

MTJ Junior

BYE-BYE MTJUNIOR... WELCOME
INTERNET!



29e année - N° 120J
Avril 2008

Editorial

Toutes les histoires, même les plus belles, ont un commencement et une fin. Celle de Math-Jeunes a commencé en septembre 1979 et se termine avec ce numéro 120.

Math-Jeunes est une très belle aventure qui a été portée à bout de bras pendant de nombreuses années par quelques bénévoles talentueux. Ces passionnés n'ont pas compté leurs heures pour proposer une revue de qualité aux élèves de toutes les écoles secondaires de la Communauté française. La réalisation d'un numéro de math-jeunes est un travail énorme : il faut recueillir les articles, en faire la relecture et proposer les diverses corrections aux auteurs, refaire les dessins dans un format adapté, dactylographier les textes, réaliser la mise en page, ..., ceci dans un timing très serré afin de satisfaire les exigences de l'imprimeur et le planning de parution. Ces dernières années, le nombre d'articles proposés est devenu tellement réduit que le rédacteur en chef devait, en plus rédiger lui-même des articles pour maintenir le niveau d'intérêt de la publication.

Depuis plus d'un an, les rédacteurs en chef de Math-Jeunes et de Math-Jeunes Junior, ont annoncé leur désir de passer la main après de nombreuses années d'implication. Malheureusement, le Conseil d'administration de la SBPMef ne leur a pas trouvé de successeur. D'autre part, Math-Jeunes trouvait difficilement un public. Les enseignants se faisaient de plus en plus réticents à en proposer l'abonnement à leurs élèves et le nombre de lecteurs était en diminution constante. Le Conseil d'administration a tenté ces dernières années de raviver l'intérêt pour la revue en publiant des numéros thématiques, en la proposant aux écoles d'enseignement secondaire en Communauté française ou en tentant de pénétrer le marché français. Mais rien n'y fit, malgré la qualité indéniable de la revue, son intérêt auprès des jeunes se faisait de plus en plus confidentiel et c'est avec un réel pincement au coeur que le Conseil d'Administration de la SBPMef a décidé d'arrêter sa parution.

Les jeunes amateurs de mathématiques ne seront pas pour autant abandonnés par la SBPMef. En effet, depuis plus d'un an maintenant, le Conseil d'Administration planche sur la politique éditoriale de la société. Ce travail de réflexion commence à porter ses fruits et des projets à destination des jeunes lecteurs y trouveront leur place. Il est apparu rapidement que le site Internet de la Société devait faire partie intégrante de la réflexion. Une partie consacrée aux Olympiades mathématiques est en développement. On pourra y trouver toutes les informations pratiques concernant l'OMB mais aussi des questionnaires en ligne pour l'entraînement, des solutions de problèmes, un forum consacré à l'OMB et d'autres fonctionnalités qui seront développées au cours des prochaines années. Une nouvelle publication à destination des enseignants est en préparation. Il s'agit d'un concept nouveau pour la SBPMef qui contiendra des sujets à destination des professeurs mais aussi des espaces prévus pour les étudiants. Ceux-ci pourront être exploités par les enseignants durant leur cours ou simplement communiqués à la classe sous forme de copies. D'autres actions en faveur des élèves sont à l'étude. Il ne sert à rien d'avoir des regrets. Le monde change, ce qui était une idée extraordinaire hier n'intéresse plus aujourd'hui. Le bénévolat s'épuise, la relève des anciens n'est pas assurée. Ce sont des faits, l'avenir passe par une mutation qui peut être douloureuse mais que nous devons réussir. C'est la volonté du Conseil d'administration de la SBPMef de proposer une nouvelle politique éditoriale.

Je voudrais maintenant dire 120 fois merci. Merci aux fidèles lecteurs qui ont participé à l'aventure pendant ces nombreuses années. Merci aux auteurs des articles sans qui math-jeunes n'aurait pas pu survivre jusqu'à ce jour. Ils étaient de qualité et trahissaient un réel amour des mathématiques. Merci aux professeurs qui durant de nombreuses années ont abonné leurs élèves. Merci à Cristina qui ces dernières années a été un rouage essentiel dans la réalisation et la diffusion de Math-Jeunes Junior. Merci à Willy Vanhamme, Jules Miewis, Jacqueline Vanhamme, Claudine Festraets, Guy Noël, Michel Ballieu, Christian Van Hooste, André Paternotte qui ont assumé les fonctions de rédacteurs en chef et qui ont passé de nombreuses soirées (nuits) entourés de collaborateurs proches pour boucler les différents numéros dans les temps. Merci à tous les amoureux des mathématiques qui d'une façon ou d'une autre ont eu une influence sur le contenu de la revue et ont permis 120 fois le miracle de la parution.

Gérald Troessaert, Président de la SBPMef

Math-Jeunes

junior

Sommaire

| | |
|---|----|
| <i>Claude Villers, Le Lapin gourmand</i> | 2 |
| <i>Y. Noël-Roch, Trois petits tours et puis s'en vont</i> | 7 |
| <i>A. Paternotte, Le quadrilatère quelconque...</i> | 11 |
| <i>F. Drouin, Héron</i> | 16 |
| <i>Jeux</i> | 18 |
| <i>B. Honclaire, Les frères Hick 23</i> | 20 |
| <i>N. Vandenabeele, Le sudoku... pour tous</i> | 25 |
| <i>Olympiades mathématiques</i> | 29 |
| <i>Math-quiz</i> | 33 |

Le Lapin gourmand

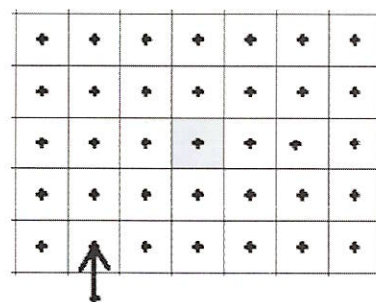
Claude Villers

B6- Brèves de classe

Voici le récit d'une aventure virtuelle et édifiante : celle d'un lapin un peu naïf et très gourmand.

Notre petit ami vivait paisiblement à la campagne, près d'un jardin qu'un amateur éclairé cultivait avec passion. Ces deux personnages vivaient en bonne entente car chacun veillait scrupuleusement à rester sur son territoire. Notre jardinier, amateur de beaux légumes, avait établi sur son terrain un quadrillage rectangulaire formé de 5 lignes et de 7 colonnes. Dans chacun des petits carrés ainsi définis (appelés cases), il avait repiqué une salade.

Malheureusement, elles étaient toutes fort chétives à l'exception de celle de la case centrale qui, au contraire, s'était particulièrement bien développée. Le lapin gourmand avait bien envie de se délecter de cette belle grosse salade. Comme c'était un lapin honnête et respectueux des conventions, il en demanda l'autorisation au propriétaire du lieu.



Ce dernier qui semblait généreux, la lui accorda aux quatre conditions suivantes :

- ▷ entrer dans le quadrillage à l'endroit indiqué par la flèche,
- ▷ se déplacer d'une case à une case voisine en suivant uniquement une ligne ou une colonne (donc pas en diagonale) et manger la salade qui s'y trouve,
- ▷ ne plus passer dans les cases devenues vides,
- ▷ avoir mangé toutes les petites salades avant de pouvoir déguster la plus belle.

Pouvez-vous aider notre ami le lapin à établir un chemin qui réponde à ces conditions et qui lui soit favorable. Vous pouvez répéter vos essais, bien entendu.

Que se passe-t-il ici ? Vous avez certainement constaté que le problème posé n'est pas aussi simple qu'il semble le paraître. Avez-vous trouvé un cheminement qui réponde rigoureusement aux conditions ?

En tout cas, le lapin lui, n'en a pas trouvé.

Ce n'est pas étonnant car vous devez savoir qu'il n'est, en effet, pas possible, dans les conditions imposées, d'atteindre la case centrale du quadrillage au départ de la case indiquée par la flèche.

Mais pourquoi donc ? Il faudrait quand même « démontrer » cette impossibilité et pas seulement l'affirmer. Cherchez donc une preuve !

Pour établir une démonstration, nous allons quitter le domaine d'une histoire de circonstance pour entrer dans le monde mathématique. Voyons donc cela de plus près ! Tout d'abord, il est toujours intéressant de se poser d'autres questions que celle proposée et aussi d'envisager une généralisation de la situation. On peut se demander si **un quadrillage possède toujours une case centrale !**

Quelques essais nous mettent vite sur la voie de la condition pour que cela se produise.

Il est évident qu'une case est centrale à la condition qu'il y ait autant de lignes en dessous d'elle qu'au-dessus **et** autant de colonnes devant elle que derrière elle.

Le tableau ci-contre comporte 4 lignes et 7 colonnes. Il ne possède pas de case centrale car son nombre de lignes est pair.

| | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Le tableau ci-contre comporte 7 lignes et 4 colonnes. Il ne possède pas de case centrale car son nombre de colonnes est pair.
En fait c'est le même cas que le précédent à une rotation de 90° près.

Le tableau ci-contre comporte 4 lignes et 8 colonnes. Il ne comprend pas de case centrale pour la double raison que son nombre de lignes est pair tout comme son nombre de colonnes.

| | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

Le tableau ci-contre comporte 7 lignes et 5 colonnes. Il comprend une case centrale pour la raison que son nombre des lignes est impair tout comme son nombre de colonnes.
C'est d'ailleurs le tableau correspondant à la figure illustrant le carré de salades. Nous avons trouvé une loi.

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Un quadrillage rectangulaire comporte une case centrale à la condition **nécessaire et suffisante** que ses nombres de lignes et de colonnes soient des nombres naturels impairs.

NB : « **Nécessaire** » signifie que la condition énoncée doit obligatoirement être remplie.

« **Suffisante** » signifie qu'il ne faut pas d'autres conditions qu'elle.

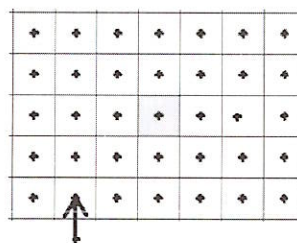
Sur un plan pratique nous savons donc maintenant qu'un échiquier (8 cases \times 8 cases) et un damier (10 cases \times 10 cases) ne possèdent pas de case centrale au contraire du jeu de Go (19 cases \times 19 cases) qui en possède une.

Revenons au problème initial. Le quadrillage comporte 5 lignes et 7 colonnes (on dit que c'est un quadrillage 5×7) donc il possède bien une case centrale. Il faut maintenant « **démontrer** » que cette case centrale ne peut pas être atteinte si on respecte strictement les conditions imposées. Cherchez avant de lire la suite.

Voici une démonstration astucieuse qui ne nécessite pratiquement aucun calcul.

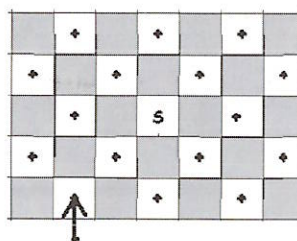
Peut-être, n'avez-vous pas songé à cette stratégie particulière mais ce n'est certainement pas très grave. Dites-vous bien qu'une telle astuce pourra peut-être vous servir dans d'autres occasions. (Voyez d'ailleurs l'annexe).

Le nombre total de cases du parterre qui nous occupe est donc 7×5 soit 35 qui est aussi un nombre impair.



Nous pouvons imaginer que ces cases sont alternativement peintes en blanc et en noir à la mode d'un damier comme la figure ci-contre l'illustre.

Ici, les cases des quatre « coins » sont peintes en noir. C'est **cette option qui sera d'actualité dans la suite**. (Mais il est évident qu'on aurait pu les peindre en blanc).



Il y a donc, ici, 18 cases noires et 17 cases blanches.

Un déplacement du lapin le ferait obligatoirement passer d'une case blanche à une case noire et inversement.

Puisqu'il y a une case noire de plus que de cases blanches et qu'il faut passer une et seule fois dans toutes les cases, il est nécessaire de commencer et terminer dans une case noire. La liste des cases parcourues ne peut être représentée que par la suite

$n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n, b, n$.

Or les conditions du jardinier imposent de commencer par une case blanche. Il n'est donc pas possible, non plus ici, de terminer dans la case centrale qui est blanche elle aussi.

Et voilà pourquoi l'histoire du lapin est si « triste ». Il ne peut satisfaire sa gourmandise. Il aurait dû réfléchir avant d'accepter les conditions qui lui étaient proposées. Bon appétit, quand même.

Prolongement

Nous remarquons que dans le cas qui nous occupe, il n'est pas possible de respecter toutes les conditions même en entrant dans le quadrillage par une case noire.

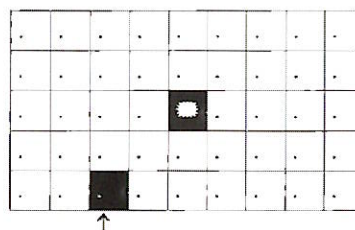
Mais il se peut que la case centrale soit une case noire si les dimensions du quadrillage sont autres.

C'est le cas, par exemple, pour un quadrillage 5×9 . Sa case centrale est noire.

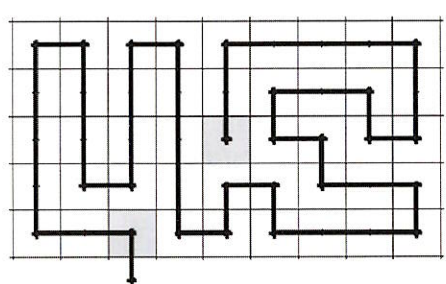
La suite des cases à parcourir (notées n ou b) est composée de 23 fois la lettre n et 22 fois la lettre b . C'est $n, b, n, b, n, b, n, b, \dots, n, b, n, b, n$

Pour atteindre, selon les contraintes imposées, la case centrale noire, il suffit d'entrer dans le quadrillage par une case noire.

A vous de dessiner un (au moins) trajet répondant aux conditions.



En voici d'ailleurs un parmi d'autres.



Suggestion : intéressez-vous à la longueur de différents trajets.

Quel constat faites-vous ? Pouvez-vous le justifier ?

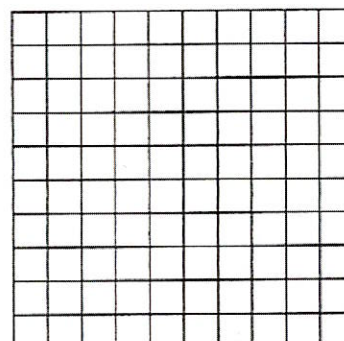
Nous serions heureux de connaître votre avis. Vous pouvez nous l'envoyer par mail à l'adresse sbpm@sbpm.be.

Annexe annoncée

Un problème résolu

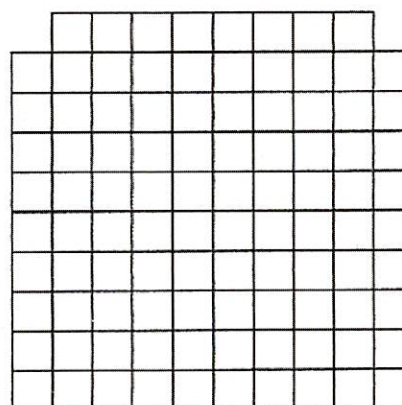
Un quadrillage 10×10 comporte un nombre pair ($10 \times 10 = 100$) de cases. Il doit être : entièrement recouvert et sans chevauchement par des rectangles 1×2 (1 case \times 2 cases), placés comme vous le voulez.

Pouvez-vous proposer une réalisation de cette consigne ?



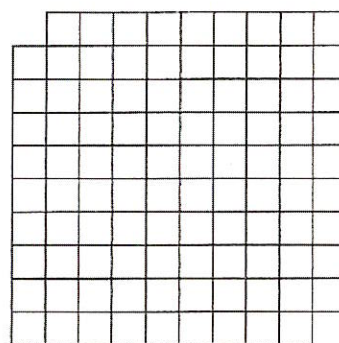
Ce travail ne devrait pas vous avoir posé de difficulté. Les dispositions des rectangles 1×2 sont nombreuses.

Maintenant, vous supprimez des cases du quadrillage en deux de ses sommets consécutifs. Pouvez-vous encore « paver » le quadrillage, ainsi amputé, avec les rectangles 1×2 . Essayez !



A nouveau, ce travail ne vous aura posé aucune difficulté.

Et maintenant, vous amputez le quadrillage initial de deux de ces cases situées en des sommets opposés. Essayez de paver cette configuration avec des rectangles 1×2 .



Alors ? Vos nombreux essais ont tous échoués. Il se peut, bien entendu, que vous n'ayez pas envisagé toutes les possibilités.

Il faut donc **démontrer** qu'il est impossible de réaliser le pavage demandé.

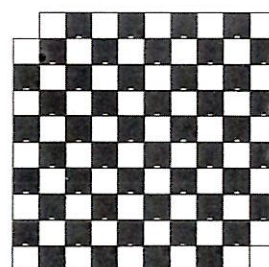
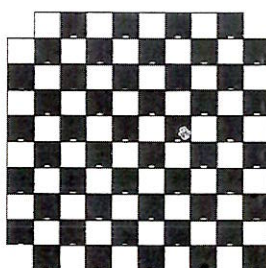
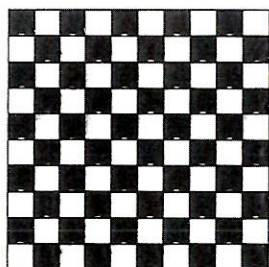
Démonstration :

Supposons que les cases du quadrillage soient alternativement peintes en blanc et en noir. Chaque rectangle 1×2 recouvrira donc une case blanche et une case noire.

Une condition nécessaire pour que le pavage soit réalisable est donc qu'il y ait autant de cases blanches que de cases noires dans la configuration proposée.

Il en est bien ainsi dans les deux premières configurations.

Par contre dans la troisième configuration, on a enlevé deux cases de la même couleur ce qui fait que la condition n'est plus respectée.



Un problème à résoudre

Dans un quadrillage $n \times n$, on place un pion dans une des cases de coin. Ce pion se déplace d'une case à la fois en suivant la ligne ou la colonne.

Peut-il revenir à la case de départ en passant une et une seule fois dans chaque case ?

A quelle condition pour n ?

NB : Ce problème a été posé lors du Rallye mathématique d'Alsace 2006 - classes de premières (5^e en Belgique).

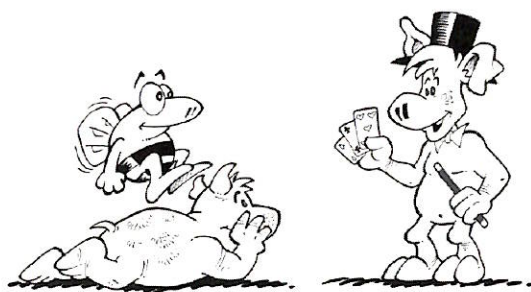
Trois petits tours et puis s'en vont

Y. Noël-Roch

Illustrations de Frédéric Pourbaix

1. Trois petits tours

1.1. Envers ou endroit ?



Ce tour peut être exécuté avec des cartes à jouer, des dominos, des capsules, des pièces de monnaie ou tout autre ensemble d'objets présentant deux faces jouant le rôle de pile et face. Le nombre d'objets n'a aucune importance ... jouer avec 10 à 15 objets semble commode. Un carton est à prévoir, permettant de cacher un objet.

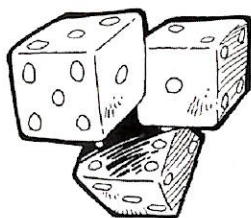
Voici les consignes données par le Magicien.

- Voici un paquet de cartes. Choisis-en quelques-unes et dispose-les sur la table, certaines à l'endroit, d'autres à l'envers.
- Je tourne le dos à la table et tu vas **retourner** ou **déplacer** les cartes que tu veux. Tu peux retourner ou déplacer plusieurs fois la même carte. Mais tu dois annoncer « Je retourne » chaque fois que tu retournes une carte et « Je déplace » chaque fois que tu déplaces une carte. Tu décides d'arrêter quand tu veux, tu l'annonces et tu caches alors une des cartes.

Je regarde la table et je devine l'état (pile ou face) de la carte cachée.

1.2. Trois dés empilés

Ce tour est cité par *Martin Gardner* sous le titre « La prédiction de *Frank Dodd* ». Il a été publié en 1937 dans *The Jinx*



Pour l'exécuter, le Magicien doit avoir en poche 21 allumettes ou 21 boutons ... 21 objets faciles à manipuler discrètement en poche. Il doit aussi disposer d'un chapeau (de magicien !) ... ou d'une boîte sans couvercle.

Voici les consignes données par le Magicien.

- Je te donne trois dés et je tourne le dos à la table. Tu ne me donneras aucun des résultats des calculs que tu vas effectuer.
- Fais rouler les trois dés, puis empile-les.
- Calcule la somme des deux faces cachées entre le dé supérieur et le dé du milieu.
- Ajoute à ce résultat la somme des faces cachées entre le dé inférieur et le dé du milieu.
- Ajoute enfin au total obtenu la valeur de la face en contact avec la table.

Je recouvre la pile avec mon chapeau ... et je sors de ma poche le total obtenu !

1.3. Calcul mystérieux

Le Magicien met à disposition une feuille de papier et un crayon, éventuellement une calculatrice. Nous choisissons ici un nombre de départ qui personnalise le tour mais ce choix est tout à fait arbitraire.

Voici les consignes données par le Magicien.

- Écris ta date de naissance en six chiffres (exemple 091297 pour le 9 décembre 1997).
- En dessous, de manière à les additionner facilement, écris un nombre formé des mêmes chiffres disposés dans l'ordre de ton choix.
- Calcule la somme.
- Divise ce résultat par 4. Si le quotient n'est pas entier, supprime la partie décimale.
- Multiplie le nombre entier obtenu par 9.
- Toujours en alignant les chiffres, écris en dessous un nombre formé des mêmes chiffres écrits dans le désordre.
- Calcule la somme et multiplie-la par 2.
- À l'envers de la feuille, copie le résultat final **en oubliant UN chiffre**.
- Montre-moi le nombre copié.



Je vais deviner le chiffre oublié.

2. Les astuces du Magicien

2.1. Astuce : la parité

Comme tu le sais, le magicien ne devine rien ! Dans le premier tour, toute sa science repose sur la comparaison de la parité de deux nombres, par exemple la parité du nombre de cartes face-en-haut en les disposant sur la table et après les manipulations.

Les déplacements de cartes n'ont aucune influence sur le jeu, ils ne changent rien à la parité des cartes qui sont face-en-haut. Dans beaucoup de tours de magie, un élément perturbateur distrait le public pour qu'il ne devine pas trop vite l'astuce du Magicien. Ici, ce sont les déplacements.

Par contre, chaque retournement change la parité du nombre de face-en-haut puisque ce nombre augmente ou diminue de 1 chaque fois qu'on retourne une carte.

Voici donc le petit travail du Magicien :

- En te donnant les cartes et en t'invitant à en poser quelques-unes sur la table, en vérifiant si tu as bien compris la consigne, **il enregistre par exemple la parité des cartes face-en-haut**. (Par exemple, si 7 faces sont visibles, il retient « **faces visibles—impair** »).
- Ensuite, dos tourné, il remplace IMPAIR par PAIR ou PAIR par IMPAIR chaque fois qu'il entend « **Je retourne** ». Il ne s'occupe de rien d'autre.
- À la fin, pendant que tu caches une carte, **il connaît la parité du nombre de faces visibles à la fin de tes manipulations**.

En regardant la table, il compare la parité qu'il connaît à ce qu'il voit. Si les deux parités concordent, il déclare la carte cachée posée dos en haut, si la parité connue ne correspond pas à ce qu'il voit, il déclare la carte cachée posée face en haut !

2.2. Astuce : la somme de deux faces opposées d'un dé

Petites précautions prises par le Magicien : il doit disposer de trois dés standard, c'est-à-dire des dés dont la somme de deux « faces opposées » vaut toujours 7. Attention, il en existe d'autres dans le commerce ... je le sais pour en avoir acheté ! D'autre part, rappelons qu'il a placé dans sa poche magique 21 petits objets semblables.

Lorsque les trois dés sont empilés, appelons

- $D1I$ et $D1S$ les nombres qui occupent d'une part la face inférieure du dé qui touche la table et d'autre part la face supérieure de ce même dé,
- $D2I$ et $D2S$ les nombres qui occupent les faces inférieure et supérieure du dé central,
- $D3I$ le nombre qui occupe la face inférieure (face cachée) du dé supérieur et $D3S$ le nombre qui occupe la face supérieure (face visible) du dé supérieur.

Lorsque le magicien se replace face à la table pour cacher la pile de dés sous son chapeau, il a le temps de lire $D3S$. Il laisse alors dans sa poche $D3S$ objets et en sort le reste. En effet, il a fait calculer $D1I + D1S + D2I + D2S + D3I$ et il sait que cela vaut $21 - D3S$.

2.3. Astuce : la divisibilité par 9



La divisibilité par 9 est une autre source de tours de magie. Rappelons qu'un nombre est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses « chiffres » est divisible par 9.

Nous avons déjà dit que la consigne A pouvait être modifiée ... de même, les consignes B, C et D ne servent qu'à égarer un peu le public, tu peux donc les modifier à ta guise : en les supprimant, en les simplifiant ou en les compliquant, en fonction de ton public.

La consigne **E crée un multiple de 9**. Elle est essentielle et le Magicien pourrait ensuite passer directement à la consigne H. Mais il aime cacher son astuce : c'est pour cela qu'il donne encore les consignes F et G. Il doit cependant agir prudemment **pour que les nombres obtenus soient encore des multiples de 9**. Analysons donc les consignes F et G !

F. Partant du nombre multiple de 9 obtenu en E, on écrit un nouveau nombre **en utilisant les mêmes chiffres**. Ce nouveau nombre est donc aussi multiple de 9.

- G. – On calcule d'abord la somme s de deux multiples de 9, soit $s = 9a + 9b = 9(a + b)$, on obtient donc un nouveau multiple de 9.
- On calcule ensuite $2s = 2 \times 9 \times (a + b)$ pour obtenir (encore !) un multiple de 9.

Le Magicien sait donc que la somme des chiffres du nombre obtenu est un multiple de 9. Il lui reste à calculer la somme des chiffres du nombre qui lui est présenté (Exemple : s'il obtient 24, il sait que le chiffre absent est 3) et de « compléter » jusqu'au multiple de 9 immédiatement plus grand (dans l'exemple, ce multiple est 27).

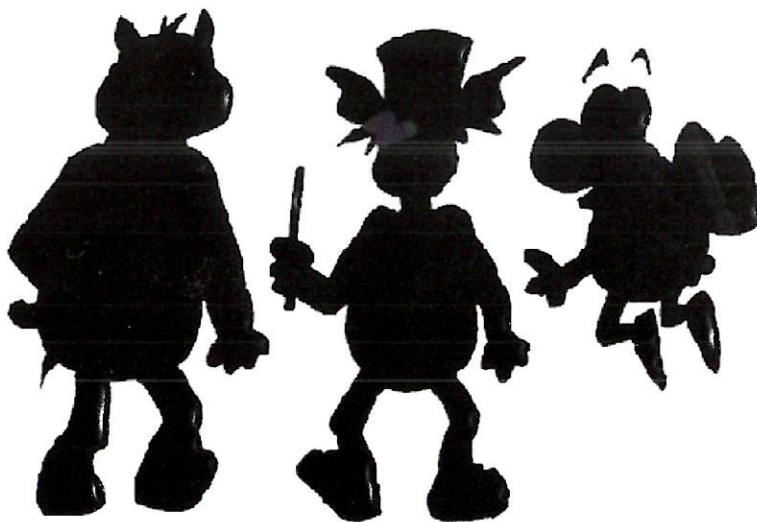
Une alternative apparaît si la somme obtenue à partir du nombre présenté est multiple de 9 : le Magicien ne sait pas si le chiffre « oublié » est 0 ou 9. À toi de décider de la façon de gérer la situation : tu peux préciser, dans la consigne H, que le chiffre oublié ne peut pas être 0 ; tu peux aussi jouer au magicien un peu distrait qui pose une dernière question du genre « je suppose que tu n'as pas supprimé un zéro ! » ou toute autre forme qui te plaît.

La cerise sur le gâteau

Le principe de ce tour de magie peut être mieux caché, en introduisant le « premier » multiple de 9 de manière non explicite. C'est par exemple possible en utilisant la propriété suivante :

Soit a un nombre, b ce nombre « retourné » (Exemple : 438 701 et 107 834) et supposons $a > b$. Leur différence $a - b$ est un multiple de 9.

N'hésite pas à modifier les tours de magie à ta guise et en tenant compte de ton auditoire ... mais attention : il faut respecter le principe qui les rend magiques. Bon amusement !



Le quadrilatère quelconque...

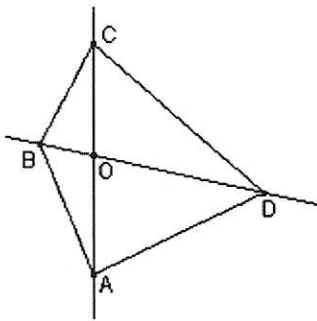
A. Paternotte

Le quadrilatère quelconque... pas si quelconque que ça !

Dans le numéro 117 de cette revue (3^e numéro de 2006/2007), tu auras sans doute lu avec intérêt l'article de Y. Noël-Roch consacré à « la symétrie affine ».

Par cette transformation, une figure plane est déformée mais son aire est conservée.

Dans le présent article, il s'agira de déformer un quadrilatère quelconque sans en modifier l'aire.



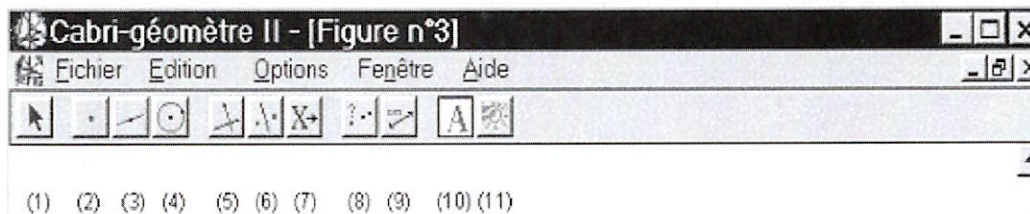
Voici un quadrilatère quelconque $ABCD$. Appelons O le point d'intersection de ses diagonales AC et BD .

Si on déplace le point O sur une des deux diagonales (sur AC par exemple, les points A et C restants fixes sur AC et la diagonale BD se déplaçant parallèlement à elle-même avec le point O), que peux-tu affirmer à propos du périmètre de $ABCD$ et de son aire ? A première vue, on peut penser que le périmètre de $ABCD$ se modifie mais en est-il de même pour son aire ?

Le logiciel de dessin « Cabri » convient parfaitement pour simuler cette situation.

Comment procéder avec Cabri ?

Voici le tableau de bord de Cabri. Les boutons à cliquer sur la barre d'outils sont répertoriés par un les nombres de 1 à 11.



Et voici la séquence à suivre pour que Cabri réponde aux deux questions posées ci-dessus :

| | Barre d'outils | Menu déroulant |
|--|----------------|--|
| 1) Mener une 1 ^{re} droite | (3) | Droite |
| 2) Prendre un point O sur cette 1 ^{re} droite | (2) | Point sur un objet |
| 3) Par O , mener une 2 ^e droite | (3) | Droite |
| 4) Tracer un polygone quelconque en pointant successivement ses sommets sur la 1 ^{re} puis la 2 ^e droite déjà tracées | (3) | Polygone |
| 5) Nommer les 5 points A, B, C, D, O | (10) | Nommer |
| 6) Afficher le périmètre de $ABCD$ | (9) | Distance et longueur puis cliquer sur le polygone $ABCD$ |
| 7) Afficher l'aire de $ABCD$ | (9) | Aire puis cliquer sur le polygone $ABCD$ |
| 8) Cliquer sur la flèche | (1) | |
| 9) Cliquer le point O et en maintenant le bouton gauche de la souris enfoncé, déplacer le point O sur la 1 ^{re} droite tracée | | |

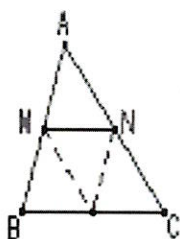
... et tu découvres sur l'écran que le déplacement du point O sur AC modifie effectivement le périmètre de $ABCD$ mais ne modifie pas son aire.

Démontrons qu'il en est bien ainsi.

Et tout d'abord deux théorèmes importants que tu connais ou que tu apprendras bientôt au cours de math :

Théorème 1 : le segment $[MN]$ qui joint les milieux M et N des deux côtés $[AB]$ et $[AC]$ d'un triangle ABC est parallèle au troisième côté $[BC]$ et est moitié moins long.

Théorème 2 : l'aire du triangle AMN vaut le quart de celle du triangle ABC .



th1



$$MN \parallel BC \text{ et } |MN| = \frac{1}{2}|BC|$$



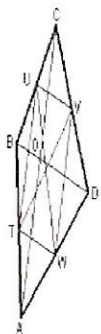
th2

$$\text{aire de } AMN = \frac{1}{4} \text{ aire de } ABC$$

Revenons à notre polygone quelconque $ABCD$. Désignons par T, U, V, W les milieux de ses côtés et joignons-les.

On obtient ainsi un polygone $TUVW$ qui semble être un parallélogramme.

Les diagonales de $ABCD$ se coupent en O . Les diagonales de $TUVW$ sont aussi les médianes de $ABCD$.



Appliquons le théorème 1 :

$$\left. \begin{array}{l} \text{dans le triangle } ABC : TU \parallel AC \text{ et } |TU| = \frac{1}{2}|AC| \\ \text{dans le triangle } ADC : WV \parallel AC \text{ et } |WV| = \frac{1}{2}|AC| \end{array} \right\} \Rightarrow TU \parallel WV \text{ et } |TU| = |WV|$$



$TUVW$

est un parallélogramme

Appliquons le théorème 2 :

$$\begin{aligned} \text{aire } TUVW &= \text{aire } ABCD - \text{aire } (TBU + UCW + VDW + WAT) \\ &= \text{aire } ABCD - \frac{1}{4} \text{aire } (ABC + BCD + CDA + DBA) \\ &= \text{aire } ABCD - \frac{1}{4}(2 \times \text{aire } ABCD) \\ &= \frac{1}{2} \text{aire } ABCD \end{aligned}$$

Exprimons l'aire de $ABCD$ en fonction de la longueur de ses diagonales.

Posons $d_1 = IACI$ et $d_2 = IBDI$

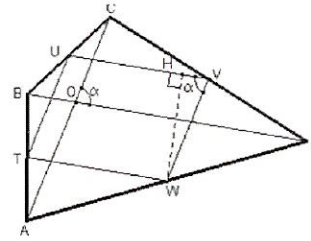
Désignons par α la mesure de l'angle COD .

On retrouve α en V (angles à côtés parallèles).

Désignons encore par H le pied de la perpendiculaire abaissée de W sur UV .

On a :

$$\begin{aligned}\text{aire } ABCD &= 2 \times \text{aire}_{plgTUVW} (\text{démontré ci-avant}) \\ &= 2 \times (|TW| \times |WH|) \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{2} d_2 \times \frac{1}{2} d_1 \sin \alpha \right) (\text{tr rect WHV}) \\ &= d_2 \frac{1}{2} d_1 \sin \alpha\end{aligned}$$



$$\text{aire } ABCD = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

Nous avons ainsi découvert que :

L'aire d'un polygone quelconque vaut le demi produit de la longueur de ses diagonales par le sinus d'un des angles déterminés par ces diagonales.

Notons qu'on peut encore obtenir la formule précédente en sommant les aires de chacun des triangles AOB , BOC , COD , DOA , chacune de ces quatre aires étant calculée par la formule de l'aire d'un triangle en fonction de la longueur de deux côtés et du sinus de l'angle compris entre ces côtés.

Il est clair à présent que le déplacement du point O sur la droite AC (les points A et C restants fixes et la diagonale $[BD]$ conservant sa direction et sa longueur) ne modifie pas l'aire du quadrilatère $ABCD$.

En effet ce déplacement ne modifie ni les longueurs des deux diagonales ni l'amplitude de leur angle et donc, à cause de la formule ci-dessus, ne modifie pas non plus l'aire du quadrilatère.

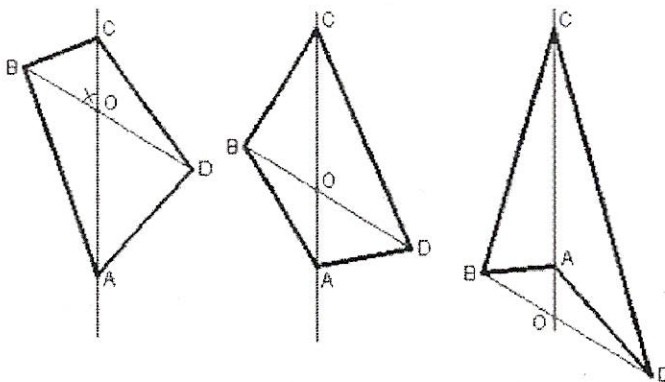
Remarquons aussi que la longueur et la direction des médianes $[TV]$ et $[UW]$ sont conservées.

Il en serait de même si le point O se déplaçait sur l'autre diagonale $[BD]$.

Pour en terminer

Voici le même polygone quelconque $ABCD$ pour trois positions différentes du point O sur $[AC]$.

Dans chacune de ces trois figures, le périmètre de $ABCD$ diffère. Par contre l'aire de $ABCD$ reste la même.



Périmètre de $ABCD$ pour la figure :

- de gauche : 9.46 cm
- du centre : 9.63 cm
- de droite : 13cm

Pour les trois figures :

$$|AC| = 3.7cm$$

$$|BD| = 3.1cm$$

$$\text{Angle } BOC = 58.74^\circ$$

$$\text{aire } ABCD = 4.9cm^2$$

Echo de la 33^e Olympiade Mathématique Belge

En cette année 2008, le 16 janvier, les éliminatoires de l'Olympiade ont réuni 23342 participants, soit 437 de plus que l'an dernier. 309 écoles de la partie francophone de notre pays ont participé à l'épreuve.

En voici la répartition avec, entre parenthèses, la différence de participation par rapport à l'an passé :

| MINI | MIDI | MAXI |
|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1 ^{re} année : 6470(+210) | 3 ^e année : 3716(-104) | 5 ^e année : 2704(+9) |
| 2 ^e année : 5046(+249) | 4 ^e année : 2996(-69) | 6 ^e année : 2410(+142) |
| Totaux : 11516(+459) | 6712(-173) | 5114(+151) |

Le tableau suivant vous donne les scores obtenus en catégories MINI et MIDI :

| Scores | ≤ 25 | [26, 51] | [52, 77] | [78, 103] | [104, 129] | ≥ 130 |
|-----------------------|-----------|-------------|-------------|-------------|------------|-----------|
| 1 ^{re} année | 69 | 1347 | 3480 | 1438 | 126 | 10 |
| 2 ^e année | 28 | 613 | 2145 | 1764 | 466 | 30 |
| Total MINI | 97 | 1960 | 5625 | 3202 | 592 | 40 |
| 3 ^e année | 26 | 941 | 2320 | 412 | 16 | 1 |
| 4 ^e année | 6 | 435 | 1877 | 644 | 34 | 0 |
| Total MIDI | 32 | 1376 | 4197 | 1056 | 50 | 1 |

Les demi-finales se sont déroulées le 5 mars 2008 et la finale aura lieu le 30 avril 2008.

Dans chaque numéro de *Math-Jeunes Junior* sont proposées les solutions à certains problèmes posés dans les olympiades précédentes.

Bravo à tous les participants de cette année et ... à l'année prochaine.



Nous vous invitons à adopter ces deux recueils comme texte de référence pour une préparation à l'olympiade.

Le coût de ces deux brochures est de 6€ pièce (+ 1.80€ de frais d'expédition) ou 10€ pour les deux recueils (+ 3.50€ de frais d'expédition)

somme à verser sur notre ccp : 000-0728014-29 , de la SBPMef, 24 rue du Onze Novembre -7000 MONS avec la communication « OMB T5 et T6 »

Héron

F. Drouin

Héron n'avait pas de calculatrice pour calculer des racines carrées...

Héron (75–150) est un mathématicien grec qui a vécu à Alexandrie.



Chercher une valeur approchée de $\sqrt{10}$ revient à chercher le côté d'un carré dont l'aire est 10.

Tu sais que $\sqrt{10}$ est voisin de 3 car $3 \times 3 = 9$.

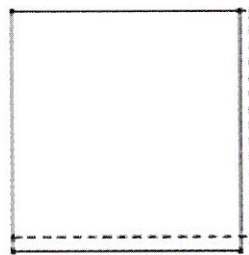
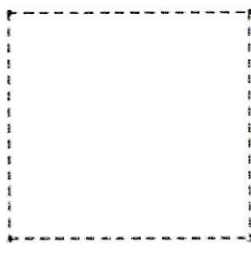
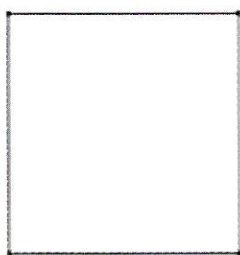
Un premier rectangle :

Le rectangle ayant 3 pour un de ses cotés et 10 pour aire est proche du carré de côté 3.

Sa deuxième dimension est le nombre c tel que $c \times 3 = 10$ donc $c = \frac{10}{3}$.

Ci-dessous sont dessinées :

- à gauche un carré d'aire 10. Son côté est donc $\sqrt{10} = 3.1622\dots$
- au centre un rectangle d'aire 10. Ses côtés sont 3 et $\frac{10}{3} = 3.333\dots$
- à droite le carré de gauche recouvrant le rectangle du centre.



$\frac{10}{3}$ et 3 sont deux valeurs approchées du côté du carré d'aire 10.

La valeur 3 est trop petite car $3^2 = 9 < 10$.

La valeur $\frac{10}{3}$ est trop grande car $(\frac{10}{3})^2 = \frac{100}{9} = 11 + \frac{1}{9} > 10$.

Prenons la moyenne arithmétique de 3 et $\frac{10}{3}$ qui est une valeur intermédiaire. : $\frac{3 + \frac{10}{3}}{2} = \frac{19}{6}$

Un deuxième rectangle :

Le rectangle dont un côté est de $\frac{19}{6}$ et dont l'aire est 10 a pour deuxième dimension le nombre c tel que $c \times \frac{19}{6} = 10$ et donc $c = \frac{10}{\frac{19}{6}} = 10 \times \frac{6}{19} = \frac{60}{19}$

$\frac{60}{19}$ et $\frac{19}{6}$ sont deux valeurs approchées du côté du carré d'aire 10.

Le carré dont le côté est $\frac{60}{19}$ est trop petit car $(\frac{60}{19})^2 = \frac{3600}{361} = 9 + \frac{351}{361} < 10$.

Le carré dont le côté est $\frac{19}{6}$ est trop grand car $(\frac{19}{6})^2 = \frac{361}{36} = 10 + \frac{1}{36} > 10$.

Prenons à nouveau la moyenne arithmétique de $\frac{60}{19}$ et $\frac{19}{6}$ qui est $\frac{(\frac{60}{19} + \frac{19}{6})}{2} = \frac{721}{228}$

Vérifions que le carré de côté $\frac{721}{228}$ a une valeur très proche de $\sqrt{10}$. Elle est un peu trop grande car $(\frac{721}{228})^2 = \frac{519841}{51984} = 10 + \frac{1}{51984} = 10 + 0.0000192 > 10$.

... et on pourrait encore affiner davantage la recherche du côté du carré d'aire 10 en procédant au calcul d'une nouvelle moyenne arithmétique. Réalise ces calculs et constate que tu ne progresses plus guère dans la précision.

Un autre exemple :

Recherchons par la même méthode une valeur approchée de $\sqrt{1500}$.

- Considérons un premier rectangle de dimensions 15 et 100. De toute évidence, ce dernier n'est guère proche d'un carré.

15 est une valeur trop petite car $15^2 = 225 \ll 1500$. D'autre part 100 est beaucoup trop grand car $100^2 = 10000 \gg 1500$.

La moyenne de 15 et 100 est $\frac{115}{2} = 57.5$.

- Considérons un deuxième rectangle d'aire 1500 et dont une dimension est 57.5

Il a pour seconde dimension le nombre c tel que $c \times 57.5 = 1500$ et donc $c = \frac{1500}{57.5} = \frac{1500}{\frac{115}{2}} = \frac{3000}{115} = \frac{600}{23}$

57.5 est nettement trop grand car $57.5^2 = 3306 + 0.25 > 1500$

$\frac{600}{23}$ est nettement trop petit car $(\frac{600}{23})^2 = \frac{360000}{529} = 680 + \frac{280}{529} < 1500$.

La moyenne de 57.5 et $\frac{600}{23}$ est $(\frac{\frac{115}{2} + \frac{600}{23}}{2}) = \frac{3845}{92} = 41.79 \dots$

On recommence le procédé

- Considérons un troisième rectangle d'aire 1500 et dont une dimension est $a = \frac{3845}{92}$. Il a pour seconde dimension $c = 1500 \times \frac{92}{3845} = \frac{138000}{3845} = \frac{27600}{769} = 35.89 \dots$.

Vérifié a est trop grand tandis que c est trop petit.

La moyenne de a et c est $38.72 \dots$ La précision s'améliore car ma calculatrice donne $\sqrt{1500} = 38.72983 \dots$

Et on recommence à nouveau le procédé. Nous te laissons ce soin !

Tu as sûrement compris que l'utilisation de moyennes successives conduit à des valeurs de plus en plus approchées du côté du carré d'aire 1500.

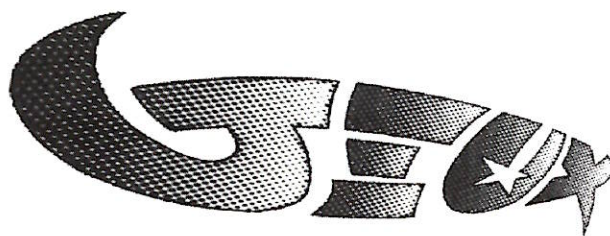
En fin d'enseignement secondaire, tu retrouveras cette méthode sous la forme de l'étude de la suite définie par l'égalité $u_{k+1} = \frac{1}{2} \times (u_k + \frac{n}{u_k})$.

Dans l'exemple précédent on a $n = 1500$ et $u_1 = 15$.

L'égalité précédente donne alors $u_2 = \frac{1}{2}(15 + \frac{1500}{15}) = 57.5$.

Ensuite $u_3 = \frac{1}{2}(57.5 + \frac{1500}{57.5}) = 41.79 \dots$ puis $u_4 = \frac{1}{2}(41.79 \dots + \frac{1500}{41.79}) = 38.84 \dots$ puis $u_5 = \dots$

On retrouve ainsi les valeurs de plus en plus précises de $\sqrt{1500}$ trouvées ci-dessus.



Y. Noël-Roch

1. Qui suis-je ?

- Je suis naturel, aussi petit que possible mais pas nul ! Mon tiers est un carré parfait. Qui suis-je ? Et si je grandis (le moins possible !), quelle sera ma valeur ?
- Je suis un naturel, aussi petit que possible mais différent de 0 et de 3. Mon tiers est cube. Qui suis-je ?
- Je suis naturel, aussi petit que possible mais pas nul ! Ma moitié est un carré parfait et mon tiers est un cube. Qui suis-je ?

2. Décodage de produits

Chacun des signes ♥, ♦, ♣ et ♠ cache un nombre de 1 à 10. Dans chaque grille, deux signes différents cachent deux nombres différents, le même signe cache le même nombre. En bas de chaque colonne et à droite de chaque ligne est donné le produit des nombres à découvrir.

Pour chacune des quatre grilles ci-dessous, quels sont les quatre nombres cachés ?

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------------|
| <table><tr><td>♠</td><td>♦</td><td>♥</td></tr><tr><td>♦</td><td>♠</td><td>♦</td></tr><tr><td>♥</td><td>♣</td><td>♣</td></tr></table> | ♠ | ♦ | ♥ | ♦ | ♠ | ♦ | ♥ | ♣ | ♣ | 24 64 243 |
| ♠ | ♦ | ♥ | | | | | | | | |
| ♦ | ♠ | ♦ | | | | | | | | |
| ♥ | ♣ | ♣ | | | | | | | | |
| 24 216 72 | | | | | | | | | | |

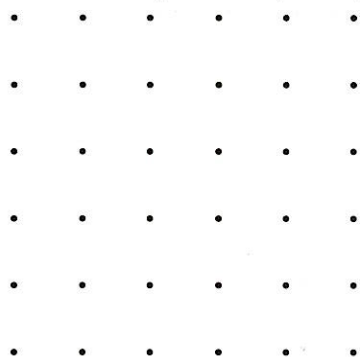
| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|------------------|
| <table><tr><td>♥</td><td>♥</td><td>♦</td></tr><tr><td>♥</td><td>♣</td><td>♥</td></tr><tr><td>♠</td><td>♦</td><td>♦</td></tr></table> | ♥ | ♥ | ♦ | ♥ | ♣ | ♥ | ♠ | ♦ | ♦ | 162 405 12 |
| ♥ | ♥ | ♦ | | | | | | | | |
| ♥ | ♣ | ♥ | | | | | | | | |
| ♠ | ♦ | ♦ | | | | | | | | |
| 243 36 90 | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---------------------------|
| <table><tr><td>♠</td><td>♠</td><td>♥</td><td>♣</td></tr><tr><td>♣</td><td>♣</td><td>♦</td><td>♦</td></tr><tr><td>♥</td><td>♥</td><td>♥</td><td>♥</td></tr><tr><td>♠</td><td>♣</td><td>♦</td><td>♥</td></tr></table> | ♠ | ♠ | ♥ | ♣ | ♣ | ♣ | ♦ | ♦ | ♥ | ♥ | ♥ | ♥ | ♠ | ♣ | ♦ | ♥ | 192 324 4096 288 |
| ♠ | ♠ | ♥ | ♣ | | | | | | | | | | | | | | |
| ♣ | ♣ | ♦ | ♦ | | | | | | | | | | | | | | |
| ♥ | ♥ | ♥ | ♥ | | | | | | | | | | | | | | |
| ♠ | ♣ | ♦ | ♥ | | | | | | | | | | | | | | |
| 192 576 1152 576 | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----------------------------|
| <table><tr><td>♦</td><td>♣</td><td>♦</td><td>♣</td></tr><tr><td>♣</td><td>♦</td><td>♦</td><td>♣</td></tr><tr><td>♠</td><td>♦</td><td>♠</td><td>♣</td></tr><tr><td>♠</td><td>♠</td><td>♥</td><td>♠</td></tr></table> | ♦ | ♣ | ♦ | ♣ | ♣ | ♦ | ♦ | ♣ | ♠ | ♦ | ♠ | ♣ | ♠ | ♠ | ♥ | ♠ | 400 400 1620 2187 |
| ♦ | ♣ | ♦ | ♣ | | | | | | | | | | | | | | |
| ♣ | ♦ | ♦ | ♣ | | | | | | | | | | | | | | |
| ♠ | ♦ | ♠ | ♣ | | | | | | | | | | | | | | |
| ♠ | ♠ | ♥ | ♠ | | | | | | | | | | | | | | |
| 1620 2700 1800 72 | | | | | | | | | | | | | | | | | |

3. Rectangle interdit

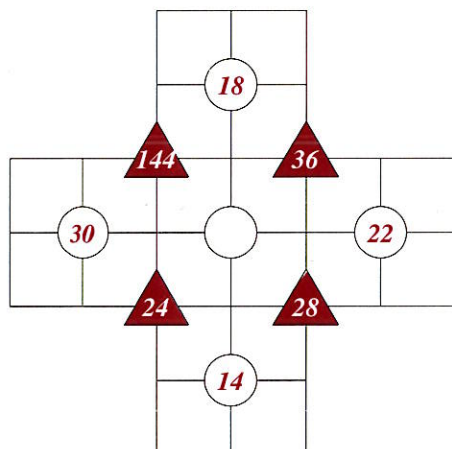
Pour exploiter ce jeu, tu dois disposer de papier quadrillé, de deux marqueurs ... et d'un partenaire. Nous décidons par exemple de jouer sur un réseau carré 6 × 6.



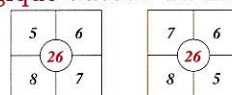
Les règles du jeu :

- Tirer au sort le premier joueur.
- Chacun à son tour, un joueur marque un point du réseau.
- Le premier joueur qui marque le quatrième sommet d'un rectangle perd la partie à condition que son partenaire le voie et indique les quatre sommets marqués formant un rectangle.
- Si le partenaire ne s'aperçoit de rien, la partie continue.

4. Sommes de naturels consécutifs et produits



Voici un assemblage de cinq éléments. Au centre de chacun d'eux, un disque contient la **somme des quatre nombres naturels consécutifs** cachés dans les quatre petits carrés chevauchés par le disque. Les quatre nombres sont notés dans le **sens horlogique ou antihorlogique** autour du disque. Par exemple :

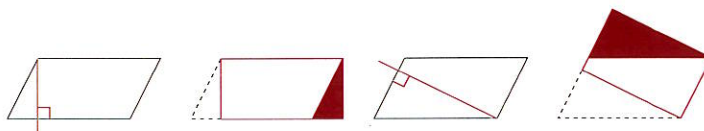


Chaque triangle coloré contient le **produit des trois nombres** qui occupent les trois petits carrés chevauchés par le triangle.

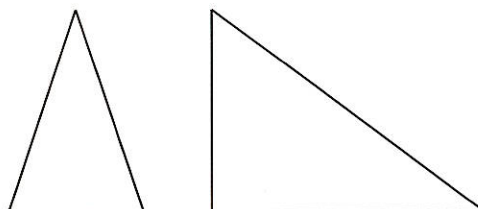
D'autres situations très variées sont proposées dans *Number-Cell, Challenges, A collection of ingenious number puzzles*, un petit livre de **Wilson Ransome** publié par *Tarquin Publications*.

5. Découpages et assemblages

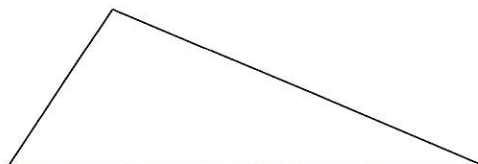
D'un coup de ciseaux, tu peux découper un parallélogramme en deux morceaux assemblables en un rectangle :



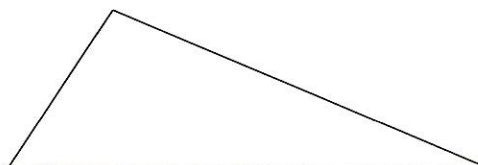
A. Comment, **en un coup de ciseaux**, découper un **triangle isocèle** en deux morceaux que tu peux assembler en un rectangle ?



B. Comment, **en un coup de ciseaux**, découper un **triangle rectangle** en deux morceaux que tu peux assembler en un rectangle ?



C. Comment, **en un coup de ciseaux**, découper un **triangle** en deux morceaux que tu peux assembler en un parallélogramme ?



D. Comment, **en deux coups de ciseaux**, découper un **triangle** en trois morceaux que tu peux assembler en un rectangle ?

E. Il est beaucoup plus difficile d'obtenir trois morceaux qui s'assemblent en un **carré** ... à moins que le triangle ne soit judicieusement choisi.

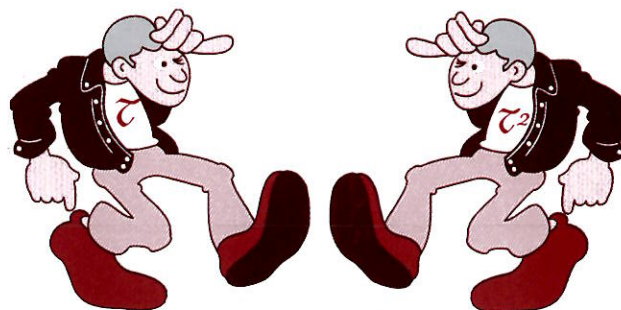
Dans le réseau quadrillé ci-contre, dessine un **triangle** de manière à pouvoir le découper en **deux** coups de ciseaux en **trois** morceaux que tu assembleras ensuite en un **carré**.



Les frères Hick 23

B. Honclaire

Agence de détectives
privés
Les frères Hick
Recherches en tous
genres



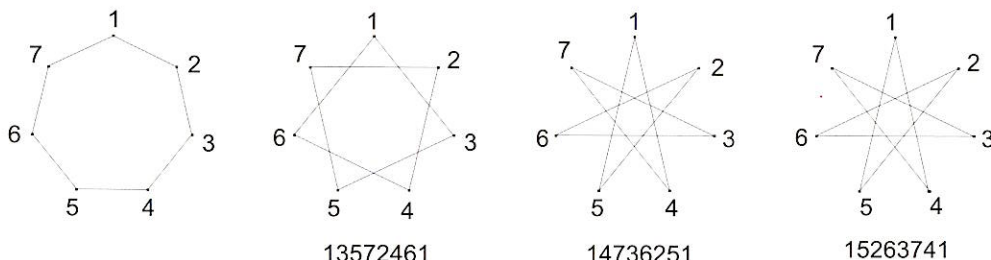
Ami lecteur,

T^2 nous fera part de sa conquête des étoiles et, avec l'aide de son frère T , il mettra un peu d'ordre dans ses connaissances sur les angles!

Bon courage et bon amusement.

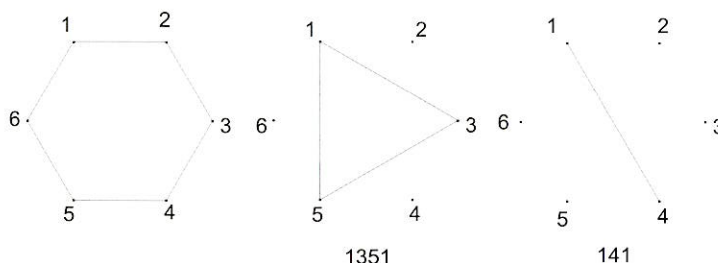
Rappel du problème : **En fait c'est comme un jeu de saute-mouton ! Tu pars d'un sommet d'un polygone régulier, hexagone ou autre, tu passes un sommet et tu continues ! Reviendras-tu à ton point de départ ? Passeras-tu par tous les sommets ?**

T^2 (motivé) - « *Je suis reparti de l'heptagone et j'ai examiné toutes les possibilités !*
- (ironique) - *Je reprends à l'endroit où j'étais arrivé, pour te rafraîchir la mémoire ! ... J'étais parti de 1 vers 3... ensuite vers 5... puis vers 7... Un second tour pour continuer : 2...4...6... et retour en 1 ! J'avais ainsi rencontré tous les sommets ! Je note 13572461 ce trajet effectué ! Je te montre maintenant tous les trajets.*



En passant deux sommets, j'obtiens le trajet 14736251; en passant trois sommets, j'obtiens 15263741, différent du précédent mais qui fait apparaître la même étoile ! ... Et là, je me suis évidemment arrêté ! ...

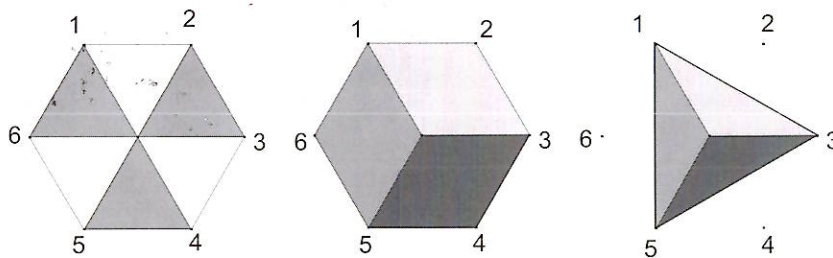
En effet, passer quatre sommets, cela revient à en passer trois dans l'autre sens !
- (apercevant le sourire satisfait de son frère, il continue) - *Je reprends maintenant l'hexagone. C'est plus simple ! Je pense qu'il n'y a que deux cas ...*



et jamais je ne rencontre tous les sommets ...!»

T- « N'as-tu pas oublié ma question au sujet du triangle équilatéral formé par ton trajet 1351? »

T² (légèrement agacé) - « Sois patient! J'allais comparer ce triangle équilatéral à l'hexagone de départ, comme tu me l'avais demandé!...



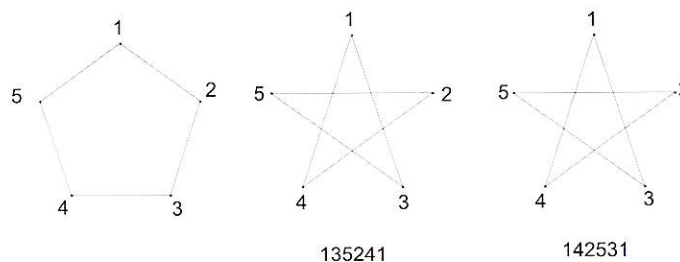
Est-ce que ce petit film suffit à te convaincre que le triangle équilatéral vaut la moitié de l'hexagone régulier? ...»

T(souriant)- « Tu veux parler de leurs aires! ... Un hexagone régulier ... Six petits triangles équilatéraux ... Trois losanges, formés de deux de ces triangles ... Trois demi-losanges, pour former le triangle équilatéral 135!... Que dire de plus?... C'est parfait! »

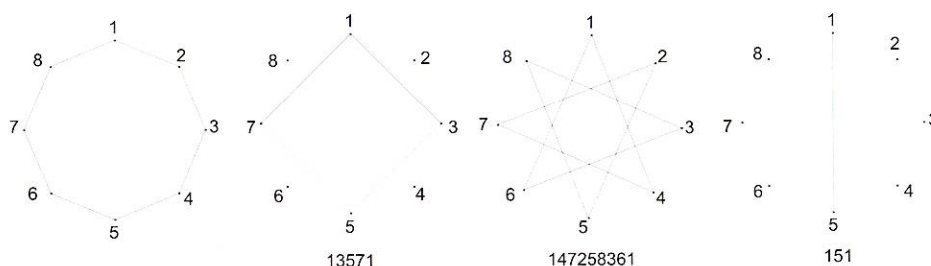
T²- « Je te présente maintenant les trajets pour le ... polygone à cinq côtés ...»

T (distrainment) - « ... Pentagone ... »

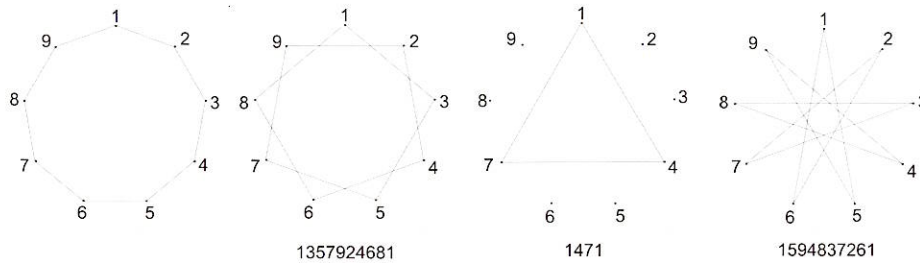
T²- « J'aurais pu me contenter d'un seul trajet pour le ... pentagone!



Pour ... l'octogone, - (satisfait, il jette un regard furtif vers son frère)- il y a plusieurs possibilités ... mais un seul trajet passe par tous les sommets ...



En ce qui concerne le ... polygone à neuf côtés ... deux trajets me donnent satisfaction! »



T (magistralement) - « Tu as bien analysé le cas de l'ennéagone! Je pense que tu pourrais, sans difficulté, examiner le décagone et même tout autre polygone régulier! Il est temps de tirer quelques conclusions ... »

T^2 (interrompant son frère) - « Je m'attendais à cette remarque! Dans un premier temps, j'avais imaginé que pour un nombre impair de côtés, comme le pentagone et l'heptagone, tous les trajets répondraient à la question et puis je me suis aperçu que pour l' ... ennéagone ce n'était pas le cas! ... J'aurais dû y penser! ... Passer deux sommets cela revient à passer trois côtés et de ce fait, après un tour, on revient au point de départ, vu que $3 \text{ fois } 3 \text{ donne } 9!$ »

T - « 3 est effectivement diviseur de 9! »

T^2 (concentré) - « J'en ai donc conclu que si le nombre de côtés du polygone régulier était un nombre sans diviseur, alors tous les trajets étaient satisfaisants! »

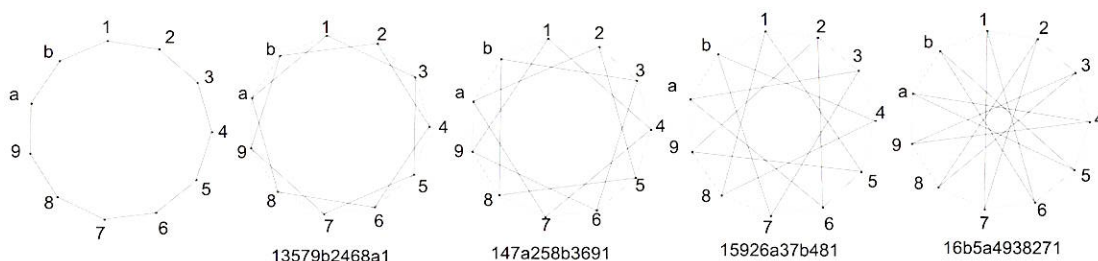
T (plissant le front) - « Tu voulais sûrement dire si le nombre de côtés est un nombre premier! C'est-à-dire qu'il a exactement deux diviseurs, 1 et lui-même! »

T^2 (tout bas et ironique) - « C'est capital comme précision! - (normalement) - Ce qui veut dire que le suivant est le polygone régulier ayant ... (on peut apercevoir une pointe de défi dans le regard adressé à son frère) ... 11 côtés ... »

T (négligemment et sans l'ombre d'une hésitation) - « ... Hendécagone ... » - (discrètement) - « Je ne voudrais pas paraître plus savant que je ne le suis! ... Voyez

[http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvm/Geometri/Polygone.htm#Baptême ... !](http://villemin.gerard.free.fr/Wwwgvm/Geometri/Polygone.htm#Baptême...) »

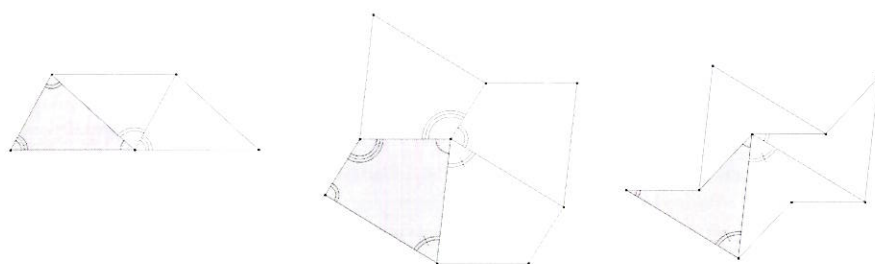
T^2 (époustouffé et en lui-même) - « Où va-t-il chercher tout cela? ... - (normalement) - Un instant, j'(hendéc)agonise!! ... Voilà le travail! »



T^2 - « Tu m'avais également demandé d'examiner les angles de ces figures! »

T (avec un large sourire) - « Ne sachant si tu allais y penser, j'ai préparé des informations à ce sujet! Nous pouvons les comparer! »

T^2 (semblant ignorer la remarque) - « Je connais la somme des angles d'un triangle! Elle vaut 180. J'en ai conclu que la somme des angles d'un quadrilatère, qu'on peut toujours décomposer en deux triangles par une de ses diagonales, vaut 360! ... J'ai même illustré autrement ces résultats en ébauchant des pavages!



En ce qui concerne un polygone à cinq côtés ... un pentagone ... on peut le décomposer en un triangle et un quadrilatère et affirmer que la somme de ses angles vaut 540! Les angles d'un pentagone régulier valent donc chacun 108! »

T (satisfait) - « Tu aurais pu me dire qu'un pentagone pouvait être décomposé en trois triangles et obtenir le même résultat! Ce qui te permettait de généraliser à un polygone à n côtés ... »

T^2 (l'interrompant net) - « ... qui est décomposable en $n-2$ triangles et dont la somme des angles vaut ... $(n-2)180$! Dans le cas d'un octogone régulier, chacun des angles vaut donc ... 6×180 ... 1080 ... divisé par 8 ... 135! »

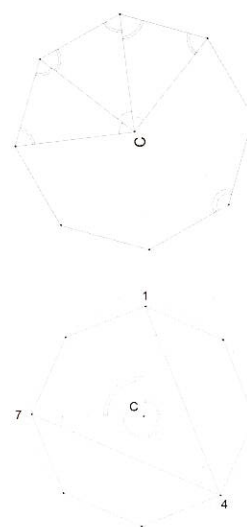
T (manifestement très satisfait) - « J'avais pensé à une autre stratégie. Regarde, je reprends ton exemple de l'octogone régulier : chacun des angles en C (marqués d'un trait) vaut $\frac{360}{8}$ soit 45.

Dans les triangles isocèles, je peux donc calculer la somme des deux angles marqués de deux traits : $180 - 45$ soit 135. Ce qui donne la valeur de chacun des angles de l'octogone (marqués de trois traits). »

T^2 (un peu confus) - « Pour le reste, je me suis un peu perdu dans les étoiles! »

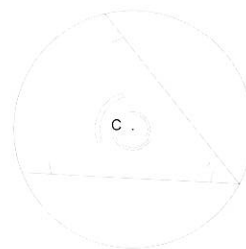
T (souriant) - « Je vais t'aider! Je repars de l'étoile formée dans l'octogone régulier. J'ai ajouté les segments en pointillés pour former deux triangles isocèles. Si je décide que les angles marqués d'un trait mesurent α (en degrés), les angles marqués par deux traits mesurent chacun $180 - 2\alpha$.

L'angle restant en C , marqué de trois traits, vaut donc $360 - 2(180 - 2\alpha)$, c'est-à-dire 4α .



C'est le double de l'angle de l'étoile (2a)! Etant donné que l'angle en C (trois traits) est connu, dans ce cas 90, il est facile de calculer l'angle de l'étoile!»

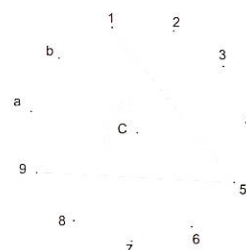
T² (admiratif) - « Mais au fait!... Que l'angle C (trois traits) soit double de l'angle de l'étoile ... c'est toujours vrai dans un cercle ...! Le polygone régulier ne sert en fait qu'à calculer cet angle C!



Par exemple, je le calcule pour une des étoiles de l'hendécagone ... 360 ... divisé par 11... multiplié par 3... cela donne ... $\frac{3}{11}$ de 360 ...! Et la moitié pour l'étoile ... $\frac{3}{22}$ de 360 !»

T (souriant) - « Tu aurais pu dire $\frac{3}{11}$ de 180 !»

T² (hésitant) - « Tu veux peut-être que j'utilise ma calculatrice? ... Cela donne ... 49,090908...!!»



T (magistral) - « Cette façon d'écrire la réponse m'apporte bien moins de renseignements que celle utilisant les fractions! »

T² (surpris) - « D'accord! Tu comprends mieux ma démarche ...! - (contestataire) - Mais quelle écriture te signale que l'angle est légèrement inférieur à 50 ?! ... »

T (magistralement) - « Il est clair que le choix de l'écriture est fonction de la précision que tu veux apporter et de l'usage que tu veux en faire! ... - (soudain rêveur, ce qui n'est pas fréquent!) - Qui sait? ... J'aurai peut-être un jour l'occasion de te parler d'angle au centre et d'angle inscrit ... et pourquoi pas de polygone à n côtés ...! »

T² (faussement effrayé) - « Il faut se méfier! Il en est tout à fait capable! ... - (en lui-même) - Ce voyage dans les étoiles m'a fatigué! ... Il est temps que nous prenions du repos! »

Ami lecteur, merci d'avoir suivi les aventures des frères Hick.

Si tu souhaites les contacter pendant leurs congés, voici une adresse

bhonclaire@yahoo.fr

Le sudoku... pour tous

N. Vandenabeele

Introduction

Les « sudokus » sont ces grilles de chiffres regroupant neuf régions carrées 3×3 pour former un carré de 81 cases.

SUDOKU est une abréviation japonnaise de *SUjiwa DO-KUshinni kagirua* qui signifierait « les chiffres n'apparaissent qu'une seule fois ».

En voici un exemple :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | | | | | | | | |
| | | | | 5 | 9 | 8 | | |
| 3 | | 8 | | 4 | | 1 | | |
| | | | | 3 | 5 | | | 4 |
| | 9 | 1 | | | | 3 | 7 | |
| 4 | | | 6 | 7 | | | | |
| | | 7 | | 9 | | 4 | | 1 |
| | | 2 | 4 | 8 | | | | |
| | | | | | | | | 2 |

L'article est truffé de défis à relever... Bon amusement !

Le carré magique

Tu as sûrement déjà résolu des carrés magiques... ce sont des carrés de nombres à placer pour que la somme des lignes, des colonnes et des diagonales soit toujours la même.

Ce nombre est parfois appelé nombre magique.

Défi n° 1 : Essaie de trouver le carré magique 3×3 dont le nombre magique est 15. Tu dois placer les nombres de 1 à 9 dans le tableau ci-contre afin d'obtenir un carré magique (la somme des lignes, colonnes et diagonales vaut toujours 15).

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |
| | | |

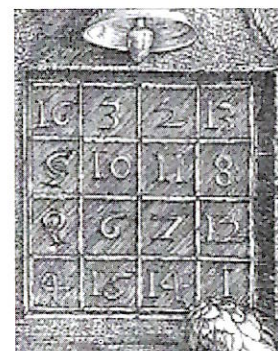


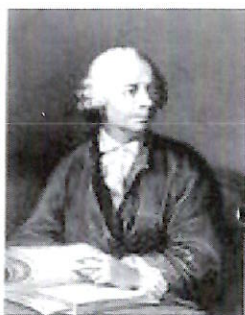
Le « carré magique » aurait été découvert bien avant notre ère en Chine. On en retrouve dans beaucoup de civilisations mais il faut attendre le XV^e siècle pour qu'il apparaisse dans le monde arabe et puis en Europe. On cite souvent la gravure de Dürer datant de 1514, « Mélancolia », comme étant la première représentation du carré magique en Occident.

Et voici un agrandissement de la partie supérieure droite du tableau de Dürer :

Tu peux vérifier qu'il s'agit d'un carré magique d'ordre 4 (carré 4×4). Le nombre magique est égal à 34.

Le mathématicien suisse Leonhardt Euler en construit une variante, le carré latin, où il n'est plus question de somme des lignes, colonnes et diagonales, mais où chaque chiffre apparaît simplement une fois dans chaque ligne et dans chaque colonne.



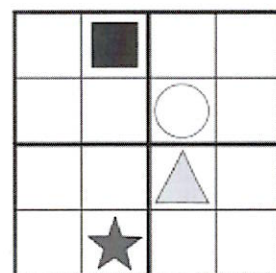


Petite biographie d'Euler : Leonhard Euler est né en 1707 en Suisse et plus précisément à Bâle. Nous avons donc fêté les 300 ans de sa naissance en 2007. Euler est considéré comme l'un des précurseurs du sudoku grâce à ses avancées dans la combinatoire : science du dénombrement et de la classification des configurations.

Le carré latin : un cousin du sudoku

On rencontre parfois des grilles 4×4 où les enfants doivent colorier les cases avec quatre couleurs différentes en respectant la règle suivante : chaque couleur doit apparaître une et une seule fois par ligne et par colonne.

Défi n° 2 : Voici une grille 4×4 à compléter selon la règle ci-dessus. Les couleurs ont été remplacées par des figures géométriques : le carré, le cercle, le triangle et l'étoile.



Qu'il s'agisse de couleurs, de figures géométriques, de chiffres ou même encore de personnages de dessins animés ... en fait, peu importe, du moment que les symboles utilisés soient distincts.

On voit donc ici que ces jeux ont un caractère logique plutôt que mathématique dans le sens où aucune opération, aucun calcul ne doit être effectué.

Défi n° 3 : Complète ce carré latin avec les lettres A, B, C, D.

Ce défi t'a semblé assez facile !

Voyons ce qu'il en est avec les sudokus ...

| | | | |
|---|---|---|---|
| | B | | |
| A | | | C |
| | | D | |
| | A | | |

Et les sudokus ... ?

Le sudoku est une variante du carré latin.

La condition que chaque ligne et chaque colonne sont une permutation des éléments considérés au départ reste d'application. A cette règle s'ajoute la contrainte suivante : chaque région carrée doit contenir une et une seule fois chaque élément.

Défi n° 4 : Voici deux petits sudokus d'ordre 4, utilisant les nombres de 1 à 4

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|---|---|---|
| 3 | | | 2 | | 4 | 2 | |
| | | 3 | | | 2 | | |
| | 1 | | | | | | 3 |
| 4 | | | 1 | | | 1 | |

Ce défi est un petit échauffement logique. Pour t'aider, je peux te conseiller de passer en revue un nombre à la fois et d'essayer de les placer correctement dans chaque colonne, ligne et région (Par exemple, tu peux dire que le 3 de la région en bas à gauche doit se trouver sous le 1 et à droite du 4).

Le sudoku se rencontre parfois comme un carré dont les régions intérieures ne sont pas carrées. Il s'agit par exemple d'un carré 6×6 divisé en 6 régions rectangulaires 3×2 ou bien d'un carré 8×8 composé de régions rectangulaires 4×2 .

Défi n° 5 : En gardant les mêmes règles de résolution, essaie de résoudre le sudoku 6×6 suivant avec les nombres de 1 à 6

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | | | | 1 |
| | | 4 | 3 | 5 | |
| 5 | 4 | | | | |
| 3 | | 6 | 5 | | |
| 6 | | 1 | | | |
| | | | 1 | | |

Nous allons maintenant commencer à résoudre le sudoku proposé dans l'introduction en décrivant quelques stratégies.

Défi n° 6 : Un sudoku d'ordre 9 contient neuf régions numérotées de 1 à 9 de gauche à droite et de haut en bas.

| Un compartiment vertical | | | Une région | | |
|--------------------------|---|---|------------|---|---|
| 7 | 1 | 2 | 5 | 9 | 8 |
| 3 | | 8 | 4 | | 1 |
| 4 | 9 | 1 | 3 | 5 | 4 |
| 4 | | | 6 | 7 | |
| 7 | 2 | 4 | 8 | | |
| | | | 9 | 4 | 1 |
| | | | | | 2 |

Première stratégie.

On vérifie dans chaque groupe de trois compartiments horizontalement (trois lignes) ou verticalement (trois colonnes) si un ou des chiffres peuvent être inscrits. Par exemple, dans les trois compartiments verticaux à gauche (colonnes *A*, *B* et *C*), on peut écrire un 7 dans la case *B*4.

En effet, comme le montre la figure ci-contre, le 7 doit se trouver dans la colonne *B*, et doit obligatoirement se trouver en 4^e ligne car il y a déjà un 7 sur la 6^e ligne.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 7 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | 5 | 9 | 8 | | |
| 3 | 3 | | 8 | | 4 | | 1 | | |
| 4 | | 7 | | | 3 | 5 | | 4 | |
| 5 | | 9 | 1 | | | | 3 | 7 | |
| 6 | 4 | | | 6 | 7 | | | | |
| 7 | | | 7 | | 9 | | 4 | | 1 |
| 8 | | | 2 | 4 | 8 | | | | |
| 9 | | | | | | | | | 2 |

En procédant de la même manière on peut écrire le 4 dans la région centrale. En effet, le 4 doit se trouver dans la colonne *F* (puisque'il est déjà inscrit dans les colonnes *D* et *E*). Nous avons deux possibilités mais une peut être rejetée puisqu'il y a déjà un 4 dans la 6^e ligne. En conclusion, le 4 doit se trouver dans la case *F*5.

Une « variante » de cette stratégie est de passer en revue un chiffre à la fois et de regarder dans les différents compartiments et régions s'il est possible de l'écrire sans équivoque dans une case.

Deuxième stratégie.

On choisit une case et on teste chaque chiffre en vérifiant s'il est candidat. Lorsqu'il est unique, ce dernier peut être inscrit sans équivoque. Par exemple, on pointe la case *E*5. Cette case ne peut contenir que 2. En effet, les chiffres 9, 1, 4, 3, 7 sont sur la 5^e ligne; les chiffres 5, 4, 3, 7, 9, 8 sur la colonne *E* et dans la région considérée, il y a déjà le 3, 5, 4, 6, 7. En résumé, la seule possibilité est le 2.

Troisième stratégie

Pour une ligne, une colonne ou une région, on examine chacun des chiffres à tour de rôle et on en déduit l'éventuelle possibilité du placement de ces chiffres. Lorsqu'un chiffre n'a qu'une seule place possible, on peut l'inscrire. Cependant, il arrive souvent qu'un chiffre puisse prétendre à plusieurs places dans une même ligne, colonne ou région ; dans ce cas, le noter au crayon dans toutes les cases où le chiffre est candidat peut parfois t'aider mais cela peut aussi encombrer le tableau. Par exemple, il y a une seule case dans la région n° 5 (centre du sudoku) dans laquelle on puisse inscrire le 9.

Pour terminer ce sudoku, il faut répéter ces trois procédés les uns après les autres (l'ordre dans lequel on les utilise importe peu). Un dernier coup de pouce : dans la première région, une seule case peut accueillir le « 9 » Bon amusement !

Les sudokus se rencontrent souvent à trois niveaux de difficulté : facile, moyen et difficile. Comme vous l'avez vu plus haut, il existe aussi des sudokus pour « novices » composés de 4 chiffres.

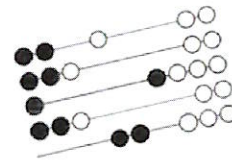
Défi n° 7 : Résoudre le sudoku ci-dessous .

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| | 9 | 2 | | | 4 | 7 | | | | 1 | 3 | | | | 9 | | 4 |
| 1 | | 4 | | | 6 | | 2 | | | 8 | 4 | 2 | 5 | | 7 | | 3 |
| | | | | | 1 | | | 4 | 9 | | | 9 | | 4 | | 3 | 7 2 5 |
| | | | | | 5 | 8 | 6 | | | | 3 | | | | 4 | | 5 8 |
| 8 | 4 | | | | 3 | | | 5 | 2 | | | 9 | | | 2 | | 7 |
| | | 3 | 2 | 9 | | | | | | | 2 | | 8 | | 1 | 3 | 9 |
| 6 | 1 | | 8 | 4 | | | | | | | | 4 | | | 6 | 5 | 8 |
| 2 | | 5 | | 7 | | | | 6 | 1 | | | 3 | | 9 | | 4 | 6 2 |
| | | 7 | 6 | | | | 8 | 9 | | | | | | 8 | 7 | | 1 |

Pour apprendre davantage sur les sudokus, leurs variantes et les méthodes de résolution (bibliographie)

- Article paru dans le Math Jeunes n° 117 S par Nadège Vandenabeele « Du carré latin au sudoku »
- <http://fr.wikipedia.org/wiki/Sudoku>
- <http://villemmin.gerard.free.fr/aJeux/Sudoku.htm>
- [http://www.sudoku.com/\(enanglais\)](http://www.sudoku.com/(enanglais))
- Nombreux sont les sites Internet proposant des grilles de sudokus gratuitement

Vous trouverez les réponses aux différents défis, à la page..... de ce *Math-Jeunes Junior*119



Claudine Festraets

La demi-finale de l'Olympiade est à présent terminée. Voici les solutions de quelque uns des exercices qui t'ont été proposés. Si tu es parmi les finalistes, je te félicite, sinon exerce-toi pour l'an prochain.

Mini 7

Un escalator de 30 marches monte à la vitesse d'une marche par seconde. Jean, qui est pressé, monte cet escalator à raison de 3 marches toutes les 2 secondes. Combien de secondes faut-il à Jean pour arriver en haut de l'escalator ?

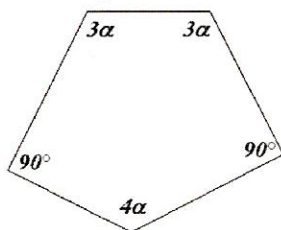
- (A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) 30

Solution

En deux secondes, Jean monte 3 marches et pendant ce temps, l'escalator est monté de 2 marches. Jean se trouve donc 5 marches plus haut. Comme il y a 30 marches, il faut $2 \times \frac{30}{5} = 12$ secondes pour arriver en haut de l'escalator (réponse B).

Mini 8

Sans réponse préformulée - Dans le pentagone figuré ci-dessous, quelle est, en degrés, l'amplitude du plus grand des angles intérieurs ?



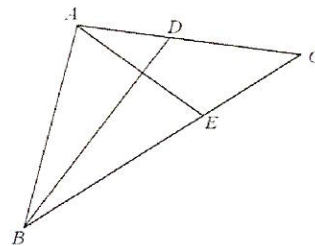
Solution

La somme des angles intérieurs d'un pentagone vaut $3 \times 180^\circ = 540^\circ$.

D'où $3\alpha + 3\alpha + 90^\circ + 4\alpha + 90^\circ = 10\alpha + 180^\circ = 540^\circ$, ou encore $10\alpha = 360^\circ$ et $\alpha = 36^\circ$. Le plus grand des angles est 4α et vaut 144° .

Mini 12

Dans le triangle ABC , les côtés $[AB]$ et $[AC]$ ont même longueur, la bissectrice de l'angle \widehat{ABC} coupe AC en D et la perpendiculaire abaissée de A sur BD coupe BC en E . L'amplitude de \widehat{ACB} est 32° . Que vaut, en degrés, celle de \widehat{AEC} ?



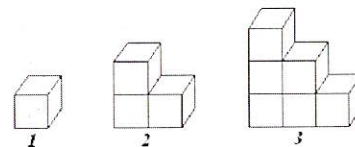
- (A) 64 (B) 96 (C) 106 (D) 116 (E) 124

Solution

Le triangle BAC est isocèle et $\widehat{ACB} = 32^\circ$, donc $\widehat{ABC} = 32^\circ$. Puisque BD est bissectrice de l'angle \widehat{ABC} , on a $\widehat{DBC} = 16^\circ$. La droite BD est perpendiculaire à AE , donc $[BE]$ est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont un angle aigu vaut 16° , l'autre angle aigu \widehat{AEB} vaut alors 74° et son supplémentaire \widehat{AEC} vaut 106° (réponse C).

Mini 13

Sans réponse préformulée - Jean construit des escaliers au moyen de cubes. Dans les escaliers représentés ci-dessous et numérotés 1, 2, 3, on compte respectivement 1, 3 et 6 cubes.



Si Jean poursuit ses constructions de la même manière, combien lui faudra-t-il de cubes pour construire l'escalier n° 11 ?

Solution

En partant de l'escalier n° 1, on ajoute 2 cubes pour obtenir l'escalier n° 2, puis 3 cubes pour obtenir le n° 3. On voit facilement qu'il faudra ajouter 4 cubes pour le n° 4 et ainsi de suite. Donc le nombre de cubes nécessaires pour obtenir l'esca-

lier n° 11 est

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10 + 11 = \frac{11(11+1)}{2} = 66$$

Midi 2

L'opération \star est une opération entre deux couleurs dont le résultat est une couleur. Sachant que

bleu \star vert = vert,

vert \star bleu = bleu,

rouge \star vert = bleu,

(rouge \star vert) \star rouge = (bleu \star vert) \star bleu,

quel est le résultat de (bleu \star rouge) \star rouge ?

- (A) rouge ; (B) vert ; (C) bleu ;
(D) une autre couleur ; (E) imp. à déterminer.

Solution

Dans la dernière égalité, remplaçons « rouge \star vert » par « bleu » et « bleu \star vert » par « vert », il vient bleu \star rouge = vert \star bleu = bleu et (bleu \star rouge) \star rouge = bleu \star rouge = bleu (réponse C).

Mini 16 - Midi 9

J'achète un crayon qui coûte 68 centimes d'euro. Je paye avec les pièces dont je dispose et le marchand me rend éventuellement la monnaie. Quel est le plus petit nombre de pièces utilisées lors de cet achat ?

Rappelons que les différentes pièces sont : 2 €, 1 €, 0,50 €, 0,20 €, 0,10 €, 0,05 €, 0,02 € et 0,01 €.

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Solution

Je paye avec deux pièces : l'une de 0,50 €, l'autre de 0,20 €. Le marchand me rend 0,02 €. Nous avons donc utilisé 3 pièces. On voit aisément que c'est le plus petit nombre de pièces possible.

Mini 17 - Midi 10

Tous les jours, un cycliste effectue un circuit de 60 km. Le premier jour, il roule à la vitesse de 20 km/h, le deuxième jour, à la vitesse de 15 km/h et le troisième jour, à la vitesse de 12 km/h. Quelle est, en kilomètres par heure, sa vitesse moyenne pour les trois jours ?

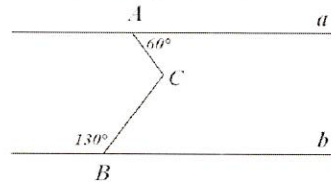
- (A) 16,66 (B) 16 (C) 15,66 (D) 15 (E) 14,33

Solution

En heures, le temps mis pour parcourir les 60 km est de $\frac{60}{20} = 3$ le premier jour, $\frac{60}{15} = 4$ le deuxième jour et $\frac{60}{12} = 5$ le troisième jour. En tout, il a roulé pendant 12 heures pour parcourir 180 km, sa vitesse moyenne est de $\frac{180}{12} = 15$ km/h (réponse D).

Mini 20

Les droites a et b sont parallèles. Comme l'indique la figure, l'angle aigu formé par a et AC vaut 60° et l'angle obtus formé par b et BC vaut 130° .

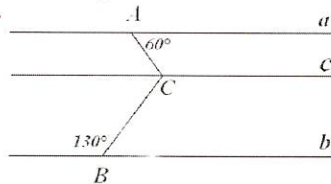


Que vaut, en degrés, l'amplitude de l'angle \widehat{ACB} ?

- (A) 100 (B) 110 (C) 112 (D) 120 (E) 125

Solution

Par C, menons la parallèle c à a et b .



L'angle aigu formé par AC et c a une amplitude de 60° (angles alternes internes égaux) et l'angle aigu formé par BC et c a une amplitude de 50° (angles intérieurs supplémentaires). D'où $\widehat{ACB} = 110^\circ$ (réponse B).

Mini 28 - Midi 19

Sans réponse préformulée - Les nombres naturels a, b, c, d, e sont, dans cet ordre, consécutifs et leur produit vaut 55 440. Que vaut c ?

Solution

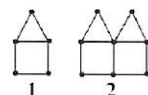
Décomposons 55 440 en facteurs :

$$55\,440 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11.$$

Le nombre c du milieu est 9.

Mini 29

Sans réponse préformulée - Un enfant utilise des allumettes pour créer des rangées de maisonnettes. Pour la maisonnette 1, il utilise 6 allumettes, pour la rangée de 2 maisonnettes, il utilise 11 allumettes. Combien devra-t-il en utiliser pour construire la rangée de 111 maisonnettes ?



Solution

Pour passer d'une rangée de maisonnettes à la suivante, il faut ajouter 5 allumettes. La rangée de 111 maisonnettes comprendra donc $6 + 110 \times 5 = 556$ allumettes.

Voici les solutions des différents défis :

(Sudoku... pour tous)

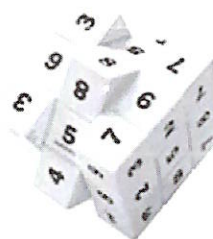
Défi 1 :

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

Défi 2 :

| | | | |
|---|---|---|---|
| ★ | ○ | △ | ■ |
| △ | ■ | ★ | ○ |
| ○ | ★ | ■ | △ |
| ■ | △ | ○ | ★ |

Ce jeu fait un peu penser au rubik's kube...
et oui, il existe aussi le sudokube représenté ci-contre.



Défi 3 :

| | | | |
|---|---|---|---|
| C | B | A | D |
| A | D | B | C |
| B | C | D | A |
| D | A | C | B |

Défi 4 :

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |

Défi 5 :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 3 | 4 | 6 | 1 |
| 1 | 6 | 4 | 3 | 5 | 2 |
| 5 | 4 | 2 | 6 | 1 | 3 |
| 3 | 1 | 6 | 5 | 2 | 4 |
| 6 | 3 | 1 | 2 | 4 | 5 |
| 4 | 2 | 5 | 1 | 3 | 6 |

Défi 6 :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 6 | 9 | 2 | 1 | 8 | 5 | 4 | 3 |
| 2 | 1 | 4 | 3 | 5 | 9 | 8 | 6 | 7 |
| 3 | 5 | 8 | 7 | 4 | 6 | 1 | 2 | 9 |
| 8 | 7 | 6 | 9 | 3 | 5 | 2 | 1 | 4 |
| 5 | 9 | 1 | 8 | 2 | 4 | 3 | 7 | 6 |
| 4 | 2 | 3 | 6 | 7 | 1 | 9 | 5 | 8 |
| 6 | 8 | 7 | 5 | 9 | 2 | 4 | 3 | 1 |
| 1 | 3 | 2 | 4 | 8 | 7 | 6 | 9 | 5 |
| 9 | 4 | 5 | 1 | 6 | 3 | 7 | 8 | 2 |

Défi 7 :

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 9 | 2 | 5 | 8 | 4 | 7 | 1 | 6 |
| 1 | 5 | 4 | 7 | 6 | 9 | 2 | 3 | 8 |
| 7 | 6 | 8 | 3 | 1 | 2 | 5 | 4 | 9 |
| 9 | 2 | 1 | 4 | 5 | 8 | 6 | 7 | 3 |
| 8 | 4 | 6 | 1 | 3 | 7 | 9 | 5 | 2 |
| 5 | 7 | 3 | 2 | 9 | 6 | 1 | 8 | 4 |
| 6 | 1 | 9 | 8 | 4 | 5 | 3 | 2 | 7 |
| 2 | 8 | 5 | 9 | 7 | 3 | 4 | 6 | 1 |
| 4 | 3 | 7 | 6 | 2 | 1 | 8 | 9 | 5 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 7 | 5 | 2 | 9 | 8 | 4 | 6 |
| 4 | 2 | 5 | 6 | 7 | 8 | 1 | 3 | 9 |
| 8 | 9 | 6 | 4 | 1 | 3 | 7 | 2 | 5 |
| 3 | 7 | 1 | 9 | 6 | 4 | 2 | 5 | 8 |
| 5 | 4 | 9 | 3 | 8 | 2 | 6 | 7 | 1 |
| 2 | 6 | 8 | 7 | 5 | 1 | 3 | 9 | 4 |
| 9 | 1 | 4 | 2 | 3 | 6 | 5 | 8 | 7 |
| 7 | 8 | 3 | 1 | 9 | 5 | 4 | 6 | 2 |
| 6 | 5 | 2 | 8 | 4 | 7 | 9 | 1 | 3 |

Solutions des jeux

Qui suis-je ?

A. 3 ; 12.

B. $3 \times 2^3 = 24$.

C. Le nombre x cherché doit être aussi petit que possible et multiple de 2 et de 3, il s'écrit donc sous la forme $2^y \times 3^z$, avec x et y naturels non nuls.

Pour que $\frac{x}{2}$ soit un carré parfait, il faut que $y - 1$ et z soient multiples de 2.

Pour que $\frac{x}{3}$ soit un cube, il faut que y et $z - 1$ soient multiples de 3.

Les plus petites valeurs pour les exposants sont donc $y = 3$ et $z = 4$ et on trouve $x = 2^3 \times 3^4 = 648$.

2. Décodage de produits

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 8 | 3 |
| 8 | 1 | 8 |
| 3 | 9 | 9 |

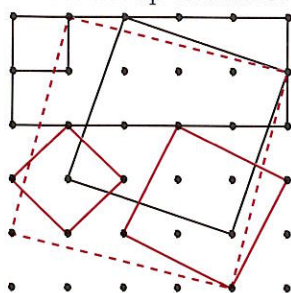
| | | |
|---|---|---|
| 9 | 9 | 2 |
| 9 | 5 | 9 |
| 3 | 2 | 2 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 8 | 6 |
| 6 | 6 | 3 | 3 |
| 8 | 8 | 8 | 8 |
| 2 | 6 | 3 | 8 |

| | | | |
|----|----|----|---|
| 10 | 2 | 10 | 2 |
| 2 | 10 | 10 | 2 |
| 9 | 10 | 9 | 2 |
| 9 | 9 | 3 | 9 |

3. Rectangle interdit

Voici quelques exemples de configurations à éviter. Il en existe beaucoup d'autres !



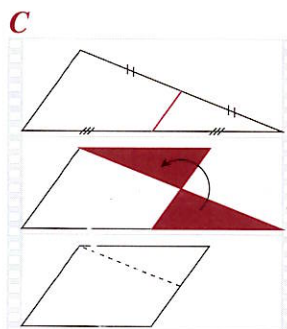
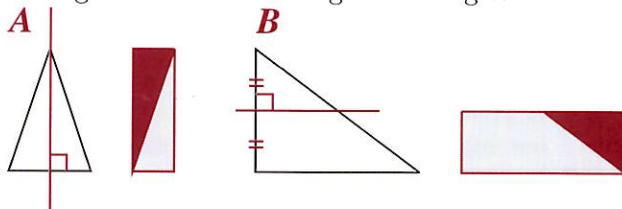
4. Sommes de naturels consécutifs et produits

| | | | | |
|---|---|----|---|---|
| | | 5 | 6 | |
| | | 18 | | |
| | | 4 | 3 | |
| 6 | 9 | 4 | 3 | 4 |
| 7 | 8 | 1 | 2 | 7 |
| | | 3 | 2 | |
| | | 14 | | |
| | | 4 | 5 | |

5. Découpages et assemblages

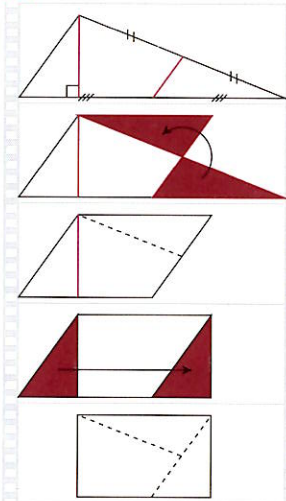
Nous donnons chaque fois une (maximum deux) solution(s). Tu peux en avoir trouvé d'autres !

Triangles isocèles et triangles rectangles.

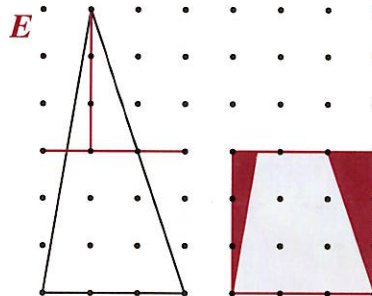
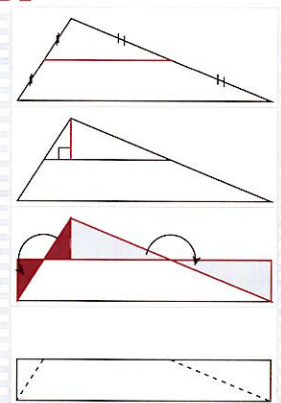


D. Parmi les différentes possibilités, D1 emprunte l'idée C. D2 emprunte l'idée B.

D1



D2



Math-quiz

Une fois de plus, c'est avec un grand plaisir que nous remercions et nous félicitons très vivement tous ceux qui ont bien voulu participer à notre modeste challenge et chercher des réponses aux questions proposées à l'occasion de ce concours Math-Quiz 2007-2008, (qu'ils nous aient d'ailleurs envoyé les résultats de leurs travaux ou qu'ils ne l'aient pas fait!). Ils ont ainsi prouvé leur intérêt envers les mathématiques en même temps que leur sagacité.

Nous exprimons également notre gratitude aux enseignants qui ont bien voulu inciter leurs élèves à participer et/ou qui ont utilisé les questions dans le cadre de leur cours.

Vous trouverez ci-dessous les réponses attendues aux questions de la deuxième étape.

| Question n° | Réponse | Question n° | Réponse |
|-------------|---------------|-------------|---------|
| 11 | 21 | 16 | 5 |
| 12 | 9 | 17 | 1.5 |
| 13 | 64 | 18 | 40 |
| 14 | $\frac{2}{2}$ | 19 | 9 |
| 15 | 43 | 20 | 500 |

Rappelons encore une fois qu'un doute, un désaccord, une interrogation au sujet d'une réponse, ..., constituent en fin de compte autant d'occasions rêvées d'en parler en classe avec vos condisciples et/ou votre professeur !

Cela offre ainsi des possibilités d'effectuer des rappels de matières déjà rencontrées au cours ainsi que d'aborder des sujets de discussions et d'échanger de points de vue.

Il y avait parfois quelques modestes pièges à éviter et peut-être aussi la nécessité de connaître une matière pas encore rencontrée. Cela offrait donc également l'opportunité d'un premier contact avec ces éléments nouveaux et en préparait une éventuelle étude future plus fouillée.

La rédaction de *Math-Jeunes Junior* remercie vivement tous les participants au concours et espère qu'ils auront tous éprouvé un plaisir certain à rechercher les réponses et à déterminer des stratégies à mettre en oeuvre pour les obtenir.

« Nul besoin d'espérer pour entreprendre ni de réussir pour persévérer »

C'est connu de longue date et à mettre bien souvent en application !

Tableau d'honneur de la participation à la deuxième étape (par ordre alphabétique)

| Nom+Prénom | Cl | Cp-Commune | Ecole | adresse école |
|------------------|----|----------------------------|---------------|---------------|
| Delorme Antoine | 1 | 6110 Montignies-Le-Tilleul | Athénée Royal | Thuin |
| Dierickx Tristan | 1 | 6120- Ham-Sur-Heure | Athénée Royal | Thuin |
| Haquin Simon | 1 | 5170- Beauraing | I.N.D.S.C. | Beauraing |
| Lecut Emeline | 1 | 6530 Thuin | Athénée Royal | Thuin |

Classement final du Math-Quiz 2007-2008

Obtient un premier prix

Haquin Simon

Obtiennent une mention

Lecut Emeline

Dierikx Tristan

Delorme Antoine

Cette année encore nous avons reçu l'appui appréciable de CASIO fabriquant de calculatrices scientifiques et graphiques. Casio a le plaisir de récompenser les meilleurs participants du Maths Quiz en leur offrant une calculatrice scientifique Fx 92 Collège 2D.

Encore une fois, félicitations à ces lauréats. Nous souhaitons à tous une bonne fin d'année scolaire.

Math-Jeunes et Math-Jeunes Junior

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Secrétariat : M-C Carruana, SBPMef, 24, rue du Onze Novembre, 7000 Mons.

Tél/fax : 065.31.91.80

GSM : 0473973808 e-mail : sbpm@sbpm.be, URL : <http://www.sbpm.be>.

Math-Jeunes

Comité de Rédaction : C. Festraets, N. Lambelin, J. Miéwis, N. Miewis, G. Noël, Y. Noël-Roch, F. Pourbaix, C. Randour, P. Tilleuil, A. Tilleuil-Lepoutre, S. Trompler, N. Vandenabeele, C. Villers

Mise en page : G. Noël

Math-Jeunes Junior

Comité de Rédaction : F. Drouin, C. Festraets, R. Gérardy, B. Honclaire, G. La-loux, G. Noël, Y. Noël-Roch, A. Paternotte, F. Pourbaix, S. Trompler, C. Villers .

Mise en page : Maria-Cristina Carruana

Math-Jeunes Junior

Périodique trimestriel

24, rue du Onze Novembre - 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition : A. PATERNOTTRE
Rue du Moulin, 78 - 7300 Boussu
Bureau de dépôt : Mons 1

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu

Refusé

Décédé

Adresse insuffisante

N'habite plus à l'adresse
indiquée