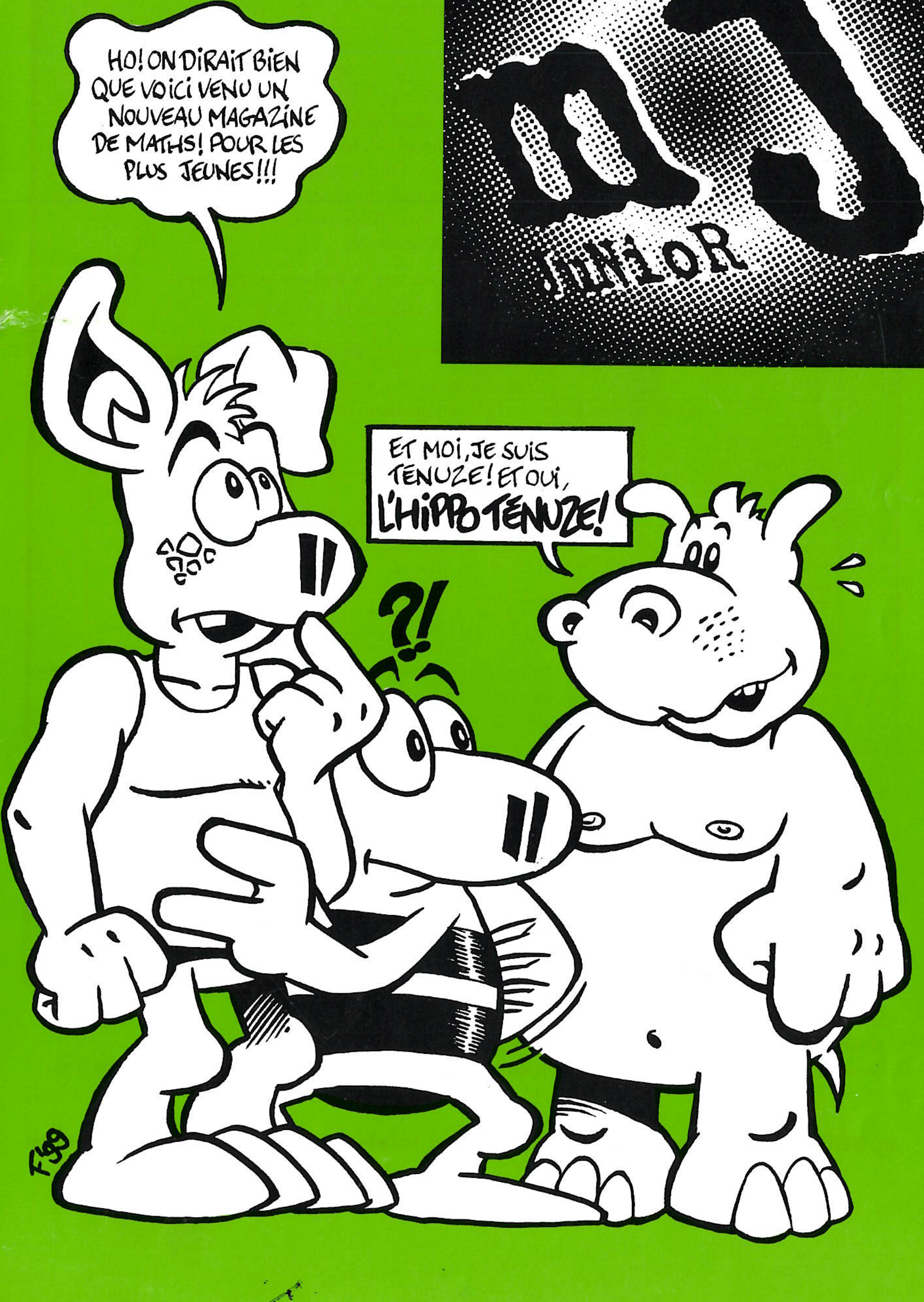
21e année
Octobre 1999 - N° 91 J
Bureau de dépôt : Mons 1

mj JUNIOR



Math-Jeunes

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Math-Jeunes

Rédaction, administration : Rue A. Moitroux 22, 7100 La Louvière.

Comité de Rédaction : M. Ballieu, J.-P. Cazzaro, C. Festraets, J. Miéwis, G. Noël, F. Pourbaix, G. Sinon, S. Trompler, C. Van Hooste, C. Villers

Math-Jeunes junior

Rédaction, administration : Ch. de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour.

Comité de Rédaction : C. Festraets, G. Laloux, R. Midavaine, G. Noël, A. Paternottre, F. Pourbaix, C. Vandercammen, C. Van Hooste, C. Villers

Illustrations : F. Pourbaix

Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés aux rédactions respectives.

Abonnements : sauf mention contraire, les prix sont indiqués en EUROS

	Belgique	Union Européenne	Europe hors Union	Hors Europe prioritaire	Hors Europe non priorit.
Abonnement isolé (*) 4 numéros (**) 7 numéros					
Math-Jeunes junior ou *Math-Jeunes*(*)	200 BEF ou 4.96	9.2	10.2	20.4	11.4
Les deux revues (**)	350 BEF ou 8.68	16.5	17.17	35.6	20
Abonnements groupés (au moins 5) (*) 4 numéros (**) 7 numéros					
Math-Jeunes junior ou *Math-Jeunes*(*)	150 BEF ou 3.72	6	7.6	15.2	8.6
Les deux revues (**)	265 BEF ou 6.57	10.6	13.4	26.6	15.1

Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et le prix de ceux-ci selon votre région, adressez-vous à la S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons

Tél. 32-(0)65-373729

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n ° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 BEF pour frais d'encaissement.)

Éditeurs responsables :

- pour *Math-Jeunes* : M. Ballieu, Rue Alfred Moitroux 22, 7100 La Louvière
- pour *Math-Jeunes junior* : C. Van Hooste, Chemin de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour

N° 91 J Vingt et unième année 1999

Math-Jeunes Junior

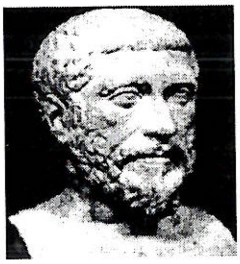
Math-Jeunes junior n°91 J, 2–7, 1999

Des Nombres Nombres Nombres Triangulaires aux appariements

Gérard Laloux,
Institut Sainte Marie, Rêves

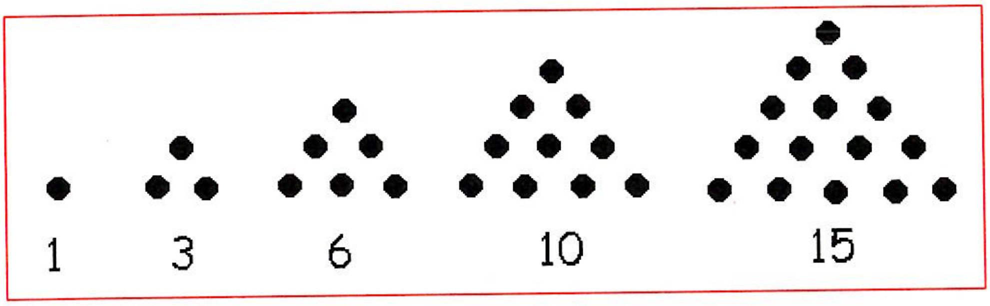
Les nombres triangulaires trouvent leur origine chez les Pythagoriciens, ces disciples de Pythagore qui formaient une communauté (VI^{e} siècle avant J.-C.), que l'on qualifierait aujourd'hui de secte. Cette « photo » d'époque représente ce grand homme dont la notoriété ne se limite pas au fameux « théorème de Pythagore ».

1
3 6
10 15 21
28 36 45 55
66 78 91 105 120



136
153 171
190 210 231
253 276 300 325
351 378 406 435 465

En observant la représentation des nombres ci-dessous, on comprend aisément leur appellation de « nombres triangulaires ».



Il ne faut pas longtemps pour percer le mystère du passage d'un nombre triangulaire au suivant. Les Pythagoriciens n'en sont bien sûr pas restés là et se sont demandés tout naturellement comment calculer le n^{e} nombre triangulaire, c'est-à-dire calculer le nombre triangulaire à partir de son numéro d'ordre dans la suite.

La recherche d'une méthode de calcul et sa traduction sous forme de formule témoignent de l'intérêt du calcul algébrique en tant qu'outil.

Un tableau pour clarifier la situation :

Numéro d'ordre du nombre triangulaire	Nombre triangulaire	Calcul
1	1	1
2	3	$1+2$
3	6	$1+2+3$
4	10	$1+2+3+4$
5	15	$1+2+3+4+5$
6	21	$1+2+3+4+5+6$
7	28	$1+2+3+4+5+6+7$
8	36	$1+2+3+4+5+6+7+8$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
25	325	$1+2+3+4+5+6+7+8+\cdots+25$
64	2048	$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\cdots+64$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n	?	$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\cdots+n$

Il apparaît clairement que **le n^e nombre triangulaire est égal à la somme des n premiers nombres entiers naturels non nuls**.

Une première méthode de calcul

Soit S la somme à calculer.

$$\begin{array}{l}
S=1+\quad 2 \quad+\quad 3 \quad+\quad 4 \quad+\quad 5 \quad+\cdots+(n-4)+(n-3)+(n-2)+(n-1)+n \\
S=n+(n-1)+(n-2)+(n-3)+(n-4)+\cdots+\quad 5 \quad+\quad 4 \quad+\quad 3 \quad+\quad 2 \quad+1
\end{array}$$

En additionnant membre à membre les deux égalités, il vient

$$\begin{aligned}
2S &= \underbrace{(n+1)+(n+1)+(n+1)+(n+1)+(n+1)+(n+1)+\cdots+(n+1)}_{n \text{ termes}} \\
2S &= n(n+1)
\end{aligned}$$

Et donc

$$\boxed{S=\frac{n(n+1)}{2}}$$

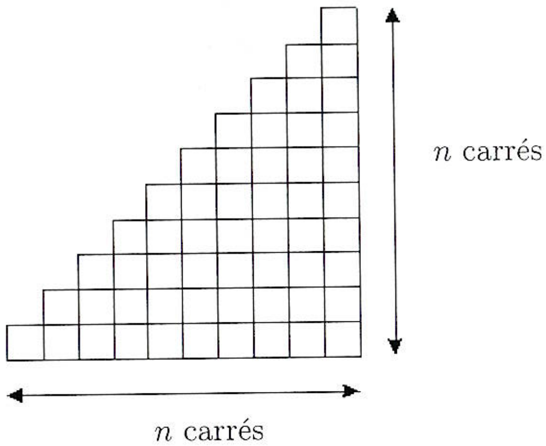
Ainsi, le 132^e nombre triangulaire est égal à $\frac{132\times(132+1)}{2}=\frac{132\times 133}{2}=66\times 132=8712$.

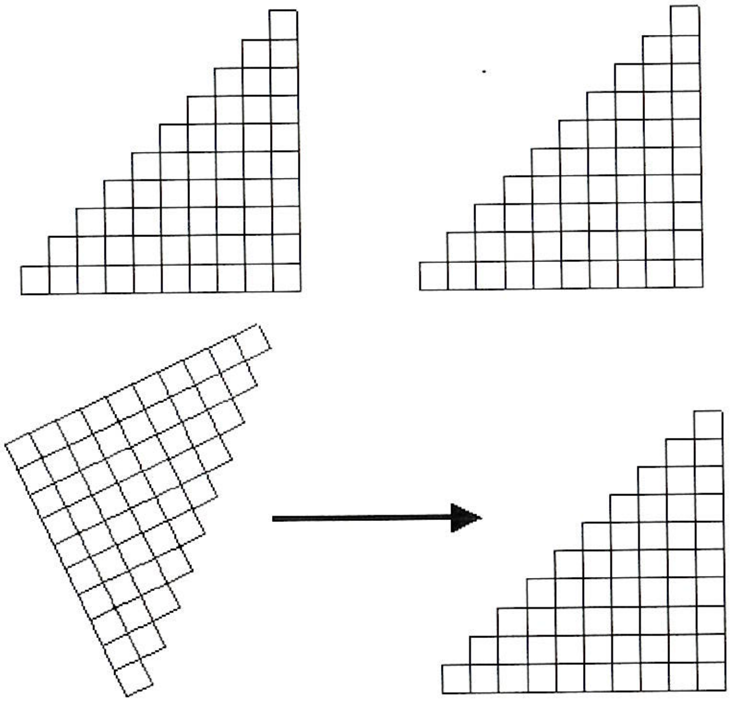
Une seconde méthode de calcul

On peut envisager une méthode plus « géométrique ». En modifiant l'alignement des objets, on peut obtenir le scénario suivant.

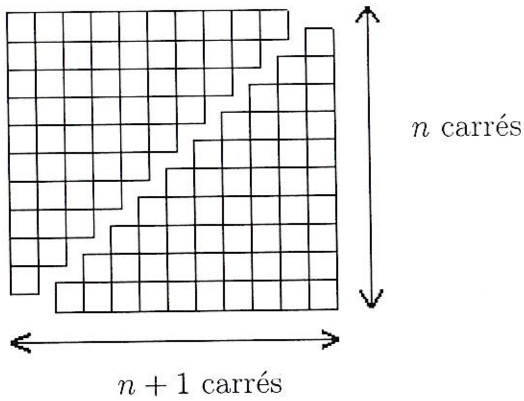
Calculer la superficie de cet « escalier » revient à compter le nombre de carrés dont il est constitué en considérant l'aire d'un carré comme unité.

Le mouvement ci-dessous met en scène deux escaliers identiques qui vont s'imbriquer l'un dans l'autre.

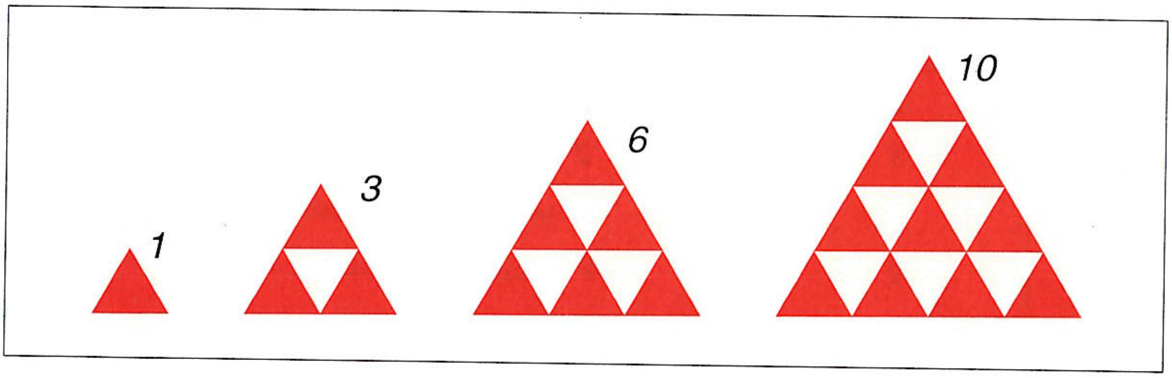




Les deux « escaliers » forment ainsi un rectangle dont l'aire peut être exprimée par $n.(n+1)$. On obtient l'aire d'un escalier en divisant par 2, ce qui confirme le résultat de la première méthode.



On peut encore représenter les nombres triangulaires par des « quadrillages » de triangles équilatéraux comme le montre la représentation suivante.



Regrouper des objets deux par deux

Combien de paires peut-on former avec p objets ?

Un premier problème

Dans le championnat de football, il y a 16 équipes en division I. Combien de matches se jouent durant la première moitié de la compétition ?

Nombre d'équipes	Équipes	matches	Nombre de matches
2	A, B	A–B	1
3	A, B, C	A–B, A–C B–C	$2+1=3$
4	A, B, C, D	A–B, A–C, A–D B–C, B–D C–D	$3+2+1=6$
5	A, B, C, D, E	A–B, A–C, A–D, A–E B–C, B–D, B–E C–D, C–E D–E	$4+3+2+1=10$
16			$1+2+3+4+\cdots+15$ $=\frac{15\times16}{2}=15\times8=120$

Le nombre total de matches est un nombre triangulaire. Avec 16 équipes, il s'agit du 15^e^ nombre triangulaire. On imagine facilement la conjecture que l'on peut émettre à partir de ce premier tableau.

Nombre d'équipes	Nombre de matches
2	1^{er} nombre triangulaire $= 1$
3	2^{e} nombre triangulaire $= 3$
4	3^{e} nombre triangulaire $= 6$
4	4^{e} nombre triangulaire $= 10$
6	5^{e} nombre triangulaire $= 15$
$\vdots$	$\vdots$
16	15^{e} nombre triangulaire $= 120$
$\vdots$	$\vdots$
p	$(p-1)^{\text{e}}$ nombre triangulaire $= \frac{(p-1)(p-1+1)}{2} = \frac{(p-1)p}{2}$

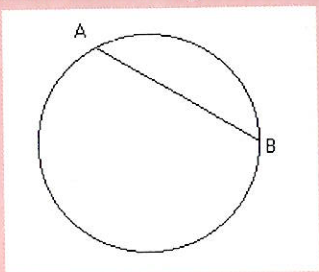
Le nombre de paires formées avec p objets est le $(p-1)^{\text{e}}$ nombre triangulaire.

Un second problème

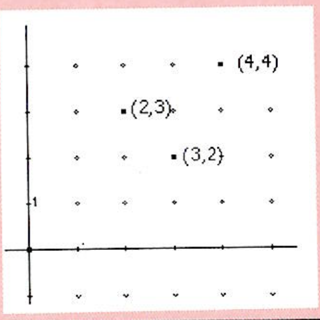
Combien de cordes peut-on tracer à l'aide de p points pris sur un cercle ?

Une corde d'un cercle est tout segment obtenu en joignant deux points du cercle ; les plus longues cordes que l'on puisse tracer étant bien sûr les diamètres. Calculer le nombre de cordes revient donc à trouver le nombre de paires de points.

Paire et couple : *It's not the same*, malgré l'évocation commune du chiffre 2 !

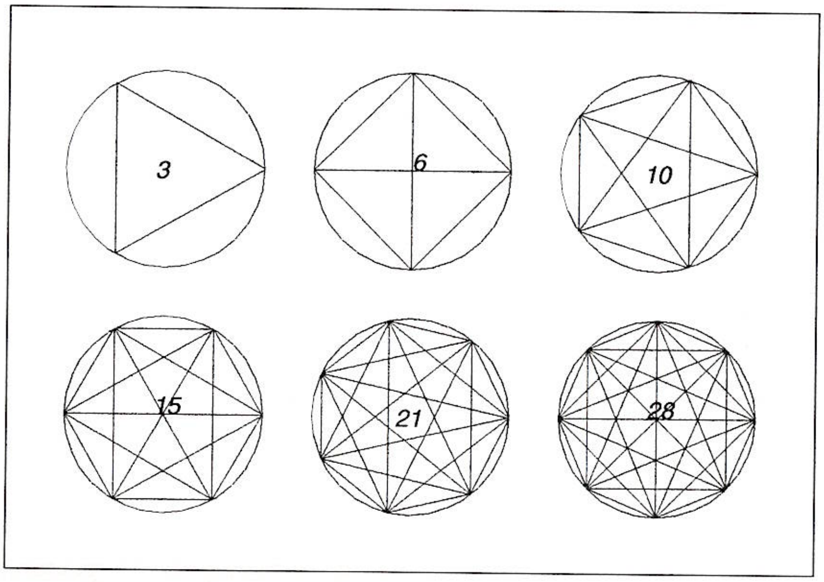


A la corde $[AB]$, je peux aussi bien associer la paire de points {A,B} que {B,A}. L'ordre dans lequel les deux points sont cités n'a aucune espèce d'importance. Les deux éléments de la paire sont nécessairement distincts (dans le cas contraire, on obtient un singleton). En ce qui concerne les matches de football, dénombrer toutes les paires d'équipes revient bien à calculer le nombre de matches aller.



Dans le cas d'un couple, l'ordre a toute son importance. Les coordonnées cartésiennes de points l'illustrent bien : les couples (2,3) et (3,2) ne repèrent pas le même point. De plus, les deux termes d'un couple peuvent être égaux : (4,4).

En plaçant les points de façon régulière, on obtient les figures suivantes, parmi lesquelles se trouve un symbole cher aux Pythagoriciens : le pentagramme, étoile à 5 branches inscrite dans un pentagone régulier.



On dit que . . .

Le pentagramme chez les Pythagoriciens était un symbole associé à la santé. Pythagore ne commençait jamais ses lettres par « Bonjour » ou « Prospérité », mais bien par « Santé » !

On retrouve encore le pentagramme dans une anecdote illustrant le proverbe pythagoricien « Entre amis, tout est commun ».

Un voyageur pythagoricien, tombé gravement malade dans une auberge, se trouva dénué de ressources. L'aubergiste remplit ses devoirs d'hospitalité en lui prêtant assistance et argent à mesure de l'aggravation de son état. Au moment de mourir, l'homme traça sur une tablette un « signe de reconnaissance » en demandant à l'aubergiste d'accrocher cette tablette à l'extérieur de l'auberge. Après sa mort, quelqu'un viendrait rembourser sa dette. L'inconnu mourut ; il fut enterré, et l'aubergiste, guère convaincu, tenta néanmoins l'expérience. Après une longue période, un Pythagoricien de passage s'arrêta pour s'enquérir du symbole et demander ce qu'il en était. Dès qu'il sut ce qui s'était passé, il remit à l'aubergiste une somme d'argent bien supérieure aux frais engagés. Le signe de reconnaissance était le fameux pentagramme !

Quelques questions de la rédaction

- Quel est le plus grand nombre triangulaire inférieur à 2000 ?
- Peut-être as-tu constaté que les deux premiers nombres triangulaires sont impairs, les deux suivants pairs, les deux suivants impairs, etc.
  Pourrais-tu démontrer que cette alternance pair–impair continue dans toute la suite des nombres triangulaires ?
- Pourrais-tu démontrer que la somme de deux nombres triangulaires consécutifs est toujours un carré parfait ?

L'EURO est né. Pas de panique !

André Paternotte, Institut Technique et Commercial, Boussu

Depuis le premier janvier de cette année, onze pays de la Communauté Européenne ont adopté une monnaie commune, baptisée « EURO ». Le sigle utilisé pour le représenter est € (il ressemble un peu à un signe souvent utilisé en mathématique). Cette adoption a notamment pour conséquence que l'unité monétaire de chacun de ces onze pays est liée de manière définitive et irréversible à l'euro selon la table de conversion ci-dessous. Dès lors aussi, les monnaies de ces onze pays ne peuvent absolument plus fluctuer entre elles.

1 euro (EUR) =		
40,3399	francs belges	(BEF)
2,20371	florins néerlandais	(NLG)
1,95583	mark allemand	(DEM)
6,55957	francs français	(FRF)
0,787564	livres irlandaises	(IEP)
1936,27	lires italiennes	(ITL)
166,386	pesetas espagnoles	(ESP)
40,3399	francs luxembourgeois	(LUF)
13,7603	schillings autrichiens	(ATS)
200,482	escudos portugais	(PTE)
5,94573	marks finlandais	(FIM)

Jusqu'au premier janvier 2002, l'euro ne pourra être utilisé que comme monnaie scripturale (chèques, virements, ...) et, dans chacun des onze pays, la monnaie nationale continue à circuler. C'est la période transitoire nécessaire pour se familiariser à l'euro.

À partir du premier janvier 2002, les pièces et billets en euros entrent effectivement en circulation tandis que les monnaies nationales cessent d'avoir cours et devront être échangées endéans une période maximale de six mois.

Il est encore utile de savoir que l'euro est subdivisé en 100 cents.

Et maintenant ... à vos calculettes et règles de trois !

En effet, depuis le premier janvier, une nouvelle double opération est apparue :

- **Convertir une monnaie nationale en euro et inversement.**

Combien de BEF représentent 251,35 EUR ?

$$\begin{aligned}
\text{On a :}\quad 1\ \text{EUR} &= 40{,}3399\ \text{BEF.}\\
\text{Donc}\quad 251{,}35\ \text{EUR} &= 251{,}35 \times 40{,}3399\ \text{BEF}\\
&= 10\,139{,}434\ldots\ \text{BEF,}
\end{aligned}$$

arrondis à 10 139 BEF.

Combien de EUR représentent 82 775 BEF ?

$$\begin{aligned}
\text{On a :}\quad 40{,}3399\ \text{BEF} &= 1\ \text{EUR.}\\
\text{Donc}\quad 1\ \text{BEF} &= \frac{1}{40,3399}\ \text{EUR.}\\
\text{Et}\quad 82\,775\ \text{BEF} &= \frac{82\,775}{40,3399}\ \text{EUR}\\
&= 2\,051{,}9387\ldots\ \text{EUR}
\end{aligned}$$

Ce résultat doit être arrondi, selon la règle, à 2 051,94 EUR (2 051 euros et 94 cents).

Maintenant, c'est à toi d'essayer.

– Convertis en DEM 556,24 EUR.

– Convertis en EUR 3 547 FIM.

D'une façon générale, si UM désigne l'unité monétaire d'un des onze pays repris dans la table de conversion et k le cours de conversion de UM en euros, alors :

$$\boxed{x\ \text{EUR} = x \times k\ \text{UM}}$$

et

$$\boxed{y\text{UM} = \frac{y}{k}\ \text{EUR.}}$$

Math-Jeunes junior n°91 J, 8–9, 1999

Il est une autre opération à effectuer durant la période transitoire :

- **Convertir une monnaie nationale en une autre.**

Combien de DEM font 79 875 BEF ?

$$\begin{aligned} \text{On a} \quad 40{,}3399 \text{ BEF} &= 1 \text{ EUR} \\ &= 1{,}95583 \text{ DEM.} \end{aligned}$$

$$\text{Donc} \qquad 1 \text{ BEF} = \frac{1,95583}{40,3399} \text{ DEM.}$$

$$\begin{aligned} \text{Et} \qquad 79\,875 \text{ BEF} &= \frac{1,95583}{40,3399} \times 79\,875 \text{ DEM} \\ &= 3\,872{,}6403\ldots \text{ DEM} \end{aligned}$$

arrondis à 3 872,64 DEM.

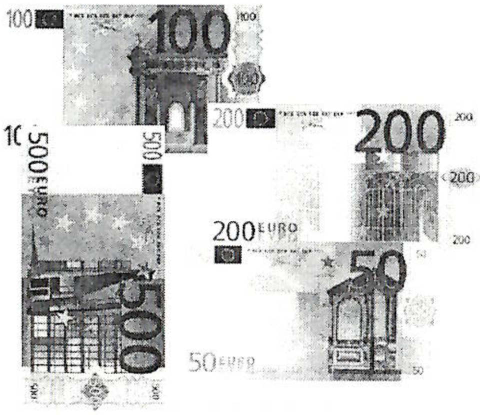
Essaie à ton tour :

5 EIP = ? ESP
485 NLG = ? FIM
5 842 PTE = ? LUF

D'une manière générale, si UM_1 et UM_2 désignent les unités monétaires de deux des onze pays repris dans la table de conversion et si k_1 et k_2 sont les cours de conversion respectifs de UM_1 et UM_2 en euros, alors :

$$\boxed{x \text{ UM}_1 = x \times \frac{k_2}{k_1} \text{ UM}_2}$$

L'euro ne provoque donc pas de grosses difficultés de conversion. Surtout pour les Belges ! Puisque 1 EUR équivaut sensiblement à 40 BEF et que multiplier ou diviser par 40, ce n'est pas la mer à boire ($40 = 2 \times 2 \times 10$).



Note de la rédaction

Il est à remarquer que, pour chaque pays ayant opté pour l'union monétaire, l'équivalent de l'euro en monnaie nationale est défini avec six chiffres significatifs.

Pour mieux cerner ce que sont les « chiffres significatifs » d'un nombre écrit sous sa forme décimale, nous observons que

1 024 000
0,102 4
102,400
0,000 102 4

comprennent les mêmes chiffres significatifs, dans l'ordre : 1, 0, 2 et 4.

Ces nombres s'écrivent d'ailleurs, respectivement :

$$1,024 \times 10^6$$
$$1,024 \times 10^{-1}$$
$$1,024 \times 10^2$$
$$1,024 \times 10^{-4}$$

Dans l'écriture décimale d'un nombre, **les chiffres significatifs commencent avec le premier chiffre non nul et se terminent avec le dernier chiffre non nul.**

Dans les opérations de conversion décrites dans cet article, les calculs doivent être faits avec tous les chiffres significatifs et le résultat arrondi seulement en fin de calcul.

La mathématique au quotidien...

Claude Villers, Athénée Royal de Mons

Quel jour étions-nous ?

Eh oui ! Le mois d'août 1999 aura été fertile en moments particuliers.

Vous vous rappelez certainement que le mercredi 11 août 1999, une éclipse totale de soleil a pu être vue dans certaines parties de la Belgique. Un article de Michel Ballieu sur le sujet est d'ailleurs paru dans *Math-Jeunes* n° 90 de mai 1999.

Cet événement était tout à fait exceptionnel car il n'est permis de le voir en un endroit donné que tous les 370 ans.

Et ne voilà-t-il pas que 2 jours plus tard nous eûmes droit à un vendredi 13, jour redouté par certains mais en laissant d'autres tout à fait indifférents.

Je laisse le soin à l'article de mon quotidien habituel, reproduit ci-contre de vous donner des détails sur les significations attribuées au vendredi 13.

Outre le fait qu'il manque un « S » dans le titre, nous y lisons surtout que le 13 août fut le seul vendredi 13 de 1999 et qu'il faudra attendre octobre 2000 pour connaître le seul vendredi 13 de la dernière année du XX^{e} siècle. Et ensuite, que se passera-t-il pour les années qui suivent ? Comment déterminer les mois et années des prochains vendredis 13 ? Comment connaître le nom du jour de votre naissance ?

Eh bien, ce n'est pas difficile si vous disposez de ce qui est communément appelé « *un calendrier perpétuel* ». C'est un procédé qui vous donne le nom du jour fixé par une date. Cela peut se présenter sous la forme d'un ensemble de tables.

SUPERTITION

Brrr, v'là notre seul vendredi treize en 1999 !

Le vendredi 13 août sera le seul et unique vendredi 13 de l'année 1999.
L'année dernière avait été plus fertile puisque ce jour s'était répété trois fois (février, mars et novembre).
L'an 2000 ne connaîtra lui aussi qu'un seul vendredi 13, au mois d'octobre. Toutefois l'an 2000 aura une particularité, puisqu'il s'agira d'une année bissextile.
Ce sont les chrétiens qui ont considéré le vendredi comme un jour néfaste ; tout ce qui fut funeste dans l'histoire chrétienne est survenu un vendredi. Qu'il s'agisse de la mort du Christ, du péché originel, du meurtre d'Abel par Caïn, du massacre des Saints Innocents, du Déluge, voire de la mort de Moïse ainsi que de celle de la plupart des martyrs et de la Vierge Marie.

L'association du vendredi au chiffre treize, ainsi que le fait que cette association porte malheur, est également religieuse.

D'une part, la déesse Frigga, déesse de l'amour, mais aussi sorcière, réunissait chaque vendredi, sur une montagne isolée, 11 sorcières et le diable afin de décider des forfaits de la semaine.

D'autre part, les douze apôtres entouraient le Christ lors de la dernière Cène. C'est la raison pour laquelle il n'est pas bon d'être treize à table, et surtout de prendre de grande décision le vendredi.

Si l'on en croit la sagesse populaire, il faudrait même se garder de rire car « tel qui rit vendredi, dimanche pleurera ».

En voici un exemple connu sous le nom de « *calendrier Moret* ». Il est composé de 3 tables.

Table des indices des années

Comment utiliser le calendrier perpétuel présenté ici ? Commencez par déterminer l'indice de l'année (**ia**) que vous lisez à l'intersection de la ligne des deux premiers chiffres de l'année désirée et de la colonne des deux derniers chiffres de cette année. L'exemple montre qu'en 1999 on a : **ia** = 6.

En 1582 après J.C., le pape Grégoire XIII a fait adopter un nouveau calendrier, remplaçant le calendrier Julien imposé par Jules César en 46 avant J.C. Pour *amortir* un décalage des saisons dû à l'accumulation d'erreurs, le 4 octobre 1582 a été suivi directement par le 15 octobre 1582. Nous utilisons toujours ce calendrier Grégorien. On utilisera donc la colonne **Jul.** pour les dates antérieures au 4-10-1582, la colonne **Greg.** pour les dates postérieures.

2 premiers chiffres							2 derniers chiffres						
							00	01	02	03		04	05
							06	07		08	09	10	11
								12	13	14	15		16
							17	18	19		20	21	22
							23		24	25	26	27	
							28	29	30	31		32	33
							34	35		36	37	38	39
								40	41	42	43		44
							45	46	47		48	49	50
							51		52	53	54	55	
							56	57	58	59		60	61
							62	63		64	65	66	67
								68	69	70	71		72
							73	74	75		76	77	78
							79		80	81	82	83	
							84	85	86	87		88	89
							90	91		92	93	94	95
Jul			Greg.					96	97	98	**99**		
0	7	14		17	21	25	6	0	1	2	3	4	5
1	8	15					5	6	0	1	2	3	4
2	9			18	22	26	4	5	6	0	1	2	3
3	10						3	4	5	6	0	1	2
4	11		15	**19**	23	27	2	3	4	5	**6**	0	1
5	12		16	20	24	28	1	2	3	4	5	6	0
6	13						0	1	2	3	4	5	6

Table des indices des mois

Recherchez alors l'indice du mois (**im**). Il se trouve dans la table ci-après, à l'intersection de la ligne **ia** et de la colonne du mois concerné. Pour janvier ou février, on doit bien tenir compte du fait que l'année est bissextile ou non. L'exemple montre qu'en 1999 (**ia**=6), l'indice du mois d'août est 1.

ia	Mai	Fév.(biss) **Août**	Février Mars Novembre	Juin	Septembre Décembre	Jan.(biss) Avril Juillet	Janvier Octobre
0	1	2	3	4	5	6	0
1	2	3	4	5	6	0	1
2	3	4	5	6	0	1	2
3	4	5	6	0	1	2	3
4	5	6	0	1	2	3	4
5	6	0	1	2	3	4	5
6	0	**1**	2	3	4	5	6

Table des noms des jours

Cette 3e table donne enfin le nom du jour concerné Vous trouvez le nom du jour concerné à l'intersection de la ligne correspondant à l'indice du mois et de la colonne correspondant au numéro du jour. Ainsi l'exemple montre qu'en août 1999 (**im** = 1), le 13 était un vendredi.

	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31				
0	S	D	L	Ma	Me	J	V
1	D	L	Ma	Me	J	V	S
2	L	Ma	Me	J	V	S	D
3	Ma	Me	J	V	S	D	L
4	Me	J	V	S	D	L	Ma
5	J	V	S	D	L	Ma	Me
6	V	S	D	L	Ma	Me	J

Il faut remarquer que ce calendrier Moret peut-être utilisé « *à l'envers* ». **Exemple** : trouver tous les vendredis 13 de l'an 2000. Il ne nous reste qu'à trouver le ou les mois.

Par la table des années, 2000 donne **ia** = 1. La table des noms des jours nous indique que le vendredi 13 correspond à l'indice **im**=1.

En utilisant ces deux caractéristiques dans la table des mois, on trouve que dans la ligne **ia**=1, la valeur **im**=1 correspond à Janvier et Octobre. Or l'article reproduit ne signale seulement que Octobre. Ce n'est pas une erreur : l'année 2000 est bissextile, Janvier ne doit pas être pris en compte. Et en 2001 ? Y aura-t-il des vendredis 13 et lors de quels mois. Cherchez !

Ca y est ? Avez-vous trouvé ? Voyons ensemble.

La table des années donne pour 2001, l'indice **ia** = 2. La table des noms des jours donne l'indice **im** = 1 pour un vendredi 13 (on le sait depuis longtemps). Dans la ligne **ia** = 2 de la table des mois, on trouve l'indice **im** = 1 en Janvier bissextile, Avril et Juillet. Comme 2001 n'est pas une année bissextile, Janvier ne peut être pris en compte. Il y aura donc deux vendredis 13 en 2001 : en avril et en juillet. Remarquons que la table des mois nous montre bien qu'une année ne peut compter plus de 3 vendredis 13.

Vous savez certainement que les mêmes noms de jours se retrouvent tous les 7 jours. Ainsi le 13 août 1999 étant un vendredi, il en était de même pour le 6 août, le 20 août et le 27 août de cette année 1999. Les mathématiciens disent que **6, 13, 20 et 27 sont congrus modulo 7**. Il y a bien d'autres nombres congrus à 13 modulo 7. Trouvez-en quelques uns !

Il faut aussi savoir que l'on est certain de retrouver les mêmes noms de jours aux mêmes dates tous les 400 ans car ces 400 années comptent au total un nombre de jours qui est multiple de 7. (Allez-y, vérifiez).

Au passage, remarquez que cette notion de congruence ne vous est pas étrangère. Rappelez-vous comment vous avez vérifié vos multiplications écrites quand vous étiez à l'école primaire. Par ce qui est communément appelé la « preuve par neuf » au cours de laquelle vous avez travaillé **modulo 9** puisque vous laissiez « tomber » tout ce qui était multiple de 9 lors des additions des chiffres.

Le calendrier Moret présenté ci-dessus, utilise également la notion de congruence. Les lignes de la table des années donnent les mêmes indices **ia** tous les 400 ans. Ce calendrier est, d'une certaine manière, « trop » complet.

A la page suivante, vous trouverez une reproduction d'une autre forme de calendrier perpétuel ne couvrant que 200 années donc incomplet.

Il existe actuellement des calendriers perpétuels plus simples d'utilisation. La fonction calendrier de votre ordinateur peut vous être utile en ce domaine. On en trouve aussi sur certains sites Internet (demandez « calendrier perpétuel » à des moteurs de recherche).

Pas mal de questions peuvent être posées au sujet de la structure du calendrier Moret. Par exemple, pourquoi les mois sont-ils ainsi regroupés dans la table des mois ? Je vous laisse le plaisir et le soin de mener une recherche personnelle ou en groupe. Cela peut aussi constituer une intéressante activité mathématique pour votre classe. Et maintenant, rendez-vous le 13 Août 3000. Quel sera le nom de ce jour ?

CALENDRIER PERPÉTUEL 1801–2000

A Années		B Mois											
1801 — 1900	1901 — 2000	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
01 29 57 85	25 53 81	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
02 30 58 86	26 54 82	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
03 31 59 87	27 55 83	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
04 32 60 88	28 56 84	0	3	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
05 33 61 89	01 29 57 85	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
06 34 62 90	02 30 58 86	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
07 35 63 91	03 31 59 87	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
08 36 64 92	04 32 60 88	5	1	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
09 37 65 93	05 33 61 89	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
10 38 66 94	06 34 62 90	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
11 39 67 95	07 35 63 91	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
12 40 68 96	08 36 64 92	3	6	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
13 41 69 97	09 37 65 93	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
14 42 70 98	10 38 66 94	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
15 43 71 99	11 39 67 95	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
16 44 72	12 40 68 96	1	4	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
17 45 73	13 41 69 97	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
18 46 74	14 42 70 98	4	0	0	3	5	1	3	6	2	4	0	2
19 47 75	15 43 71 99	5	1	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
20 48 76	16 44 72	6	2	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
21 49 77 00	17 45 73	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
22 50 78	18 46 74	2	5	5	1	3	6	1	4	0	2	5	0
23 51 79	19 47 75	3	6	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1
24 52 80	20 48 76	4	0	1	4	6	2	4	0	3	5	1	3
25 53 81	21 49 77 00	6	2	2	5	0	3	5	1	4	6	2	4
26 54 82	22 50 78	0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5
27 55 83	23 51 79	1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6
28 56 84	24 52 80	2	5	6	2	4	0	2	5	1	3	6	1

C Jours

di	1	8	15	22	29	36
lu	2	9	16	23	30	37
ma	3	10	17	24	31	
me	4	11	18	25	32	
je	5	12	19	26	33	
ve	6	13	20	27	34	
sa	7	14	21	28	35	

EXEMPLE

Quel jour était le 6 juin 1960? Cherchez en A le millésime et continuez sur la même ligne jusqu'à la colonne du mois. Ajoutez le chiffre que vous y trouvez à celui du mois: donc 3 plus 6 = 9. Cherchez en C face au chiffre 9 et vous trouvez lundi.

Combien y a-t-il de grains de sable dans l'Univers ?

G. Sinon, Institut Notre-Dame, Saint Hubert

Math-Jeunes junior n° 91 J, 14–15, 1999

Dans un traité appelé l'*Arénaire*, ARCHIMÈDE (287 – 212 av. J.C.) se propose de relever le défi d'une vieille locution proverbiale formulée par le poète PINDARE : *le sable échappe au nombre*. Dans ce traité, il s'adresse à GÉLON (roi de Syracuse, avec son père Hiéron ([1])) en ces termes :

> *Certains estiment que le nombre de grains de sable répandus dans toute terre, habitée ou inculte, est infiniment grand ... D'autres, tout en admettant que ce nombre n'est pas infiniment grand, pensent qu'il n'existe pas de nombre exprimable assez grand pour dépasser la quantité des grains de sable ...*

Et Archimède se propose de présenter des nombres qui « dépassent même le nombre de grains de sable ayant un volume égal à celui du monde » (il entend par là l'Univers tout entier).

Comme chez les Sumériens, les Babyloniens, les Egyptiens, ..., le système de numération grec ne permet de nommer qu'un nombre fini de nombres. Il utilise, comme le nôtre, un nom indépendant pour chaque nombre de 1 à 10, et pour les puissances de 10 ; mais il s'arrête à la « myriade » (= 10 000 c'est-à-dire 10^4). Les Grecs pouvaient ainsi évaluer de grands effectifs (par exemple les armées des Perses lors des guerres médiques), mais étaient impuissants devant des quantités comme celle des grains contenus dans un tas de sable.

Archimède invente alors un système de notations comparable à notre système de puissances de 10. Il appelle « premiers nombres » les nombres de 1 à 10^8 (= une myriade de myriades). 10^8 constitue l'unité des « nombres seconds » ; ceux-ci vont donc de 10^8 à « une myriade de myriades de 10^8 », c'est-à-dire de 10^8 à $10^8 \times 10^8 = 10^{16}$ par pas de 10^8 (10^8, 2×10^8, 3×10^8, ...).

10^{16} constitue l'unité des « nombres troisièmes », ceux-ci allant de 10^{16} à $10^8 \times 10^{16}$, c'est-à-dire de 10^{16} à 10^{24}. Les « nombres n^e » vont de $10^{(n-1).8}$ à $10^{n.8}$. Et Archimède continue ainsi jusqu'aux « nombres d'ordre 10^8 », dont le dernier est $10^{10^8.8}$; notons-le A (1 suivi de 800 000 000 de zéros !).

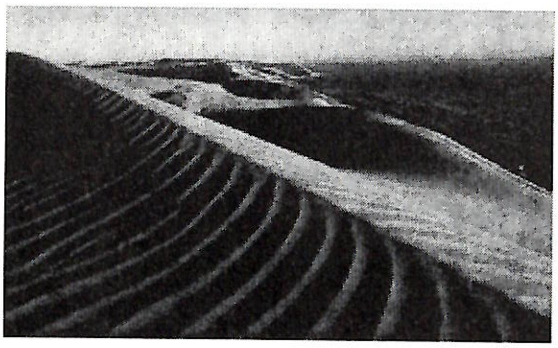
Ces nombres suffisent largement pour l'évaluation qu'Archimède propose au roi Gélon. Mais pour démontrer jusqu'au bout le pouvoir expressif de son système arithmétique, il imagine des entités encore plus grandes : les nombres de 1 à A forment ce qu'il appelle la « première période » ; la « deuxième période » ira de A à $10^{8.10^8}.A$, c'est-à-dire de A à A^2 ;

([1]) C'est en résolvant le problème posé par Hiéron, qui soupçonnait son orfèvre d'avoir habilement remplacé une partie de l'or de la couronne royale par de l'argent, et découvrant ainsi la première loi de l'hydrostatique, qu'Archimède prononça son fameux **Eurêka** ... Mais ceci est une autre histoire ...

la « troisième période » ira de A^2 à A^3 ; et ainsi de suite, jusqu'à la « 10^{8e} période », qui se termine par le nombre A^{10^8} c'est-à-dire $(10^{8.10^8})^{10^8} = 10^{8.10^{16}}$.

Revenant à son problème, Archimède définit le *cosmos*, l'Univers qu'il va remplir de sable. Il évalue ses dimensions (par des considérations géométriques, et même par des opérations technologiques de visée du diamètre du Soleil !), tout en se fondant sur les indications d'ARISTARQUE DE SAMOS (le « Copernic de l'Antiquité ») :

> *... on a ainsi démontré que le diamètre du monde est inférieur à dix mille diamètres de la Terre, c'est-à-dire inférieur à cent myriades de myriades de stades* (2).



Quant aux dimensions d'un grain de sable :

> *... si on a une quantité de sable dont le volume ne dépasse pas celui d'une graine de pavot, le nombre de ses grains de sable ne dépassera pas dix mille, et le diamètre de la graine ne sera pas inférieur à un quarantième de doigt ...*

Et en conclusion :

> *... il est par conséquent évident que le nombre de grains de sable remplissant une sphère de la grandeur qu'Aristarque prête à la sphère des étoiles fixes est inférieur à mille myriades de nombres huitièmes ... ,*

c'est-à-dire, avec nos notations :

$$10^3.10^4.10^{7.8} = 10^{63}$$

(2) Un stade valant approximativement 162 mètres, Archimède obtient un diamètre de l'Univers inférieur à 162×10^7 km. Comparez avec les valeurs habituellement admises aujourd'hui.

Bibliographie

- *Œuvres d'Archimède*, Tome II, Texte établi et traduit par Ch. Mugler, Collection des Universités de France, Paris, Éditons Les Belles Lettres, 1971.
- J.P. Collette, *Histoire des mathématiques*, Éditions Vuibert, 1973.

Quelques questions

Écris sous forme d'une puissance de 10 :

- une myriade,
- une centaine de myriades,
- une myriade de myriades,
- le dernier des nombres seconds,
- le premier des nombres quatrièmes,
- le dernier des nombres dixièmes,
- le premier des nombres de la première période,
- le dernier des nombres de la première période,
- le premier des nombres de la deuxième période,
- le dernier des nombres de la troisième période,
- le premier des nombres de la période d'ordre 10^4,
- le dernier des nombres de la période d'ordre 10^8.

Nous donnerons les réponses dans le prochain *Math-Jeunes junior*.

Rallye problèmes

C. Festraets

Le rallye problèmes 1999–2000 comportera trois étapes. A chaque étape, cinq problèmes seront proposés à votre sagacité ; la plupart des problèmes posés ne nécessitent guère que des connaissances mathématiques élémentaires ; en outre, il faut avoir l'esprit logique et trouver le bon raisonnement. Évidemment, ce n'est pas toujours facile, mais vous pouvez envoyer des solutions partielles ; par exemple, si vous n'avez résolu que la première partie d'un problème et estimez que la suite est trop difficile pour votre âge ou encore, si vous aboutissez à une équation dont vous ne trouvez pas la solution parce que vous n'avez pas étudié ce type d'équation en classe.

Veillez à rédiger les solutions des différents problèmes sur des feuilles séparées. Sur chacune d'elles, indiquez vos nom, prénom, âge, adresse personnelle, classe et école. La réponse finale ne suffit pas, il faut que vos solutions soient soigneusement expliquées et justifiées. Les figures et démonstrations doivent être sur une même page ou sur deux pages se faisant vis-à-vis.

Dans le cas où vous ne respecteriez pas ces instructions, vos envois ne seront hélas pas pris en considération. Il n'est pas nécessaire d'avoir pu résoudre tous les problèmes pour être primé, mais seuls les concurrents ayant pris part aux trois étapes peuvent espérer intervenir dans le classement final et bien sûr, plus vous aurez résolu correctement de problèmes, plus vous aurez de chances d'avoir un prix.

Les solutions doivent être envoyées à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, pour le 13 décembre 1999 au plus tard.

Problèmes 1 à 5

1 – Tous les chemins mènent à « Juniors »

On part de la lettre J en haut et on descend jusqu'à la lettre S en bas. En n'importe quelle position, on peut seulement descendre au niveau suivant, à une lettre légèrement à droite ou à gauche. Combien y a-t-il de chemins constituant le mot *JUNIORS* ?

$$\begin{array}{ccccccc} & & & J & & & \\ & & U & & U & & \\ & N & & N & & N & \\ I & & I & & I & & I \\ & O & & O & & O & \\ & & R & & R & & \\ & & & S & & & \end{array}$$

Math-Jeunes junior n°91 J, 16–17, 1999

2 – De carré à carré

Dans une feuille de papier rectangulaire, on découpe le plus grand carré possible, puis dans le morceau restant, on découpe à nouveau le plus grand carré possible et ainsi de suite jusqu'au moment où le morceau restant est lui-même un carré. Quelle est la longueur du côté du dernier carré si les dimensions de la feuille initiale sont

1. 6 cm et 10 cm ?
2. 84 cm et 192 cm ?
3. 25 cm et 49 cm ?
4. x cm et y cm où x et y sont des naturels non nuls ?

3 – Casse-tête téléphonique

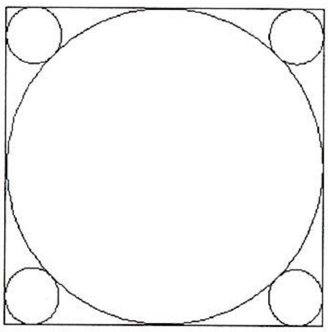
Jean vient de déménager et c'est son premier jour dans sa nouvelle école. Sa maman lui demande de téléphoner à l'heure du déjeuner et de lui dire si la matinée s'est bien passée. *Mais je ne connais pas encore le nouveau numéro de téléphone*, dit Jean. *C'est facile*, lui dit sa maman, *le numéro comporte 6 chiffres ; les trois premiers chiffres sont les mêmes et ils forment un nombre de trois chiffres égal au carré du produit des deux premiers chiffres diminué de 70 ; le cinquième chiffre est la différence entre le quatrième et le sixième et le nombre formé par les trois derniers chiffres moins le nombre formé par ces chiffres placés dans l'ordre inverse est 792.* Jean qui est très fort en calcul a trouvé tout de suite le numéro de téléphone. Et vous ?

4 – Multiplions

Compléter les multiplications suivantes

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & \star & \star & 3 & \star \\
 & & & & \star & \star & 3 \\
\hline
 & & & 3 & \star & \star & \star \\
 & \star & \star & \star & 3 & 3 & \\
 & \star & \star & \star & \star & & \\
\hline
\star & \star & \star & \star & \star & \star & \star
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{cccccc}
 & & & 5 & \star & \star \\
 & & & 5 & \star & \star \\
\hline
 & & & 5 & \star & \star \\
 & \star & \star & 5 & \star & \\
\star & \star & \star & 5 & & \\
\hline
\star & \star & \star & 5 & \star & \star
\end{array}$$

sachant que dans la première, il n'y a pas d'autre 3 et que dans la seconde, il n'y a pas d'autre 5.



5 – Cercles

Un cercle de rayon 1 est inscrit dans un carré.

Dans chaque coin, on a inscrit un petit cercle.

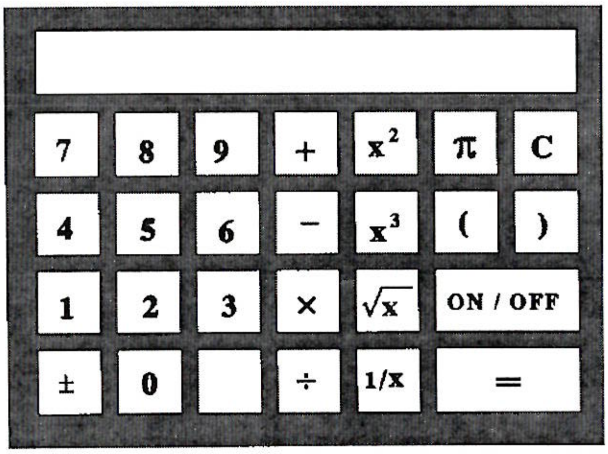
Quel est le rapport entre l'aire du grand cercle et la somme des aires des petits cercles ?

Jeux

Le jeu de la calculatrice (par C. Van Hooste)

Pendant les interminables heures d'étude au cours desquelles règne habituellement un chahut indescriptible, j'aime jouer avec ma calculatrice. Ce n'est pas une calculatrice compliquée comme celle de Richard (tout-à-fait, entre-nous — mais chut ! parlons bas ! — il ne sait pas s'en servir car il a jeté le mode d'emploi). Moi, ma calculatrice est toute simple, je la connais à fond et j'essaie d'en tirer le maximum. Je me suis même inventé un jeu. C'est ce jeu que je voudrais, aujourd'hui, te faire connaître.

Avant de te le décrire, je te présente d'abord un schéma de ma calculatrice afin que tu te rendes compte exactement de ses possibilités.



L'affichage supporte 10 symboles au maximum. Le point (équivalent anglo-saxon de la virgule de nos nombres décimaux) compte pour un symbole. Il en est de même pour le signe d'un nombre négatif.

Les chiffres non significatifs ne sont pas affichés ; ainsi, 12,500 est affiché 12.5. Par ailleurs, pour afficher un nombre décimal compris entre 0 et 1, il n'est pas nécessaire d'introduire le 0 situé devant la virgule. Ainsi, pour afficher 0,365, il suffit de produire la séquence de touches suivantes : $\boxed{.}\boxed{3}\boxed{6}\boxed{5}$

En vitesse, je t'explique encore l'usage de certaines touches.

- $\boxed{\pi}$ donne le nombre π égal à 3,141592653 … (rapport entre la longueur d'un cercle et son diamètre). Il sera alors affiché **3.141592645**.
- $\boxed{\pm}$ change le signe d'un nombre. Ainsi, la séquence $\boxed{5}\boxed{\pm}$ donne le nombre **−5**.
- $\boxed{1/x}$ donne l'inverse d'un nombre. Par exemple, à la suite de la séquence $\boxed{5}\boxed{1/x}$ il sera affiché **0.2**.

Il faut encore que tu saches que la dernière décimale affichée est une décimale « arrondie ». Cela signifie que

– le nombre 201,3456789 sera affiché

201.345679

– le nombre 98760,54321 sera affiché

98760.5432

– le nombre 12345,98765 sera affiché

12345.9877

Math-Jeunes junior n°91 J, 18–20, 1999

Pour les autres touches, tu peux éventuellement te reporter au mode d'emploi de ta propre calculatrice ou demander conseil à ton professeur.

Venons-en à présent au jeu que j'ai mis au point. En fait, il consiste à trouver une séquence de touches, la plus courte possible, pour afficher un nombre imposé. Afin d'en faire mieux comprendre la règle, je te montre deux exemples.

Afficher le nombre 1 000 000.

Avec la séquence $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}$, il faut appuyer sept fois sur une touche pour obtenir le nombre imposé. Par contre, la séquence $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{x^2}$ donne le nombre désiré tout en ne requérant que « 5 touches » (5 appuis sur une touche).

Cependant, la séquence $\boxed{1}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{x^3}$ est encore meilleure puisqu'elle fournit le nombre voulu tout en ne demandant que « 4 touches ». Nous dirons que c'est une séquence de longueur 4. Pour afficher 1 000 000, il existe une autre séquence de longueur 4. Pourrais-tu la trouver ?

Afficher le nombre 0,0025.

La séquence $\boxed{0}\boxed{.}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{5}$ est de longueur six. La séquence $\boxed{.}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{2}\boxed{5}$ de longueur cinq donne aussi le nombre désiré. Les séquences $\boxed{.}\boxed{0}\boxed{5}\boxed{x^2}$ et $\boxed{4}\boxed{0}\boxed{0}\boxed{1/x}$ de longueur quatre sont sans doute les plus performantes pour afficher le nombre voulu.

Maintenant, à ton tour, à toi de jouer : peux-tu trouver les meilleures séquences possibles (de longueur minimale) pour afficher les nombres suivants :

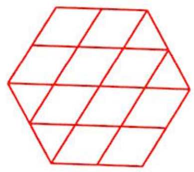
1. 0,125
2. 0,000 000 01
3. 3,333 333 33
4. 1 296
5. 3 090 625.

Je t'invite enfin à m'envoyer de nouveaux problèmes de ce type avec leurs solutions (autrement dit, assortis d'une séquence de touches de longueur minimale). Le rédacteur en chef (un copain) m'a promis qu'ils seront publiés dans *Math-Jeunes junior*, avec ton nom si tu le désires. Voici l'adresse :

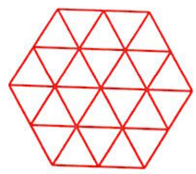
SBPMef – *Math-Jeunes*
15, rue de la Halle
7 000 Mons

Les jeux mathématiques de Tonton C

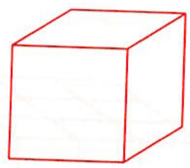
◇ Combien comptes-tu de parallélogrammes dans la figure suivante ?



◇ Combien dénombres-tu de triangles dans la figure ci-dessous ?



◇ Tu souhaites découper ce cube en 27 petits cubes. Combien de passages à la scie dois-tu effectuer au minimum sachant que tu peux regrouper les morceaux déjà sciés ?



Solutions

Le jeu de la calculatrice

1. Séquence de longueur 2 :

2. Séquence de longueur 5 :

$\boxed{.}\boxed{1}\boxed{x^2}\boxed{x^2}\boxed{x^2}$

3. Séquence de longueur 2 :

$\boxed{3}\boxed{1/x}$

4. Séquence de longueur 3 :

$\boxed{6}\boxed{x^2}\boxed{x^2}$

5. Séquence de longueur 4 :

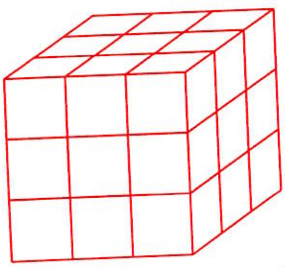
$\boxed{2}\boxed{5}\boxed{x^2}\boxed{x^2}$

Les jeux mathématiques de Tonton C

◇ Il est immédiat qu'il y a dix parallélogrammes élémentaires. Il y a aussi des parallélogrammes formés par la juxtaposition de deux parallélogrammes élémentaires. Ils sont au nombre de douze. Il y a ceux qui sont formés de trois parallélogrammes élémentaires, il y en a quatre. Enfin, il y a trois parallélogrammes formés de quatre plages.
Cela fait au total vingt-neuf parallélogrammes visibles dans cette figure.

◇ Il y a vingt-quatre triangles élémentaires. Il y a douze triangles formés de quatre triangles élémentaires. On compte deux triangles formés de neuf triangles élémentaires. Au total, on dénombre donc trente-huit triangles.

◇ La découpe demandée demande un minimum de six passages à la scie (deux dans chacune des trois directions des arêtes du cube).



D'ailleurs, le cube central ainsi découpé doit avoir six faces qui nécessitent donc ces six passages à la scie.

1999-2000 : Une multitude d'activités pour les Jeunesses Scientifiques.

C. Vandercammen

Les *Jeunesses scientifiques de Belgique* [1] forment une association connue depuis plus de 40 ans. Elle a comme objectif principal la promotion des sciences et des techniques auprès des jeunes de 9 à 18 ans. Dès l'école primaire, les enfants peuvent participer, dans leur école, à la demande de leur instituteur, à des activités d'éveil aux sciences, d'initiation à l'informatique. Citons par exemples : fabrications de circuits électriques, microscopie, les pavages d'ESCHER, les solides de PLATON, les carrés magiques, programmation en LOGO, ... Ce type d'activités est aussi proposé lors des vacances scolaires.

Pour les 12–18 ans, de nombreux stages, clubs sciences, cellules de recherche sont organisés en dehors des horaires scolaires. Ils permettent à ces jeunes d'aborder les sciences, les nouvelles technologies dans les laboratoires universitaires et d'entreprises, sur des sites propices à l'étude de l'environnement. Ces dernières années des stages de mathématiques ont été proposés sur divers thèmes : géométrie fractale, le nombre d'or, les pavages du plan et de l'espace, structures périodiques et presque périodiques (quasi-cristaux), ... Ces activités suscitent ou amplifient l'intérêt des jeunes pour les sciences et leur permettront une meilleure perception du monde, résolument technologique, dans lequel ils vivent. Le pro-

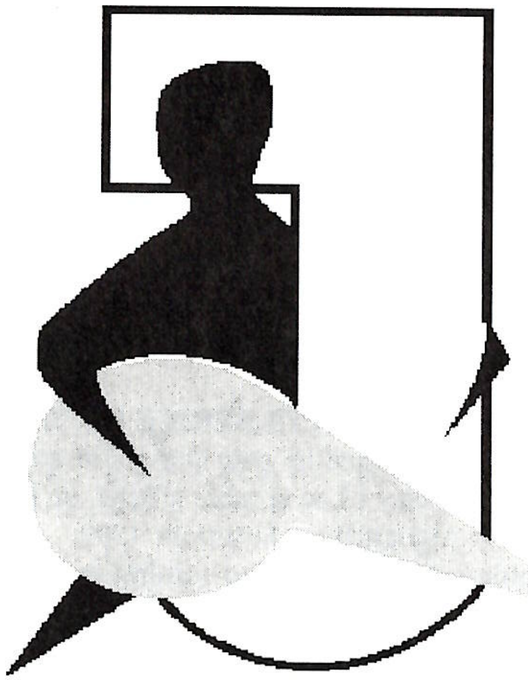
[1] Nouvelle adresse de notre site INTERNET : http ://www.jsb.be

Depuis 1987, chaque année, au printemps, les jeunes membres participent à une **Expo-sciences** au cours de laquelle ils présentent au public visiteur leurs réalisations, expériences, constructions d'appareils. Les projets primés par un jury indépendant représentent l'association dans des manifestations du même type à l'étranger. Ainsi cette année, des jeunes sont partis à Puebla (Mexique), tandis que d'autres ont été à Dresden (Allemagne), Thessalonique (Grèce), Salamanca (Espagne). Signalons qu'un projet de mathématiques consacré à une étude de *la suite de* FIBONACCI a été primé ! La prochaine édition se réalisera début mai, les 6,7 et 8, à Bruxelles. Qu'on se le dise.

En juillet 2000, du 16 au 23, à Charleroi, les Jeunesses scientifiques organiseront une **Expo-sciences européenne**. Au cours de cet événement des centaines de projets venus des quatre coins d'Europe seront présentés par une multitude de jeunes passionnés.

Ces dernières années, les J.Sc ont conçu ou participé à l'élaboration de diverses expositions de vulgarisation scientifique destinées au grand public. Citons par exemple, *Biologie et Santé*, *Marie Curie et la Belgique*, *La science au pays des sorciers*, *Physique et Médecine*. Conscients que pour sensibiliser les nouvelles générations aux concepts de la science moderne, il était utile de jouer la carte de l'interactivité et de l'approche ludique, nous faisons voyager deux expositions : **Espace Chimie** et **Matériaux dans la vie quotidienne**. Les visiteurs accompagnés par des guides-animateurs peuvent réaliser diverses expériences. Des posters accompagnent chaque thème en réunissant tant les aspects historiques que théoriques, ce qui permet aux guides-animateurs d'interpréter judicieusement les résultats expérimentaux. Cette approche est importante à un double niveau. D'abord parce qu'une exposition contenant uniquement des posters apparaît très rapidement trop théorique et lassante. Ensuite, si l'expérience est proposée sans contexte explicatif, elle ne sera vue par le visiteur que comme gadget amusant, sans lui permettre de comprendre les problèmes auxquels les scientifiques sont confrontés et les solutions qu'ils peuvent apporter aux problèmes de la vie quotidienne ([3]).

Les Jeunesses Scientifiques publient une revue bimestrielle *L'Écho des Savants* envoyée à chaque membre de l'association : 260 BEF/an, 500 BEF/3 ans.



([3]) Informations, réservations au secrétariat des J.Sc.B

1/4 de finales Individuels 2000

DÉBUT CM

1 - LE X IÈME X (coefficient 1)

Mathias écrit les nombres entiers en toutes lettres, dans l'ordre, à partir de un :

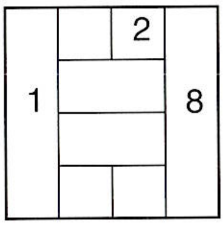
UN DEUX TROIS QUATRE CINQ SIX SEPT HUIT...

Le dixième "E" écrit apparaît dans "QUINZE" et le dixième "U" dans "DIX-NEUF".

Mais dans l'écriture de quel nombre le dixième "X" apparaît-il ?

2 - LES 8 NOMBRES (coefficient 2)

Mathilde prétend qu'il est possible de placer les nombres de 1 à 8 dans les cases du tableau ci-contre de façon que deux nombres qui se suivent (comme 3 et 4 par exemple) ne soient jamais situés sur deux cases qui se touchent. Mathias a déjà placé les nombres 1, 2 et 8.

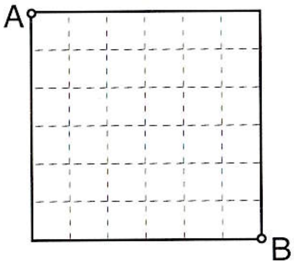


A vous de placer les 5 autres !

DÉBUT C1

3 - LA TARTE CARRÉE (coefficient 3)

C'est aujourd'hui l'anniversaire de Mathias. Sur la table, il y a une superbe tarte carrée. Il faut la partager en trois parts de même poids, en donnant deux coups de couteau rectilignes passant l'un par le point A et l'autre par le point B. **Faites le partage.**



4 - LA VIEILLE CALCULATRICE (coefficient 4)

Ma vieille calculatrice ne peut plus faire que deux opérations : ajouter 12 au nombre affiché, ou bien lui soustraire 7. Aujourd'hui, elle affiche 1999.

En combien d'opérations, au minimum, pourrai-je faire apparaître le nombre 2000 sur l'écran ?

DÉBUT C2 L1 L2 GP HC

5 - HISTOIRE DE BILLES (coefficient 5)

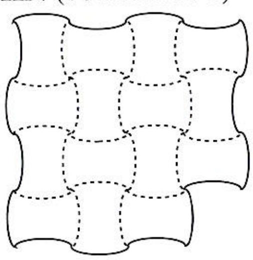
Mathilde a deux billes de plus que Mathias. Le nombre de billes de Mathias est le double du nombre de billes de Matthieu. Matthieu a sept billes de moins que Mathilde.

Combien ont-ils de billes à eux trois ?

6 - LE CARRELEUR AMÉRICAIN (coefficient 6)

Tom, carreleur originaire des Amériques, fabrique lui-même les "carreaux" qu'il utilise.

Aujourd'hui, il a fabriqué cinq "carreaux" identiques pour "carreler" la forme ci-contre. Les bords des carreaux, qui ne peuvent être retournés, suivent les lignes du "quadrillage". **Retrouvez la position des cinq carreaux.**



FIN CM

7 - AUTORÉFÉRENCE (coefficient 7)

Dans ce cadre, il y a .... consonnes de plus que de voyelles.

Complétez le cadre ci-contre à l'aide d'un nombre écrit en toutes lettres, de telle sorte que la phrase qu'il contient soit vraie.

8 - LA FURIBARDE (coefficient 8)

Le "lapgourou" est un animal qui court en ligne droite de la manière suivante : il met 2 secondes pour faire un saut de 4 m, il se repose une seconde et il recommence à sauter.

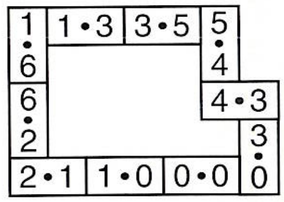
La "furibarde" est un animal qui saute moins loin ; elle met une seconde pour faire un bons de 3 m, mais elle ne s'arrête pas entre les bonds.

La furibarde est à 32 m du lapgourou qu'elle décide de poursuivre. Elle ne peut capturer le lapgourou que lorsqu'il est arrêté.

Dans combien de secondes, au maximum, pourra-t-elle l faire ?

9 - CHAÎNE DE DOMINOS (coefficient 9)

Philippe possède un jeu complet de 28 dominos (du 0-0 au 6-6). Sa soeur Sophie lui a subtilisé les 7 dominos comportant un 6 (de 0-6 à 6-6). Qu'à cela ne tienne ! Philippe décide de former une chaîne fermée avec les dominos restants, en respectant la règle du jeu de dominos. On rappelle que deux dominos ne peuvent être mis en contact que par un côté portant le même nombre de points (voir l'exemple donné ci-contre avec 10 dominos).



Quelle sera le nombre maximum de dominos utilisés par Philippe pour former une chaîne fermée ?

FIN C1

10 - TÉLÉPHONE (coefficient 10)

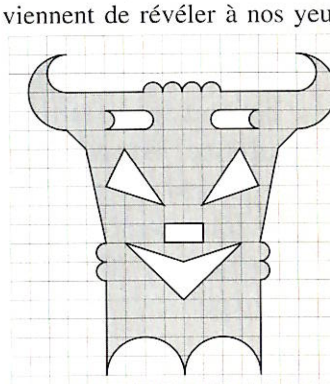
Lorsque Pierre demande à Marie son numéro de téléphone pour pouvoir l'appeler, celle-ci répond :

« Comme tous les numéros de téléphone français, il est formé de 10 chiffres que l'on a l'habitude de grouper par deux. Les dix chiffres sont tous différents, et chaque groupe de deux chiffres est supérieur à la somme de tous les groupes précédents. De plus, si l'on considère le nombre que forme ce numéro, c'est le plus petit possible. » **Quel est le numéro de téléphone de Marie ?**

11 - LE MASQUE INCA (coefficient 11)

Des recherches archéologiques viennent de révéler à nos yeux émerveillés un masque inca en or pur. Le plan de ce masque est représenté ci-contre sur un plan quadrillé.

Calculez l'aire de ce masque, l'unité d'aire étant l'aire d'un petit carreau. On n'oubliera pas de déduire l'aire des yeux, de la bouche, du nez et des sourcils. Pour d'éventuels calculs, on prendra 355/113 pour π.



FIN C2

12 - LA FRACTION (coefficient 12)

$$\frac{?}{?}$$

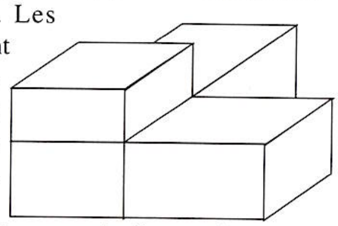
On choisit le numérateur et le dénominateur, qui peuvent être égaux ou différents, de la fraction ci-contre dans l'ensemble {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}.
Combien de valeurs différentes la fraction peut-elle prendre ?
remarque : 2 / 1 est une fraction.

13 - LE COUPLE PARFAIT (coefficient 13)
Deux nombres se marient pour former un nouveau nombre. Un couple de nombres entiers plus grands que 0 est dit parfait si chacun des nombres est un carré parfait ainsi que le nombre obtenu en les juxtaposant. Ainsi, (324 ; 9) est le plus petit couple parfait supérieur à 1999, car 324, 9 et 3249 sont des carrés. **Combien y a-t-il de couples parfaits inférieurs à 1999 ? Donnez-en deux.**

14 - LE CARRÉ ET LE RECTANGLE (coefficient 14)
Un rectangle dit à un carré : «Tiens, nous avons des diagonales égales».
_ Certes, répond le carré, mais j'ai une aire de 144 cm^2, tout le monde ne peut pas en dire autant !
_ Voyons cela, rétorque le rectangle, en appliquant une de ses diagonales sur une diagonales du carré.
Tous deux constatent alors que leur partie commune a une aire de 96 cm^2.
Quelle est l'aire du rectangle ?

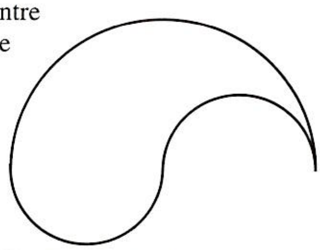
FIN L1 GP

15 - LES BRIQUES DE MARK OV (coefficient 15)
Les briques de Mark Ov sont des parallélépipèdes rectangles ne possédant aucune face carrée. Les dimensions de chaque brique sont entières, dans une certaine unité. De plus, ces briques présentent la particularité que la somme des carrés de leurs trois dimensions est égale au triple de leur produit, à l'instar du cube de côté unité. Un exemple d'une telle brique est (2 ; 5 ; 29), puisque $2^2 + 5^2 + 29^2 = 3 \times (2 \times 5 \times 29) = 870$.



La figure ci-dessus, qui ne respecte pas les proportions, montre quatre briques de Mark Ov assemblées en coin. Pour chacune des trois surfaces de contact, les deux dimensions de chacune des deux briques correspondent exactement.
Si les quatre briques sont toutes différentes les une des autres, quelle est le volume minimum de la plus volumineuse d'entre elles.

16 - LE CARRÉ DANS LA PETITE LARME (coef. 16)
La "petite larme" représentée ci-contre est formée de deux demi-cercles de rayon 5 cm et d'un demi-cercle de rayon 10 cm. On place 4 points A, B, C, D sur le pourtour de cette petite larme de telle sorte que ABCD soit un carré.
Quelle est l'aire de ce carré ?



FIN L2 HC

Les catégories sont les suivantes:

Les **catégories** sont les suivantes :

CM: Elèves de 4^e et 5^e année primaire
Résoudre les problèmes n°1 à n°6

C1: Elèves de 6^e primaire et de 1re secondaire
Résoudre les problèmes n°3 à n°9

C2: Elèves de 2^e et 3^e secondaire
Résoudre les problèmes n°5 à n°11

L1: Elèves de 4^e, 5^e et 6^e secondaire
Résoudre les problèmes n°5 à n°14

L2: Etudiants des candidatures universitaires
Résoudre les problèmes n°5 à n°16

GP: Grand Public (adultes)
Résoudre les problèmes n°5 à n°14

HC: Haute compétition (adultes)
Résoudre les problèmes n°5 à n°16

Les différentes étapes :
Phase 1 : les quarts de finale - octobre à fin janvier 2000
Phase 2 : les demi-finales - le 18 mars 2000
Phase 3 : la finale belge - le 13 mai 2000 à Mouscron
Phase 4 : la finale internationale - fin août 2000 à Paris

Epreuves individuelles
Elles sont diffusées par la presse associée au championnat :
MATH-JEUNES, LE SOIR, TANGENTE, LA CLASSE, HYPERCUBE, LA RECHERCHE.
A la 1re phase de l'épreuve la participation est entièrement gratuite, et il n'est pas nécessaire de répondre correctement à toutes les questions pour espérer se qualifier.

Epreuves collectives dans les établissements scolaires
L'instituteur, le professeur de mathématique peut organiser une épreuve collective en classe. Il lui suffit de demander un dossier de participation comportant les explications, le questionnaire, les solutions.

POUR TOUTE INFORMATION
FFJM
BP 157
7700 MOUSCRON

Télécopie : 056 33 14 53
Courriel : andre.parent@ping.be
Internet: http://www.ping.be/ffjm

BULLETIN REPONSE

à retourner **au plus tard le 31/1/2000**
à FFJM – B.P. 157 – 7700 Mouscron
MATH-JEUNES

Report du total : |_|_|_|_|

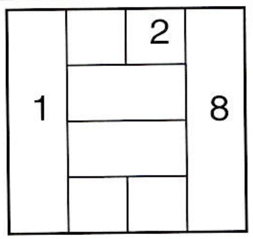
Nom : .... Prénom : ....
Adresse complète : ....
....
E-mail:: .... Tel : ....

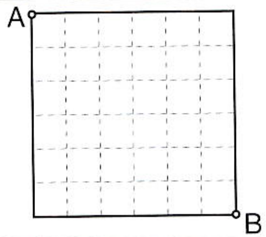
CATEGORIE (impératif) **CM** ☐ **C1** ☐ **C2** ☐ **L1** ☐ **GP** ☐ **L2** ☐ **HC** ☐

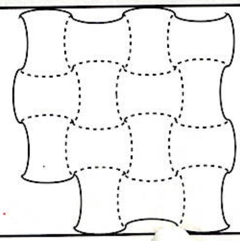
☐ Adhérent FFJM en 1999 : n° FFJM ....

☐ J'adhèrent pour 2000 et je vire la somme de 175 F (CM), 350 F (C1 et C2), 450 F (L1), 500 F (L2), 650 F (GP et HC) (-20% par virement du compte CGER du candidat) au compte 001-2215663-65 de FFJM – BP 157 – 7700 Mouscron

N° du Pb	Votre solution	Points (1-0)	Coef (0 à 6)
	catégorie : CM		
1	nombre écrit en toutes lettres :		
2	complétez le dessin ci-contre		
	catégories : CM C1		
3	complétez le dessin ci-contre		
4	nombre d'opérations :		
	catégories : CM C1 C2 L1 GP L2 HC		
5	nombre de billes : |_|_|		
6	repassez en traits épais le contour des cinq carreaux sur le dessin ci-contre		
	TOTAL		







BULLETIN REPONSE

(toutes catégories *sauf* **CM - Identification sur l'autre partie - IMPÉRATIF !**)

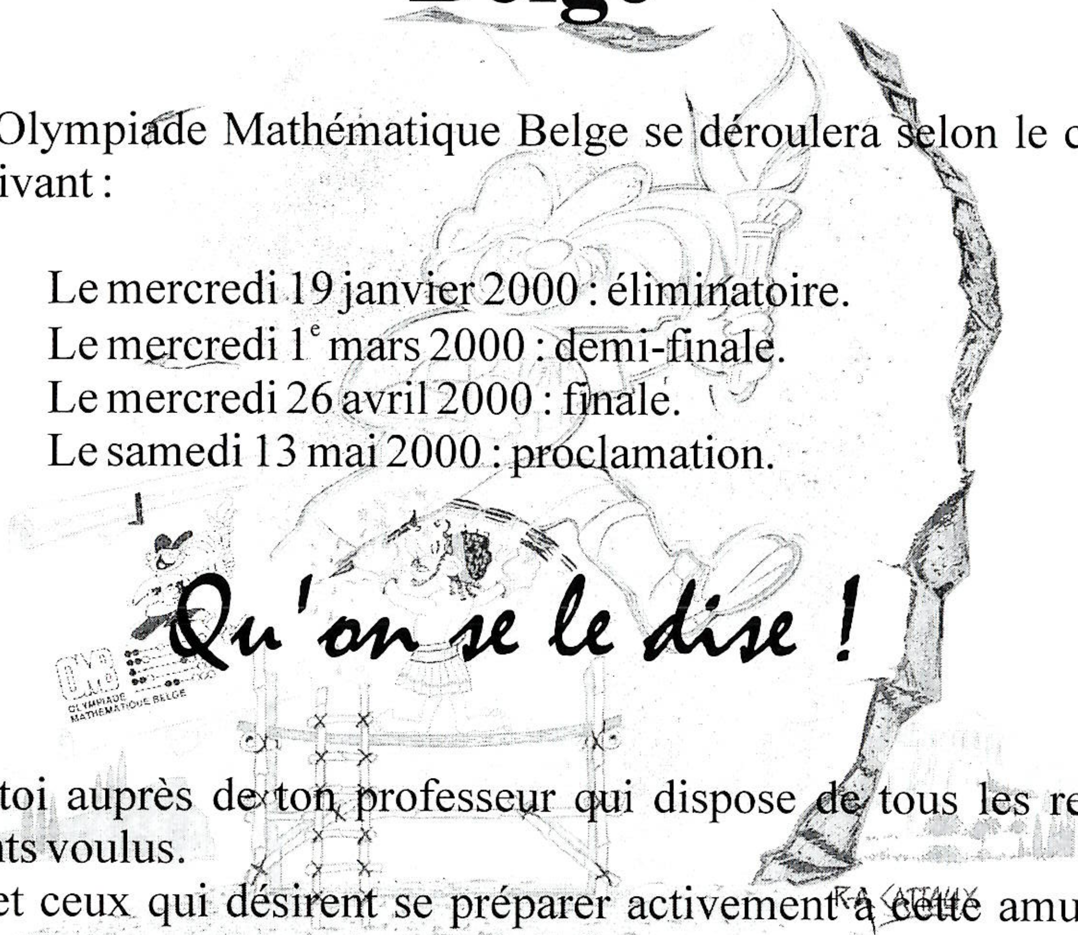
N° du Pb	Nbre de solutions	Votre ou vos solutions		Points (1-0)	Coef. (0 à 16)
	catégories : C1 C2 L1 GP L2 HC				
7	**.... solution(s)**	solution 1 :	solution 2 :		
8	**1 solution**	nombre de secondes : |_|_|_|_|_|_|_|			
9	**1 solution**	nombre de dominos : |_|_|			
	catégories : C2 L1 GP L2 HC				
10	**... solution(s)**	1) .... 2)			
11	**1 solution**	aire : |_|_|_| petits carreaux			
	catégories : L1 GP L2 HC				
12	**1 réponse**	nombre de valeurs : |_|_|			
13	**.... solution(s)**	solution 1 : (............ ; ....)	solution 2 : (............ ; ....)		
14	**.... solution(s)**	solution 1 : .... cm^2	solution 2 : .... cm^2		
	catégories : L2 HC				
15	**1 solution**	volume minimum : |_|_|_|_|_|_|_|			
16	**.... solution(s)**	1) |_|_|_| cm^2	2) |_|_|_| cm^2		
			TOTAL		

Pour les distraits !

25^{e} Olympiade Mathématique Belge

La 25^{e} Olympiade Mathématique Belge se déroulera selon le calendrier suivant :

- Le mercredi 19 janvier 2000 : éliminatoire.
- Le mercredi 1^{e} mars 2000 : demi-finale.
- Le mercredi 26 avril 2000 : finale.
- Le samedi 13 mai 2000 : proclamation.



Qu'on se le dise !

Inscris-toi auprès de ton professeur qui dispose de tous les renseignements voulus.
Celles et ceux qui désirent se préparer activement à cette amusante épreuve liront avec intérêt la rubrique qui y est consacrée dans la revue.

Des renseignements complémentaires sur l'Olympiade ou sur toute autre activité de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (SBPMef) peuvent se trouver à l'adresse Internet suivante :

http://ceco.umh.ac.be/noel/sbpm/sbpm.htm

Math-Jeunes
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: C. VAN HOOSTE
Chemin de Marbisœul 25 – 6120 Marbaix-la-Tour

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée