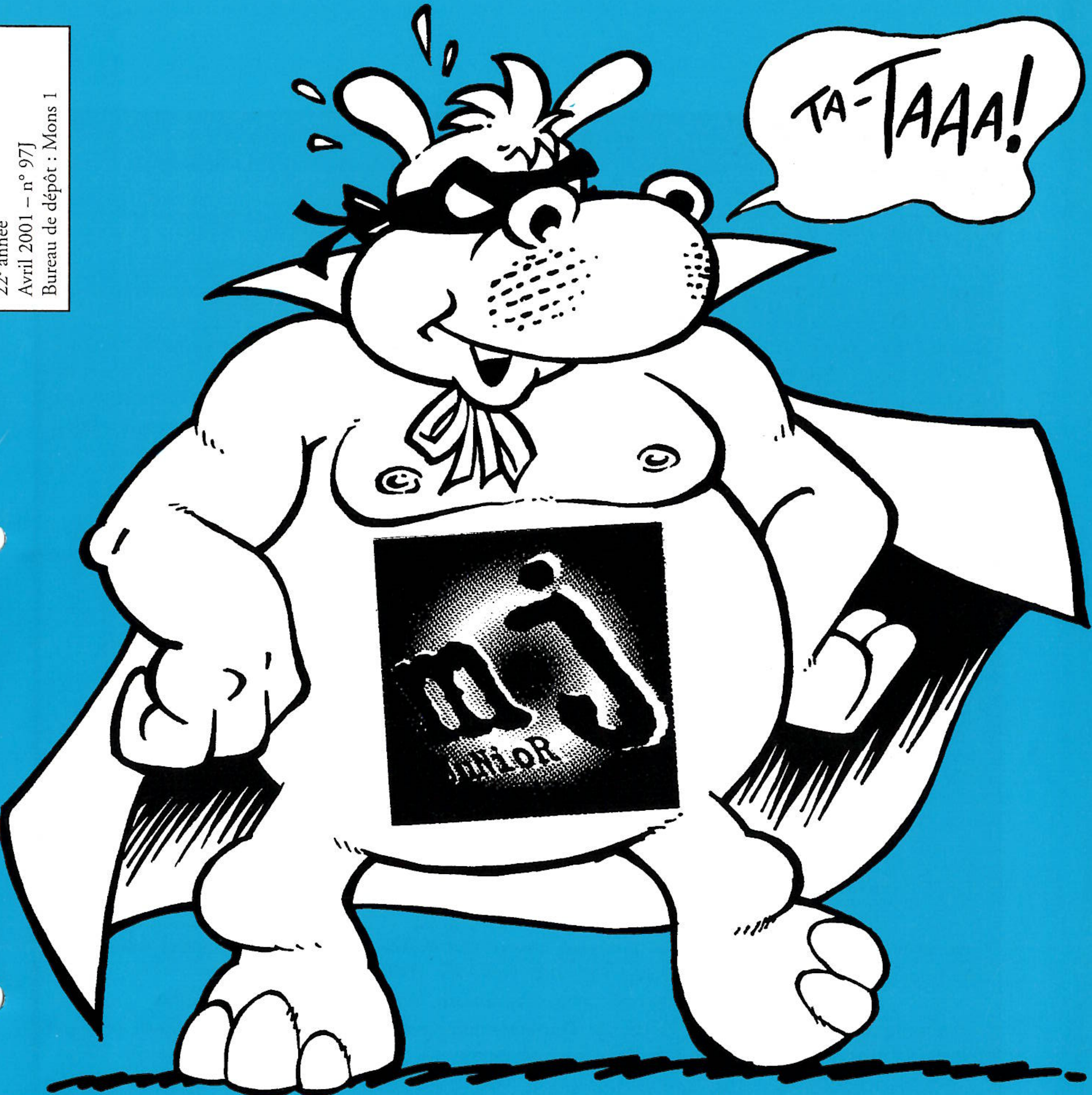
22e année
Avril 2001 – n° 97J
Bureau de dépôt : Mons 1



L'hippo TénuzZ

MATH-JEUNES

Revue trimestrielle publiée par la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Math-Jeunes

Rédaction, administration : Bld. de l'Europe 36/1, 1420 Braine-l'Alleud.

Comité de Rédaction : M. BALLIEU, J.-P. CAZZARO, C. FESTRAETS, M.-F. GUISSARD, J. MIÉWIS, G. NOËL, F. POURBAIX, G. SINON, S. TROMPLER, C. VAN HOOSTE, C. VILLERS

Math-Jeunes junior

Rédaction, administration : Rue du Moulin 78, 7300 Boussu.

Comité de Rédaction : C. FESTRAETS, G. LALOUX, R. MIDAVAINE, G. NOËL, A. PATERNOTTRE, F. POURBAIX, N. VANDENABEELE, C. VANDERCAMMEN, C. VAN HOOSTE, C. VILLERS

Illustrations : F. POURBAIX

Le courrier et les projets d'articles doivent être envoyés aux rédactions respectives.

Abonnements : sauf mention contraire, les prix sont indiqués en EUROS

	Belgique	Union Européenne	Europe hors Union	Hors Europe prioritaire	Hors Europe non priorit.
Abonnement isolé	(*) 4 numéros (**) 7 numéros				
Math-Jeunes junior ou *Math-Jeunes*(*)	200 BEF ou 4.96	9.2	10.2	20.4	11.4
Les deux revues (**)	350 BEF ou 8.68	16.5	17.17	35.6	20
Abonnements groupés (au moins 5)	(*) 4 numéros (**) 7 numéros				
Math-Jeunes junior ou *Math-Jeunes*(*)	150 BEF ou 3.72	6	7.6	15.2	8.6
Les deux revues (**)	265 BEF ou 6.57	10.6	13.4	26.6	15.1

Pour connaître la liste des anciens numéros encore disponibles et le prix de ceux-ci selon votre région, adressez-vous à la S.B.P.M.e.f., rue de la Halle 15, 7000 Mons

Tél. 32-(0)65-373729, e-mail : sbpm@sbpm.be, Web : http://www.sbpm.be

Les abonnements destinés aux élèves de l'enseignement secondaire sont de préférence pris par l'intermédiaire d'un professeur. Effectuez vos paiements :

- pour la Belgique : par virement au Compte n° 001-0828109-96 de *Math-Jeunes*, rue de la Halle 15, 7000 Mons
- pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S
- pour l'étranger (sauf la France) : par virement international au Compte n° 000-0728014-29 de la *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, B 7000 Mons, Belgique. Il est vivement conseillé aux étrangers qui ne peuvent faire un virement de C.C.P. à C.C.P. de nous envoyer un mandat postal international. En principe, seuls les chèques encaissables dans une banque belge sont acceptés (tout chèque bancaire non encaissable en Belgique devra être majoré de 200 BEF pour frais d'encaissement.)

Éditeurs responsables :

- pour *Math-Jeunes* : M. BALLIEU, Bld. de l'Europe 36/1, 1420 Braine-l'Alleud
- pour *Math-Jeunes junior* : A. PATERNOTTRE, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

N° 97 J Vingt-deuxième année 2001

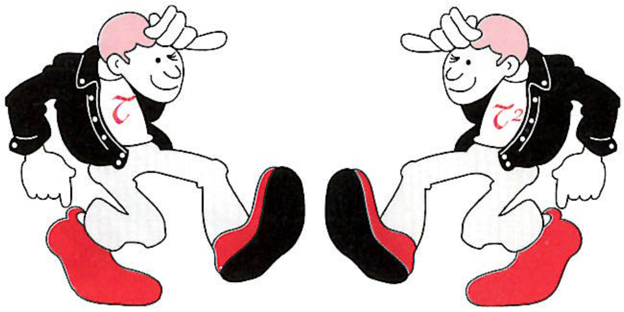
Math-Jeunes junior

Les frères Hick 2

B. Honclaire

Math-Jeunes junior n°97 J,2–5, 2001

> *Agence de détectives privés*
> *Les frères Hick*
>
> *Recherches en tous genres*



Ami lecteur,

Comme promis T et T^2 vont te fournir leur(s) solution(s) commentée(s) de *la recherche du point commun* proposée dans le numéro précédent. Dans un prochain numéro, ils te présenteront d'autres commentaires sur ces problèmes et une nouvelle énigme. Je te conseille cependant de ne pas attendre pour répondre à la dernière question de T^2.

Bon courage et bon amusement.

*

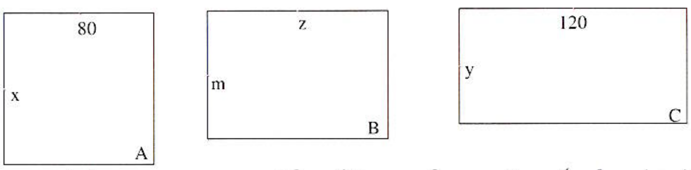
* *

T — « *J'ai trouvé ! Le point commun, ce n'était pas très compliqué : dans les trois problèmes les nombres sont les mêmes et les réponses aussi ! Ce qui est plus mystérieux, c'est que des problèmes si différents donnent des réponses identiques !* »

$\boldsymbol{T^2}$ — « *Donne-moi des détails sur tes calculs et je tenterai de t'éclairer un peu !* »

T — « *Pour le premier problème, j'ai pris des exemples et je les ai résumés dans un tableau.*

1. A, B et C sont trois rectangles de même aire.



m est la moyenne arithmétique de x et y (cela signifie que $m = \frac{x+y}{2}$).
Que vaut la dimension du rectangle B représentée par z ?

x	90	30	50
aire	7200	2400	4000
y	60	20	33,33...
m	75	25	41,66...
z	96	96	96

Attention avec 50, *j'ai eu des nombres bizarres sur ma machine ! Mais cela ne change rien et c'est étonnant, la réponse est toujours* 96 ! »

$\boldsymbol{T^2}$ — « *Ouais ! Pour tes nombres bizarres, on dit des* EDIP [1] ! *Mais laisse tomber ! Tu risques d'attraper des complexes ! Quand on résout ce problème avec des lettres, on comprend mieux. Pour t'en convaincre, essaie de lire l'encadré ci-dessous, mais ce n'est pas indispensable pour la suite. Raconte-moi maintenant ce que tu as fait du problème suivant !* »

[1] EDIP : écriture décimale illimitée périodique (exemples $41,\underline{3}33333\ldots$, $5,\underline{17}1717\ldots$, $0,17\underline{256}256256\ldots$)

Si tu veux en savoir plus, voici les détails du calcul.

$$\begin{aligned} \text{aire} &= 80x \\ y &= \frac{80x}{120} = \frac{2x}{3} \\ m &= \left(\frac{2x}{3} + x\right) \div 2 = \frac{5x}{6} \\ z &= 80x \div \frac{5x}{6} = \frac{480x}{5x} = 96 \end{aligned}$$

T^2 — « A la dernière ligne, tu vois que je simplifie par x ; c'est ce qui explique que tu peux mettre ce que tu veux pour x et que la réponse ne change pas ! »
T — « C'est facile quand tu expliques ! »
T^2 — « Accroche-toi bien ! J'ai même pris a au lieu de 80 et b au lieu de 120 pour généraliser encore plus !

$$\begin{aligned} \text{aire} &= ax \\ y &= \frac{ax}{b} \\ m &= \left(\frac{ax}{b} + x\right) \div 2 = \frac{(a+b)x}{2b} \\ z &= ax \div \frac{(a+b)x}{2b} = \frac{2abx}{(a+b)x} = \frac{2ab}{a+b} \end{aligned}$$

Remarque la simplification par x ! »
T — (regard malicieux vers son frère) « Il y a quelque chose comme çà dans le troisième problème... ! »
T^2 — « Retiens bien ce résultat, tu n'as pas fini de t'étonner ! »

T — « C'est facile ! J'ai fait comme pour le premier ! J'ai pris des exemples de trajets et j'ai calculé ! Tiens, voilà mes résultats et admire..., j'ai réussi à éviter tes EDIP !

2. Un automobiliste effectue le trajet de A vers B à une moyenne de 80 km/h.
Il effectue le retour à une moyenne de 120 km/h.
Calculer la moyenne du trajet total.

Trajet aller	longueur	240 km	360	1200
	vitesse	80 km/h	80	80
	temps	3h	4,5	15
Trajet retour	longueur	240 km	360	1200
	vitesse	120 km/h	120	120
	temps	2 h	3	10
Trajet total	longueur	480 km	720	2400
	temps	5 h	7,5	25
	vitesse	96 km/h	96	96

De nouveau, j'ai la même réponse ! Tu vas sûrement encore m'expliquer (regard triomphant vers son frère) que tu as mis des lettres et que tu as simplifié par ... ! »

T^2 — « Tu as presque tout compris ! Si tu le souhaites, lis le deuxième encadré !

J'ai effectivement désigné le trajet par e, la durée de l'aller par t_1, la durée du retour par t_2 et la vitesse moyenne par m. »

$$t_1 = \frac{e}{80}$$
$$t_2 = \frac{e}{120}$$
$$m = \frac{2e}{t_1 + t_2} = \frac{2e}{\frac{5e}{240}} = \frac{480e}{5e} = 96$$

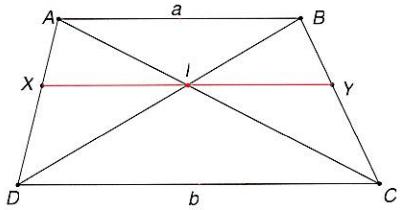
T — « Je l'avais dit ...! Mais au fait, as-tu osé remplacer 80 par a et 120 par b ? »
T^2 — « Evidemment! Regarde! »

$$t_1 = \frac{e}{a}$$
$$t_2 = \frac{e}{b}$$
$$m = \frac{2e}{t_1 + t_2} = \frac{2e}{\frac{(a+b)e}{ab}} = \frac{2abe}{(a+b)e} = \frac{2ab}{a+b}$$

T — « Coucou! Le revoilà! »

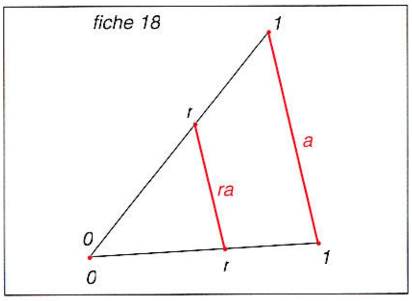
T — « Et le troisième problème! Parlons-en de celui-là! Le calcul, c'est 96 ; la démonstration, même avec tes fiches, je n'ai rien trouvé! »

3. Dans le trapèze $ABCD$, XY est parallèle aux bases (de longueurs a et b).
Pour des élèves de troisième (au moins) :
démontrer que $|xy| = \frac{2ab}{a+b}$
Pour tous :
utiliser ce résultat pour calculer $|xy|$ sachant que $a = 80$ et $b = 120$.



T^2 — « Et pourtant, c'est toi qui m'a mis sur la piste avec ton sentiment que le point I était milieu de $[XY]$! Finalement, tu vas voir, Thalès c'est génial!

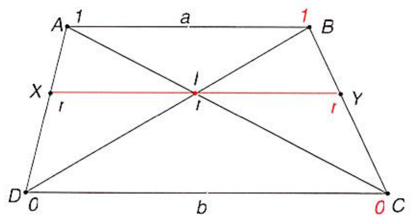
La fiche 18, appliquée dans les triangles ADB et ACB, explique pourquoi le point I est milieu de $[XY]$.



Dans ADB : $|XI| = ra$
et dans ACB : $|YI| = ra$.
X, Y et I étant alignés et $|XI|$ étant égal à $|YI|$, on peut donc affirmer que I est le milieu de $[XY]$. »

T — « Je ne comprends pas d'où tu sors ton r! »

T^2 — « *J'ai pris le repère (D, A) et j'ai appelé r l'abscisse de X. La fiche 17 permet d'attribuer les mêmes abscisses pour les points D, B et I, pour les points C, A et I et pour les points C, B et Y.* »



T^2 — « *Pour la suite, j'ai appliqué la fiche 18 dans les triangles ADB et ADC, sans oublier la fiche 9 pour ce deuxième triangle :*

$$\begin{aligned} \text{dans } ABD : |XI| &= ra \\ \text{dans } ABC : |XI| &= (1-r)b \quad \leftarrow \text{fiche 9} \\ \text{donc } ra &= (1-r)b \\ ra &= b - rb \\ r(a+b) &= b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= \frac{b}{a+b} \\ |XI| &= \frac{ab}{a+b} \\ \text{et enfin } |XY| &= \frac{2ab}{a+b} \end{aligned}$$

C.Q.F.D. (2) *comme ils disent!* »

T — « *Tu es génial! Il y a encore un truc qui me chiffonne : on parle dans les problèmes de 80 et 120 et de moyenne, on trouve 96 alors que je croyais que la moyenne c'était 100!* »

T^2 — « *Je l'attendais cette remarque; elle est bien digne de toi! Regarde les fiches qui traitent de ce sujet!* »

Moyenne arithmétique de deux nombres a et b :	Moyenne harmonique de deux nombres a et b :	Moyenne géométrique de deux nombres a et b :
$m = \frac{a+b}{2}$	$h = \frac{2ab}{a+b}$	$g = \sqrt{ab}$
Fiche 56	Fiche 57	Fiche 58

T — « *Si j'ai bien compris pour 80 et 120, $m = 100$, $h = 96$ et $g = \ldots$* (T se précipite vers sa calculatrice et annonce, inquiet) $97,979589\ldots$ *Encore une écriture bizarre! Est-ce une* EDIP *?* »

T^2 (l'air ennuyé) — « *Non, l'écriture n'est pas périodique! Je t'expliquerai plus tard. En attendant, réfléchis à la question suivante :*

> *Les moyennes arithmétique, harmonique et géométrique de deux nombres a et b peuvent-elles être des nombres naturels?* »

Merci d'avoir fait connaissance avec ces trois moyennes. Mais tu n'en as pas fini avec elles!

à suivre...

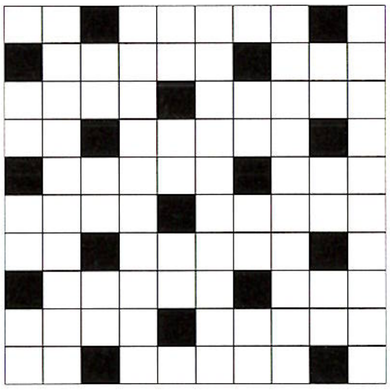
(2) C.Q.F.D. : ce qu'il fallait démontrer

Les nombres cachés 3

Y. Noël-Roch

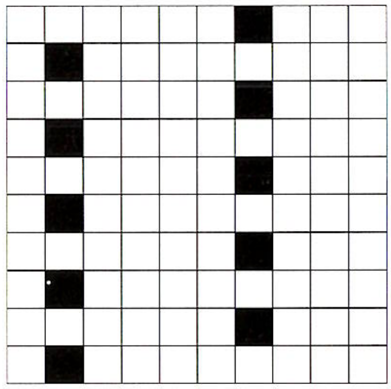
Si tu lis cet article, c'est que les précédents t'ont intéressé(e). Les fenêtres 9 et 10 ne cachent probablement plus aucun secret pour toi.

$L = 18$, $a = 7$, csg : 5 ou 40 ou ...



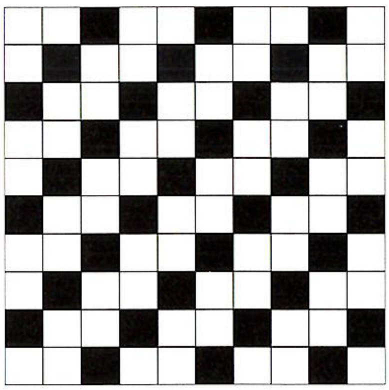
Fenêtre 9

$L = 18$, $a = 9$, csg : 7 ou 25 ou 43 ...



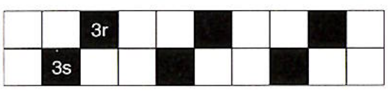
Fenêtre 10

Voici, pour terminer, une brève analyse des fenêtres 11 et 12 dont le décryptage ouvre la voie à différentes possibilités.

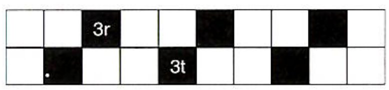


Fenêtre 11

Dès la première ligne, nous savons que $a = 3$. Observons maintenant les deux premières lignes :



L est un multiple de 3 augmenté de 1



L est un multiple de 3 diminué de 2

Comme de plus $10 \leqslant L \leqslant 20$, nous obtenons :

$L = 10 (10 = 9 + 1 = 12 - 2)$ ou $L = 13 (13 = 12 + 1 = 15 - 2)$ ou $L = 16$ ou $L = 19$

La fenêtre 11 ne fournit aucune information supplémentaire et voici deux solutions parmi tant d'autres :

Math-Jeunes junior n°97 J,6–7, 2001

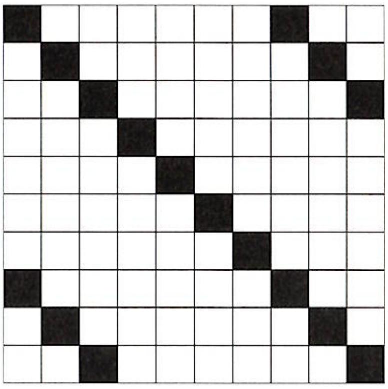
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

$L = 10$, $a = 3$, $csg = 1$

58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
77	78	79	80	81	82	83	84	85	86
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
153	154	155	156	157	158	159	160	161	162
172	173	174	175	176	177	178	179	180	181
191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
210	211	212	213	214	215	216	217	218	219
229	230	231	232	233	234	235	236	237	238

$L = 19$, $a = 3$, $csg = 58$

Terminons avec la fenêtre 12 :



Fenêtre 12

La première ligne donne $a = 7$. L'observation des deux premières lignes indique que L est un multiple de 7 diminué de 1. Avec la restriction $10 \leqslant L \leqslant 20$, cela donne $L = 13$ ou $L = 20$ et rien ne permet de choisir entre ces deux valeurs.

Tu peux obtenir la fenêtre 12 **par exemple** dans les cas suivants :

$L = 13$, $a = 7$, $csg = 14$

$L = 20$, $a = 7$, $csg = 7$

Peut-être as-tu trouvé intéressant qu'un problème admette plusieurs solutions, voire une infinité de solutions ? Il est possible de réduire fortement les possibilités en utilisant les multiples des **deux** nombres a et b plutôt que les multiples d'un seul nombre. Si cela t'intéresse, procure-toi les numéros de *Math-Jeunes* **senior** de cette année auprès d'un camarade ou auprès de ton professeur. Tu y trouveras une version un peu plus compliquée du jeu des nombres cachés.

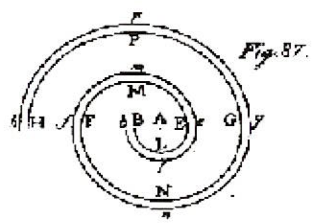
Simone Trompler

Lorenzo Mascheroni (1750-1800)

L'université de Bergame commémore en ce moment le bicentenaire de la mort de Lorenzo MASCHERONI, poète et savant italien très célèbre dans toute l'Europe. Il fut ordonné prêtre à l'âge de 17 ans. Il enseigna d'abord la rhétorique, puis après 1778 la physique et les mathématiques au séminaire de Bergame.

En 1786, il devint professeur d'algèbre et de géométrie à l'université de Pavie. Il devint recteur de l'université plus tard. Il écrivit de nombreux poèmes dont le plus célèbre est l'« *Invito a Lesbia Cidonia* » dans lequel il glorifie la faculté de Pavie. Outre ses intérêts scientifiques et littéraires, il était sensible aux injustices sociales et s'impliqua dans la politique de la République Cisalpine. Il incita les bergamasques à accueillir Napoléon avec espoir. Il dédia d'ailleurs son œuvre « *Geometria del compasso* » à Napoléon, en beaux vers, en 1797. Dans cet ouvrage, il démontre que toutes les constructions d'Euclide peuvent être faites avec le compas seul, sans règle. En réalité, ce résultat avait été démontré par le Danois Georg Mohr, mais Mascheroni n'en avait pas connaissance. En 1798, il fut appelé à Paris pour y participer à la commission du système métrique. En 1799, sa mission accomplie, il ne put retourner dans son pays par suite de l'occupation autrichienne de Milan. Il mourut à Paris en 1800.

Voici un problème, issu de la « Geometria del compasso »



Problème 172 : Décrire une spirale $BLEMFNGPH$ composée d'arcs de cercle.

Solution

« Soit $BE = BF$ la distance qu'on veut donner à la révolution de la spirale. Divisez BE de moitié par A, avec comme centre A et de rayon AB, décrivez la demi-circonférence BLE. Avec comme centre B et de rayon BE, décrivez la demi-circonférence EMF. De nouveau avec comme centre A et de rayon AF, décrivez la demi-circonférence FNG. De nouveau avec comme centre B et de rayon BG décrivez la demi-circonférence GPH. De la même manière, on pourrait continuer cette spirale indéfiniment. On pourra par la même méthode doubler cette spirale, si à partir du point b, à une distance quelconque de B sur AB, avec comme centre A et B, à tour de rôle on décrit les demi-circonférences ble, emf, fng, gph etc ... Ce problème n'a pas besoin de démonstration ». Mascheroni a calculé la constante d'Euler avec 32 décimales, dont 19 sont correctes, dans son livre « *Adnotationes ad calculum integrale Euleri* » en 1790. Cette constante est d'ailleurs appelée parfois la constante d'**Euler-Mascheroni**.

Rallye problèmes

C. Festraets

Voici les cinq derniers problèmes de ce rallye. N'oubliez pas de présenter vos solutions sur des feuilles séparées pour chaque problème et d'y indiquer vos nom, prénom, âge, classe, école et adresse personnelle. Soignez votre présentation. Bon courage ! Vos solutions doivent parvenir à C. Festraets, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, pour le 4 mai 2001 au plus tard.

11 – L'âge de Jean

Un nombre de quatre chiffres diminué de 1 est le carré de l'âge de Jean et diminué de 100 est le carré de l'âge que Jean avait l'an dernier. Quel est ce nombre et quel est l'âge de Jean ?

12 – Les timbres

Je dois acheter exactement 100 timbres pour 1000 F et je ne désire que des timbres à $50F$, à $20F$ et à $1F$. Combien de timbres de chaque sorte dois-je demander au postier ?

13 – Catastrophe naturelle

Julien possède un beau champ de blé de forme carrée et dont le côté mesure un nombre entier de mètres. Une nuée de sauterelles s'abat sur son champ et en détruit une partie. Julien examine les dégâts, $1727m^2$ ont été dévastés et la partie du champ épargnée par les sauterelles est toujours un carré dont le côté mesure un nombre entier de mètres. Quelle était la surface du champ initial ?

14 – Nombres entiers

Déterminer tous les nombres entiers dont le carré est un nombre de quatre chiffres de la forme $aabb$ (avec $a \neq 0$).

15 – Lignes et colonnes

On place tous les nombres entiers positifs dans un tableau comme indiqué ci-dessous :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 2 & 3 & 4 & & \\ & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\ & & & \dots & & & \end{array}$$

On dira, par exemple, que le nombre 14 est situé dans la 4e ligne et la 5e colonne. Dans quelle ligne et quelle colonne trouve-t-on le nombre 2001 ?

Solution du problème « La lessive », dont l'énoncé paru dans la revue n° 95 a été corrigé dans la revue n° 96

On peut répartir les personnes interrogées en 4 groupes :

- celles qui n'utilisent ni la poudre, ni le liquide ;
- celles qui n'utilisent que la poudre ;
- celles qui utilisent la poudre et le liquide ;
- celles qui n'utilisent que le liquide.

Désignons par a, b, c, d le nombre de personnes de chaque groupe et par x le nombre total de personnes interrogées. On a les relations suivantes :

- $a + b + c + d = x$ (1)
- $\frac{1}{3}x = a + d$ (2)
- $\frac{2}{7}x = a + b$ (3)
- $427 = c$ (4)
- $\frac{1}{5}x = a$ (5)

Additionnons les égalités (2), (3) et (4) :

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}x + \frac{2}{7}x + 427 &= 2a + b + c + d \\ \frac{13}{21}x + 427 &= a + x \text{ car } (1) \\ &= \frac{1}{5}x + x \text{ car } (5) \end{aligned}$$

$$\text{D'où } \frac{1}{5}x + x - \frac{13}{21}x = 427.$$

Et finalement on obtient $x = 735$.

Solution du problème « Les cha-maths et les dro-maths »

Si les dro-maths avaient deux bosses comme les cha-maths, on aurait compté autant de bosses que de pieds, c'est à dire 56. Or, on n'a compté que 45 bosses, cela signifie qu'il y a $56 - 45 = 11$ dro-maths. Comme le nombre total de participants au congrès est $\frac{56}{2} = 28$, il y a donc 17 cha-maths.

Solution du problème « l'âge de Jules »

Posons $19xy$ l'année de naissance de Jules (x est le chiffre des dizaines et y le chiffre des unités). L'âge de Jules en 1999 est
$1999 - 19xy = 99 - 10x - y$. La somme des quatre chiffres de son année de naissance est $1 + 9 + x + y$.

On a donc :

$$\begin{aligned} 99 - 10x - y &= 1 + 9 + x + y \\ 99 - 11x &= 10 + 2y \\ 11(9 - x) &= 2(5 + y) \end{aligned}$$

$5 + y$ doit être un multiple de 11 et y est un chiffre, la seule solution est $y = 6$. De là, on obtient :
$11(9 - x) = 22$
$9 - x = 2$
$x = 7$

L'année de naissance de Jules est 1976 et son âge en 1999 est 23 ans.

Solution du problème « Les carreaux »

Désignons par a la longueur et par b la largeur du rectangle (exprimées en décimètres). Le nombre de carreaux situés le long des bords est $2a + 2b - 4$. Le nombre total de carreaux est ab. D'où :
$2a + 2b - 4 = \frac{1}{2}ab$
$ab = 4a + 4b - 8$
$ab - 4a - 4b = -8$
$ab - 4a - 4b + 16 = -8 + 16$
$a(b - 4) - 4(b - 4) = 8$
$(b - 4)(a - 4) = 8$

$b - 4$ est donc un diviseur de 8. Dès lors :
- Si $b - 4$=1, alors $b = 5$ et $a = 12$.
- Si $b - 4 = -1$, alors $b = 3$ et $a = -4$.
- Si $b - 4 = 2$, alors $b = 6$ et $a = 8$.
- Si $b - 4 = -2$, alors $b = 2$ et $a = 0$.
- Si $b - 4 = 4$, alors $b = 8$ et $a = 6$.
- Si $b - 4 = -4$, alors $b = 0$ et $a = 2$.
- Si $b - 4 = 8$, alors $b = 12$ et $a = 5$.
- Si $b - 4 = -8$, alors $b = -4$ et $a = 3$.

Comme a et b sont des nombres positifs non nuls et que la longueur a est supérieure à la largeur b, on obtient deux solutions $a = 12$ et $b = 5$ ou $a = 8$ et $b = 6$.

Solution du problème « Les séries »

Calculons $B - A$ en soustrayant les deux expressions terme à terme :

$B - A = 1 + 2 + 3 + \ldots + k = 210$
D'où, la solution est $k = 20$.

Solution du problème « Les panneaux routiers »

a et b étant des chiffres à déterminer, on lit sur les panneaux successifs ab, ba et $a0b$ (kilomètres). En une heure, vous avez parcouru d'abord $(ba - ab)$ km, puis $(a0b - ba) km$. Comme votre vitesse est constante, on a :

$$\begin{aligned} (10b + a) - (10a + b) &= (100a + b) - (10b + a) \\ 9b - 9a &= 99a - 9b \\ 18b &= 108a \\ b &= 6a \end{aligned}$$

a et b étant des chiffres, la seule solution est $a = 1$ et $b = 6$; les panneaux indiquent successivement $16 km$, $61 km$ et $106 km$. La vitesse du véhicule est de $(61 - 16) km/h = 45 km/h$.

* * *

Info Internet : On trouve depuis quelques temps sur Internet, une encyclopédie en ligne (complète et gratuite) des éditions Atlas. La seule « contrainte » est de s'inscrire en encodant nom, prénom et adresse Email lors de la première connexion, `http://www.webencyclo.com`.Une calculatrice graphique à télécharger en « freeware » `http://www.graphcalc.com}`.Un programme freeware à télécharger : « graph paper printer » : il permet de réaliser toute une série de quadrillages (jusqu'au papier à musique), `http://perso.easynet.fr/` philimar.

La mathématique au quotidien ...

C. Villers, *Athénée Royal de Mons*

Un point ... c'est tout !

J'étais très fier ! Mon club de football favori (Mons pour ne pas le cacher) était toujours invaincu depuis le début du championnat. C'était d'ailleurs la seule équipe des divisions supérieures à se trouver dans ce cas.

« *Mais il n'est quand même pas premier du classement pour autant* » me fit remarquer mon neveu en adoptant son ton le plus sarcastique.

C'était vrai. L'extrait de journal ci-contre le montre bien.

DIVISION 3A

RRCH Gand - Ingelmunster	1-2
Wetteren - Mons	0-3
FC Roulers - Lebbeke	3-5
Union - Sottegem	1-3
Torhout - Denderhoutem	0-0
Olympic - Walhain	0-1
Hamme - Strombeek	2-0
RC Tournai - Hekelgem	0-0

		J.	G.	P.	N.	p.	c.	P.
1	Ingelmunster	18	12	3	3	48	15	39
2	Mons	18	10	0	8	31	9	38
3	Hekelgem	18	10	5	3	39	30	33
4	RRCH Gand	18	9	3	6	36	31	33
5	Walhain	18	9	7	2	30	29	29
6	Denderhoutem	18	8	5	5	28	20	29
7	Hamme	18	7	6	5	28	28	26
8	Torhout	18	7	7	4	28	30	25
9	RC Tournai	18	6	6	6	27	26	24
10	Union	18	5	5	8	23	25	23
11	Sottegem	18	6	8	4	21	34	22
12	Olympic	18	5	7	6	25	25	21
13	Strombeek	18	5	9	4	23	29	19
14	Wetteren	18	5	10	3	32	31	18
15	Lebbeke	18	4	13	1	22	43	13
16	FC Roulers	18	1	15	2	13	49	5

Cette situation n'a rien de surprenant. Vous avez certainement déjà compris que c'est le système actuel d'attribution de points qui veut cela. Ce système privilégie les victoires par rapport aux matchs nuls. Une victoire donne 3 points au vainqueur du match et 0 point au perdant tandis qu'un match nul ne donne qu'un point à chacune des équipes en lice.

« *Et en plus, il se pourrait que ton club favori ne soit jamais battu au cours d'un championnat et termine dernier de sa série* » ajouta plus perfidement encore mon interlocuteur.

Cette affirmation était assez surprenante et je lui ai donc accordé une certaine attention. Au bout de quelques instants, j'ai bien dû reconnaître que cette situation n'était pas si paradoxale qu'elle pouvait le laisser croire. Et vous ? Êtes-vous bien convaincu que cela peut se produire ?

Voici un cas de figure.

Supposons qu'une équipe A réalise 30 matchs nuls sur les 30 matchs du championnat. Elle aura à la fin accumulé 30 points. Supposons que les 15 autres équipes gagnent toujours à domicile donc perdent toujours en déplacement sauf, bien entendu, quand elles rencontrent A puisqu'alors les matchs se terminent par une égalité au score. Toutes ces équipes accumuleront toutes 14×3 points $+ 2 \times 1$ point soit donc 44 points et laisseront donc A bon dernier de la série. Ce qui précède est certes un cas de figure très exceptionnel. Mais la marge entre 30 points et 44 points est suffisante pour quelques variantes.

Math-Jeunes junior n°97 J,12–13, 2001

Après tout c'est bien ce qui est arrivé à l'équipe belge lors de la dernière coupe du monde 1998 en France. L'équipe nationale a été éliminée du second tour tout en n'ayant subi aucune défaite. Elle est la seule, avec la France, à être restée invaincue lors de ce tournoi mondial. On se console comme on peut !

Complément à la situation hypothétique envisagée.

La série totalise 16 équipes. Chaque journée de championnat comporte donc 8 matchs. Selon l'hypothèse émise 7 équipes gagnent et reçoivent chacune 3 points, 2 équipes font match nul et reçoivent chacune 1 point. Les autres ne reçoivent aucun point. Le nombre de points distribués chaque journée est donc de $7 \times 3 + 2 \times 1 = 23$. Comme le championnat compte 30 journées cela fait un total de $30 \times 23 = 690$ points distribués.

Autrement : A va réaliser 30 matchs nuls, donc recevra 30 points. Les 15 autres équipes vont réaliser chacune 2 matchs nuls (contre A), gagner 14 fois et perdre 14 fois. Le nombre de points que recevra chacune d'elles sera donc $2 \times 1 + 14 \times 3 = 44$. Pour les 15 équipes cela fera 15×44 points $= 660$ points. Au total le nombre de points distribués sera : $660 + 30 = 690$.

A votre avis quel est le plus petit nombre de points qui puisse être distribués dans un tel championnat ? Quel est le plus grand ? Bons calculs.

A propos ... ne trouvez-vous pas que ce ballon ressemble à un très joli polyèdre ? Qui peut émettre des considérations sur ce sujet ?

* * *

Solution du problème posé dans l'article « Chérot le terrain à bâtir » page 23.

Aire du terrain $= 802.42 m^2$ Prix du terrain $= 160\,484$ EUR$= 6\,473\,909$ BEF

Calculus rapidus

G. Laloux, *Institut Sainte-Marie, Rêves*

Calcul du carré d'un nombre se terminant par 5

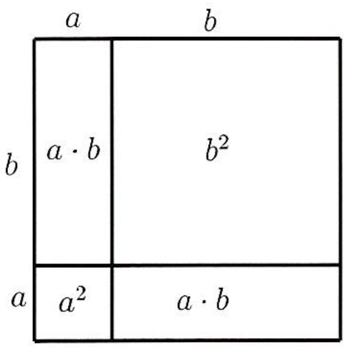
1. La méthode

Je dois calculer 65^2. Je « cache » le 5 $\rightarrow$ le nombre « restant » est 6 Je multiplie 6 par son consécutif 7 : $6 \times 7 = 42$ Il reste à placer 25 « à côté » de 42 $\rightarrow 65^2 = 4225$

Tu peux essayer avec d'autres nombres se terminant par 5. Evidemment, l'aspect « rapidité » de la méthode à ses limites ! Quoiqu'avec un bon entraînement ...

2. L'explication

$\star$ L'explication de ce « truc » utilise une formule incontournable de la famille des « produits remarquables ». On comprend facilement cette formule grâce au puzzle ci-dessous.



L'aire du carré extérieur $= (a+b)^2$ L'aire du carré extérieur s'obtient également en additionnant les aires des 4 figures qui constituent le puzzle (2 carrés et 2 rectangles isométriques) $a^2 + 2 \times ab + b^2$ On en déduit la formule : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\star$ Tout nombre se terminant par 5 peut s'écrire sous la forme $10.n + 5$ $(n \in \mathbb{N})$.

En appliquant la formule ci-dessus, on a :

$$\begin{aligned}
(10 \times n + 5)^2 &= (10.n)^2 + 2 \times (10 \times n \times 5) + 5^2 \\
&= 100n^2 + 100n + 25 \\
&= (100n^2 + 100n) + 25 \\
&= 100n \times (n+1) + 25
\end{aligned}$$

$\rightarrow n =$ le nombre restant lorsqu'on a « caché » le 5.

$\rightarrow n + 1 =$ consécutif de n.

Le résultat du calcul montre donc qu'il faut ajouter 25 au centuple de $n.(n+1)$. Comme le centuple d'un nombre se termine par 2 zéros, lui ajouter 25 revient bien à positionner 25 en lieu et place des 2 zéros.

$$\begin{aligned}
75 &= 10 \times 7 + 5 \\
75^2 &= 100 \times 7 \times (7+1) + 25 \\
75^2 &= 100 \times 7 \times 8 + 25 \\
75^2 &= 5600 + 25 = 5625
\end{aligned}$$

Math-Jeunes junior n°97 J.14–14, 2001

Tonton C

Les jeux mathématiques de Tonton C.

◇ Dans la réserve de balles du club de tennis de table, il y a 100 balles. Parmi elles il y en a au moins une blanche. Si vous en prenez deux au hasard, il y en a toujours au moins une jaune. Vous prélevez une balle au hasard dans cette réserve. Quelle est sa probabilité d'être jaune ?

◇ Alain a acheté un CD au prix de 370 BEF. Le lendemain, il le revend à son copain Bernard pour 380 BEF. Le surlendemain, il le lui rachète pour la somme de 390 BEF. Enfin, il le cède à un inconnu pour 400 BEF. Quel est le bénéfice réalisé par Alain à la fin de cette suite de tractations ?

◇ Vous allez à la fontaine avec deux seaux. L'un peut contenir 5 litres d'eau et l'autre 3 litres seulement. Comment allez-vous procéder pour revenir avec 4 litres d'eau ?

Mot caché (n°18)

Le jeu consiste à retrouver dans la grille chacun des mots du texte qui vous est proposé ci-dessous en italique. A cet effet, vous pouvez serpenter dans cette grille, horizontalement ou verticalement, en tous sens, mais jamais en oblique. Chaque mot est d'un seul tenant et chaque lettre ne sert qu'une fois. Les lettres qui resteront vous donneront alors le mot caché.

Sachez que cette fois, il s'agit du nom d'un peuple. Quel est ce nom ?

Voici maintenant le texte qui est proposée à votre sagacité et la grille qui lui correspond. Bonne recherche.

La plupart des renseignements concernant les fractions utilisées par les xxxxxxxxx figurent sur le papyrus Rhind qui comporte de nombreux calculs arithmétiques détaillés.

S	E	E	E	I	L	E	L	S	R	A	O	P	U	Q	R	Y	C	O	N	C
N	E	M	E	N	I	D	N	E	L	P	R	M	I	S	U	P	T	N	A	E
G	A	L	S	T	T	U	I	H	R	E	T	O	C	T	P	A	I	T	N	R
I	E	S	I	O	R	B	M	O	N	T	E	M	H	N	S	N	E	P	Y	G
R	E	N	T	N	E	C	A	L	Q	I	D	E	T	E	R	U	G	I	F	E
E	D	A	C	S	U	X	U	C	U	I	A	T	I	R	E	T	R	A	P	U
S	F	R	R	U	S	S	L	S	E	L	L	E	S	A	D	S	E	L	P	L

Vous trouverez les solutions de cette rubrique à la page 24 de ce *Math-Jeunes junior*

Carré magique

Y. Noël-Roch

11	24			3
		25	8	
	5	13		
			14	22
23	6		2	

En utilisant une et une seule fois chacun des nombres de 1 à 25, complète le carré ci-dessus pour qu'il soit un **carré magique**, c'est-à-dire que les douze sommes obtenues sur les lignes, les colonnes et les diagonales doivent être égales.

Solution

Comme chacun des nombres de 1 à 25 est utilisé une seule fois, nous connaissons la somme totale $1 + 2 + \cdots + 25 = 325$ et la répartition en cinq lignes donnant la même somme s, nous savons que $s = 325 : 5 = 65$. Toute ligne, colonne ou diagonale de quatre nombres connus peut dès lors être complétée :

11	24			3
	12	25	8	
	5	13		
	18		14	22
23	6	19	2	15

La troisième colonne doit alors être complétée par les nombres 1 et 7. Si nous plaçons 1 dans la première ligne, la case voisine à droite doit alors contenir 26, ce qui est interdit par l'énoncé. Nous connaissons donc

11	24	7	20	3
	12	25	8	
	5	13	21	
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Cette fois la première colonne doit nécessairement être complétée par 4 et 17. Comme 7 ne convient pas dans la première case de la deuxième ligne, la solution unique est le carré magique suivant :

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Math-Jeunes junior n°97 J,16–16, 2001

Le pantographe

G. Noël, *Université de Mons-Hainaut*

Connaissez-vous le pantographe ? [1]

Imaginez quatre tiges articulées constituant un parallélogramme $ABCD$. Les vis situées aux sommets A, B, C et D ne sont pas bloquées, le parallélogramme peut donc se déformer. On dépose l'appareil sur une planche recouverte d'une feuille de papier sur laquelle a été dessinée une figure $\mathfrak{F}$.

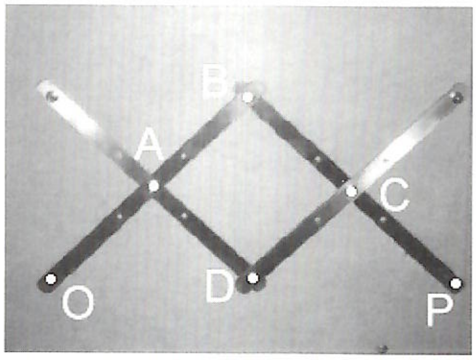


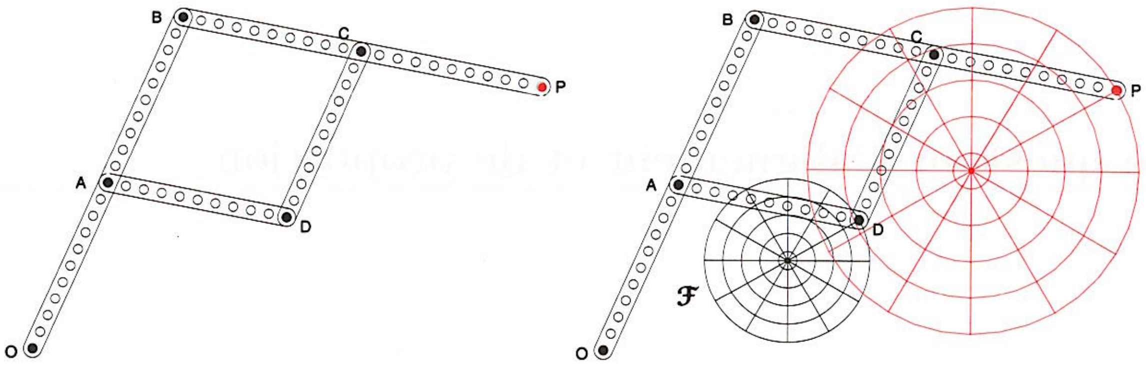
Figure 1

Photo extraite du site Web "www.museo.unimo.it/labmat"

En un point O de la tige AB, le pantographe est fixé à la planche, mais de façon telle qu'il puisse tourner autour de O. En D est fixée une pointe sèche. En un point bien choisi, P, de la tige BC est fixé un crayon dont la pointe touche le papier.

Le pantographe sert à transformer la figure $\mathfrak{F}$: on fait suivre à la pointe sèche située en D les traits de $\mathfrak{F}$. Le crayon situé en P dessine automatiquement une autre figure, une transformée de $\mathfrak{F}$. On dit aussi l'image de $\mathfrak{F}$ par une transformation.

Voici trois pantographes différents :

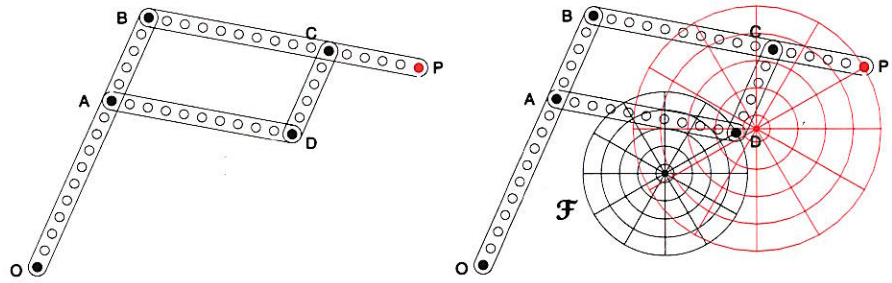


$$\frac{|OB|}{|OA|} = \frac{|BP|}{|BC|} = 2$$

Figure 2

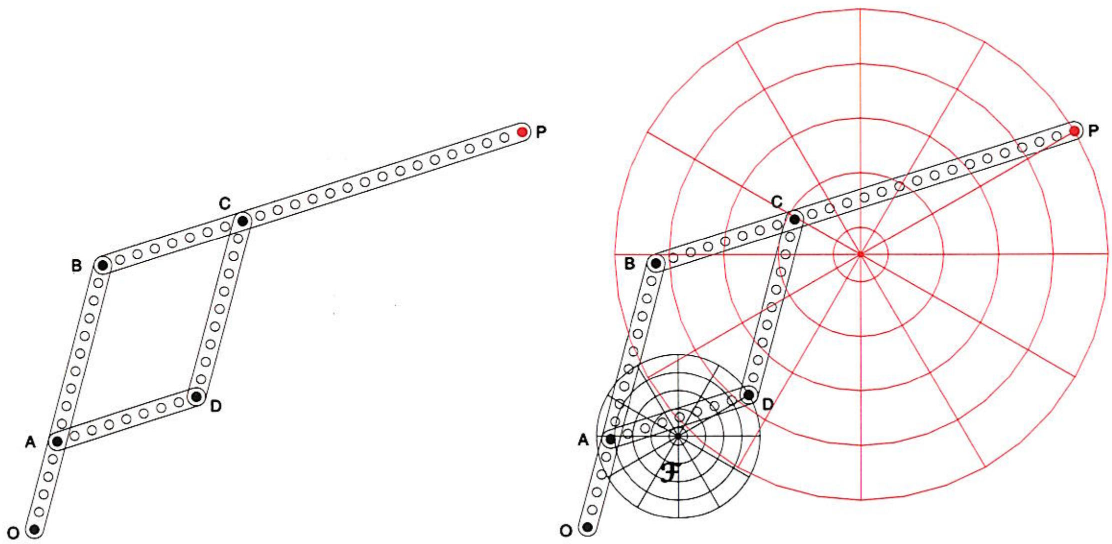
[1] Si les machines mathématiques vous intéressent, consultez le site Web : http ://www.museo.unimo.it/labmat

Math-Jeunes junior n°97 J,17–22, 2001



$$\frac{|OB|}{|OA|} = \frac{|BP|}{|BC|} = 1.5$$

Figure 3



$$\frac{|OB|}{|OA|} = \frac{|BP|}{|BC|} = 3$$

Figure 4

Les longueurs des tiges de ces pantographes sont différentes. Mais ils partagent une propriété fondamentale : pour chacun d'eux, les rapports $\frac{|OB|}{|OA|}$ et $\frac{|BP|}{|BC|}$ sont égaux. Pourquoi ?

Une question d'alignement et de proportion

L'égalité

$$\frac{|OB|}{|OA|} = \frac{|BP|}{|BC|}$$

a pour conséquence que

Quelle que soit la position de D,

- les points O, D et P sont alignés,
- le rapport $\frac{|OP|}{|OD|}$ est égal à $\frac{|OB|}{|OA|}$ et $\frac{|BP|}{|BC|}$

Voici un schéma d'un pantographe.

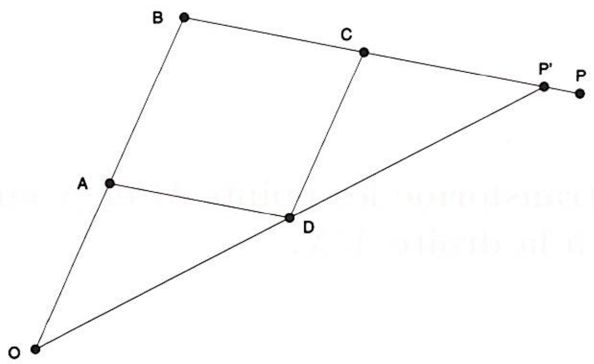


Figure 5

Notons P' le point intersection de OD et BC. A priori, les points P et P' sont différents. Puisque AD // BC, par le théorème de Thalès (voyez l'encadré à la fin de cet article), on a

$$\frac{|OB|}{|OA|} = \frac{|BP'|}{|BC|} = \frac{|OP'|}{|OD|}$$

Et puisque $\dfrac{|OB|}{|OA|} = \dfrac{|BP|}{|BC|}$,

$$\frac{|BP|}{|BC|} = \frac{|BP'|}{|BC|}$$

Comme P et P' sont tous deux sur la même demi-droite $[BC$, cette égalité entraîne $P = P'$, de sorte que

1. O, D et P sont alignés,
2. $\dfrac{|OB|}{|OA|} = \dfrac{|BP|}{|BC|} = \dfrac{|OP|}{|OD|}$

Remarquons que si les longueurs $|OP|$ et $|OD|$ varient selon la position de D, il n'en est pas de même du rapport $\dfrac{|OP|}{|OD|}$ puisqu'il est toujours égal à $\dfrac{|OB|}{|OA|}$.

Dans la suite, nous utiliserons la lettre k pour désigner la valeur du rapport $\dfrac{|OB|}{|OA|}$.

Nous adopterons aussi la convention suivante : si la pointe sèche D repose sur un point du papier appelé (par exemple) M, son image par la transformation, c'est-à-dire le point marqué par le crayon situé en P, est appelé M'. Et l'image de la figure $\mathfrak{F}$ est notée $\mathfrak{F}'$. (Lorsque M parcourt $\mathfrak{F}$, M' parcourt $\mathfrak{F}'$.)

La transformation réalisée par le pantographe est caractérisée de la façon suivante :

L'image M' d'un point quelconque M
- appartient à la droite OM,
- est telle que $\dfrac{|OM'|}{|OM|} = k$.

La transformation réalisée par un pantographe est appelée une **homothétie**. Son **centre** est le point fixe O, son **rapport** est la valeur $k = \frac{|BP|}{|BC|} = \frac{|OB|}{|OA|}$. Nous noterons h une homothétie.

Quelques propriétés

Sur la base de la caractérisation ci-dessus, nous pouvons étudier les propriétés des homothéties sans plus utiliser le pantographe.

Si l'homothétie h transforme les points M et N en M' et N', la droite $M'N'$ est parallèle à la droite MN.

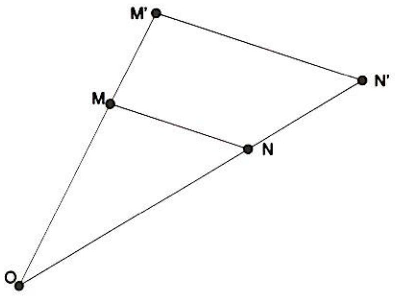


Figure 6

Puisque

$$\frac{|OM'|}{|OM|} = \frac{|ON'|}{|ON|}$$

cette affirmation est un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès.

Notons aussi que d'après le théorème de Thalès, on a également

$$\frac{|M'N'|}{|MN|} = \frac{|OM'|}{|OM|} = \frac{|ON'|}{|ON|}$$

Autrement dit :

> Si h est une homothétie de rapport k, alors
>
> $$|M'N'| = k \cdot |MN|$$

Si l'homothétie h transforme les points M et N en M' et N', elle transforme la droite MN en la droite $M'N'$.

Notons Q un point de la droite MN.

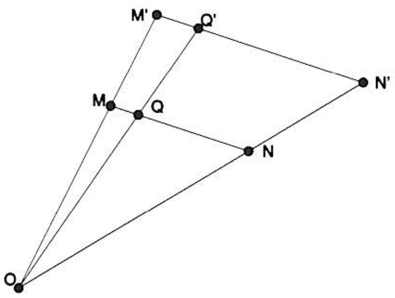


Figure 7

D'après la propriété précédente, $M'Q'$ est parallèle à MQ et $Q'N'$ est parallèle à QN. Mais les droites MQ, QN et MN coïncident. Et par le point Q' passe une seule parallèle à MN. Donc $M'Q' = Q'N'$ et le point Q' appartient à la droite $M'N'$.

> Q' est l'intersection de OQ et $M'N'$.

Si nous choisissons un point R' sur $M'N'$, pouvez-vous montrer qu'il est l'image d'un point R de MN.

Nous voyons qu'une homothétie transforme toujours une droite en une droite : nous dirons que

$\boxed{\text{Les homothéties conservent l'alignement.}}$

De plus une droite et son image sont toujours parallèles, elles ont la même direction.

$\boxed{\text{Les homothéties conservent la direction.}}$

A partir de là, vous devez pouvoir montrer que

$\boxed{\text{Les homothéties conservent les angles.}}$

Il est encore d'autres propriétés qui sont conservées par les homothéties. Par exemple, nous avons vu qu'une homothétie de rapport k transforme un segment de longueur ℓ en un segment de longueur $k\ell$. Par conséquent, si deux segments $[M, N]$ et $[Q, R]$ ont même longueur, leurs images $[M', N']$ et $[Q', R']$ ont aussi même longueur. Pouvez-vous en déduire que

$\boxed{\text{L'image d'un cercle de rayon } r \text{ par une homothétie de rapport } k \text{ est un cercle de rayon } kr.}$

Cette propriété était illustrée par les figures 2 à 4.

Et si on déformait ...

Et si nous modifiions notre pantographe ? Par exemple, prenons le pantographe de la figure 2, et plaçons le crayon en C plutôt qu'en P.

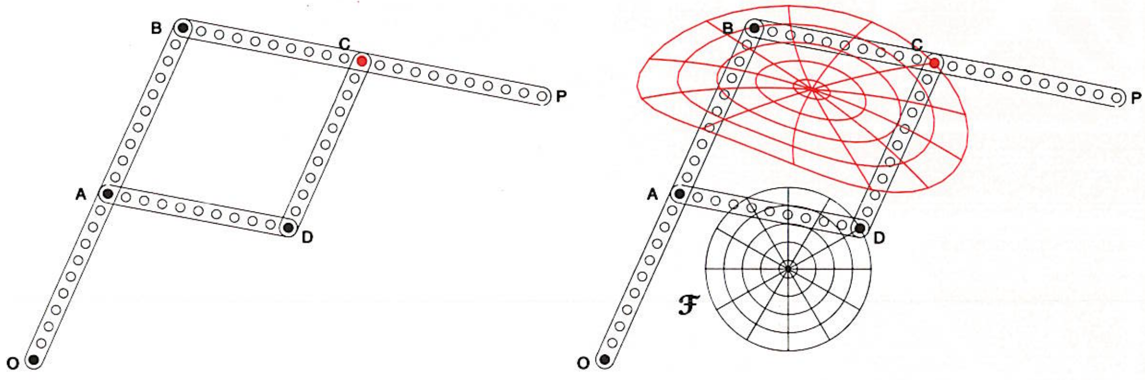


Figure 8

Cette transformation n'a pas de nom ! Comme vous pouvez le constater, elle ne conserve ni l'alignement, ni les cercles, ...

Nous pourrions même laisser le crayon en P, mais déformer le pantographe : sur la tige DC, reculons la vis située en C de quelques trous en direction de D. Le parallélogramme $ABCD$ devient un quadrilatère quelconque.

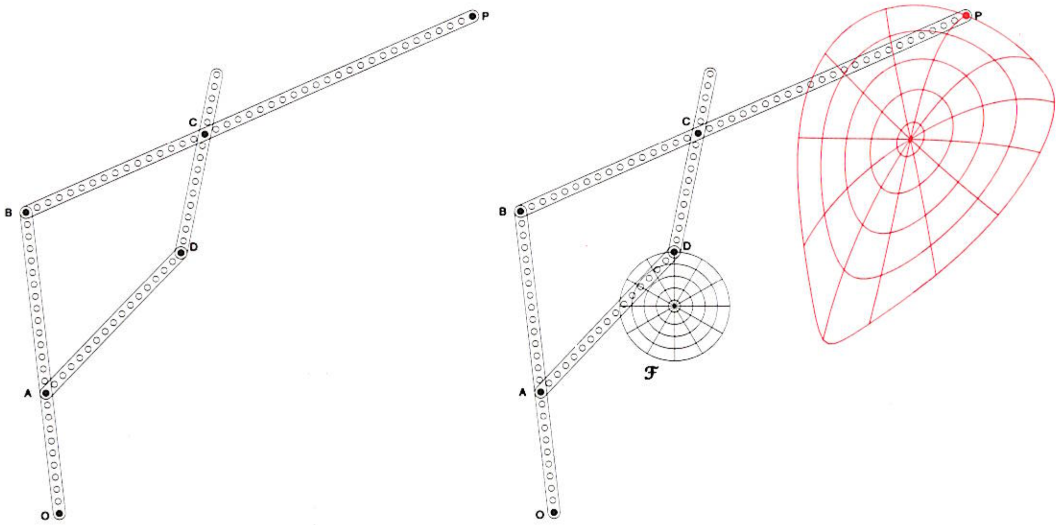
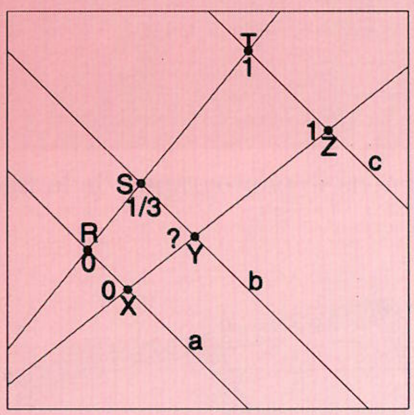


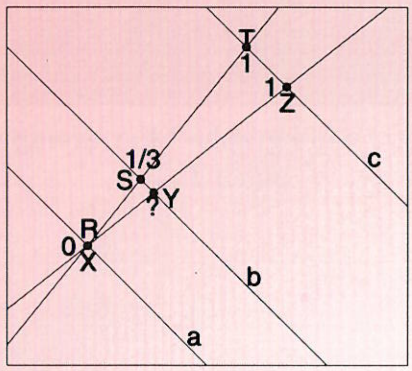
Figure 9

Comme vous voyez, il est facile de fabriquer des machines qui ne conservent pas l'alignement, le parallélisme ou l'égalité de distances. Attendez-vous à ce que les machines qui ont de telles propriétés correspondent à des transformations particulièrement importantes.

Le Théorème de Thalès



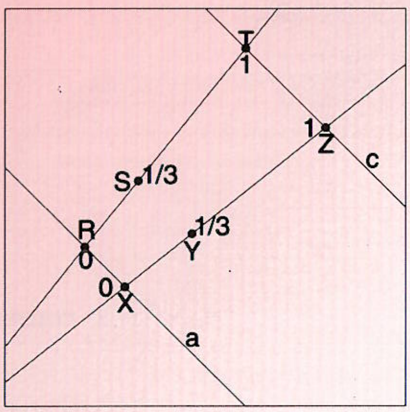
Cas particulier où $R = X$:



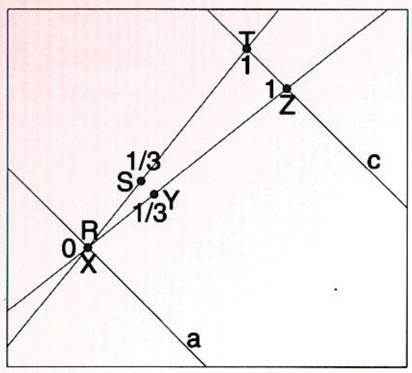
Les droites a, b et c étant parallèles,

$$\frac{|RS|}{|RT|} = \frac{|XY|}{|XZ|}$$

… et sa réciproque



Cas particulier où $R = X$:



Les droites a et c étant parallèles, si $\dfrac{|RS|}{|RT|} = \dfrac{|XY|}{|XZ|}$ alors

$$SY \parallel TZ$$

Chérot le terrain à bâtir

A. Paternottre, ***I.T.C. Boussu***

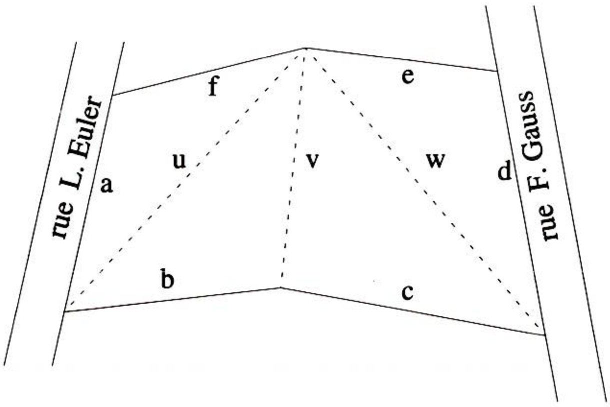
Une jolie formule appelée « Formule de Héron » ([1]) permet d'obtenir l'aire S d'un triangle quelconque en fonction des mesures a, b, c de ses côtés. Notre propos n'est pas ici de la démontrer (nous laissons ce soin à ton prof de math actuel ou futur) mais plutôt de l'utiliser à bon escient. Voici cette formule assez célèbre :

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ avec } p = \frac{a+b+c}{2} \quad (a,\ b,\ c \text{ sont trois nombres positifs})$$

1. Observe tout d'abord l'homogénéité de cette formule : les 4 facteurs p, $p-a$, $p-b$, $p-c$ étant homogènes à des m (mètres) par exemple, leur produit est homogène à des « m^4 » et la racine carrée de ce produit, donc aussi S, est bien homogène à des « m^2 ».
2. Cette formule étant applicable à tout triangle (même aplati), elle doit l'être dans les cas particuliers. Ainsi si le triangle est équilatéral de côté k, alors :

$$p = \frac{3k}{2} \text{ et } p-a = p-b = p-c = \frac{k}{2} \text{ et } S = \sqrt{\frac{3k}{2} \times \left(\frac{k}{2}\right)^3} = \sqrt{\frac{3k^4}{16}} = \frac{k^2\sqrt{3}}{4}$$

   Utilise la formule de Héron pour retrouver d'une manière similaire l'aire d'un triangle isocèle dont la base mesure b et les côtés égaux c ; retrouve de même l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent a et b.
3. Mais la formule de Héron se révèle très pratique dans la résolution de problèmes tels que le suivant :



Supposons que tu es l'heureux propriétaire du terrain en forme d'hexagone irrégulier dessiné ci-contre. Pour ton bonheur, ce terrain jouxte deux rues commerçantes d'une grande ville. Il se vend donc assez cher et il n'est donc pas question pour toi d'en perdre le moindre mètre carré ! Comment procéder pour calculer son aire avec une bonne précision et en connaître ensuite son prix de vente ? Encore une précision : comme le commun des mortels, tu ne possèdes comme seul instrument de mesure qu'un décamètre ruban.

Formule de Héron oblige, il est nécessaire de partager l'hexagone en triangles en menant les diagonales par un sommet bien choisi. Cette opération s'appelle « triangulation ». Dans le cas de la figure, la triangulation fournit quatre triangles dont on mesure chacun des côtés. C'est la phase délicate (et fatigante !) de l'opération. Mais elle permet, grâce à la formule de Héron, de calculer l'aire de chacun des quatre triangles et, après sommation, l'aire de l'hexagone. Remarque encore que, connaissant la longueur de chaque côté d'un triangle, on peut construire

([1]) Héron l'Ancien ou Héron d'Alexandrie était un ingénieur et mathématicien grec qui a vécu au premier siècle après J-C. Il s'est surtout intéressé à la « mesure » tant en géométrie (mesures des aires et des volumes) qu'en physique, optique, mécanique, pneumatique.

Math-Jeunes junior n°97 J,23–24, 2001

celui-ci. Il est donc possible, connaissant les neuf mesures précédentes et après avoir adopté une échelle de dessin convenable, de dresser le plan précis de ton terrain.

Voici les données réelles en mètres. Elles se rapportent à la figure ci-dessus :
$a = 18,2$; $b = 16,83$; $c = 22,65$; $d = 25,10$; $e = 19,77$; $f = 16,86$;
$u = 30,55$; $v = 22,17$; $w = 34,85$.

- Dresse d'abord le plan précis de ce terrain hexagonal à l'échelle 1/200. Pour ce faire, tu as besoin d'une grande feuille blanche, d'un compas, d'une règle graduée et d'un crayon.
- Procède ensuite avec ordre et méthode pour calculer l'aire de cet hexagone irrégulier. Ta calculatrice te sera évidemment très utile. Mieux, un petit programme d'ordinateur valable pour toute triangulation de tout polygone donnera la réponse quasi instantanément, une fois introduites les données ci-dessus.
- Si le prix du mètre carré de terrain est de 200 euros, calcule enfin le prix de ton terrain en francs belges (qui cesseront bientôt d'exister !).

Les réponses te sont données à la page 13 de ce *Math-Jeunes junior*.

Solutions de la rubrique JEUX.

- ◇ Le nom cherché est *égyptiens*.
- ◇ On emplit le seau de 5l. On verse une partie de son contenu dans le seau de 3l. Il reste 2l dans le grand seau. On vide le seau de 3l de son contenu et on transvase le 2l restant du grand seau dans le petit. On remplit le grand seau de 5l d'eau et on transvase dans le petit le litre qu'il peut encore absorber. Il reste alors 4l dans le grand seau. Avez-vous trouvé une autre façon de procéder ? Ecrivez-nous !
- ◇ Le bénéfice final n'est que de 20 BEF. Pour vous en convaincre, supposez qu'il possédait 400 BEF avant de commencer ses tractations. 400 BEF ? (30 BEF et le CD) ? 410 BEF ? (20 BEF et le CD ?) 420 BEF ? Autre solution : $-370 + 380 - 390 + 400 = +20 \rightarrow 20BEF$ de bénéfice.
- ◇ Il y a au moins une balle blanche (première condition de l'énoncé) et certainement pas deux sinon l'autre condition énoncée ne serait pas vérifiée. Il y a donc 99 balles jaunes et 1 blanche dans cette réserve. La probabilité qu'une balle tirée au hasard dans la réserve soit jaune est donc de 99/100 ou 0,99.

Olympiades Mathématiques Belges

Recueil de questions
préparé par
J.-P. CAZZARO et C. VILLERS

Société Belge des Professeurs
de Mathématique d'expression française

4 1994-1998

Ce tome 4 est disponible en Belgique en versant 270 BEF sur le compte

000-0728014-29 de SBPMef
Rue de la Halle 15 à 7000 Mons.

Pour les autres pays, veuillez consulter le secrétariat :
+32 (0)65 373729.
ou la page INTERNET :
`http ://www.sbpm.be`

Math-Jeunes Junior
Périodique trimestriel
15, rue de la Halle – 7000 Mons
Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: A. PATERNOTTRE
Rue du Moulin 78 – 7300 Boussu

Autorisation de fermeture
Sluitings toelating

7000 Mons 1
5/156

Belgique - België
P.P.
7000 Mons 1
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu
Refusé
Décédé
Adresse insuffisante
N'habite plus à l'adresse indiquée