21e année
Janvier 2000 - N° 92 J
Bureau de dépôt : Mons 1

Math-Jeunes

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Math-Jeunes

Rédaction, administration : Rue A. Moitroux 22, 7100 La Louvière.

Comité de Rédaction : M. Ballieu, J.-P. Cazzaro, C. Festraets, J. Miéwis, G. Noël, F. Pourbaix, G. Sinon, S. Trompler, C. Van Hooste, C. Villers

Math-Jeunes junior

Rédaction, administration : Ch. de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour.

Comité de Rédaction : C. Festraets, G. Laloux, R. Midavaine, G. Noël, A. Paternottre, F. Pourbaix, C. Vandercammen, C. Van Hooste, C. Villers

Illustrations : F. Pourbaix

Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés aux rédactions respectives.

Abonnements : sauf mention contraire, les prix sont indiqués en EUROS

	Belgique	Union Européenne	Europe hors Union	Hors Europe prioritaire	Hors Europe non priorit.
Abonnement isolé		(*) 4 numéros (**) 7 numéros			
Math-Jeunes junior ou *Math-Jeunes*(*)	200 BEF ou 4.96	9.2	10.2	20.4	11.4
Les deux revues (**)	350 BEF ou 8.68	16.5	17.17	35.6	20
Abonnements groupés (au moins 5)		(*) 4 numéros (**) 7 numéros			
Math-Jeunes junior ou *Math-Jeunes*(*)	150 BEF ou 3.72	6	7.6	15.2	8.6
Les deux revues (**)	265 BEF ou 6.57	10.6	13.4	26.6	15.1

Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et le prix de ceux-ci selon votre région, adressez-vous à la S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons

Tél. 32-(0)65-373729

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 BEF pour frais d'encaissement.)

Éditeurs responsables :

- pour *Math-Jeunes* : M. Ballieu, Rue Alfred Moitroux 22, 7100 La Louvière
- pour *Math-Jeunes junior* : C. Van Hooste, Chemin de Marbisœul 25, 6120 Marbaix-la-Tour

N° 92 J Vingt et unième année 2000

Math-Jeunes junior

Concordance de la date et du jour

J. Miéwis, *Collège St-Louis*

Notre but est de donner une méthode très simple pour calculer quel jour de la semaine correspond à une date donnée. Vous n'aurez aucun mal à mémoriser cette technique et, avec un rien de pratique, vous serez capable de le faire mentalement.
D'un point de vue mathématique, c'est un joli problème « modulo 7 ».
Nous allons expliquer le procédé pour **les années 19...**, puis nous passerons aux années 20... (vous pourrez ainsi épater votre grand-père en déterminant le jour de sa naissance).
La technique consiste à calculer modulo 7 le nombre de jours calendrier qui se sont écoulés entre le 31 décembre 1899 et le jour que vous avez choisi. Ne paniquez pas, vous y parviendrez très bien mentalement.

Calculer « modulo 7 »

Dans l'ensemble des nombres entiers, calculer modulo 7 consiste à remplacer un nombre par son reste par défaut lorsqu'on le divise par 7.
Ainsi, nous écrivons $58 = 2(\bmod 7)$
car le reste de la division de 58 par 7 est égal à 2 $(58 = 8 \times 7 + 2)$.
Voici quelques autres exemples pour bien cerner ce concept :

$$\begin{array}{rcl|rcl} 39 &=& 4(\bmod 7) & 25 &=& 1(\bmod 2) \\ 35 &=& 0(\bmod 7) & 78 &=& 3(\bmod 5) \\ 99 &=& 1(\bmod 7) & 37 &=& 7(\bmod 10) \end{array}$$

Nous avons encore $-31 = 4(\bmod 7)$
car le reste de la division, par défaut, de -31 par 7 est égal à 4. En effet, $-31 = -5 \times 7 + 4$.
Par ailleurs, ajouter 7 ou un de ses multiples à un nombre donne le même résultat lorsque nous calculons modulo 7.

$$13 = 6(\bmod 7) \text{ et } 13 + 7 = 6(\bmod 7)$$
$$-31 = 4(\bmod 7) \text{ et } -31 + 5 \times 7 = 4(\bmod 7)$$

Nous prendrons, pour illustrer notre propos, le 4 février 1986.

En général, une date est donnée par	Exemple
J : le jour	$J = 4$
M : le mois	$M = 2$
A : les 2 derniers chiffres de l'année	$A = 86$

1°) Le 18 février ($J = 18$) tombe le même jour de la semaine que le 4 février ($J = 4$) car $18 = 4(\bmod 7)$.
Ainsi donc, au lieu de travailler directement avec J, nous travaillerons avec $R_1 = J(\bmod 7)$

Nous retiendrons donc un premier reste	Dans notre exemple 4 février 1986
$\boldsymbol{R_1 = J(\bmod 7)}$	$\boldsymbol{R_1 = 4}$

2°) Le 1er février — que l'on pourrait appeler un instant 32 janvier — correspond donc à $R_1 = 4$ car $32 = 4(\bmod 7)$. Puisque le 1er janvier donne un reste $R_1 = 1$, cela signifie qu'entre le J^e jour de janvier et le J^e jour de février, il existe un décalage de 3 dans les noms de jour de la

Math-Jeunes junior n° 92 J, 30–33, 2000

semaine. Une autre manière de l'exprimer est de remarquer que janvier compte 4 semaines + 3 jours !

On peut ainsi établir, de proche en proche (de mois en mois), le décalage entre le J^e jour d'un mois quelconque par rapport au J^e jour de janvier. Nous trouvons :

Jan	Fév	Mar	Avr	Mai	Jui	Jui	Aou	Sep	Oct	Nov	Déc
0	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5

Janvier = 4 semaines + 3 jours $\rightarrow$ reste 3 en février.
Février = 4 semaines $\rightarrow$ reste 0 à ajouter au reste précédent, donc reste 3 en mars.
Mars = 4 semaines + 3 jours $\rightarrow$ reste 3 à ajouter au reste précédent, donc reste 6 en avril.
Avril = 4 semaines + 2 jours $\rightarrow$ reste 2 à ajouter au reste précédent, ce qui donne $8 = 1(\text{mod} 7)$ donc reste 1 en mai.

$\vdots$

Nous retiendrons un deuxième reste	Dans notre exemple 4 **février** 1986
R_2 = l'indice du M^e mois dans le tableau ci-dessus	$\boldsymbol{R_2 = 3}$

3°) Chaque année NON bissextile, le calendrier « avance » d'un jour puisque $365 = 1(\text{mod} 7)$.

Nous retiendrons un troisième reste	Dans notre exemple 4 février 19**86**
$R_3 = A(\text{mod} 7)$	$\boldsymbol{R_3 = 2}$ car **86** $= \mathbf{2(\text{mod} 7)}$

4°) Chaque année bissextile, le calendrier « avance » d'un jour supplémentaire non encore comptabilisé puisque $366 = 2(\text{mod} 7)$. À l'exception de 1900, toutes les années 19... multiples de 4 furent bissextiles. En calculant le quotient par défaut de A par 4, on trouve le nombre de jours supplémentaires à comptabiliser. Ce quotient passera à son tour dans la moulinette modulo 7.

Nous retiendrons un quatrième reste	Dans notre exemple 4 février 19**86**
R_4 = (quotient par défaut de A par 4) (mod 7)	**86 : 4 = 21,...** **21 = 0(mod 7)** $\boldsymbol{R_4 = 0}$

5°) En regardant de plus près notre exemple, nous constatons que nous avons affirmé que le 4 février 1986, 21 jours de décalage s'étaient produits, conséquence des 21 années bissextiles. Si nous avions examiné le 4 février 1988, nous aurions trouvé : 88 : 4 = 22 et $22 = 1(\text{mod} 7)$, donc $R_4 = 1$. Oui, mais voilà, ce 4 février-là, il n'y avait encore eu que 21 jours de décalage, puisque la date choisie est AVANT le 29 février 1988 ! En conséquence, pour les mois de janvier et de février des années bissextiles, nous devons SOUSTRAIRE 1 jour :

Nous retiendrons un cinquième reste	Dans notre exemple 4 **février 1986**
$\boldsymbol{R_5 = -1}$ **(janvier et février des années bissextiles)** $\boldsymbol{R_5 = 0}$ **sinon**	$\boldsymbol{R_5 = 0}$

6°) En additionnant les cinq restes modulo 7 $((\boldsymbol{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5})(\mathbf{mod\,7}))$, nous trouvons le décalage d'une date J-M-A par rapport au 31 décembre 1899. Comme le 1er janvier 1900 fut un lundi, la somme de nos restes ($\boldsymbol{S}$) nous donne immédiatement le jour de la semaine suivant la concordance :

$S = 1$	$S = 2$	$S = 3$	$S = 4$	$S = 5$	$S = 6$	$S = 0$
Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche

Nous additionnons les cinq restes	Dans notre exemple
$\boldsymbol{S = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5}$	$\boldsymbol{S = 4+3+2+0+0}$ $\boldsymbol{S = 2}(\mathbf{mod\,7})$

Remarquons au passage que s'il est vrai que cette méthode calcule le décalage par rapport au 31 décembre 1899, il n'est nul besoin de savoir qu'il s'agissait d'un lundi. En effet, en appliquant ce calcul de décalage à aujourd'hui, vous trouvez la valeur de S qui lui correspond. $S - 1$ correspond à hier, $S + 1$ à demain, etc. Que le 1er janvier 1900 ait été un lundi nous aidera beaucoup pour la mémorisation de la méthode : ainsi la valeur calculée de S est le numéro du jour d'une semaine commençant un lundi.

Voyons à présent ce qui changera dans le calcul pour une année 20… Il faudra prendre en compte le fait que 2000 est bissextile (ce qui risque de modifier les calculs de $\boldsymbol{R_4}$ et $\boldsymbol{R_5}$) et que nous prenons comme nouvelle date de référence le 31 décembre 1999.

Calculons le jour de la semaine du 31 décembre 1999.

$\boldsymbol{R_1} = 3$	$\mathbf{31 = 3(mod\,7)}$
$\boldsymbol{R_2} = 5$	Décalage du mois de décembre
$\boldsymbol{R_3} = 1$	$\mathbf{99 = 1(mod\,7)}$
$\boldsymbol{R_4} = 3$	$\mathbf{99 : 4 = 24}$ et $\mathbf{24 = 3(mod\,7)}$
$\boldsymbol{R_5} = 0$	Ni janvier, ni février d'une année bissextile
$\boldsymbol{S} = 5$	$\mathbf{3+5+1+3+0 = 12}$ et $\mathbf{12 = 5(mod\,7)}$
	Le réveillon 1999 est un VENDREDI

Appliquons notre méthode, valable pour les années 19…, et regardons quelle correction nous devons y apporter pour que le 1er janvier 2000 soit le lendemain d'un vendredi, donc un samedi !

- $\boldsymbol{R_1 = 1}$
- $\boldsymbol{R_2 = 0}$ (janvier)
- $\boldsymbol{R_3 = 0}$
- $\boldsymbol{R_4}$ compte le nombre d'années bisssextiles. 2000 EST bissextile, donc il nous faut prendre le reste de la division $\mathbf{+1}$ (en effet, en l'an 2006 par exemple, il se sera déjà produit deux années bissextiles : 2000 et 2004. Or $6 : 4 = 1,\ldots$ et donc il nous faudrait, pour 2006, faire $1 + 1 = 2$).

  $\boldsymbol{R_4 = 1}$

- $\boldsymbol{R_5 = -1}$ (nous sommes en janvier d'une année bissextile.)
- $\boldsymbol{S = 1}$ (Puisque $1 + 0 + 0 + 1 - 1 = 1$)

Le calcul donne un lundi, soit 2 JOURS DE TROP par rapport au jour réel du 1er janvier 2000 qui est un samedi. Il nous faudrait donc soustraire 2 à la somme $\boldsymbol{S}$. On peut aussi revenir à un calcul de $\boldsymbol{R_4}$ calqué sur celui du 20e siècle, dans ce cas on aura $\boldsymbol{R_4 = 0}$, et il suffit d'attribuer à $\boldsymbol{R_5}$ la valeur $\boldsymbol{-2}$ pour obtenir une somme correcte.

Ce qui nous donne :
- $\boldsymbol{R_1 = 1}$
- $\boldsymbol{R_2 = 0}$
- $\boldsymbol{R_3 = 0}$
- $\boldsymbol{R_4 = 0}$ (quotient par défaut de 0 par 4)
- $\boldsymbol{R_5 = -2}$ (nous sommes en janvier d'une année bissextile)
- $\boldsymbol{S = 6}$ (puisque $1 + 0 + 0 + 0 - 2 = -1$ et $-1 = 6 (\mathrm{mod} 7)$)
- **Le 1er jour de l'an 2000 est un SAMEDI**

Nous vérifions notre technique au passage du 29 février 2000 :

28 février 2000	29 février 2000	1 mars 2000
$\boldsymbol{R_1 = 0}$	$\boldsymbol{R_1 = 1}$	$\boldsymbol{R_1 = 1}$
$\boldsymbol{R_2 = 3}$	$\boldsymbol{R_2 = 3}$	$\boldsymbol{R_2 = 3}$
$\boldsymbol{R_3 = 0}$	$\boldsymbol{R_3 = 0}$	$\boldsymbol{R_3 = 0}$
$\boldsymbol{R_4 = 0}$	$\boldsymbol{R_4 = 0}$	$\boldsymbol{R_4 = 0}$
$\boldsymbol{R_5 = -2}$	$\boldsymbol{R_5 = -2}$	$\boldsymbol{R_5 = -2}$
$\boldsymbol{S = 1}$	$\boldsymbol{S = 2}$	$\boldsymbol{S = 2}$
Lundi	**Mardi**	**Mardi**

Pour que le 1er mars soit un mercredi, on s'aperçoit que $\boldsymbol{R_5}$ doit valoir $\boldsymbol{-1}$ pour toutes les dates qui ne sont pas en janvier ou février d'années bissextiles.
Nous pouvons résumer la méthode valable du 1er janvier 1900 au 31 décembre 2099.

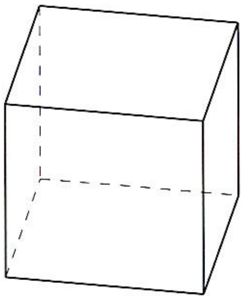
Jour ($\boldsymbol{J}$), Mois ($\boldsymbol{M}$), Année (1900+$\boldsymbol{A}$ ou 2000+$\boldsymbol{A}$)	
$\boldsymbol{R_1}$	$\boldsymbol{J (\mathrm{mod} 7)}$
$\boldsymbol{R_2}$	$\boldsymbol{M} \in$ 033 614 625 035
$\boldsymbol{R_3}$	$\boldsymbol{A (\mathrm{mod} 7)}$
$\boldsymbol{R_4}$	(Quotient par défaut de $\boldsymbol{A}$ par 4) **(mod7)**
$\boldsymbol{R_5}$	De 1900 à 1999, pour Janv. & Févr. : $\boldsymbol{-1}$ si l'année est bissextile sinon $\boldsymbol{0}$ Après 2000, pour Janv. & Févr. : $\boldsymbol{-2}$ si l'année est bissextile sinon $\boldsymbol{-1}$
$\boldsymbol{S = (R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5) (\mathrm{mod} 7)}$	
1=L , 2=M , 3=m , 4=J , 5=V , 6=S , 0=D	

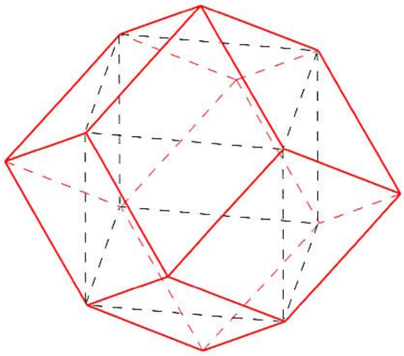
Voilà, avouez que mémoriser 033 614 625 035 n'est pas plus compliqué que de retenir un numéro de téléphone ! Si vous souhaitez vous promener au 19e siècle ou encore plus tôt, il vous suffit de déterminer le jour de la semaine correspondant au premier janvier d'un siècle et d'ajuster $\boldsymbol{R_5}$ pour que la veille, 31 décembre, soit le bon jour.

Le dodécaèdre rhombique

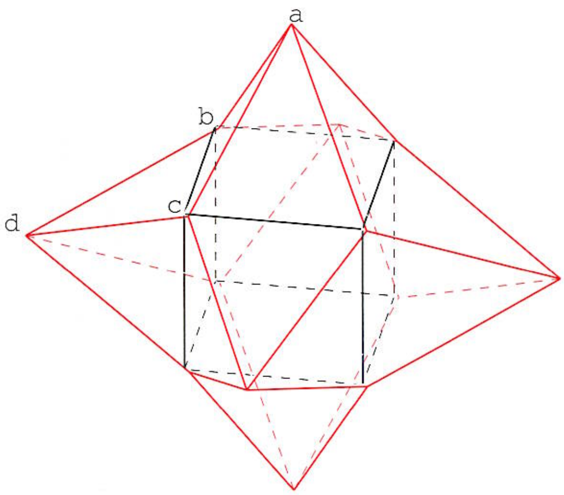
GUY NOËL, *Université de Mons-Hainaut*

Prenez un cube.



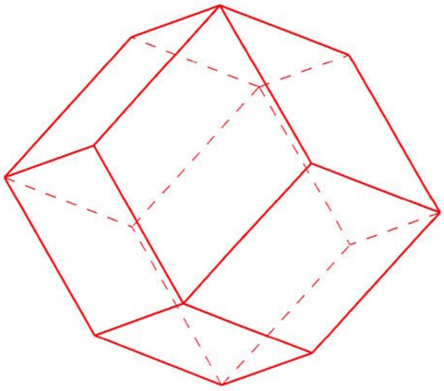


Imaginez 6 pyramides à base carrée de même hauteur, à coller chacune sur une face du cube, le sommet de la pyramide étant à l'extérieur du cube. (En tant que polyèdre, une pyramide à base carrée possède 5 sommets. Cependant, quand nous parlons DU sommet d'une pyramide, nous savons très bien duquel il s'agit !).



Choisissez la hauteur des pyramides de façon que les quatre points a, b, c, d soient coplanaires.

Puis effacez les arêtes du cube.



Vous avez obtenu un *dodécaèdre rhombique*. Ses faces sont des losanges isométriques. Il comporte 14 sommets (les 8 sommets du cube et les sommets des six pyramides) et 12 faces (les 24 faces latérales des pyramides se regroupent deux par deux). Combien a-t-il d'arêtes ?

Quelques questions supplémentaires :

- Admettons que les arêtes du cube soient de longueur 2 unités. Combien vaut la hauteur de chacune des pyramides ?
- Quelle est la longueur des arêtes du dodécaèdre rhombique ?

(À suivre)

Math-Jeunes junior n° 92 J, 34–35, 2000

Mathématiques ... magiques !

Michel Ballieu, *CREM, Nivelles*

1. Introduction

Le système de numération que nous utilisons est d'origine indienne (Inde d'Asie) ; il nous a été transmis par les Arabes. C'est Abū Ja'far Muḥammad ibn Mūsā al-H̱ūrizmī (vers 780 – vers 850) qui travaillait à la *Bayt al-Ḥikmā* (Maison de la Sagesse) du calife al-Ma'mūn, qui nous a laissé le premier ouvrage connu dans lequel il explique comment écrire dans ce système et comment y effectuer les opérations de calcul. La seule copie qui nous en est parvenue jusqu'à présent est une traduction latine contenue dans le manuscrit Ms. Ii.vi.5 conservé à la bibliothèque de l'Université de Cambridge. Cette copie date probablement du treizième siècle.

Le système de numération en question est **décimal** et **positionnel**. Avant plus ou moins le onzième siècle, dans nos régions d'Europe occidentale, on utilisait les chiffres romains qui étaient bien moins pratiques pour effectuer les calculs. D'ailleurs, même pour des opérations très simples, les spécialistes se servaient d'un boulier ou abaque.

Mais que signifie décimal et positionnel ? Simplement que tout nombre entier est une suite de chiffres. Ces chiffres sont au nombre de dix (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), d'où l'appellation décimal. De plus, chacun de ces chiffres multiplie une puissance de dix qui dépend de sa place dans le nombre, d'où l'appellation positionnel. Ainsi, 23 085 signifie deux fois dix mille plus trois fois mille plus zéro fois cent plus huit fois dix plus cinq fois un :

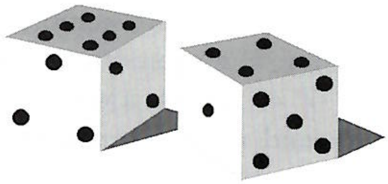
$$23\,087 = 2\times10^4+3\times10^3+0\times10^2+8\times10^1+5\times10^0$$

Il est possible d'utiliser ces propriétés du système de numération afin de mettre au point quelques petits « tours de magie ». Nous t'en présentons quelques-uns.

2. Deviner deux nombres d'un seul chiffre

Demande à un copain de lancer deux dés sans que tu puisses voir ce qu'ils affichent. Prie-le alors de considérer n'importe lequel des deux nombres marqués par les dés, de le multiplier par 5, d'ajouter 7 à ce produit, de doubler le nombre obtenu et enfin d'ajouter l'autre nombre au résultat. Demande-lui combien il a obtenu. Du résultat qu'il te communique, tu soustrais 14 et tu obtiens ainsi un nombre de deux chiffres. Chacun de ces deux chiffres est la marque de chacun des deux dés.

Mais ... Comment est-ce possible ?



Les points marqués sur un dé sont des nombres d'un seul chiffre, en l'occurence les chiffres de 1 à 6, mais ce pourraient être les chiffres de 0 à 9 ; la seule chose importante est que ce sont des nombres d'un seul chiffre. Nous allons les désigner par a et b. Selon ta volonté, ton copain a choisi un de ces deux nombres, soit a. S'il a opté pour l'autre, tu recommenceras la démonstration ci-dessous pour t'apercevoir que tu vas arriver à la même conclusion (ou ce qui est plus simple, tu rebaptises les nombres autrement). Tu lui demandes alors de multiplier ce nombre par 5, ce qui donne $5a$. Ensuite, il doit ajouter 7, ce qui fait $5a+7$. Tu le pries de doubler ce résultat et il arrive ainsi à $10a+14$. Enfin, il doit ajouter l'autre nombre, ce qui lui donne $10a+14+b$. Quant à toi, tu soustrais 14 et tu obtiens donc $10a+b$ ou encore, $a\times10^1+b\times10^0$. Rappelle-toi ce que

Math-Jeunes junior n° 92 J, 35-36, 2000

nous avons dit dans l'introduction à propos du système décimal positionnel ! Si tu n'es pas convaincu, remplace les lettres a et b par de vrais nombres d'un seul chiffre ; recommence plusieurs fois et, si tu ne comprends toujours pas, discutes-en avec ton prof. de math.

3. De plus en plus fort ...

Claude Gaspar BACHET, sieur de Méziriac (1581 – 1638) membre d'un groupe d'humanistes scientifiques à Paris, est à l'origine d'une nouvelle édition datée de 1621 des *Arithmétiques* de DIOPHANTE D'ALEXANDRIE (1), édition qu'utilisait entre autres Pierre DE FERMAT (2). BACHET s'était déjà fait connaître dès 1612 par ses *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres.* En voici le problème XII qui s'intitule *Deviner plusieurs nombres pensés, pourvu que chacun d'iceux soit moindre que dix.*

« Fais multiplier le premier nombre pensé par 2, puis ajouter 5 au produit et multiplier le tout par 5, et à cela ajouter 10, puis y ajouter le second nombre pensé et multiplier le tout par 10, puis y ajouter le troisième nombre pensé, et si l'on a pensé davantage de nombres, fais encore multiplier cela par 10, puis ajouter le quatrième nombre, et ainsi fais toujours multiplier par 10 et ajouter un des autres nombres pensés. Alors fais-toi déclarer la dernière somme ; et si l'on n'a pensé que deux nombres, soustrais d'icelle somme 35, et du reste le nombre des dizaines te montrera le premier nombre pensé, le nombre des nombres (unités) le second. Que si l'on a pensé trois nombres, ôte de la dernière somme 350, et du reste le nombre des centaines exprimera le premier nombre pensé, celui des dizaines le second, celui des nombres le troisième ; et de même façon du procèderas toujours à deviner davantage de nombres, comme si l'on en a pensé 4, tu soustrairas de la dernière somme 3 500, et du reste le nombre des mille exprimera le premier nombre pensé, celui des centaines le second, celui des dizaines le troisième, celui des nombres le quatrième.

Par exemple les quatre nombres pensés soient 3, 5, 8, 2 ; fais doubler le premier viendra 6, auquel ajoutant 5 vient 11, qui multiplié par 5 donne 55, auquel apoutant 10 vient 65, auquel ajoutant le second nombre vient 70, qui multiplié par 10 fait 700, auquel ajoutant le troisième nombre vient 708, qui multiplié par 10 fait 7 080, auquel ajoutant le troisième nombre vient 7 082, que si tu en soustrais 3 500, le reste sera 3 582 qui exprime par ordre les quatre nombres pensés. »

Peut-être, ami lecteur, auras-tu envie d'essayer avec quatre autres nombres (d'un seul chiffre, rappelle-toi). Mais il nous semble intéressant que tu tentes de donner une démonstration en t'inspirant de ce qui a été fait au paragraphe précédent. De nouveau, celle-ci est basée sur l'écriture des nombres dans notre système décimal positionnel.

(1) Mathématicien grec que l'on situe chronologiquement assez mal (entre 250 et 350 après J.-C.). Son nom est resté lié à un type d'équations qu'on traite en Théorie des Nombres, branche des mathématiques que l'on pourrait qualifier d'« arithmétique évoluée ».

(2) Mathématicien français (1601 – 1665). Il est notamment célèbre pour avoir énoncé un théorème qui n'a été démontré que voici quelques années. Ce théorème affirme qu'il n'existe pas trois entiers strictement positifs x, y et z, tels que $x^n + y^n = z^n$, lorsque $n \geq 3$.

Références

Claude-Gaspar BACHET, sieur de Méziriac, *Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres*, Librairie scientifique et technique Blanchard, Paris, 1993.

W.W. ROUSE BALL and H.S.M. COXETER, *Mathematical Recreations and Essays*, Dover Publ. Inc., 1987.

Nadine Joelants, Athénée Royal de Mons I, Université de Mons-Hainaut

Le site des mathématiques amusantes : des Olympiades « on line » !

Si vous êtes amateurs d'énigmes et de problèmes de réflexion, voici un site qui vous passionnera. Vos cellules grises pourront se mesurer à des problèmes classés en trois catégories : niveau facile, niveau moyen, niveau difficile. Cependant, pas de frustration ! Si vous n'avez pas trouvé la voie de la solution, un clic de souris vous la fournira.

À titre d'exemple, voici un problème facile :

> 12 poules naines mangent 36 kg de grain en 18 jours. 9 poules naines pondent 12 oeufs en 8 jours. Combien faut-il de grain pour pondre 1 999 oeufs ?

Et un problème difficile :

> Le village de Cent-le-Vieux compte exactement 100 habitants. Le plus âgé est né en 1900 et tous les habitants sont nés une année différente, mais tous le 1er janvier. En 1999, la somme des quatre chiffres de l'année de naissance de Jules est égale à son âge. Quel est l'âge de Jules ?

Ce n'est pas tout. Carrédas vous propose également un challenge, un super-challenge, une question des champions et un championnat.

Le challenge et le super challenge consistent à répondre à une question à l'aide d'un formulaire ou via e-mail. Le gagnant est l'internaute qui fournit la meilleure démonstration dans les délais imposés. Les critères retenus sont, dans l'ordre, la rigueur, la clarté, l'originalité, l'humour. Le gagnant figure alors dans un palmarès mis à jour au fur et à mesure. Des archives regroupent problèmes et solutions des anciens challenges et super challenges.

La question des champions est un problème dont la solution est particulièrement astucieuse. Elle est remplacée quand vingt internautes ont réussi à trouver la solution avec une démonstration correcte dès le premier essai.

Voici l'énoncé du problème qui a résisté le plus longtemps – plus de 200 jours – à la perspicacité des internautes :

Math-Jeunes junior n° 92 J, 37–38, 2000

Au centre de tri postal de Mathville, les lettres reçues dans les sacs postaux à l'arrivée sont judicieusement placées dans 7 grandes cases différentes en forme de piles. Chacune de ces piles peut uniquement être alimentée par le dessus. Avant le départ du facteur, chaque grande case est triée une seule fois pour constituer autant de petites piles qu'il y a de rues. Je précise qu'une opération de tri d'une grande case consiste à prendre les enveloppes comme elles viennent par le dessus et à les poser au bon endroit ; soit sur une petite pile, soit dans une grande case. Le préposé au tri triera donc en tout les sept piles des grandes cases (une fois chaque pile). Sachant que chaque facteur trouvera le courrier bien rangé dans l'ordre des numéros pour chaque rue, indiquez le nombre maximum de numéros dans la plus grande rue de Mathville.

Quant au championnat, il se déroule sur une période d'environ un mois. Il s'appuie sur les questions du challenge et du super challenge, mais prend en compte un critère supplémentaire, la constance. Il comporte entre 4 et 6 questions de chacune des catégories, challenge et super challenge.

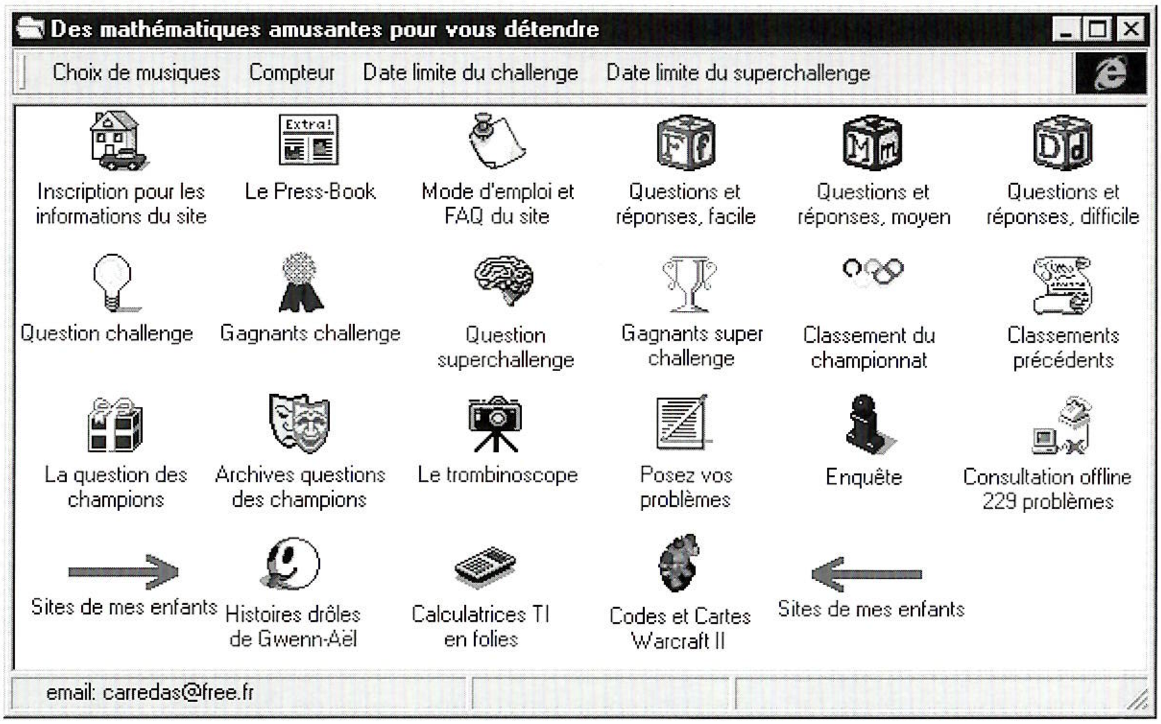
Quant à la présentation du site, elle est agrémentée à la sauce « Windows », à savoir, une fenêtre avec des icônes pour chacune des rubriques proposées ou une liste déroulante permettant les mêmes choix. Tout est accessible depuis la première page ce qui évite de rebondir d'hyperliens en hyperliens à la recherche de son bonheur.

Ah oui, j'oubliais ... pour la solution des trois problèmes que j'ai « piqués » chez Carrédas, consultez donc l'URL suivante :

`http ://carredas.free.fr/`

Si, vous aussi, vous avez des adresses intéressantes à me communiquer, n'hésitez pas, envoyez-moi un mail à l'adresse suivante :

`nadine.joelants@skynet.be`



Rallye problèmes

C. Festraets

Voici les cinq problèmes suivants de ce rallye 1999-2000 ainsi que les solutions des problèmes parus dans le numéro précédent. Présentez soigneusement vos solutions en respectant les instructions données dans le numéro précédent de *Math-Jeunes junior*, n'oubliez pas d'affranchir suffisamment vos lettres et envoyez-les à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, au plus tard pour le 10 mars 2000.

Problèmes 6 à 10.

6 – Que de nombres !

Dans le diagramme ci-dessous, chaque lettre représente un nombre.

A	B	C	D	E	F	G	H	I

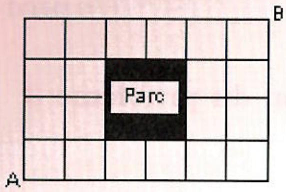
On sait que la somme de trois nombres consécutifs est toujours 18, que $A = 3$ et $F = 8$. Quels sont les autres nombres ?

7 – Le médecin aimait les maths

Un médecin vient de recevoir trois malades ; son infirmière qui tient les dossiers le questionne : « *Quels sont leurs âges ?* »
Le médecin, facétieux, lui répond : « le produit des âges est 2 450 et leur somme est le double de votre âge ». Celle-ci réfléchit un moment, puis avoue qu'elle ne peut donner les trois âges avec certitude. Le médecin ajoute alors qu'il est plus âgé que les trois malades. Avec ce renseignement supplémentaire, l'infirmière satisfaite peut compléter ses dossiers. Quels sont les âges des malades, de l'infirmière et du médecin ?

8 – Le plus court chemin

La figure suivante représente le plan d'une ville. Chaque segment horizontal ou vertical est une rue y compris les bords du parc. Les chemins les plus courts de A vers B sont ceux qui ne s'éloignent jamais de B. Combien y a-t-il de chemins les plus courts de A jusqu'à B ?

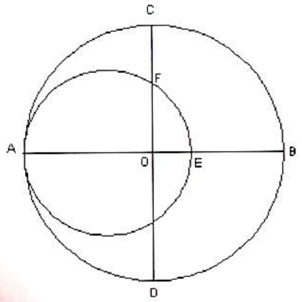


9 – L'horloge

Sur une journée (de 24 heures), combien de fois les aiguilles d'une horloge forment-elles un angle droit ?

Math-Jeunes junior n°92 J, 39–41, 2000

10 – Histoire de cercles



Sur cette figure les deux cercles sont tangents en A ; O est le centre du grand cercle ; AB et CD sont deux diamètres perpendiculaires du grand cercle. AB coupe le petit cercle en E tel que $EB = 9$ et CD coupe le petit cercle en F tel que $CF = 5$. Quels sont les longueurs des rayons des deux cercles ? (La figure n'est pas à l'échelle).

Solutions des problèmes 1 à 5

Solution du problème 1

Il y a 20 trajets possibles qui épèlent les lettres du mot *JUNIORS* ; le schéma ci-contre indique le nombre de trajets aboutissant à chaque étape.

Lire, par ailleurs, l'article de G. Laloux dans ce numéro de *Math-Jeunes junior*.

1

1 *1*

1 *2* *1*

1 *3* *3* *1*

4 *6* *4*

10 *10*

20

Solution du problème 2

1. Dans le rectangle 6 cm $\times$ 10 cm, on découpe un carré de côté 6 cm, reste un rectangle 4 cm $\times$ 6 cm.

   On y découpe un carré de côté 4 cm, reste un rectangle 2 cm $\times$ 4 cm.

   On y découpe un carré de côté 2 cm et il reste un carré de côté 2 cm.

   Remarquons que l'on a effectué les opérations suivantes :

$$\begin{aligned} 10 &= 1 \times 6 + 4 && (1) \\ 6 &= 1 \times 4 + 2 && (2) \\ 4 &= 2 \times 2 + 0. && (3) \end{aligned}$$

2. Dans le rectangle 84 cm $\times$ 192 cm, on découpe deux carrés de côté 84 cm, reste un rectangle 24 cm $\times$ 84 cm : $192 = 2 \times 84 + 24$.

   Dans ce rectangle, on découpe trois carrés de côté 24 cm, reste un rectangle 12 cm $\times$ 24 cm : $84 = 3 \times 24 + 12$.

   Dans ce rectangle, on découpe un carré de côté 12 cm et il reste un carré de côté 12 cm : $24 = 2 \times 12 + 0$.

3. Dans le rectangle 25 cm $\times$ 49 cm, on découpe un carré de côté 25 cm, reste un rectangle 24 cm $\times$ 25 cm : $49 = 1 \times 25 + 24$

   Dans ce rectangle, on découpe un carré de côté 24 cm, reste un rectangle 1 cm $\times$ 24 cm : $25 = 24 \times 1 + 1$.

   Dans ce rectangle, on découpe 23 carrés de côté 1 cm et il reste un carré de côté 1 cm : $24 = 24 \times 1 + 0$.

4. Dans ce qui précède remarquons que les égalités successives sont celles qui permettent de trouver le pgcd de deux nombres : le pgcd de 6 et 10 est 2, le pgcd de 84 et 192 est 12, le pgcd de 25 et 49 est 1. Lorsque l'on découpe successivement des carrés dans un rectangle de dimensions x et y cm, le dernier carré aura pour côté le pgcd de x et y (en cm).

Solution du problème 3

Les trois premiers chiffres du numéro de téléphone sont identiques. Essayons successivement 9, 8, 7, ..., 0 :

$$
\begin{aligned}
(9\times 9)^2 - 70 &= 81^2 - 70 = 6\,491\\
(8\times 8)^2 - 70 &= 64^2 - 70 = 4\,026\\
(7\times 7)^2 - 70 &= 49^2 - 70 = 2\,331\\
(6\times 6)^2 - 70 &= 36^2 - 70 = 1\,226\\
(5\times 5)^2 - 70 &= 25^2 - 70 = 555\\
(4\times 4)^2 - 70 &= 16^2 - 70 = 186\\
(3\times 3)^2 - 70 &= 9^2 - 70 = 9
\end{aligned}
$$

Inutile d'essayer 2, 1, 0, il est clair que le résultat sera négatif. La seule solution qui convient est 555. Soit $\overline{abc}$ le nombre formé par les trois derniers chiffres.

$$
\begin{aligned}
\overline{abc} &= 100a + 10b + c\\
\overline{cba} &= 100c + 10b + a\\
\overline{abc} - \overline{cba} &= 99a - 99c\\
&= 99(a-c) = 792
\end{aligned}
$$

d'où

$$a - c = \frac{792}{99} = 8$$

La seule possibilité est $a = 9$ et $c = 1$, ce qui donne $b = a - c = 8$. Le numéro de téléphone est donc 55 59 81.

Solution du problème 4

Pour la première multiplication, il n'y a qu'une seule solution. La seconde multiplication en admet quatre.

$$
\begin{array}{r}
1\,2\,3\,7\\
\times\quad 8\,9\,3\\
\hline
3\,7\,1\,1\\
1\,1\,1\,3\,3\\
9\,8\,9\,6\\
\hline
1\,1\,0\,4\,6\,4\,1
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
5\,2\,7\\
\times\ 5\,2\,1\\
\hline
5\,2\,7\\
1\,0\,5\,4\\
2\,6\,3\,5\\
\hline
2\,7\,4\,5\,6\,7
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
5\,6\,3\\
\times\ 5\,4\,1\\
\hline
5\,6\,3\\
2\,2\,5\,2\\
2\,8\,1\,5\\
\hline
3\,0\,4\,5\,8\,3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
5\,3\,9\\
\times\ 5\,4\,1\\
\hline
5\,3\,9\\
2\,1\,5\,6\\
2\,6\,9\,5\\
\hline
2\,9\,1\,5\,9\,9
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
5\,3\,9\\
\times\ 5\,9\,1\\
\hline
5\,3\,9\\
4\,8\,5\,1\\
2\,6\,9\,5\\
\hline
3\,1\,8\,5\,4\,9
\end{array}
$$

Solution du problème 5

$|OA|^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ et $|O'A|^2 = r^2 + r^2 = 2r^2$ d'où

$$|OA| = \sqrt{2} \text{ et } |O'A| = r\sqrt{2}$$

D'autre part, $|OA| = |OB| + |BO| + |O'A|$, ce qui donne

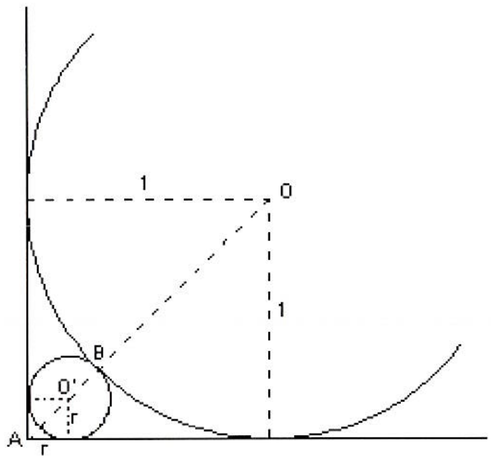
$$
\begin{aligned}
\sqrt{2} &= 1 + r + r\sqrt{2}\\
r(1+\sqrt{2}) &= \sqrt{2} - 1\\
r &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\\
&= \frac{(\sqrt{2}-1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}\\
&= (\sqrt{2}-1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

L'aire du grand cercle est $\pi \cdot 1^2 = \pi$. La somme des aires des quatre petits cercles est

$$4\pi r^2 = 4\pi(3-2\sqrt{2})^2 = 4\pi(17 - 12\sqrt{2})$$

Le rapport de l'aire du grand cercle à l'aire totale des quatre petits cercles est

$$\frac{1}{4(17-12\sqrt{2})} = \frac{17+12\sqrt{2}}{4}$$



Tous les chemins mènent à « Juniors »

G. Laloux, *Institut Ste Marie à Rèves*

Math-Jeunes junior n° 92 J, 42–42, 2000

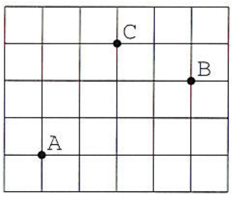
Cet article apporte une solution au premier énoncé du rallye problèmes paru dans *Math-Jeunes junior* n° 91. Rappelons-le.

> On part de la lettre J en haut et on descend jusqu'à la lettre S en bas. En n'importe quelle position, on peut seulement descendre au niveau suivant, à une lettre légèrement à droite ou à gauche. Combien y a-t-il de chemins constituant le mot *JUNIORS* ?
>
> J
> $U \quad U$
> $N \quad N \quad N$
> $I \quad I \quad I \quad I$
> $O \quad O \quad O$
> $R \quad R$
> S

On nous demande donc de rechercher le nombre de chemins qui descendent de la lettre J jusqu'à la lettre S, une lettre ne pouvant jamais être reliée qu'à une lettre contigüe.

Les contraintes de déplacement imposées par l'énoncé impliquent que l'on passe successivement par J, U, N, I, O, R et S.

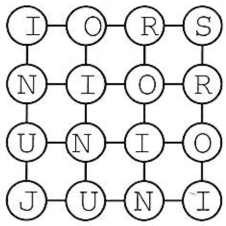
Les lettres de la figure ci-dessus peuvent être considérées comme les nœuds d'un quadrillage. Et nous voilà dans une nouvelle configuration qui nous replonge dans l'univers des *Taxi-choses et taxi-trucs* de C. Villers (voir *Math-Jeunes* n° 86 à 90).



Rappelons qu'en prenant la longueur du côté d'un carré de base du quadrillage comme unité de longueur, la *taxi-distance* de A à B est égale à 6 (suivre le quadrillage horizontalement et verticalement). Ce que l'on écrit $\mathrm{td}(A, B) = 6$.

Un *taxi-chemin* est un trajet entre deux nœuds, le plus court possible, qui suit les lignes du quadrillage. Ainsi, le nombre de *taxi-chemins* permettant de relier A à B est 15 (voir *Math-Jeunes* n°87). De même, $\mathrm{td}(A, C) = 5$ et il y a 10 taxi-chemins qui relient A à C.

Le quadrillage que voici est une autre représentation du tableau de l'énoncé.



Les *taxi-chemins* qui mènent de J à S permettent de former le mot *JUNIORS* et respectent bien les contraintes imposées. Il nous reste donc à les dénombrer.

Cela se fait aisément grâce au triangle de Pascal (voir *Math-Jeunes* n° 87).

1
J

1 1
U U

1 2 1
N N N

1 3 3 1
I I I I

1 4 6 4 1
O O O

1 5 10 10 5 1
R R

1 6 15 $\boxed{20 \; S}$ 15 6 1

On dénombre 20 façons de former le mot *JUNIORS* !

Olympiades

C. Van Hooste

Par un concours de circonstances exceptionnel, nous avons oublié la rubrique « Olympiades » dans le numéro 91 de Math-Jeunes junior. *La richesse des articles à publier en est la cause. Évidemment, nous ne devons pas nous en plaindre.*

Lorsque tu recevras ce nouveau numéro, tu auras peut-être déjà participé aux éliminatoires de cette 25[e] Olympiade Mathématique Belge. Il n'est donc pas très utile que j'en décrive le mode de fonctionnement. Je me contente de te rappeler les dates à venir.

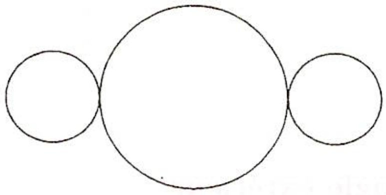
Mercredi 19 janvier 2000 : éliminatoire.
Mercredi 1 mars 2000 : demi-finale.
Mercredi 26 avril 2000 : finale (à Namur).
Samedi 13 mai 2000 : proclamation (à Bruxelles).

Enfin, si, grâce à ta perspicacité et à ton savoir mathématique, tu es qualifié pour participer à la demi-finale, il faut que tu saches qu'à ce niveau, une modification a été apportée dans la conception du questionnaire. En effet, parmi les traditionnelles 30 questions de demi-finale, il y aura, à partir de cette année, 8 questions sans réponses préformulées au lieu de 4. Insistons une fois encore sur le fait que, pour une question de ce type, la réponse à fournir doit être obligatoirement un **nombre entier plus grand ou égal à 0 et plus petit ou égal à 999**, autrement dit un nombre entier appartenant à l'intervalle $[0, 999]$.

Pour affiner ta préparation à cette demi-finale, nous te proposons 20 questions de géométrie. Seules les deux dernières sont assez difficiles. Pour le reste, s'il te semble que certaines notions n'ont pas encore été abordées en classe, demande conseil à ton professeur. Les problèmes présentés ici sont tirés du tome 2 des OMB reprenant toutes les questions posées entre 1982 et 1987. Ce volume est malheureusement épuisé. Cependant, il reste encore quelques exemplaires des tomes 3 et 4. Pour te les procurer, consulte l'information donnée à la fin de cet article.

1. Une tête bien faite [1986]

La courbe ci-dessous est la réunion d'un grand cercle et de deux petits cercles tangents au grand. L'ensemble des valeurs que peut prendre le nombre de points d'intersection de cette courbe avec une droite est



(A) $\{0, 2, 4, 6\}$ **(B)** $\{1, 2, 4, 6\}$
(C) $\{0, 1, 2, 4, 6\}$ **(D)** $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
(E) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

2. Petits cubes [1984]

Un cube dont les arêtes mesurent 5 cm est construit en assemblant 125 petits cubes dont les arêtes mesurent 1 cm. Combien y a-t-il de petits cubes ayant exactement 4 faces en commun avec d'autres petits cubes ?

(A) 8 **(B)** 24 **(C)** 36 **(D)** 48 **(E)** 54

Math-Jeunes junior n° 92 J, 43-46, 2000

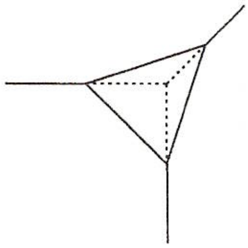
3. Parallélogones [1983]

On appelle parallélo gonetout polygone plan convexe dont les côtés opposés sont parallèles et de même longueur. Laquelle des affirmations suivantes est correcte ?

(A) Il n'existe pas de parallélogone ayant plus de 4 côtés.
(B) Tout polygone régulier est un parallélogone.
(C) Tout parallélogone est un polygone régulier.
(D) Tout parallélogone a un axe de symétrie.
(E) Tout parallélogone a un centre de symétrie.

4. Cube mutilé [1983]

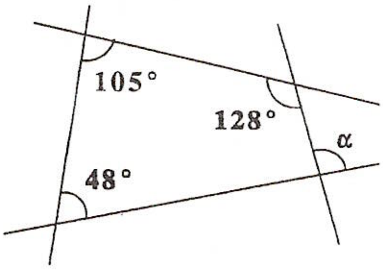
D'un cube dont les arêtes mesurent 3 cm, on enlève une petite pyramide en chaque sommet, comme l'indique la figure ci-dessous (les segments dessinés en pointillé mesurent 1 cm). La somme du nombre d'arêtes et du nombre de sommets du polyèdre ainsi obtenu vaut



(A) 60 (B) 64 (C) 68 (D) 72 (E) 96

5. Angle extérieur [1987]

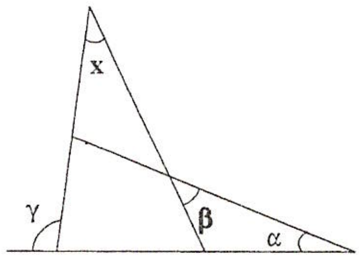
Dans la figure suivante, l'angle α vaut



(A) 109° (B) 101° (C) 100° (D) 99° (E) 79°

6. Un autre angle extérieur [1983]

Avec les notations de la figure ci-dessous, l'angle x vaut



(A) $\gamma - \alpha - \beta$ (B) $\gamma - \alpha + \beta$
(C) $\alpha + \beta - \gamma$ (D) $\gamma + \alpha - \beta$
(E) $\gamma - \alpha$

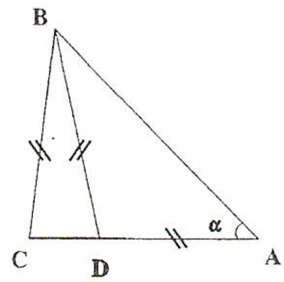
7. Rotations [1984]

Un polygone régulier est transformé en lui-même par une rotation de 60° et par une rotation de 45°. Ce polygone peut être

(A) un triangle équilatéral
(B) un hexagone
(C) un octogone
(D) un polygone à 12 côtés
(E) un polygone à 24 côtés.

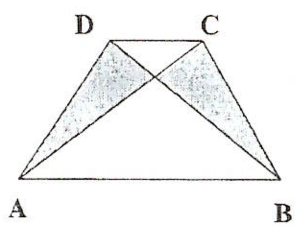
8. Angle intérieur [1987] [QSRP]

Dans la figure ci-dessous, les triangles ABC, ABD et BCD sont isocèles. Quelle est, en degrés, la mesure de l'angle α ?



9. Trapèze [1982]

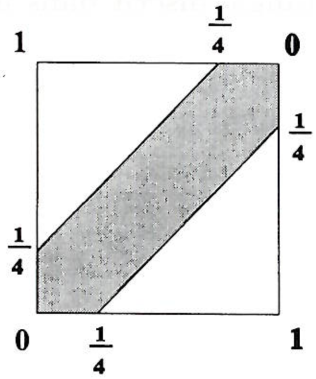
Quel que soit le trapèze $ABCD$, les triangles ombrés de la figure ci-dessous



(A) sont semblables
(B) ont la même aire
(C) sont images l'un de l'autre par une rotation
(D) sont images l'un de l'autre par une symétrie centrale
(E) sont images l'un de l'autre par une symétrie orthogonale.

10. Allée centrale [1983]

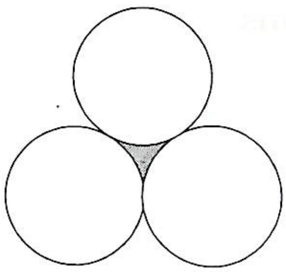
Que vaut l'aire de la partie ombrée du carré ci-dessous ?



(A) $\frac{7}{16}$ **(B)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{9}{16}$ **(E)** $\frac{\sqrt{2}}{3}$

11. Triangle curviligne [1983]

Les cercles ci-dessous sont tous trois de rayon 1 ; de plus, ils sont tangents extérieurement deux à deux. Que vaut l'aire de la partie ombrée ?



(A) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$ **(B)** $2\sqrt{3}-\pi$ **(C)** $\frac{\pi}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{\pi}{2}-\frac{\sqrt{3}}{4}$ **(E)** $2\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$

12. Cercles concentriques [1985]

On donne deux cercles concentriques. Le rapport des rayons vaut $\frac{2}{3}$. Que vaut le rapport de l'aire du petit cercle à celle de la couronne ?

(A) $\frac{4}{9}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{4}{5}$ **(E)** 1

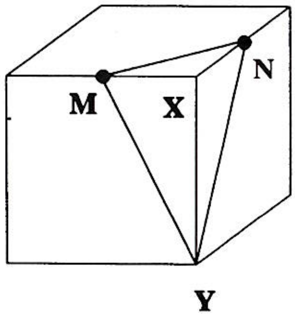
13. Immersion [1985]

La base circulaire d'un réservoir d'eau cylindrique a une aire égale à 1 m^2. Un cube métallique dont les arêtes mesurent 20 cm est entièrement immergé dans ce réservoir. L'élévation du niveau d'eau qui en résulte, mesurée en cm, vaut

(A) $\frac{\pi}{0,8}$ **(B)** $\frac{0,8}{\pi}$ **(C)** $0,8$ **(D)** 8 **(E)** $0,8\cdot\pi$

14. Cube raboté [1987]

Dans le cube d'arête 1 représenté ci-dessous, les points M et N sont des milieux d'arêtes. Quel est le volume de la pyramide de sommets M, N, X et Y ?



(A) $\frac{1}{48}$ **(B)** $\frac{1}{24}$ **(C)** $\frac{1}{18}$ **(D)** $\frac{1}{12}$ **(E)** $\frac{1}{8}$

15. L'île [1985]

Dans une île de forme triangulaire, le point le plus éloigné de la mer est toujours

(A) l'orthocentre
(B) le centre de gravité
(C) le centre du cercle inscrit
(D) le centre du cercle circonscrit
(E) le point d'intersection des hauteurs du triangle.

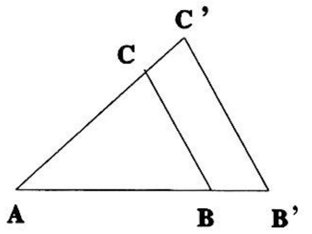
16. Diagonales [1984]

Combien un polygone convexe à n côtés possède-t-il de diagonales ?

(A) $\frac{n(n-1)}{2}$ **(B)** $(n-2)(n-3)$ **(C)** $\frac{n(n-3)}{2}$ **(D)** $n(n-3)$ **(E)** $2(n-3)$

17. Triangles semblables [1986]

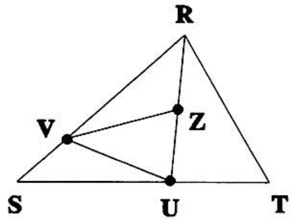
Dans la figure ci-dessous, les droites BC et $B'C'$ sont parallèles ; les aires des triangles ABC et $AB'C'$ sont respectivement 9 et 16. Si le périmètre de $AB'C'$ est 12, quel est celui de ABC ?



(A) 10 **(B)** 9 **(C)** 6,75 **(D)** 6
(E) Une autre valeur que les précédentes.

18. Triangles [1987]

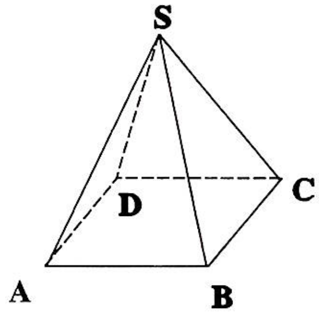
L'aire du triangle RST, représenté ci-dessous, vaut 90 cm^2. La longueur de $[SU]$ est le double de celle de $[UT]$; la longueur de $[SV]$ est le quart de celle de $[VR]$. Le point Z est le milieu de $[RU]$. Que vaut l'aire du triangle UVZ ?



(A) 18 cm^2 **(B)** 20 cm^2 **(C)** 24 cm^2
(D) 27 cm^2 **(E)** 30 cm^2

19. Pyramide [1985]

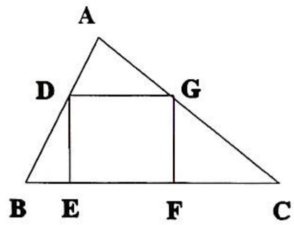
Une pyramide à base carrée $SABCD$ est telle que le sommet S se projette orthogonalement sur le centre H de la base $ABCD$. L'arête $[AB]$ mesure 12 cm et la hauteur $[SH]$ mesure $6\sqrt{2}$ cm. Un insecte se déplace sur la surface latérale de cette pyramide en allant du sommet A au sommet C. Quelle est la longueur minimum d'un tel trajet ?



(A) $12\sqrt{2}$ **(B)** $8\sqrt{5}$ **(C)** 18
(D) $12\sqrt{3}$ **(E)** 24

20. Rectangle inscrit dans un triangle [1986]

Dans la figure ci-dessous, les sommets du rectangle $DEFG$ appartiennent aux côtés du triangle ABC. Le rapport des longueurs des segments $[AD]$ et $[AB]$ vaut $\frac{1}{3}$. Le rapport de l'aire du rectangle à celle du triangle vaut alors



(A) $\frac{1}{9}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{1}{3}$ **(D)** $\frac{4}{9}$ **(E)** $\frac{5}{9}$

Solutions

Q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R	D	C	E	A	B	A	E	36	B	A

Q	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
R	A	D	C	B	C	C	B	C	D	D

Jeux

Les jeux mathématiques de Tonton C

- – Benoît s'est assoupi avant Joseph.
  – Jim lisait alors que Daniel dormait depuis un bon bout de temps.
  – Julie s'est endormie avant Joseph tandis que Benoît et Julie ne le firent qu'après Jim.
  Mais qui donc a oublié d'éteindre la lumière avant de s'endormir le dernier ?
- – Un pot de confiture et 4 chocolats pèsent 1,5 kg.
  – 8 chocolats pèsent autant que 4 chocolats et 0,5 kg.
  Que pèse le pot de confiture ?
- Dans le système de numération décimale (base 10), 121 est un carré parfait. En numération ternaire (base 3), 121 vaut le décimal $9 + 2 \times 3 + 1$ soit 16 qui est aussi un carré parfait. Que se passe-t-il pour 121, dans d'autres bases (supérieures à 2) ?

Le mot caché de Cévé

Le jeu consiste à retrouver dans la grille chacun des mots du texte qui vous est proposé. À cet effet, vous pouvez serpenter dans cette grille, horizontalement ou verticalement, en tous sens, mais jamais en oblique. Chaque mot est d'un seul tenant et chaque lettre ne sert qu'une fois. Les lettres qui resteront vous donneront alors le mot caché. Quel est ce mot ?

Voici la phrase proposée à votre sagacité et la grille qui lui correspond. Bonne recherche.

« La première idée de l'xxxxxx qui vient à l'esprit de chacun est celle liée au comptage des nombres. Il sera toujours possible d'ajouter un à un nombre donné. »

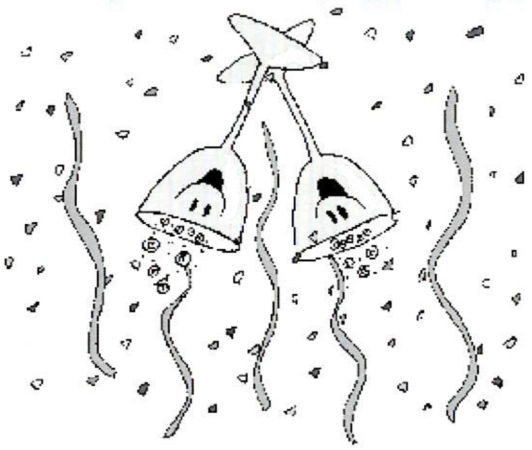
Quel est le mot représenté par xxxxxx ?

M	E	R	P	E	D	A	C	U	N	M	P	T	A	G	B	M	O	N
I	I	D	E	E	L	H	C	T	C	O	S	E	D	E	R	R	E	S
E	R	E	L	A	P	R	I	S	E	O	J	U	O	T	E	A	D	L
L	I	I	Q	U	S	E	T	S	R	U	U	N	L	I	S	N	U	I
E	E	N	V	I	E	D	N	U	A	A	A	U	E	A	B	I	S	S
N	I	F	I	L	E	N	O	L	R	E	S	N	N	E	L	O	J	O
I	T	N	E	L	E	C	M	B	R	E	D	O	R	E	T	U	A	P

Math-Jeunes junior n° 92 J, 47–48, 2000

La rédaction de *Math-Jeunes* vous souhaite une . . .

Bonne année 2000

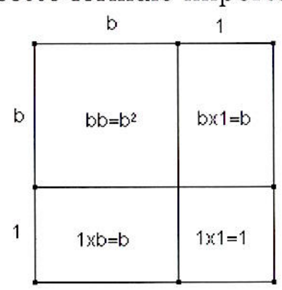


Pour le troisième millénaire, nous attendrons encore un an !

Solutions

Les jeux mathématiques

- En plaçant, les uns par rapport aux autres, les personnages cités sur une ligne du temps, il est aisé de constater que le « coupable » est Joseph.
- Le pot de confiture pèse 1 kg.
- Dans toute base de numération b, le nombre 121 vaut $1 \times b^2 + 2 \times b + 1$ c'est à dire $(b+1)^2$. Voici une justification illustrée de cette formule importante.



Par exemple, en base 8, 121 vaut le décimal $8^2 + 2 \times 8 + 1$ soit $64 + 16 + 1$, soit 81 qui est le carré de $8 + 1$.
N.B. : De la même façon, on peut montrer que 1331 est un cube parfait dans toute base (supérieure à 3).

Le mot caché

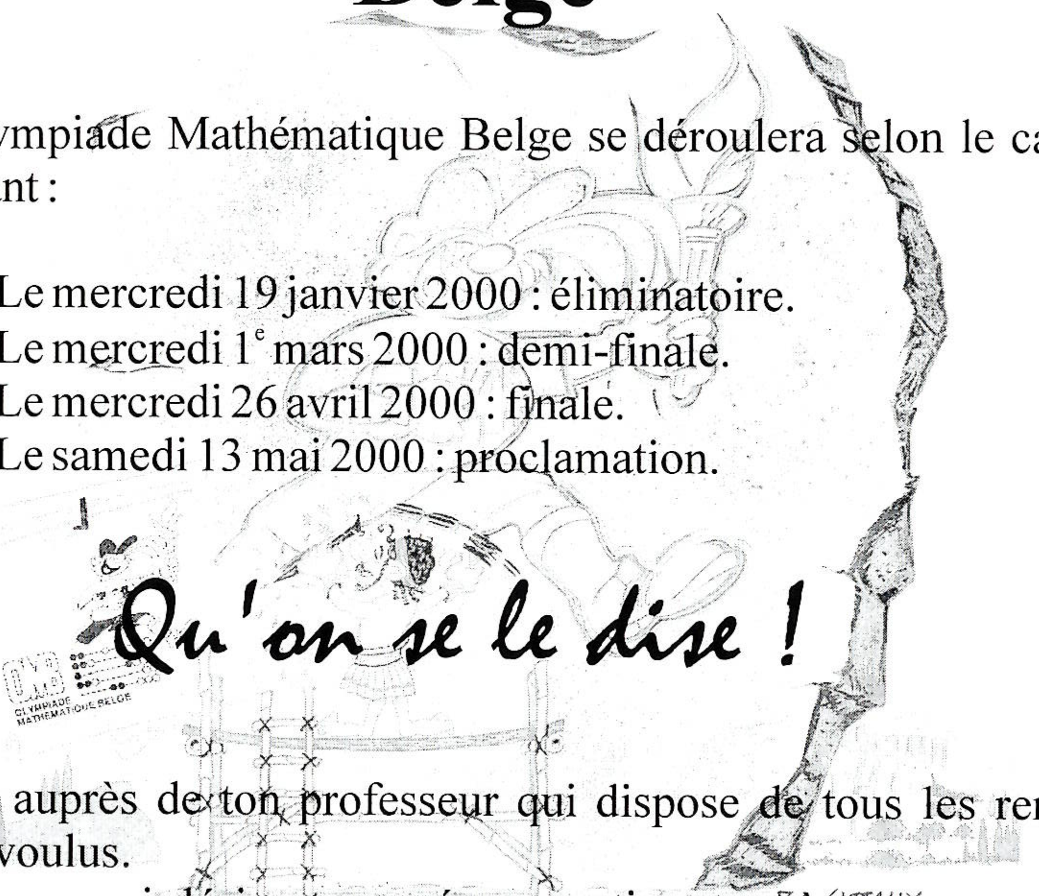
Le mot caché derrière xxxxxx est le mot « infini ».

Pour les distraits !

25e Olympiade Mathématique Belge

La 25e Olympiade Mathématique Belge se déroulera selon le calendrier suivant :

- Le mercredi 19 janvier 2000 : éliminatoire.
- Le mercredi 1e mars 2000 : demi-finale.
- Le mercredi 26 avril 2000 : finale.
- Le samedi 13 mai 2000 : proclamation.



Qu'on se le dise !

Inscris-toi auprès de ton professeur qui dispose de tous les renseignements voulus.
Celles et ceux qui désirent se préparer activement à cette amusante épreuve liront avec intérêt la rubrique qui y est consacrée dans la revue.

Des renseignements complémentaires sur l'Olympiade ou sur toute autre activité de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française (SBPMef) peuvent se trouver à l'adresse Internet suivante :

http://ceco.umh.ac.be/noel/sbpm/sbpm.htm

Math-Jeunes
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: C. VAN HOOSTE
Chemin de Marbisœul 25 – 6120 Marbaix-la-Tour

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse
indiquée