui ne figure dans aucun programme de mathématique ni en Belgique ni à l'étranger et qui, dès lors, n'apparaît dans aucun manuel scolaire. Ce joli théorème est simple aussi bien dans sa formulation que dans son application directe et sa démonstration (que nous n'aborderons pas). Cet article peut donc être lu par les plus jeunes de nos lecteurs.

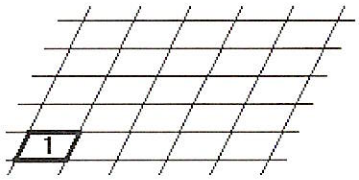
Le théorème de Pick utilise des « treillis (ou quadrillages) » en carrés (TC) ou en rectangles (TR) ou encore en parallélogrammes (TP). Voici ces trois treillis :



TC



TR



TP

Dans un treillis, l'unité d'aire est celle d'une « cellule » c'est-à-dire un carré dans un TC, un rectangle dans un TR et un parallélogramme dans un TP. Les sommets d'une cellule sont appelés « points du treillis » ou encore « noeuds ».

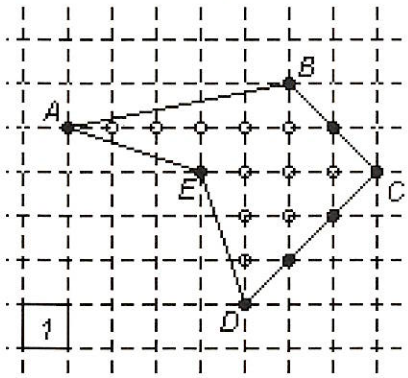
Et que dit ce théorème ? Voici son énoncé :

L'aire (A) d'un polygone dont les sommets sont des points d'un treillis est telle que :

$$A = i + \frac{c}{2} - 1$$

avec $i =$ nombre de points du treillis situés à l'intérieur du polygone.
$c =$ nombre de points du treillis appartenant au contour du polygone.

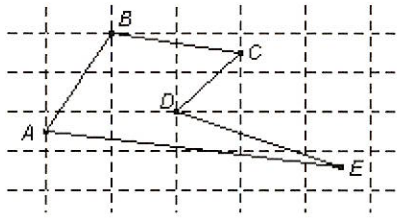
- Et voici une application directe du théorème de Pick :



$i = 11$; $c = 8$
aire $ABCDE = A = 11 + \frac{8}{2} - 1 = 14$
L'aire du polygone $ABCDE$ vaut donc 14 foix celle du carré-unité.

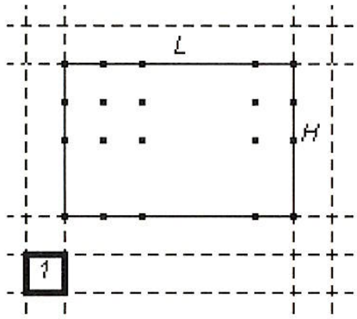
[1] (1) Georg Alexandrov PICK (1859 - 1942). Autrichien. Professeur à l'université allemande de Prague. Victime de la barbarie nazie, il meurt au camp de concentration de Theresienstadt (Rép tchèque)

• Notons bien que le théorème de Pick n'est applicable qu'aux seuls polygones fermés dont tous les sommets sont des points du treillis



Ainsi le théorème de Pick n'est pas applicable à la recherche de l'aire du polygone $ABCDE$ ci-contre. Pourquoi ?

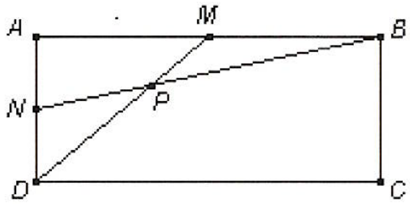
• Montrons que la formule de Pick est en adéquation avec la formule bien connue de l'aire A d'un rectangle quelconque de longueur L et de hauteur H :



$i = (L+1-2)(H+1-2) = (L-1)(H-1) = LH - L - H + 1$
$c = 2(L+1)+2(H+1-2) = 2(L+1+H-1) = 2(L+H)$

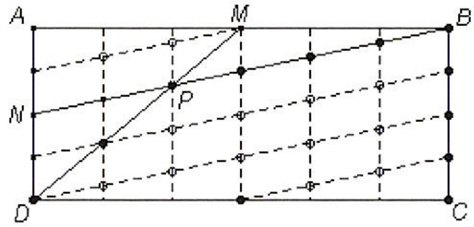
Dès lors $A = i + \frac{c}{2-1} = (LH-L-H+1)+(L+H)-1 = LH$

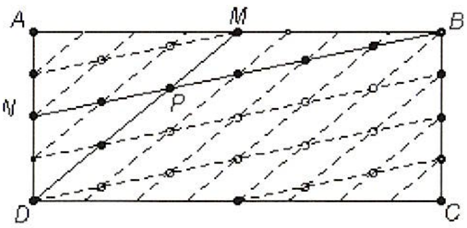
• Voici une application du théorème de Pick nécessitant un choix judicieux du treillis.



$ABCD$ est un rectangle . M est le milieu de $[AB]$ et N est le milieu de $[AD]$. Il s'agit de prouver que l'aire du quadrilatère $AMPN$ est de 4 fois plus petite que l'aire du quadrilatère $BCDP$.

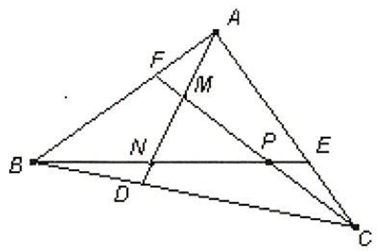
Choisissons un treillis tel que tous les points notés sur la figure ci-dessus appartiennent à ce treillis. Observe les deux choix suivants :



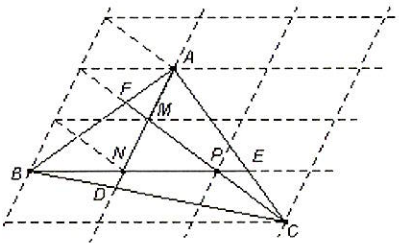


Dans l'un comme l'autre treillis, on a :
Aire du quadrilatère $AMPN = 2 + \frac{6}{2} - 1 = 4$; Aire du quadrilatère $BCDP = 11 + \frac{12}{2} - 1 = 16$
Comme 4 est le quart de 16, on en déduit l'exactitude de l'énoncé précédent.

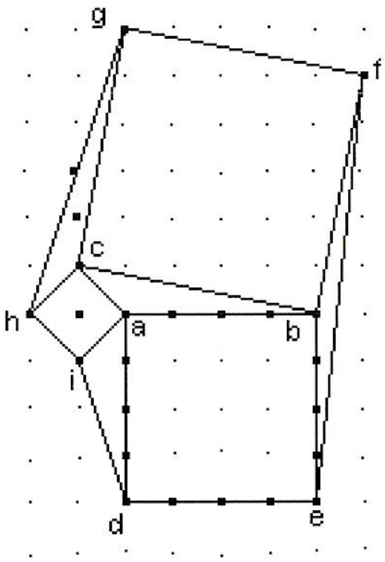
Je te propose une application du même genre que tu résous comme la précédente :



On joint chacun des sommets A, B, C, d'un triangle quelconque ABC respectivement aux points D, E, F situés au tiers du côté opposé à partir B, C,A. On détermine ainsi un deuxième triangle MNP. Utiliser le théorème de Pick pour prouver que l'aire du triangle MNP est le $\frac{1}{7^e}$ de celle du triangle ABC.



On te facilite la besogne en plaçant la figure dans un treillis approprié.
Les points D, E, F sont-ils bien au tiers des côtés respectifs $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$? Pourquoi ?
Ensuite prouve que aire $MNP = \frac{1}{7}$ aire ABC.



Hick et Pick font-ils bon ménage ?
Dans le numéro 112 de *Math-Jeunes Junior*, à la page 19, un des frères Hick $\mathcal{T}^2$ est invité à montrer que, dans la figure ci-contre (qui est tracée dans un réseau en carrés), les quatre triangles abc, aid, bef et cgh ont même aire. Peux-tu utiliser le théorème de Pick à cette fin ? Sans doute faudrait-il d'abord que tu te persuades que les trois polygones $achi$, $adeb$ et $cbfg$ sont bien des carrés construits sur les trois côtés du triangle abc. Bonnes recherches !

Echo de la 31^e Olympiade Mathématique Belge

Vous étiez 22867 à participer, le 18 janvier 2006, à l'éliminatoire de la 31^e OMB. L'épreuve s'est déroulée dans 325 écoles de la partie francophone de notre pays. C'est un peu moins que l'an dernier : -470 élèves au total qui se ventilent de la façon suivante :

MINI : +47 ; MIDI : -419 ; MAXI : -98.

Voici la répartition du nombre de participants par année d'étude :

MINI	TOTAL	MIDI	TOTAL	MAXI	TOTAL
1re année :	6427	3^e année :	3719	5^e année :	2567
2^e année :	4902	4^e année :	2928	6^e année :	2324
Totaux :	11329		6647		4891

Le tableau suivant vous donnera un idée des scores obtenus en catégories MINI et MIDI :

Scores	$\leqslant 25$	[26 , 51]	[52 , 77]	[78 , 103]	$\geqslant$104
1re année	129	1756	3369	1121	52
2^e année	47	717	2492	1447	199
Total MINI	176	2473	5861	2568	251
3^e année	13	359	2116	1165	66
4^e année	8	138	1344	1322	116
Total MIDI	21	497	3460	2487	182

Scores médians : 61 en 1re ; 70,5 en 2^e ; 71 en 3^e ; 77,5 en 4^e.

Les demi-finales ont eu lieu le 8 mars dernier et la finale aura lieu le 26 avril prochain. Encore bravo à tous et ... à l'année prochaine.

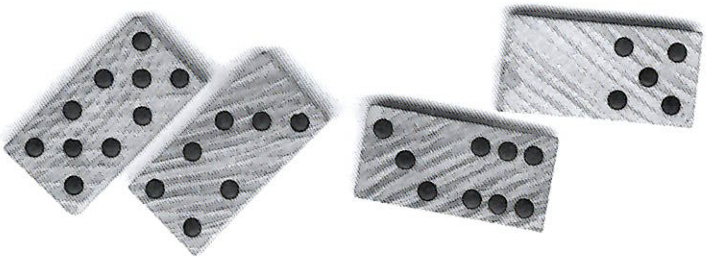
Dominos-Triominos

Claude Villers

Dénombrements/3

Les dominos

Vous connaissez très certainement le jeu classique de domino. Les pièces de ce jeu sont des rectangles partagés en deux zones de forme plus ou moins carrée, comportant chacun une indication de valeur sous la forme de gros points.



La plupart du temps ces valeurs vont de 0 à 6 et sont donc au nombre de 7.

Les fabricants proposent des boîtes contenant toutes les combinaisons possibles de deux de ces valeurs, une et une seule fois chacune.

Alors, sans effectuer un comptage, pouvez-vous dire combien de dominos il y a dans une boîte ? Cherchez un peu avant de lire la suite.

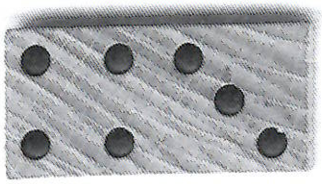
Un calcul rapide consisterait, par exemple, à dire qu'il y a 7 valeurs possibles pour un demi-domino et 7 valeurs possibles pour l'autre si bien qu'il y a $7 \times 7 (= 49)$ dominos dans une boîte.

Mais il y a les dominos doubles (qui portent deux fois la même valeur). Ils ne peuvent être comptés qu'une seule fois.

Et puis chaque domino peut servir pour 2 couples de valeurs par une simple rotation de 180° autour de son point central.

Par exemple le domino portant les valeurs 5 et 2 sert aussi pour les valeurs 2 et 5.

C'est toute la différence entre la paire $\{2,5\}$ de nombres où l'ordre n'est pas pris en compte et les couples $(2,5)$ et $(5,2)$ de nombres où l'ordre est important. Ainsi $\{4,3\} = \{3,4\}$ mais $(4,3) \neq (3,4)$ (de tels couples sont appelés couples réciproques).



Maintenant vous pensez peut-être que dans notre dénombrement, tous les dominos ont été comptés en double et qu'il suffit donc de diviser le nombre 7×7 par 2.

Mais il doit certainement y avoir un problème quelque part car 49 n'est pas un nombre pair.

Repartons donc de nos 49 possibilités.

Retirons-en les 7 couples identiques que représentent les dominos doubles.

Il reste 42 possibilités parmi lesquelles, effectivement, nous retrouvons deux fois la même conformation (à une rotation d'un demi-tour près).

Le nombre de possibilités à prendre en compte pour ces dominos est donc $\dfrac{42}{2}$ soit 21.

Au total, la boite doit donc comporter $(21 + 7)$ dominos soit 28 dominos.

Remarque : Nous aurions pu organiser le dénombrement de manière plus systématique.

Puisqu'il faut éviter d'inclure des couples réciproques dans le décompte, nous allons présenter chaque domino de manière que la première valeur soit systématiquement supérieure ou égale à la deuxième.

Ainsi on prendra (4,3) en compte mais non (3,4).

Notez au passage que vous êtes tout à fait libres de procéder inversement.

Etablissons la liste !

(0,0)	1 domino
(1,0), (1,1)	2 dominos
(2,0), (2,1), (2,2)	3 dominos
.	
.	
(6,0), (6,1), (6,2), ... (6,6)	7 dominos

Au total, cela fait donc $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$ dominos soit 28 dominos.

Vous pouvez vérifier cela si vous disposez d'un jeu (complet) de dominos.

Si vous « inventez » un jeu de domino dont les pièces portent chacune deux symboles quelconques choisis dans un ensemble de 20 symboles alors vous devez prévoir la fabrication de $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+18+20$ pièces différentes soit 210 pièces.

Des sommes du type $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+13+14+15+16+17+18+18+20$ sont souvent rencontrées en mathématique. Elles l'ont d'ailleurs été dans des articles publiés dans de précédents numéros de la revue.

Il est bon de savoir qu'il existe une formule donnant immédiatement la somme des n premiers nombres naturels non nuls, en fonction de n.

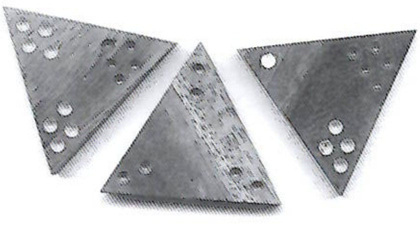
Cette formule est

$$\boxed{1+2+3+4+\cdots+(n-2)+(n-1)+n=\frac{n(n+1)}{2}}$$

NB : Il paraît que c'est à l'âge de huit ans que Karl-Friedrich Gauss (1777-1855) prouva son génie en obtenant de manière quasi instantanée, la somme des cent premiers nombres naturels par une méthode qui produit la formule ci-avant.

Les triominos.

Il existe, dans le commerce, des boîtes de triominos. L'image ci-dessous vous a certainement déjà fait comprendre de quoi il s'agissait.



Le principe du jeu est le même que pour les dominos.

Comme le nom l'indique un peu, chaque pièce est un triangle équilatéral comportant des indication de valeurs en chacun de ses sommets.

L'illustration montre 3 exemples de ces pièces.

Le choix de la forme équilatérale du triangle est due au fait qu'un tel triangle permet de paver le plan.

Comme vous pouvez le voir sur l'illustration, l'une porte trois fois la même valeur, une autre porte 2 fois la même valeur et la troisième porte 3 valeurs différentes. Sur le jeu illustré il y a 6 valeurs possibles qui sont 0, 1, 2, 3, 4 et 5.

Alors, combien de pièces différentes comporte le jeu, complet et sans double ?

Il faut tout d'abord remarquer ce qui suit :

– si les trois valeurs marquées sur une pièce sont égales (à a par ex) alors cette pièce de type (a, a, a) fournit, par rotations de 120° ou 240°, toujours la même configuration (a, a, a).
– si deux des valeurs sont égales et pas la troisième alors une pièce de type (a, a, b) fournit par rotations de 120° ou 240°, tous les autres triples possibles (a, b, a) et (b, a, a).
– si les trois valeurs d'une pièce sont toutes différentes alors cette pièce de type (a, b, c) fournit donc (a, b, c) lui-même, (b, c, a) et (c, a, b). Mais il manque alors les autres triples possibles que sont (a, c, b), (c, b, a) et (b, a, c). Ceux-ci nécessitent donc la présence d'une pièce (a, c, b) à côté de la pièce (a, b, c).

Nous pouvons maintenant calculer le nombre idéal de pièces d'un jeu de triominos à 6 valeurs (de 0 à 5).

– Calcul du nombre de pièces (a, a, a) comportant 3 valeurs égales.
Elles vont de (0, 0, 0,) à (5, 5, 5). Donc il y en a 6.
– Calcul du nombre de pièces (a, a, b) comportant 2 valeurs égales et pas la 3^{e} ; Il y a 6 possibilités pour les valeurs égales et donc 5 pour la troisième. Il y a en donc 6×5 soit 30.
– Calcul du nombre de pièces (a, b, c) comportant 3 valeurs différentes.
Il y a 6 possibilités pour la première valeur donc 5 pour la deuxième et 4 pour la troisième. Cela fait $6 \times 5 \times 4 = 120$.
Mais compte tenu de ce qui a été dit plus haut pour ce genre de pièces, il faut se rappeler que seulement $\frac{2}{6}$ d'entre elles sont à considérer. Il y en a donc $\frac{120}{3}$ soit 40.

Le nombre idéal de pièces du jeu de triominos complet doit donc être de $6+30+40$ soit 76.

NDLR : le jeu que nous possédons ne comporte que 56 pièces car le fabricant n'a pas tenu compte de la remarque concernant les pièces à 3 valeurs différentes. 120 a été divisé par 6 et non par 3 si bien qu'il manque 20 pièces.

Questions

– Combien de pièces différentes doit comporter un jeu de triominos complet à 10 valeurs ?
– Vous souhaitez construire (en carton) des « carréminos » (des carrés isométriques en quelque sorte) dont les quatre angles comportent des valeurs allant de 0 à 3. Combien de pièces ce jeu comportera-t-il si toutes les combinaisons possibles sont présentes une et une seule fois ?

Nous attendons vos réponses et commentaires. Bon décompte.

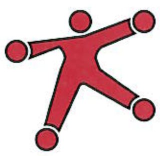
Tapisseries et frises (3)

Yolande Noël-Roch

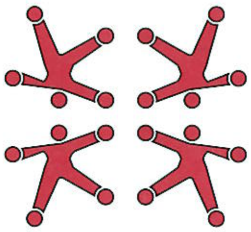
Qu'est-ce qu'une tapisserie ?

La caractéristique de toute tapisserie apparaît si nous extrayons une procédure commune à *Vitruve 1*, *Vitruve 2*, *Lechat 1*, *Abeille 1* et *Abeille 2* (voir *Math-Jeunes Junior* 112 et 113).

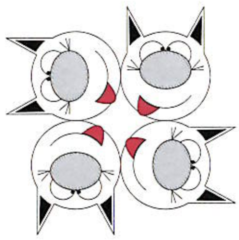
Pour chaque tapisserie, une « figure élémentaire » permet de créer un « motif » :



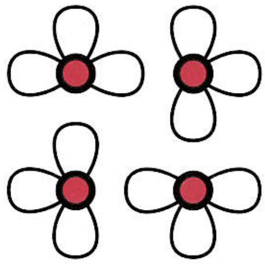
Vitruve 1



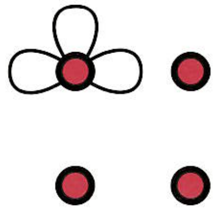
Vitruve 2



Lechat 1



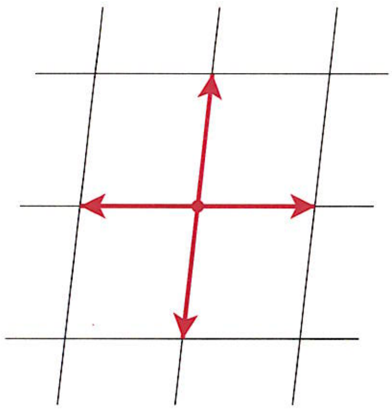
Abeille 1



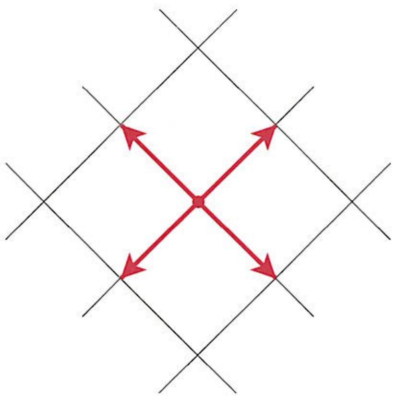
Abeille 2

Le motif est reproduit grâce à deux « translations de base » de directions différentes. Le processus est répété sur les images et les images d'images, ... Il en va de même pour les translations opposées.

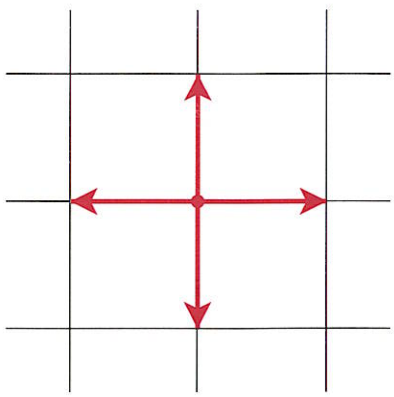
Les deux translations sont perpendiculaires dans *Vitruve 2*, *Lechat 1*, *Abeille 1* et *Abeille 2* (*Math-Jeunes Junior* 113) ; elles ne le sont pas dans le cas de *Vitruve 1* (*Math-Jeunes Junior* 112). Mais dans tous les cas, les deux translations permettent de couvrir la feuille, le plan, par un réseau de parallélogrammes (qui peuvent être losanges, rectangles ou carrés). *Les mathématiciens parlent de* **pavage du plan** *par des parallélogrammes* (ou par des losanges ou ...). Chaque quadrilatère est un **pavé**, son contenu est une copie du motif.



Vitruve 1



Vitruve 2



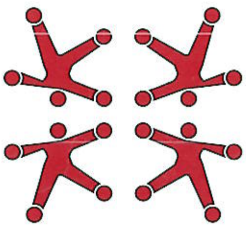
Lechat 1, Abeille 1, Abeille 2

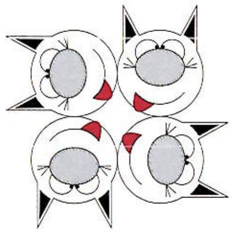
Un pavage du plan est sous-jacent à toutes les tapisseries.

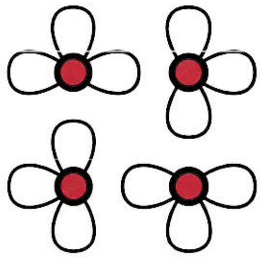
Différentiation des tapisseries par les motifs

Une première distinction apparaît :

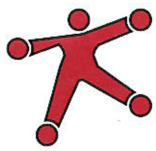
– le motif peut être regardé comme un assemblage d'une figure élémentaire et d'images de celle-ci par des transformations (cas de *Vitruve 2*, *Lechat 1*, *Abeille 1*)

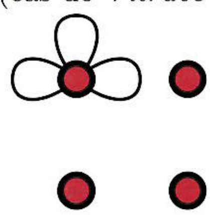






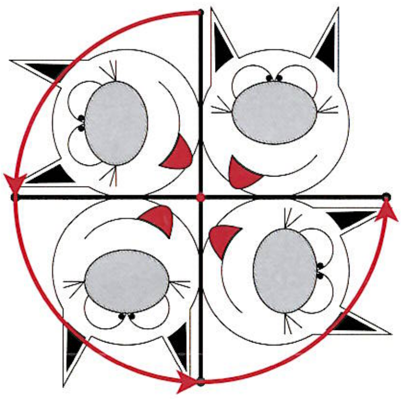
– le motif ne peut pas être décomposé de cette manière (cas de *Vitruve 1* et de *Abeille 2*).

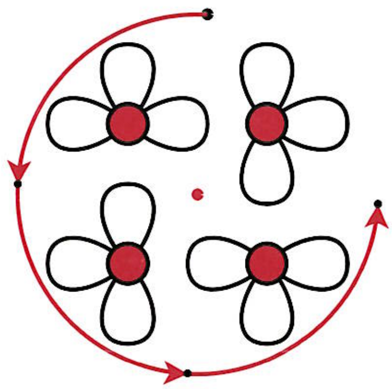




Lechat 1 et *Abeille 1*

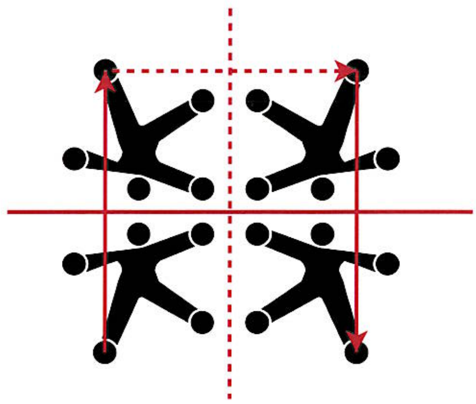
Dans ces deux tapisseries, l'analyse du motif est la même : le quart de tour à gauche crée le motif à partir de Mistigrou exactement comme il le crée à partir d'une abeille :





Vitruve 2

Dans ce cas, la figure élémentaire (Narcisse) n'est pas reproduite par des rotations, mais par des symétries axiales.

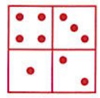


Des frises

La construction d'une **frise** est plus simple que celle d'une **tapisserie**.

– Une figure élémentaire est choisie. Elle permet de créer un motif, comme pour une tapisserie.
– Ce motif est translaté de proche en proche à l'aide *d'une translation et de son opposée* (alors qu'il en fallait deux et leurs opposées pour créer une tapisserie).

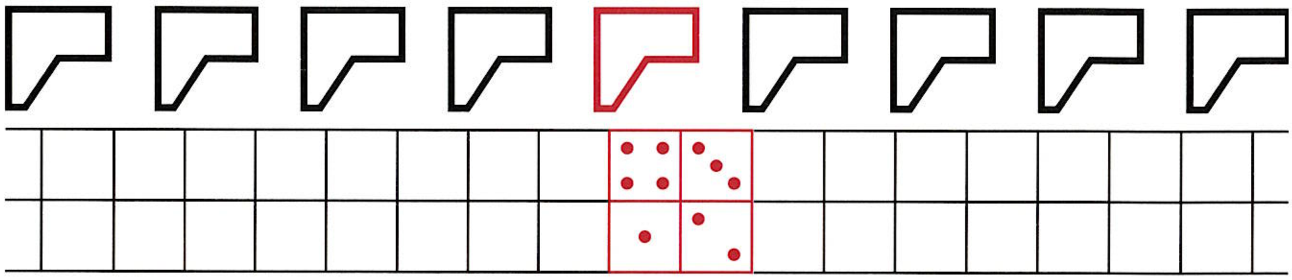
Ci-dessous, nous ébauchons sept frises, construites à partir d'une figure élémentaire : et nous t'invitons à créer chaque fois **une frise analogue** à partir d'une autre figure élémentaire :



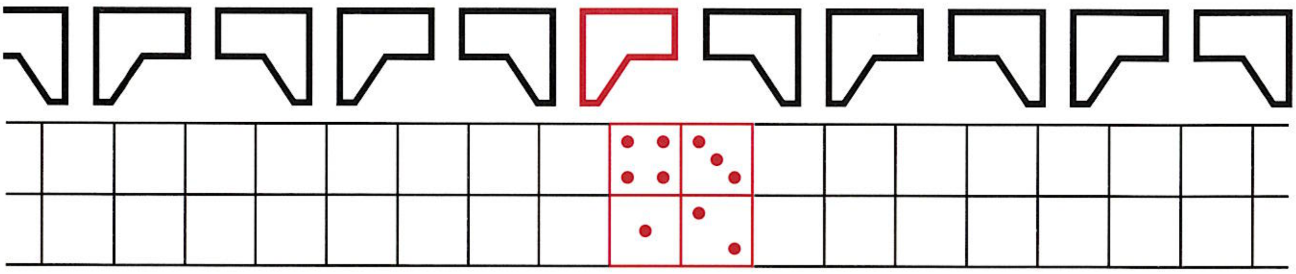
Dans chaque cas,

– analyse le passage de la figure élémentaire donnée au motif donné. Applique la même procédure à la nouvelle figure élémentaire pour obtenir le nouveau motif.
– Par translations de ton motif, crée ta frise sur toute la largeur de la feuille.

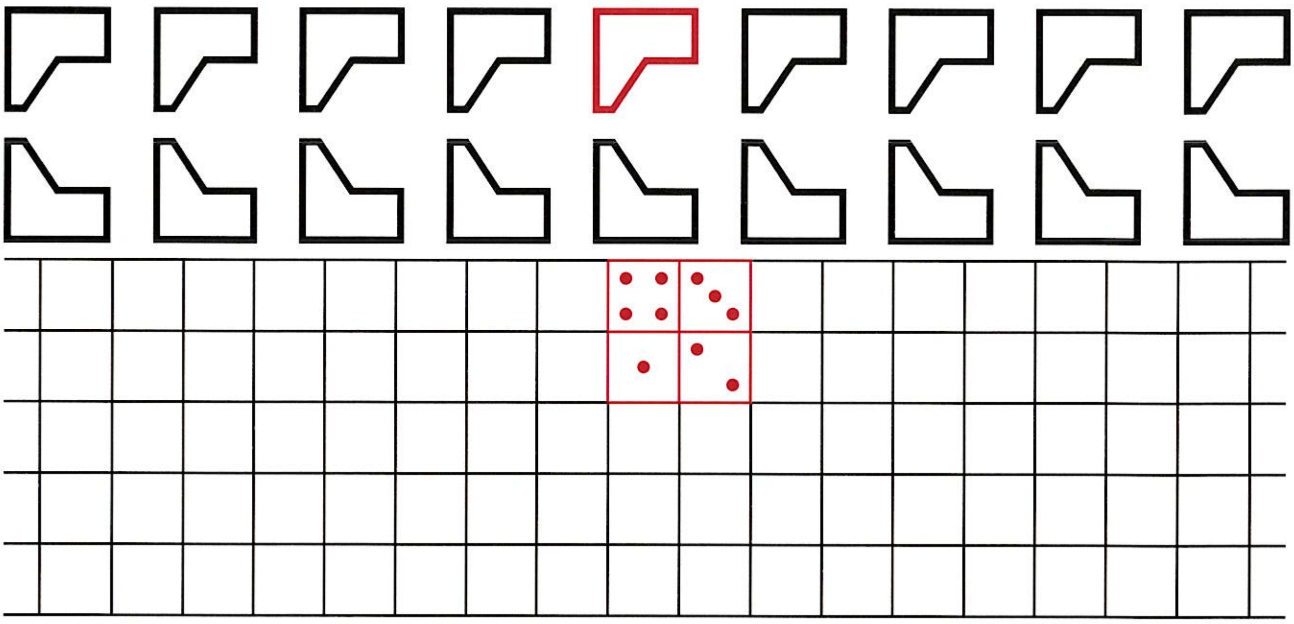
Frise 1



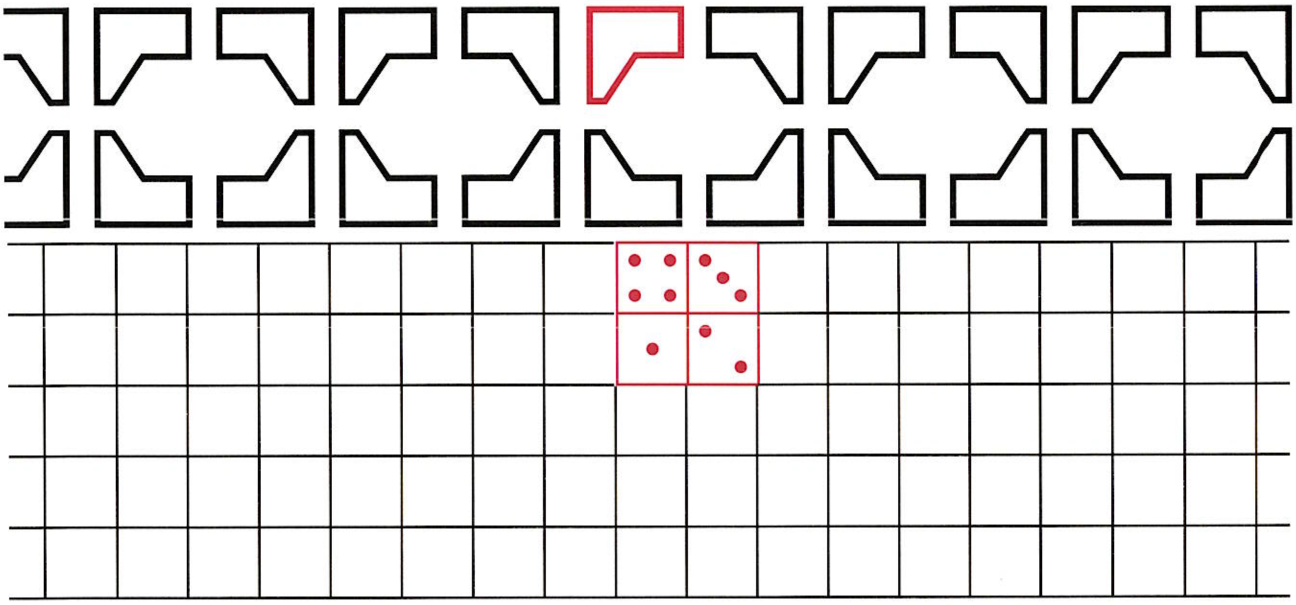
Frise 2



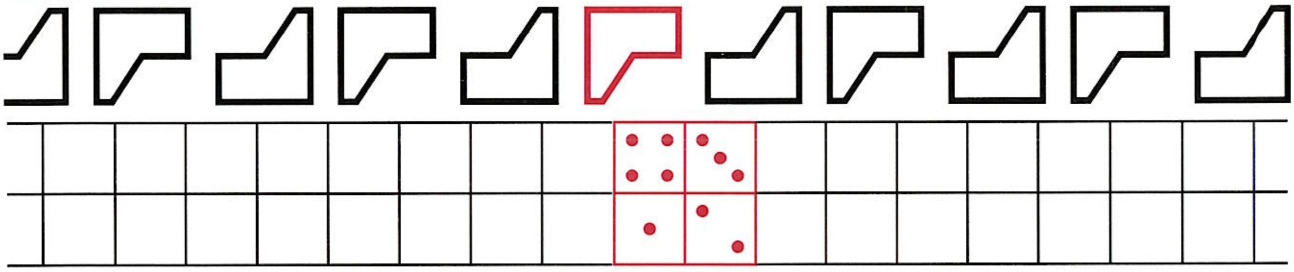
Frise 3



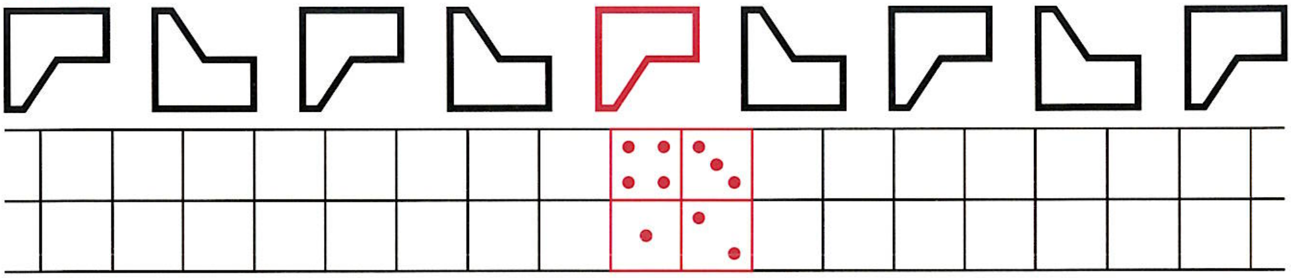
Frise 4



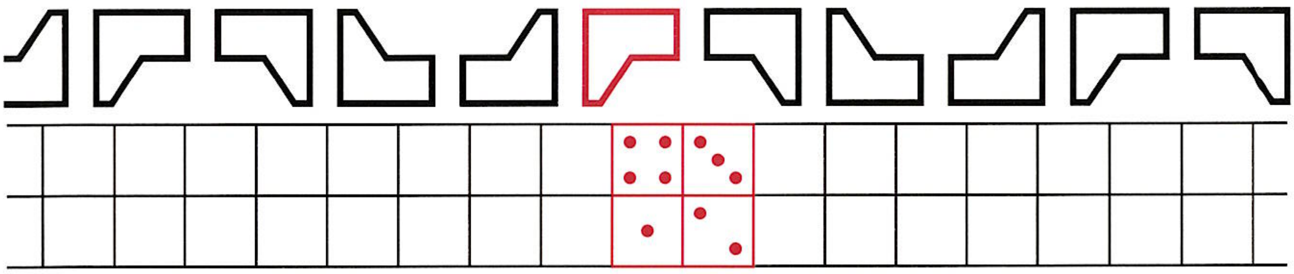
Frise 5



Frise 6



Frise 7



Les nombres naturels ont du caractère

André Paternottre

Dans le bagage de nos connaissances élémentaires figurent ces règles qui permettent à tout un chacun de pouvoir affirmer ou infirmer simplement et rapidement qu'un nombre naturel est divisible par 2, 3, 4, $\cdots n$. Ce sont les célèbres « caractères ou critères de divisibilité par n ».

Dans cet article, nous notons « CDn » le caractère ou critère de divisibilité par $n (n \in N_0)$.

« Ringards ces CDn à l'époque des calculatrices ? ». Peut-être ... quoique si on se pose la question de savoir si le nombre 2 017 017 est divisible par 3, l'application du $CD3$ aura plus vite réglé le problème que la calculatrice ! Comme quoi les CDn peuvent encore nous être bien utiles aujourd'hui. Comme aussi, bien évidemment, les tables de multiplication.

La justification d'un CDn se fonde essentiellement sur les deux théorèmes suivants :

1. Si un nombre en divise plusieurs autres, il divise aussi leur somme.

2. Si un nombre en divise un autre, il en divise aussi tous les multiples.

Bien sûr, il ne s'agit ici que de nombres naturels.

Les CDn usuels

Les CDn usuels sont ceux relatifs à $n \in \{2, 3, 4, 5, 8, 9, 11, 125\}$. En voici un bref rappel. Nous les justifions sur un nombre naturel de quatre chiffres qu'on écrit « $\overline{mcdu}$ » u étant le chiffre des unités, d celui des dizaines ... etc.

$CD2$: Un nombre est divisible par 2 $\Leftrightarrow$ son chiffre des unités est pair (0 est considéré pair)

On a : $\overline{mcdu} = \overline{mcd} \times 10 + u$. Comme $\overline{mcd} \times 10$ est divisible par 2 (th2), il en sera de même pour le nombre $\overline{mcdu}$ si et seulement si son chiffre des unités u est divisible par 2 ou encore est pair. (th 1)

$CD5 : \cdots$

Enonce toi-même ce critère et justifie-le comme ci-dessus.

$CD4$: Un nombre est divisible par 4 $\Leftrightarrow$ ses deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

On a : $\overline{mcdu} = \overline{mc} \times 100 + \overline{du}$. Comme $\overline{mc} \times 100$ est... (achève et justifie).

$CD25$:...

Enonce toi-même ce critère et justifie-le.

$CD8$: Un nombre est divisible par 8 $\Leftrightarrow$ ses trois derniers chiffres forment un nombre divisible par 8.

On a $\overline{mcdu} = m \times 1000 + \overline{cdu}$ Comme ...

$CD125$: ...

Enonce toi-même ce critère et justifie-le.

$CD9$: Un nombre est divisible par 9 $\Leftrightarrow$ la somme de ses chiffres est un nombre divisible par 9.

Ainsi 7821 est divisible par 9 car $7+8+2+1=18$ est divisible par 9.
Réciproquement si la somme $7+8+2+1$ est divisible par 9 alors le nombre 7821 l'est aussi.
Pourquoi en est-il ainsi ? Observe :

$$\begin{aligned}\overline{mcdu} &= m\times 10^3+c\times 10^2+d\times 10+u\\ &= m\times(999+1)+c\times(99+1)+d\times(9+1)+u\\ &= [9\times(111m+11c+d)]+[m+c+d+u]\end{aligned}$$

L'expression contenue dans les premiers crochets est divisible par 9 (th 2).
Le nombre $\overline{mcdu}$ sera donc aussi divisible par 9 si et seulement si la somme contenue dans les deuxièmes crochets l'est aussi (th1).
Or cette somme est celle des chiffres du nombre $\overline{mcdu}$.
$CD3$: Un nombre est divisible par3 $\Leftrightarrow$ la somme de ses chiffres est un nombre divisible par 3.
Vérifie ce critère sur un exemple et justifie-le ensuite en t'inspirant de la justification du $CD9$.
$CD11$: Un nombre est divisible par 11 $\Leftrightarrow$ la différence $s_i - s_p$ est divisible par 11
s_i = somme des chiffres de rang impair, le 1er étant celui des unités, le 2e celui des centaines... etc.
s_p = somme des chiffres de rang pair, le 1er étant celui des dizaines, le 2e celui des mille... etc.
Ainsi 61 963 est divisible par 11 car la différence $(3+9+6)-(6+1)=18-7=11$ qui est divisible par 11.
Réciproquement si... (achève).
Pourquoi en est-il ainsi ?
Introduisons la notation « Mn ». Elle désignera dans la suite un multiple du naturel n.
Ainsi $M7$ désigne un élément de l'ensemble $\{0, 7, 14\ , 21\ldots\}$
Observe :

$$\begin{aligned}10^0 &= 1=0\times 11+1=M11+1\\ 10^1 &= 10=1\times 11-1=M11-1\\ 10^2 &= 100=9\times 11+1=M11+1\\ 10^3 &= 1000=91\times 11-1=M11-1\end{aligned}$$

etc ...
D'une façon générale : $10^{2m}=M11+1$; $10^{2m+1}=M11-1(m\in N)$

$$\begin{aligned}\overline{mcdu} &= m\times 10^3+c\times 10^2+d\times 10^1+u\times 10^0\\ &= m\times(M11-1)+c\times(M11+1)+d\times(M11-1)+u\times(M11+1)\\ &= (m\times M11+c\times M11+d\times M11+u\times M11)+(-m+c-d+u)\\ &= (M11)+[(u+c)-(d+m)]\end{aligned}$$

Le naturel $\overline{mcdu}$ est donc divisible par 11 si et seulement si l'expression entre crochets l'est aussi. Or cette expression est la différence $s_i - s_p$ dont question dans l'énoncé du $CD11$.

CDn moins connus

Peux-tu utiliser les critères usuels rappelés ci-dessus, pour en établir d'autres ?

Ainsi par exemple peux-tu énoncer et justifier les critères par 6, 12, 15, 16, 18, 22, 33, $2^m \cdots$

Etablissons le $CD7$.

Dans ce qui précède, nous avons justifié les critères usuels sur un nombre naturel de *quatre chiffres.*

Si on extrapolait ces justifications à un nombre naturel général de la forme $xy \cdots cdu$, où x, $y \cdots c$, d, $u \in \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$, ces justifications seraient alors des « démonstrations ».

Voici l'énoncé et une démonstration du $CD7$

Un nombre naturel (N) est divisible par 7 $\Leftrightarrow$ La différence entre son nombre (D) de dizaines et le double de son chiffre (u) des unités est divisible par 7.

Ainsi : si $N = 819$, on a $D = 81$ et $u = 9$. Dès lors $D - 2u = 81 - 18 = 63 = M7$. Donc l'entier 819 est divisible par 7.

Appliquons le même critère en cascade :

$N = 148365 \rightarrow 14836 - 10 = 14826 \rightarrow 1482 - 12 = 1470 \rightarrow 147 - 0 = 147 \rightarrow 14 - 14 = 0 = M7$. Donc...

Remarquons que pour tout nombre naturel N, on peut écrire : $N = 10 \times D + u$.

$\Rightarrow$

$H : N = 10D + u = M7$

$T : D - 2u = M7\,?$

Dém :

$$\begin{array}{lrcll}
 & N & = & M7 & \text{(H)} \\
 & & \Downarrow & & \\
 & 10D + u & = & M7 & \\
 & & \Downarrow & & \\
 & 20D + 2u & = & M7 & (1) \quad (\text{th. } 2) \\
\text{Or} & 21D & = & M7 & (2) \quad (\text{th. } 2) \\
\hline
 & D - 2u & = & M7 & (2)\text{-}(1) \quad (\text{th}1)
\end{array}$$

$\Leftarrow$

$H : D - 2u = M7$

$T : N = 10D + u = M7\,?$

Dém :

$$\begin{array}{rcll}
21D & = & M7 & (3) \quad (\text{th. } 2) \\
D - 2u & = & M7 & \text{(H)}\ (4) \\
\hline
20D + 2u & = & M7 & (3)\text{ - }(4) \quad (\text{th. } 1) \\
10D + u & = & M7 & \\
 & \Downarrow & & \\
N & = & M7 &
\end{array}$$

En t'inspirant de la démonstration du $CD7$, peux-tu établir les $CD13$ et $CD17$? En voici les énoncés :

Un nombre naturel est divisible par 13 $\Leftrightarrow$ Le nombre de ses dizaines augmenté de 4 fois son chiffre des unités donne une somme divisible par 13.

Un nombre naturel est divisible par 17 $\Leftrightarrow$ Le nombre de ses dizaines diminué de 5 fois son chiffre des unités donne une différence divisible par 17.

Ainsi 221 est divisible par 13 car $22 + 4 = 26$ est divisible par 13.

Et 3791 est divisible par 17 car $379 - 5 = 374$ puis que $37 - 20 = 17$ est divisible par 17.

Eh oui ... certains naturels n'ont pas un caractère facile !

Y. Noël-Roch

1. Qui est qui ?

Trois amis, André, Bernard et Claude aiment jouer des tours. Les voici en pleine action :

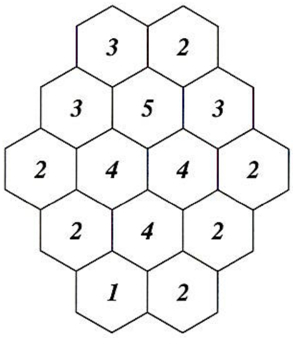
Identifie-les sachant que

André dit toujours la vérité. —	Bernard la dit parfois. —	Claude ne la dit jamais.

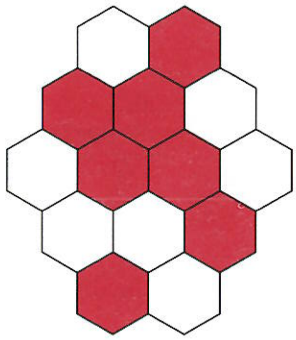
2. Des hexagones

Colorie certains des hexagones des figures suivantes de façon que tout hexagone ait autant de voisins coloriés que le nombre indiqué en son centre. Attention : **tout hexagone est considéré comme voisin de lui-même !**

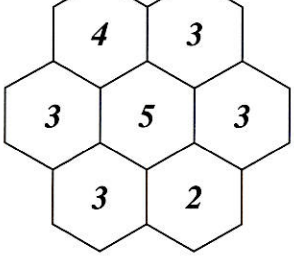
Exemple



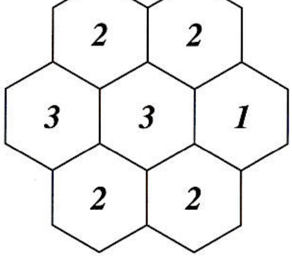
Solution



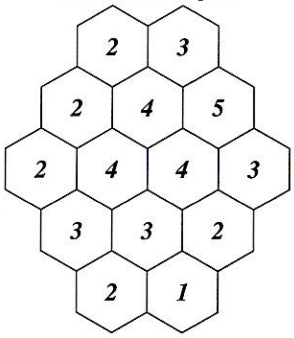
Premier jeu



Deuxième jeu



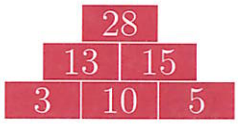
Troisième jeu



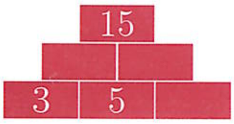
3. Des murs additifs

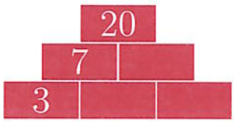
Dans un « mur additif » chaque brique contient un nombre entier qui est la somme des contenus des deux briques qui la soutiennent.

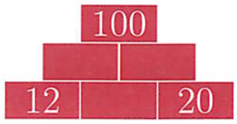
Exemple



Complète les murs suivants :



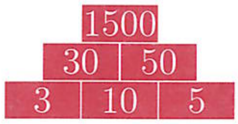




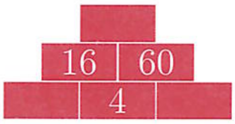
4. Des murs multiplicatifs

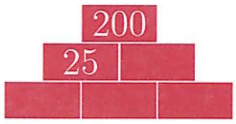
Dans un « mur multiplicatif » chaque brique contient un nombre entier qui est le produit des contenus des deux briques qui la soutiennent.

Exemple

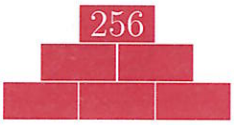


Complète les murs suivants :

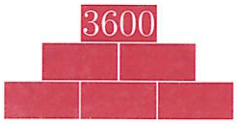




Complète le mur en n'utilisant que des multiples de 4

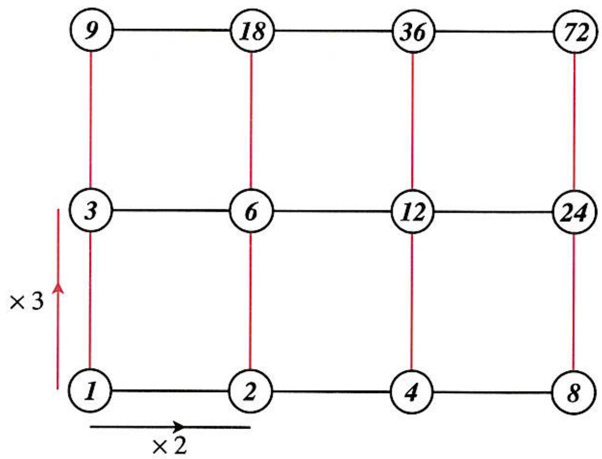


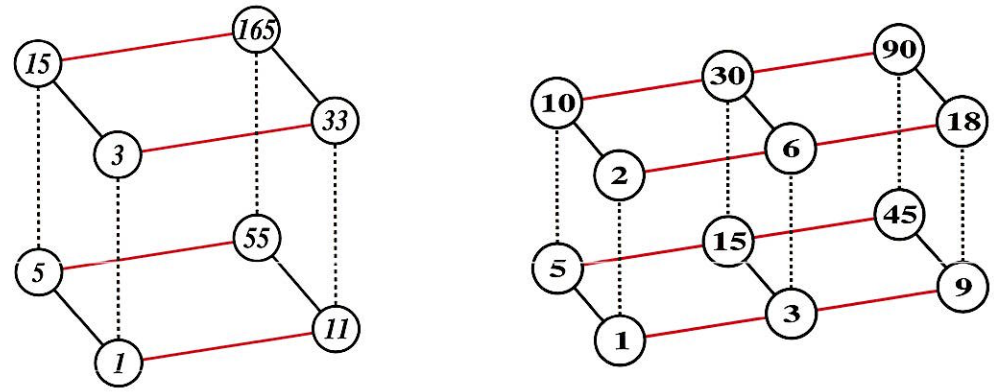
Complète le mur en n'utilisant que des carrés parfaits (plusieurs solutions)



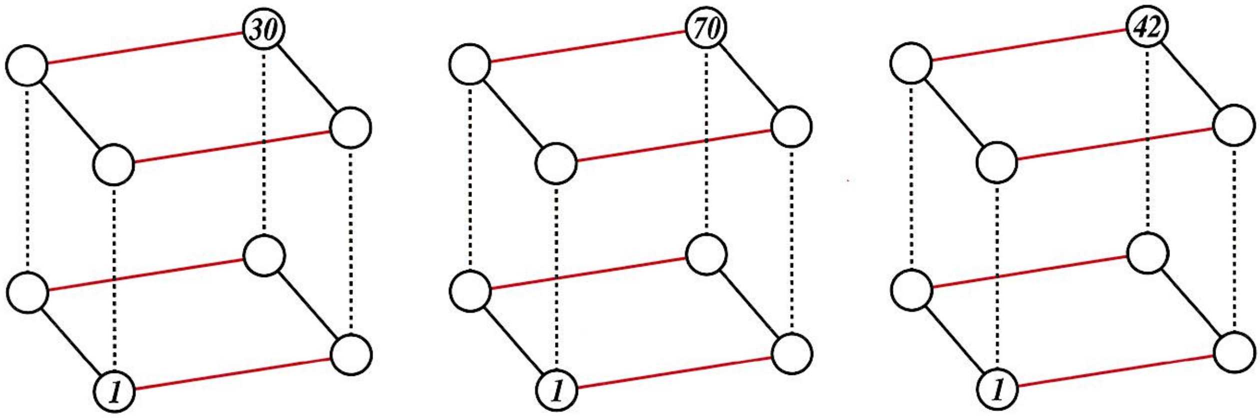
5. Des treillis de diviseurs

Voici les treillis des diviseurs de 72, de 165 et de 90. Dans ces treillis, une direction et une couleur sont associées à un opérateur multiplicatif. Chaque opérateur correspond à un facteur premier du nombre dont on dessine le treillis.

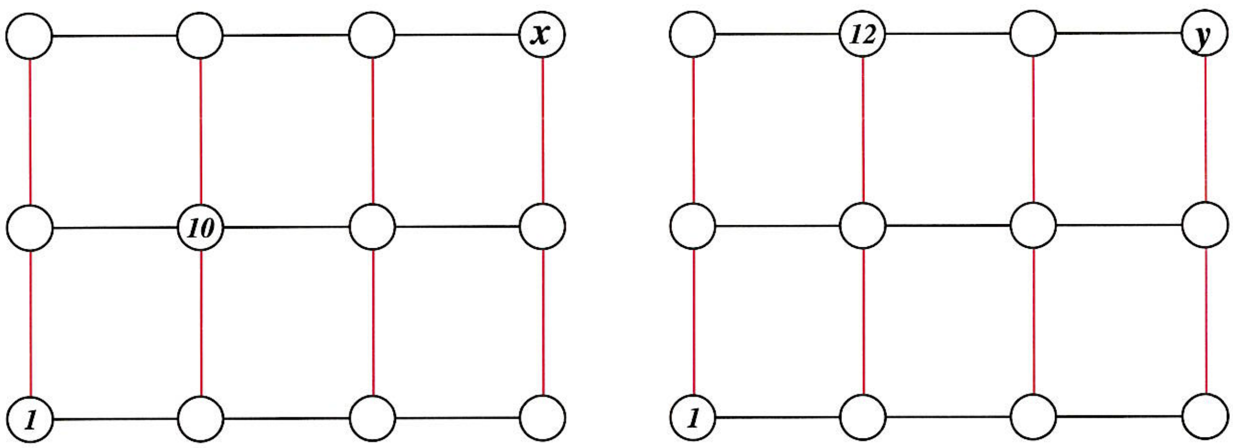




A. Complète les treillis ci-dessous



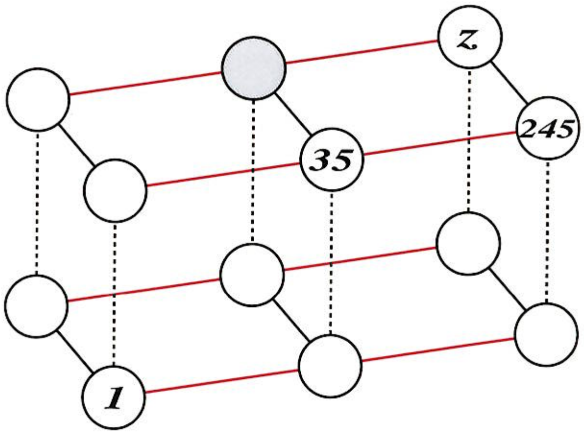
B. Dans les deux treillis ci-dessous, quelles sont les deux valeurs possibles de x dans le treillis de gauche, quelle est la seule valeur possible de y dans le treillis de droite ?



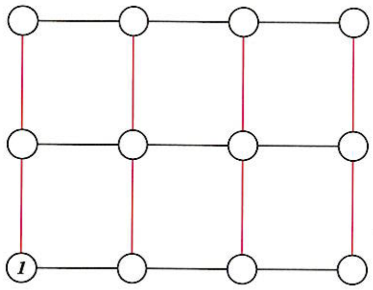
Nous appellerons « nœuds » du treillis d'un nombre x tous les cercles destinés à recevoir des nombres, à l'exception de 1 et de x. Et nous appellerons « nœud stratégique » un nœud qui permet, **à lui seul**, de définir x. Ci-dessus, 12 occupe un nœud stratégique mais pas 10.

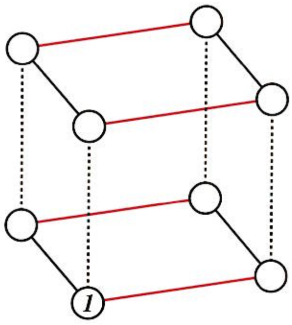
C. Dans le treillis suivant

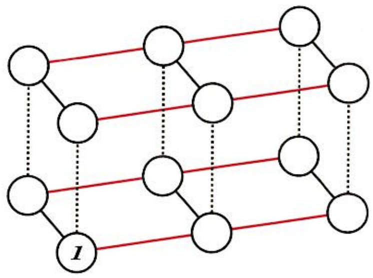
- 35 occupe-t-il un nœud stratégique ?
- 245 occupe-t-il un nœud stratégique ?
- le nœud ombré est-il stratégique ?



D. Dans les treillis suivants, quels sont les nœuds stratégiques ?







6. Le nombre caché

Cette fois, nos trois amis disent tous la vérité pour te permettre de trouver le nombre caché.

A.

B. b est un nombre de deux chiffres

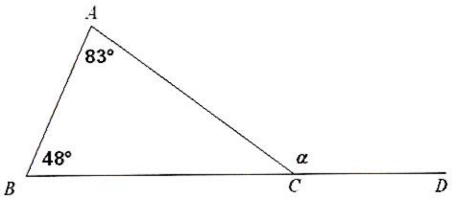
Olympiades

Claudine Festraets

La demi-finale de l'Olympiade est à présent terminée. Voici les solutions de quelque uns des exercices qui t'ont été proposés. Si tu es parmi les finalistes, je te félicite, sinon exerce-toi pour l'an prochain.

Mini 2

Quelle est, en degrés, l'amplitude de l'angle extérieur $\widehat{ACD} = \alpha$?



Ⓐ 119 Ⓑ 123 Ⓒ 127 Ⓓ 131 Ⓔ 141

Solution

L'angle α est le supplément de l'angle $\widehat{ACB}$. L'amplitude de $\widehat{ACB}$ vaut $180° - (83° + 48°) = 180° - 131°$, l'amplitude de son supplément α est donc $131°$.

Mini 5

$(0{,}4)^3 - (0{,}3)^4 =$

Ⓐ $-0{,}1$ Ⓑ 0 Ⓒ 0,1 Ⓓ 0,0559 Ⓔ 0,17

Solution

$(0{,}4)^3 = \left(\frac{4}{10}\right)^3 = \frac{64}{1\,000} = 0{,}064$;
$(0{,}3)^4 = \left(\frac{3}{10}\right)^4 = \frac{81}{10\,000} = 0{,}0081$;
$0{,}064 - 0{,}0081 = 0{,}0559$.

Mini 14 - Midi 6

Sans rèponse préformulée - Dans un cube, un sommet, une arête contenant ce sommet et une face contenant cette arête. forment un drapeau. Combien un cube comporte-t-il de drapeaux ?

Solution

Considérons un sommet et une des arêtes comprenant ce sommet ; à cette arête correspondent deux faces (voir figure). En chaque sommet, il y a trois arêtes,

ce qui donne $3 \times 2 = 6$ drapeaux. Et comme le cube comporte huit sommets, le nombre total de drapeaux vaut $8 \times 6 = 48$.

Mini 16 - Midi 8

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + \frac{5}{5} + \cdots + \frac{97}{5} + \frac{99}{5} =$$

Ⓐ 499 Ⓑ $\frac{999}{2}$ Ⓒ $\frac{2499}{5}$ Ⓓ 500 Ⓔ 990

Solution

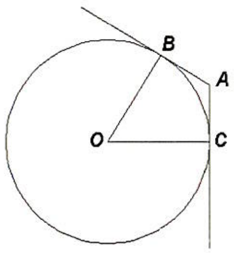
Le nombre de termes de cette somme est 50.
$\frac{1}{5}(1 + 3 + 5 + \cdots + 99) = \frac{1}{5}\frac{(1+99)\cdot 50}{2} = 500$

Mini 19

Un cercle est tangent à deux demi-droites issues d'un même point et faisant entre elles un angle de 120°. Le segment reliant les deux points de contact

Ⓐ comprend toujours le centre du cercle ;
Ⓑ a la même longueur que le diamètre du cercle ;
Ⓒ a la même longueur que le rayon du cercle ;
Ⓓ a la même longueur que le quart de la circonférence ;
Ⓔ a la même longueur que le sixième de la circonférence.

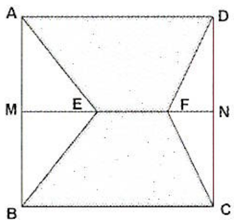
Solution



Les droites AB et AC sont tangentes au cercle de centre O et forment un angle de 120°.
Les rayons OB et OC sont respectivement perpendiculaires aux tangentes AB et AC. La somme des angles du quadrilatère $OBAC$ vaut 360° : $\text{mes}\widehat{BOC} + 90° + 90° + 120° = 360°$ d'où l'amplitude de l'angle au centre $\widehat{BOC}$ est de 60°.
Le triangle BOC est tel que $\text{mes}\widehat{BOC} = 60°$ et $|OB| = |OC|$, donc il est équilatéral et le segment BC joignant les deux points de contact des tangentes a même longueur que le rayon du carcle.

Mini 23

Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré de côté 120. Les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$ sont M et N. Sur la médiane MN, on place deux points E et F. L'aire du polygone $AEBCFD$ ombré vaut les trois cinquièmes de l'aire du carré. Quelle est la longueur de EF ?



(A) 24 (B) 48 (C) 60 (D) 72 (E) 84

Solution

Rappelons que l'aire d'un trapèze vaut la moitié du produit de la hauteur par la somme des deux bases. On a donc aire $AEFD = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot (120 + EF)$.
L'aire du polygone ombré vaut les trois cinquième de l'aire du carré : $60 \cdot (120 + |EF|) = \frac{3}{5} \cdot 120^2$.
D'où $7200 + 60|EF| = 8\,640$, et de là $|EF| = 24$.

Mini 27 - Midi 22

Sans réponse préformulée - Dix couples se rencontrent lors d'une soirée et se saluent en se serrant la main. Chaque personne serre une seule fois la main de chaque autre personne, mais évidemment aucun mari ne serre la main de sa femme et aucune femme celle de son mari. Combien de poignées de mains sont ainsi échangées ?

Solution

Il y a 10 couples, soit 20 hommes et femmes. Personne ne serre sa propre main, ni la main de son conjoint. Donc chacun des 20 participants à la soirée serre la main de 18 autres participants. Mais quand la personne X serre la main de la personne Y, la personne Y serre aussi la main de la personne X, c'est une seule poignée de mains. Donc le nombre total de poignées de mains est $\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 18 = 180$.

Mini 28 - Midi 24

Sans réponse préformulée - Quel est le plus petit nombre naturel non nul par lequel il faut multiplier la fraction

$$\frac{1 - \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}}}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$$

pour obtenir un nombre entier ?

Solution

$$\frac{1 - \dfrac{1}{1 - \frac{1}{2}}}{1 + \dfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{1 - \dfrac{1}{\frac{1}{2}}}{1 + \dfrac{1}{\frac{3}{2}}} = \frac{1 - 2}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{-1}{\frac{5}{3}} = \frac{-3}{5}$$

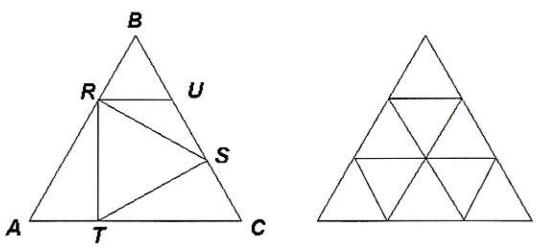
Pour obtenir un entier, il faut multiplier cette fraction par 5.

Mini 30 - Midi 27

Les points R, S et T appartiennent aux côtés du triangle équilatéral ABC, et sont tels que $|AR| = 2|RB|$, $|BS| = 2|SC|$ et $|CT| = 2|TA|$. Que vaut le rapport de l'aire du triangle RST à l'aire du triangle ABC ?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{5}{18}$ (D) $\frac{3}{10}$ (E) $\frac{4}{9}$

Solution

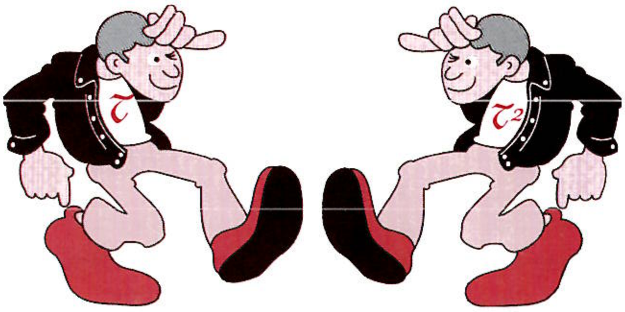


L'aire du triangle RSU vaut $\frac{1}{9}$ de l'aire du triangle ABC, comme le montre la figure de droite.
L'aire du triangle RBS est double de celle du triangle RUS car $|BS| = 2|BU|$. Les triangles RBS, RCT et TAR ont la même aire, donc leur aire totale vaut $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ de l'aire du triangle ABC.
L'aire du triangle RST est donc égale à $\frac{1}{3}$ de l'aire du triangle ABC.

Les frères Hick 17

Bernard Honclaire

Agence de détectives privés
Les frères Hick
Recherches en tous genres



Ami lecteur,

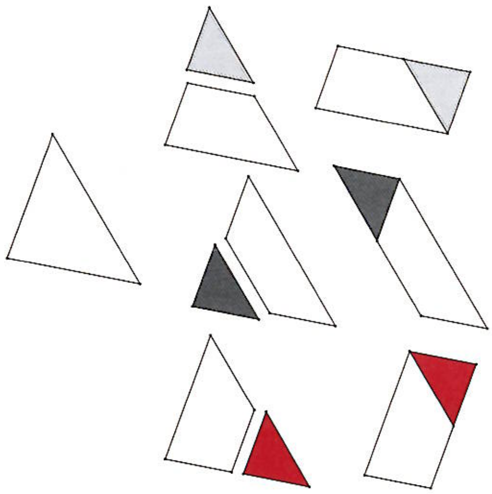
$\mathcal{T}^2$ va proposer ses solutions aux problèmes posés par son frère.

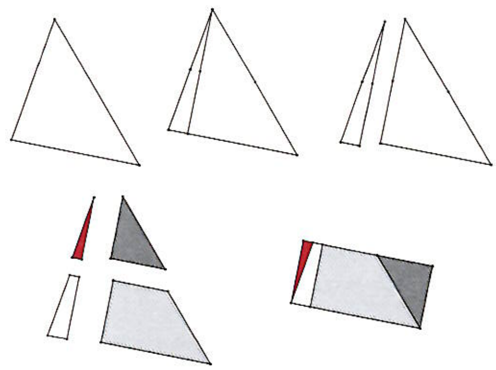
$\mathcal{T}$ complètera le travail sur le calcul de l'aire d'un trapèze et proposera quelques activités sur les quadrilatères quelconques.

Bon courage et bon amusement.

Bernard Honclaire

$\mathcal{T}^2$ - (décontracté) -« ***Cet AG (apprenti géomètre) est génial ! Regarde les découpages de triangles que j'ai effectués !***





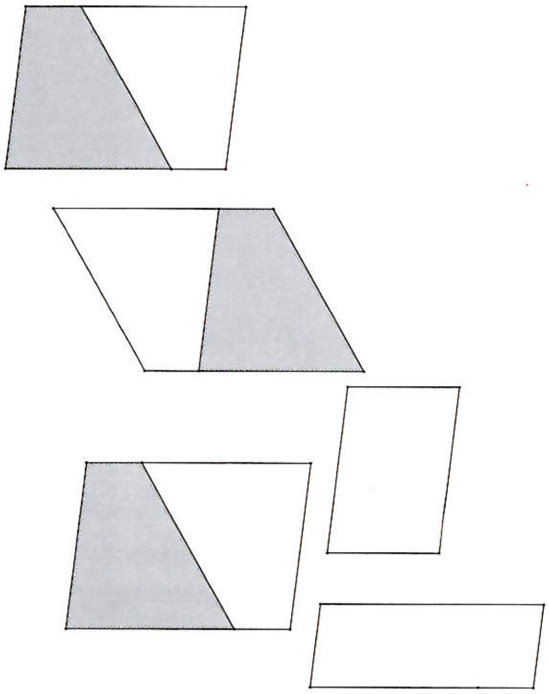
Le premier montre trois parallélogrammes et illustre les formules.

$$c_1 \times \frac{h_1}{2} \text{ ou } c_2 \times \frac{h_2}{2} \text{ ou } c_3 \times \frac{h_3}{2}$$

Pour le deuxième, j'ai ajouté une hauteur intérieure du triangle pour pouvoir construire un rectangle ! Mais en fait, l'idée de découpage est la même dans les deux cas ! »

$\mathcal{T}$ (laissant paraître une pointe d'ironie) - « ***Je n'aurais pas fait mieux !*** »

$\mathcal{T}^2$ (satisfait) - « *Je continue avec les assemblages et les découpages. Passons au trapèze ! Et attention, l'artiste va opérer sans filet ! J'ai d'abord assemblé deux trapèzes pour fabriquer des parallélogrammes ...*

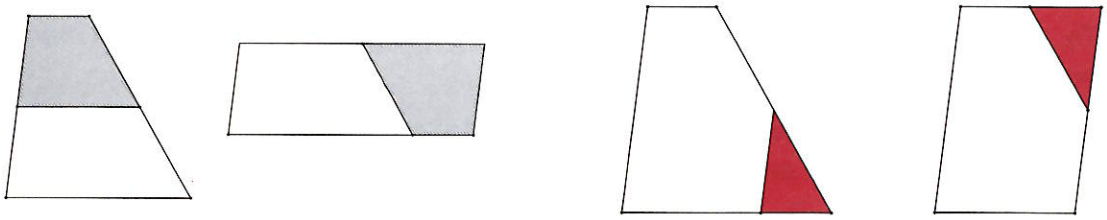


Si je me souviens bien ... on parle de grande base (B) *et de petite base* (b) *pour les côtés parallèles et de hauteur* (h) *pour la distance entre les bases ...* (cherchant en vain une approbation chez son frère, il continue) *je dirai donc que l'aire du parallélogramme est* $(B+b)\times h \cdots$ *donc pour le trapèze* $\dfrac{(B+b)\times h}{2}$ *!*

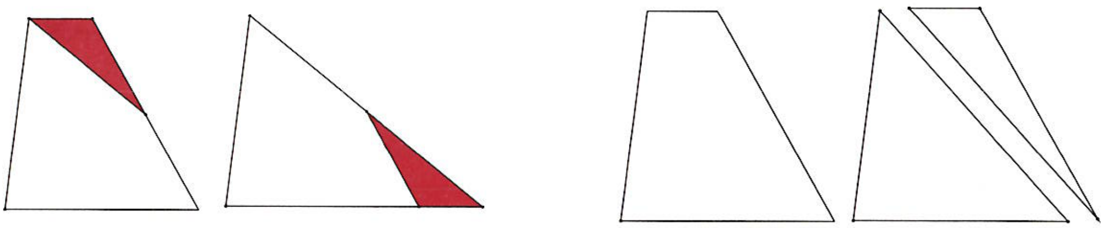
J'aurais également pu couper le parallélogramme en deux ... et de deux façons pour obtenir deux parallélogrammes qui illustrent les formules suivantes : $\dfrac{B+b}{2}\times h$ *et* $(B+b)\times\dfrac{h}{2}$ »

$\mathcal{T}$ (ironique) « *Je me demande ce que je fais ici !* »

$\mathcal{T}^2$ (jubilant) - « *J'ai également construit ces deux parallélogrammes par découpage et assemblage ! ... Regarde !* »



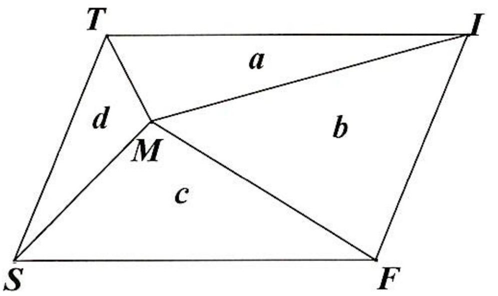
$\mathcal{T}$ (frappé par l'inspiration) - « *Pas mal ! A mon tour ! Je me demande si les constructions suivantes vont te suggérer des formules !* »



$\mathcal{T}^2$ (extrêmement concentré) - « *... Pour la première, je pense à une formule du triangle* $\cdots\dfrac{(B+b)\times h}{2}\cdots$ *nous l'avions déjà !... Pour la seconde, tu décomposes le trapèze en deux triangles* $\cdots\dfrac{B\times h}{2}+\dfrac{b\times h}{2}\cdots$ *c'est une nouvelle formule !* »

$\mathcal{T}$ (satisfait, il ajoute) - « *Parfait ! Mais ... tu aurais pu parler de distributivité !* »

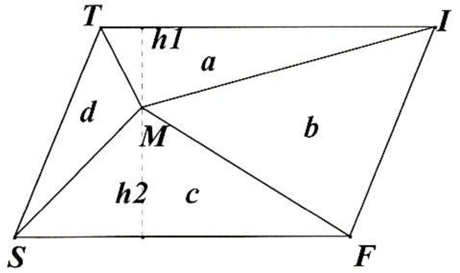
$\mathcal{T}^2$ (interloqué, en lui-même) - « *... distributeur automatique ... distribution du courrier... mais, distributivité ? ... inconnu au bataillon !* (sans insister, il ajoute) *- Pour tes autres problèmes, j'ai utilisé Cabri ! Tu peux admirer mes fichiers !* (hick1701.fig et hick1702.fig)



Dans le cas des triangles, j'ai appelé a, b, c et d les aires des triangles TMI, MIF, FMS et SMT. Je constate, avec Cabri, que $a + c$ et $b + d$ valent la moitié du parallélogramme.

Je suppose que tu vas me demander une justification ! Mais pour cela, je compte sur toi ! »

$\mathcal{T}$ (à peine supris) - « *Ce n'est pourtant pas bien compliqué !*

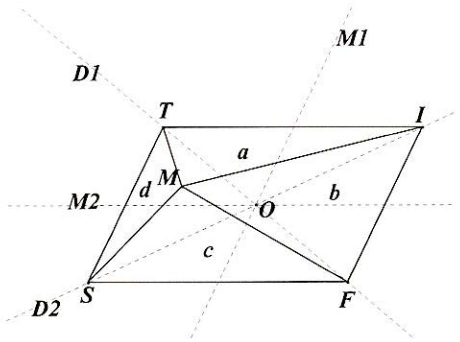


en choisissant les côtés TI et SF (soit $b1$) comme base pour les triangles TMI et FMS, $a+c$ vaut $\dfrac{b_1 \times h_1}{2} + \dfrac{b_1 \times h_2}{2}$
soit $\dfrac{b1 \times (h1 + h)}{2}$
et comme $h1 + h2$ est la hauteur correspondant aux côtés TI et SF du parrallélogramme, $a+c$ vaut donc la moitié de l'aire de ce parallélogramme ! Tu fais évidemment le même raisonnement pour $b + d$! »

$\mathcal{T}^2$ (plongé dans ses réflexions) - « *Il est génial mon frère ! Mais il doit toujours se mettre en évidence !* »

$\mathcal{T}$ (hilare) « *Tu ne crois pas si bien dire : la mise en évidence, c'est un peu le monde à l'envers par rapport à la distributivité !* »

$\mathcal{T}^2$ (reprenant sûr de lui) - « *J'avais fait d'autres constatations sur des positions particulières de M et je peux les expliquer !*



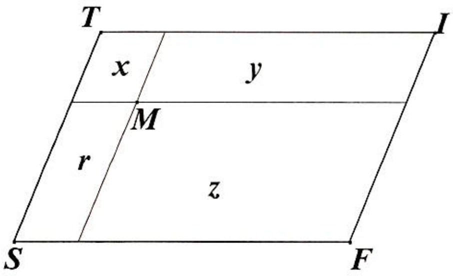
Si M est sur la diagonale $D1$, alors $a = d$ (triangles de même base et de même hauteur)... Idem pur $c = b$! ... Même raisonnement pour $D2$! Si M est sur la médiane $M1$, alors $b = d$ (triangles de même base et de même hauteur).

Et de de plus comme $b + d$ vaut la moitié du parallélogramme, b et d valent chacun le quart de celui-ci ! ... Même raisonnement pour $M2$!

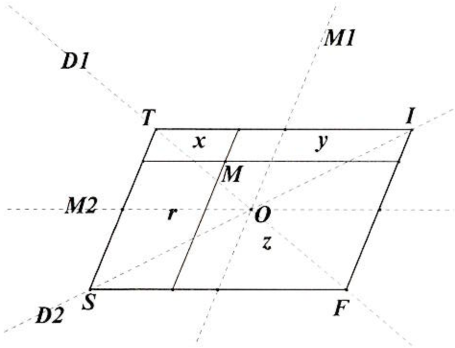
Et pour couronner le tout, si M est au centre O, alors les quatre triangles valent le quart du parallélogramme $TIFS$! »

$\mathcal{T}$ (abandonnant son sérieux légendaire, mort de rire) - « *C'est ce qu'on appelle ... couper les cheveux en quatre !* »

$\mathcal{T}^2$ (étonné de voir son frère dans cet état) - « *L'autre problème est du même type* »



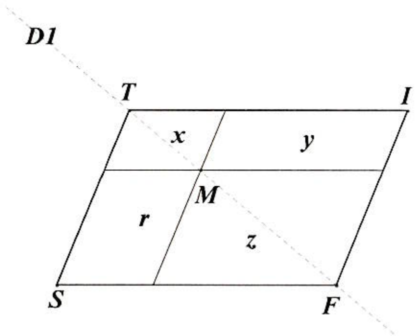
Dans le cas des parallélogrammes, j'ai appelé x, y, z et r les aires des quatre petits parallélogrammes .
Hormis les cas particuliers, je n'ai rien remarqué (et Cabri non plus!) - (il jette un regard inquiet vers son frère)-...



Si M est sur la médiane $M1$, alors $x = y$ et $r = z$ (parallélogrammes de même base et de même hauteur) .
Même raisonnement pour $M2$!
Si M est sur la diagonale $D1$, Cabri me signale que $r = y$!
(il ajoute, un peu confus) *Mais je n'ai pas d'explication! Idem pour $D2$!*

Par contre si M est en O, c'est de nouveau ton histoire de $TIFS$ coupé(s) en quatre! »

$\mathcal{T}$ (sans se faire prier et souriant) - « *Tu étais tout à fait capable de justifier cette propriété!*



Les triangles TMB et TMA, de même que TFI et TFS ainsi que MDF et MFC, sont de même aire (et mieux, ils sont isométriques). Ce sont des moitiés d'un parallélogramme coupé par une diagonale. De ce fait, par soustraction, $r = y$. Le même raisonnement s'utilise pour $x = z$, quand M est sur l'autre diagonale! »

$\mathcal{T}^2$ (tout bas) - « *Bien sûr, j'aurais pu! ... mais je suis pour le partage des tâches!* »

$\mathcal{T}$ - « *Il nous reste à examiner le cas d'un quadrilatère quelconque. Je te demande de le comparer à deux figures : celle joignant les milieux de ses côtés consécutifs et celle formée par les parallèles à ses diagonales menées par ses sommets. Et puis n'oublions pas le losange, il ne nous le pardonnerait pas!* »

Ami lecteur, peux-tu aider $\mathcal{T}^2$ à résoudre ces problèmes?

Les fichiers Cabri correspondants aux activités de cet article sont disponibles sur le site `http://www.sbpm.be/`

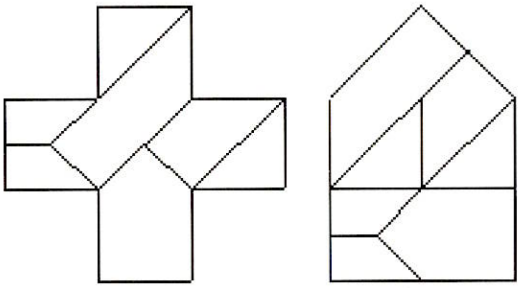
Bon courage, bon amusement et à bientôt!

à suivre

Une croix et une petite maison

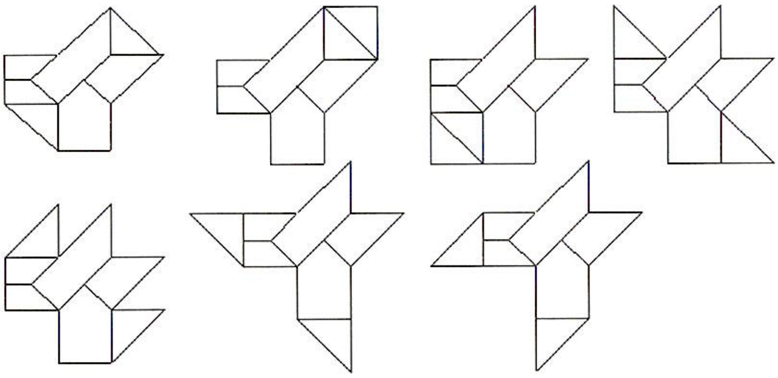
François Drouin

Les élèves d'un club mathématique ont présenté dans leur journal un puzzle permettant la réalisation de ces deux dessins :

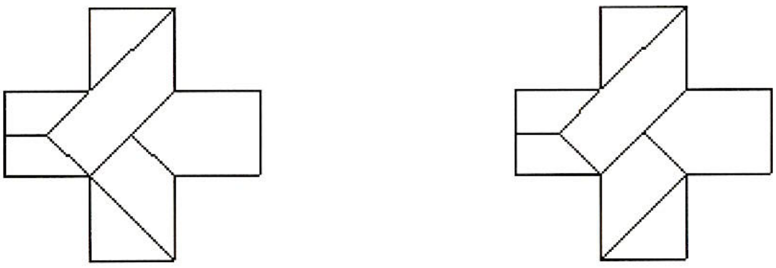


Sept pièces pour n'obtenir que deux polygones ? Cela mérite quelques recherches supplémentaires, en particulier vers des polygones présentant un élément de symétrie (symétrie orthogonale ou centrale)...

Observons la croix. Des déplacements des deux triangles rectangles isocèles nous permettent d'obtenir des configurations telles celles ci-dessous.



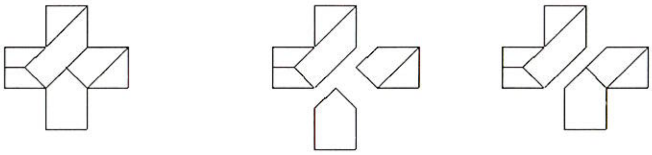
La croix peut être obtenue à partir des assemblages ci-dessous.



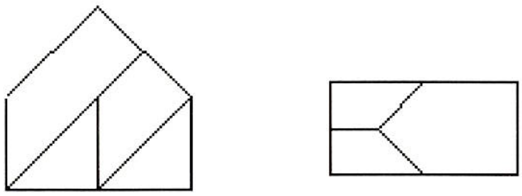
Math-Jeunes Junior n°114J, 26–27, 2006

Une symétrie d'axe « horizontal » et une symétrie centrale pourront être utilisées pur obtenir d'autres configurations, en particulier en utilisant de nouveau des déplacements des deux triangles rectangles isocèles...

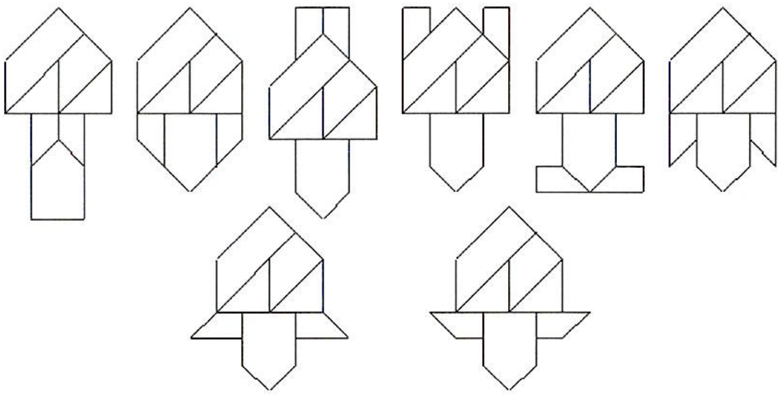
La croix peut être décomposée en polygones symétriques. Ils peuvent être assemblés pour de nouvelles configurations présentant un élément de symétrie (axe ou centre).



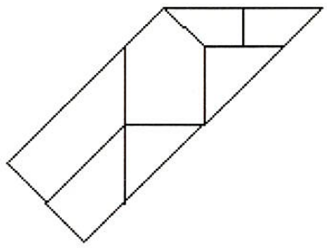
La petite maison peut être découpée en deux polygones symétriques :



De nouveaux placements « symétriques » des pièces formant le rectangle sont possibles.



Sans souci de considérations de symétries, un trapèze rectangle a été trouvé.



Sauriez-vous réaliser un rectangle avec ces six pièces ? Pour l'instant, malgré de nombreuses recherches j'ai échoué...

Vous avez peut être un jour été confrontés à la recherche de configurations réalisables avec les pièces d'un puzzle tel le « Tangram ».

Je vous ai présenté deux méthodes possibles : travailler à partir d'un assemblage connu et utiliser des symétries, des rotations ou des translations de certaines pièces , ou découper puis rassembler des sous-ensembles des pièces formant le puzzle.

D'autres sont envisageables (disposer les pièces selon notre fantaisie), mais nul doute que les lecteurs de « *Math-Jeunes Junior* » préféreront celles dans lesquelles vivent des contenus mathématiques

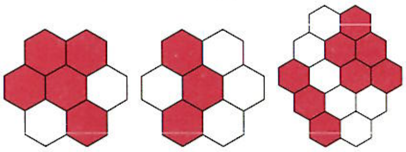
Solutions des jeux des pages 16 à 19

1. Qui est qui ?

De gauche à droite :

Bernard—Claude—André.

2. Des hexagones



3. Des murs additifs

15
8 | 7
3 | 5 | 2

20
7 | 13
3 | 4 | 9

100
46 | 54
12 | 34 | 20

4. Des murs multiplicatifs

960
16 | 60
4 | 4 | 15

200
25 | 8
25 | 1 | 8

256
16 | 16
4 | 4 | 4

3600
36 | 100
9 | 4 | 25

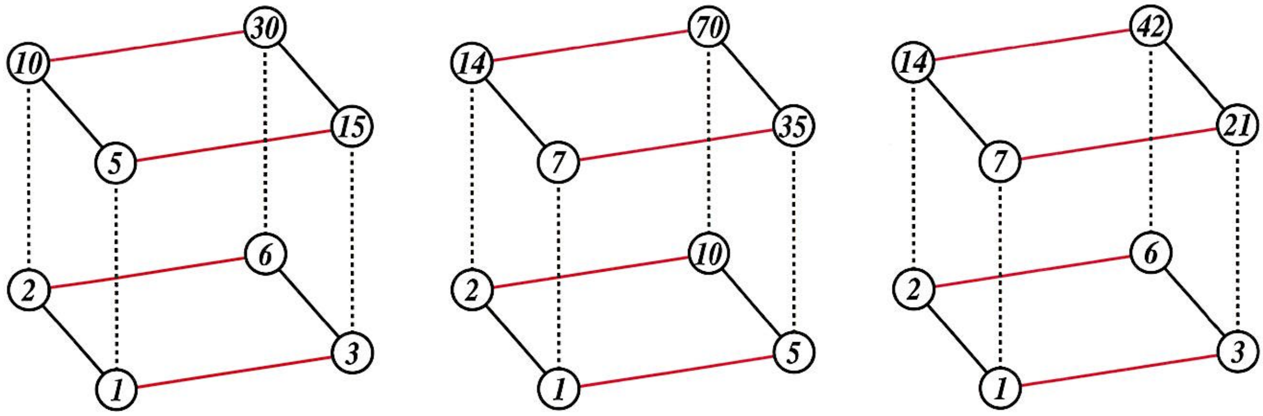
3600
4 | 900
4 | 1 | 900

3600
4 | 900
1 | 4 | 225

3600
9 | 400
9 | 1 | 400

5. Des treillis de diviseurs

A.

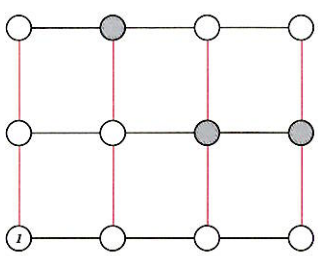


B. $x = 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 200$ **ou** $x = 1 \times 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 = 500$

$12 = 1 \times 2 \times 2 \times 3$ **entraîne** $y = 1 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 108$.

C. Ni 35, ni 245 ne permettent de calculer z puisque un opérateur sur les trois reste inconnu dans le treillis. Le nœud ombré révèle les trois facteurs premiers de z mais il n'est pas stratégique.

D. Les nœuds stratégiques sont ombrés. Le treillis de gauche en présente trois, les deux autres aucun.



6. Le nombre caché $a = 17$, $b = 59$.

Math-quiz

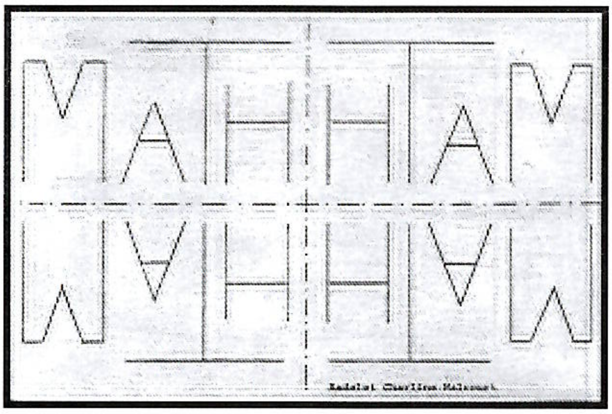
Une fois encore, nous remercions et nous félicitons très vivement tous ceux qui ont bien voulu chercher des réponses aux questions proposées à l'occasion du concours Math-Quiz 2005-2006, qu'ils nous aient d'ailleurs envoyé les résultats de leurs travaux ou non !

Ils ont ainsi fait la preuve de leur intérêt envers les mathématiques en même temps que de leur sagacité. Nous exprimons également notre gratitude aux enseignants qui ont incité leurs élèves à participer et/ou qui ont utilisé les questions dans le cadre de leur cours.

Vous trouverez ci-dessous les réponses attendues aux questions de la deuxième étape.

Question n°	Réponse	Question n°	Réponse
11	20468	16	80
12	1024	17	405
13	21	18	10
14	70	19	2
15	8	20	7

Rappelons encore une fois qu'un doute, un désaccord, une interrogation au sujet d'une réponse, ... constituent en fin de compte autant d'occasions d'en parler en classe avec vos condisciples et/ou votre professeur ! Cela offre ainsi des possibilités d'effectuer des rappels de matières déjà rencontrées au cours ainsi que des sujets de discussions et d 'échanges de points de vue. Il y avait parfois quelques modestes pièges à éviter et peut-être aussi la nécessité de connaître une matière pas encore rencontrée. Cela offrait donc également l'opportunité d'un premier contact avec ces éléments nouveaux et en préparait une éventuelle étude future plus fouillée.



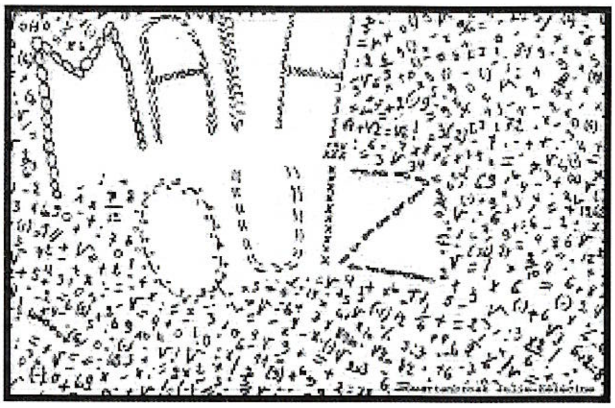


Tableau d'honneur de la participation au Math-Quiz 2005-2006 (par ordre alphabétique)

Nom+Prénom	Cl	Cp-Commune	Ecole	
Baudouin Laura	1	15630-Cerfontaine	CES St Joseph	Chimay
Badouin Thibaut	1	5630-Bourlers	CES St Joseph	Chimay
Botet Miguel		1360-Orbais	CEPES	Jodoigne
Dardaneh Aniusha	2	1040-Etterbeek	CEPES	Jodoigne
Dauphin Guillaume	3	1060-Bruxelles	Lycée Dashbeck	Bruxelles
Dejean Harry	2	1390-Biez	CEPES	Jodoigne
Demany Martial	2	6540-Lobbes	Athénée Royal	Thuin
Donfut Alrick	2	7021-Havré	Athénée Bervoets	Mons
Dorval Fabrice	3	4750-Bütgenbach	Athénée Royal	Waismes
Dujardin Antoine	2	6542-Sars la Buissière	Collège de Bonne Espérance	Vellereille Les Brayeux
Durbecq Camille	1	F-08230 Regnowez	CES St Joseph	Chimay
Fontesse Isaline	1	6464-Baileux	CES St Joseph	Chimay
Foulon Jean-François	4	4630-Soumagne	Collège Royal Marie-Thérèse	Herve
Galien Laurent	2	1370-Jodoigne	CEPES	Jodoigne
Hauquiert Bénédicte	1	6464-Baileux	CES St Joseph	Chimay
Jost Maxime	2	4770-Amel	Athénée Royal	Waismes
Kaçar Serife	4	1030-Bruxelles	CD des Dames de Marie	Bruxelles
Klein Florent	3	1470-Bousval	Lycée Martin V	Louvain La Neuve
Lapôtre Guillaume	1	5670-Nismes	CES St Joseph	Chimay
Lombrette Pierre	2	1370-Jodoigne	CEPES	Jodoigne
Magotteaux Odile	1	6460-Chimay	CES St Joeph	Chimay
Martiniaux Mélodie	2	1370-Piétrain	CEPES	Jodoigne
Monin Thomas	2	6590-Momignies	CES St Joseph	Chimay
Peeren Jeremy	3	4950-Waismes	Athénée Royal	Waismes
Ransquin Ignace	1	5670-Olloy sur Viroin	CES St Joseph	Chimay
Rousseaux Vincent	3	6460-Chimay	CES St Joseph	Chimay
Radelet Charline		5650-Walcourt	Athénée Royal Vauban	Charleroi
Snyers Charles	2	6460-Chimay	CES St Joseph	Chimay
Stilemant Pauline	2	1315-Opprebais	CEPES	Jodoigne
Swartenbroek Julie	1C	1357-Hélécine	CEPES	Jodoigne
Thonet Adrien	3	6464-Bourlers	CES St Joseph	Chimay
Van Lancker Quentin	2	4950-Waismes	Athénée Royal	Waismes
Vandenberg Jordan		1350-Noduwez	CEPES	Jodoigne
Vantyghem Manuel		1357-Hélécine	CEPES	Jodoigne
Veekians Gil		1370-Jodoigne	CEPES	Jodoigne
Voss Nicolas	2	6590-Momignies	CES St Joseph	Chimay

Cette année encore, nous avons reçu l'appui appréciable de la firme DEXXON Belgium, distributrice notamment des calculatrices CASIO. DEXXON Belgium récompense les meilleurs participants de ce concours en leur offrant des calculatrices scientifiques FX-Junior et FX-92 Collège 2D.

Classement final du Math-Quiz 2005-2006

Obtiennent un premier prix (Tous classés ex aequo avec le maximum de points)

Hauquier Bénédicte
Jost Maxime
Monin Thomas
Rousseaux Vincent
Van Lancker Quentin

Obtiennent un deuxième prix (Classement par ordre des points obtenus)

Klein Florent
Thonet Adrien
Radelet Charline
Baudouin Thibaut

Obtiennent un troisième prix(Classement par ordre de points obtenus)

Magottaux Odile
Dorval Fabrice
Peeren Jeremy
Foulon Jean-François
Lapôtre Guillaume
Demany Martial

Obtient une mention

Kaçar Serife

Chacun de ces lauréats recevra sous peu, à son adresse, une calculatrice Casio généreusement offerte par la firme DEXXON, distributrice de ce matériel

Encore une fois, félicitations à ces lauréats.

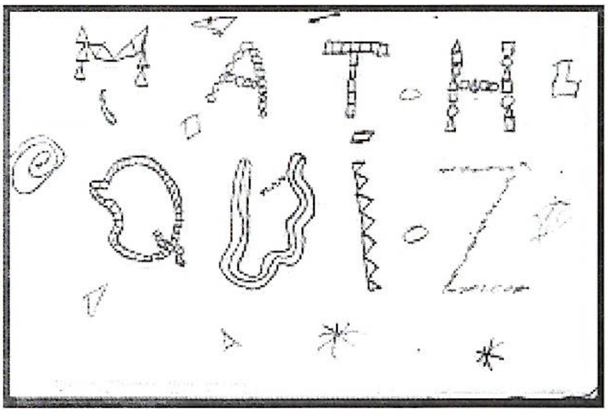
NB : tous les autres participants seront récompensés.

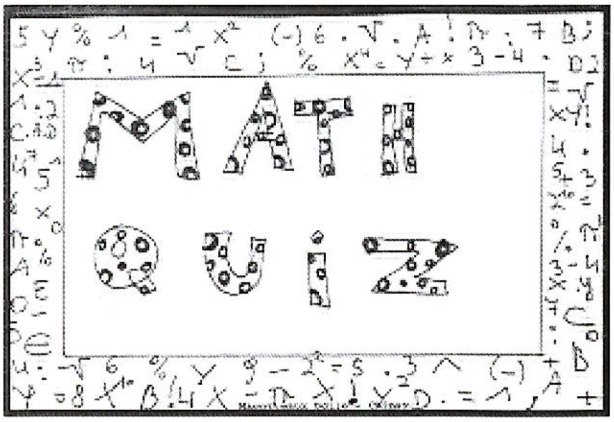
Concours annexe

Le jury a retenu les réalisations de Radelet Charline et de Rousseaux Vincent pour figurer sur les couvertures des revues *Math-Jeunes Junior* 2006-2007.

Il félicite aussi les autres participants pour leur talent précoce et les invite à poursuivre dans cette voie.

Nous vous souhaitons une bonne fin d'année scolaire et vous invitons à vous préparer à participer **au Math-Quiz 2006-2007**





Appel à nos lecteurs

Ce numéro 114 de*Math-Jeunes Junior* est le dernier pour cette année scolaire 2005 / 2006.

Pour que les parutions puissent continuer l'an prochain, il serait hautement souhaitable d'augmenter sensiblement le nombre de lecteurs.

Nous adressons donc un appel à tous, élèves, professeurs et étudiants, pour qu'ils se fassent les propagandistes de *Math-Jeunes Junior* comme il le font chaque année pour l'Olympiade Mathématique Belge dont le succès va croissant depuis 31 ans !

En particulier, nous proposons à nos lecteurs-élèves actuels ou potentiels :

– soit de s'abonner individuellement dès maintenant aux trois revues qui seront éditées en 2006/2007.
– soit de recueillir dès la rentrée de septembre prochain, auprès de leurs condisciples, le prix des abonnements groupés [au moins cinq] et d'assurer, par la suite, la distribution des revues à chacun des cotisants.

Dans les deux cas, les revues seront envoyées à l'adresse mentionnée dans le bulletin d'inscription ci-dessous.

. . . .

Je désire recevoir les trois numéros de *Math-Jeunes Junior* de l'année scolaire 2006/2007.

Nom et prénom :

Rue et n° :

N° postal : Localité :

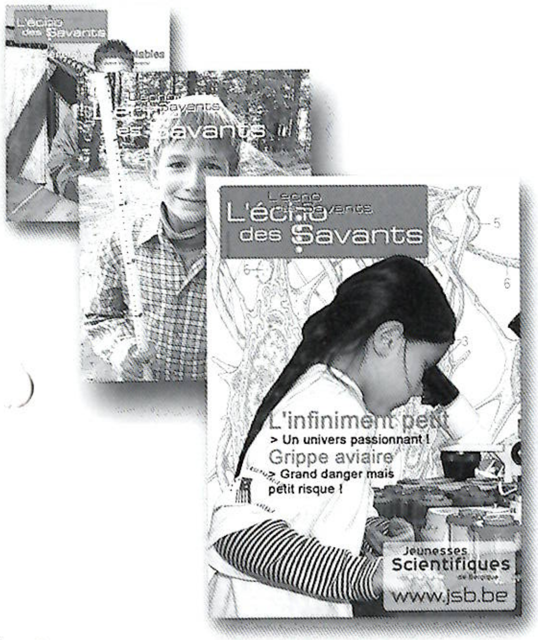
Nom et adresse de l'école fréquentée :

– Je verse la somme de . . . . . . × 4€ = ... € pour . . . . . . abonnements groupés au compte n° 000-0728014-29 de S.B.P.M.e.f , 15, rue de la Halle à 7000 -Mons.
– Je verse la somme de 6€ au même n° de compte pour un abonnement individuel.

. . . .

Ce bulletin d'inscription est à renvoyer dès que possible au Secrétariat SBPMef - 15 rue de la Halle à 7000 -Mons. Un grand merci de la part de toute la rédaction.

La rédaction.



L'écho des Savants

Le bon réflexe pour mieux comprendre le monde !

> Tous les deux mois, des articles scientifiques sur un thème de société, des expériences à réaliser à la maison, l'agenda des activités des Jeunesses Scientifiques, des jeux, des infos, etc.

JE DÉSIRE RECEVOIR L'ÉCHO DES SAVANTS

Pendant 1 an et je verse 7,50 € sur le compte n° 001-0015784-49 de l'association.

Nom, prénom ______________________________

Date de naissance ___ / ___ / ______ Sexe F / M

Rue : ______________________________ n° __ bte___

N° Postal : ______________ Localité : ______________

Tél. : ______________________

Bulletin à renvoyer à

Jeunesses Scientifiques de Belgique

av. Latérale, 17/1 - 1180 Bxl

02 / 537.03.25

02 / 537.08.02

http://www.jsb.be

Math-Jeunes Junior
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: A. PATERNOTTRE
Rue du Moulin, 78 – 7300 Boussu
Bureau de dépôt: Mons 1

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée