

TU TE RENDS COMPTE?!  
NOUS VOICI DÉJÀ AU

N° 99 J

23e année  
Novembre 2001 - n° 99 J  
Bureau de dépôt : Mons I

EXTRAORDINAIRE!



F'01



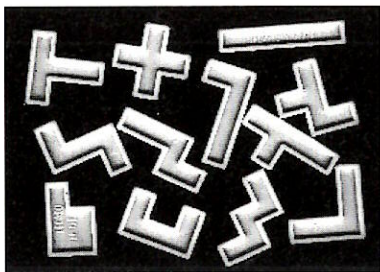
# La mathématique au quotidien

C. Villers, *Athénée Royal de Mons*

## Mono..., duo..., polyminos (1)

Nous voilà bien désolés ! Toutes les pièces du puzzle se sont répandues sur le sol. Bien que muettes par nature, elles semblent nous inviter à les remettre en ordre.

Mais avant cela, nous pouvons peut-être les observer attentivement et émettre quelques constatations et conjectures.



- Première constatation, assez immédiate : ce puzzle se compose de 12 pièces. Par ailleurs, elles sont relativement « plates » car elles ont une épaisseur juste suffisante que pour en assurer une certaine rigidité. Nous pouvons admettre qu'elles représentent chacune une partie du plan.
- Deuxième constatation tout aussi évidente : toutes ces pièces sont différentes par la forme. Aucune d'entre elles ne peut se superposer à une autre même après **déplacement ou retournement**.

Et pourtant, elles possèdent une caractéristique commune qui les fait donc se « ressembler » un peu. Voyez-vous de quoi il s'agit ?

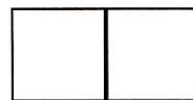
Eh bien, elles ont la même aire. Dessinez-les sur un papier quadrillé et vous vérifierez sans peine qu'elles sont toutes composées de cinq carrés identiques, que l'on peut alors qualifier d'unitaires.

Remarquez que ces carrés sont aussi juxtaposés, deux à deux, par un côté. Nous pouvons donc affirmer que ces pièces sont à la fois semblables et différentes.

Comme cela a déjà été dit, il vous est facile de reproduire ces 12 pièces par l'emploi d'une feuille de papier (ou de carton) munie d'un quadrillage. Construisez donc maintenant toutes les pièces de votre puzzle personnel.

### Bon travail !

Vous connaissez certainement un autre jeu basé sur la juxtaposition de deux carrés.



Comme il est évident qu'il n'y a qu'une seule façon de juxtaposer deux carrés unitaires, il s'ensuit que toutes les pièces de ce jeu sont nécessairement de la même forme. Vous avez certainement compris qu'il s'agit des célèbres dominos. Le préfixe « do » signifie « deux ».

Et comme « cinq » se traduit par « penta », il est tout à fait naturel de donner le nom de pentaminos aux pièces du puzzle que nous analysons.

Maintenant, nous pouvons nous interroger sur le nombre de pièces du puzzle. **Pourquoi 12 et pas 11 ou 13 ou n'importe quel nombre ?**

Essayons de déterminer le plus grand nombre de pentaminos différents (à un déplacement ou à un retournement près) que nous pouvons dessiner.

Puisque cinq vient après quatre, une stratégie consiste à engendrer les pentaminos à partir des tétraminos (« tetra » signifie « quatre ») auquel on « ajoute » un carré unitaire de toutes les façons possibles. Les tétraminos sont eux-mêmes engendrés à partir des triminos qui sont engendrés à partir des dominos engendrés à partir des monominos.

### Allons-y donc avec détermination !

**Les monominos** : il est évident qu'il n'y en a que d'un seul type, le carré unitaire.



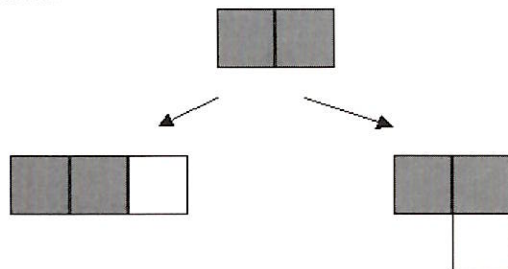


**Les dominos** : Le monomino n'engendre qu'un seul type de dominos.



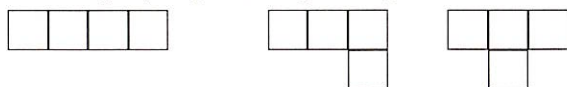
Certes, nous pouvons accoler le carré blanc sur chacun des quatre côtés du carré gris. Mais toutes ces possibilités nous donnent la même configuration.

**Les triminos** : Réalisez des dessins et vous verrez que le domino engendre deux types de triminos selon la façon de placer le 3<sup>e</sup> carré unitaire.



**Les quadriminos (ou tetraminos)** : dessinez les quadriminos engendrés par chacun des deux triminos.

Si vous avez bien travaillé, vous avez obtenu 5 types différents de quadriminos. Trois sont, par exemple, engendrés par le premier trimino



et deux sont alors engendrés par le deuxième trimino.



**Il y a donc cinq types différents de quadriminos.**

Et maintenant, un peu de courage. Interrompez votre lecture et dessinez donc tous les pentaminos différents engendrés par les 5 types différents de quadriminos obtenus ci-avant.

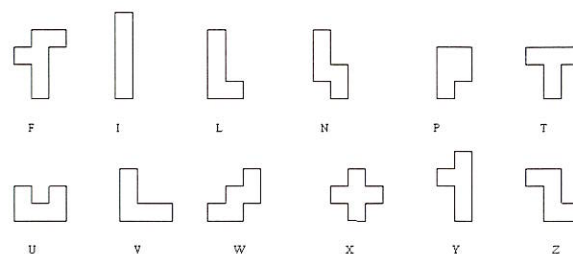
**C'est fait ! Alors, voilà la récompense de votre travail !**

Vous avez obtenu 12 types différents de pentaminos. Ce sont ceux des pièces du puzzle.

Rien ne vous empêche maintenant de continuer sur cette lancée en dessinant tous les types différents d'hexaminos, puis d'heptaminos, puis d'octominos, etc ... Mais n'exagérons pas !

**Que peut-on bien faire avec ces 12 pentaminos ?**

Les coder c'est à dire les désigner par une lettre qui rappelle au mieux leur forme générale. Il est habituel d'utiliser la convention qui est donnée ci-dessous.



**Mais encore ?**

Il est assez naturel de songer à les assembler pour effectuer un pavage. Dans ce cas, les 12 pièces doivent toutes être utilisées et ne peuvent laisser de « trou ». Puisque chaque pièce est composée de 5 carrés de côté 1u, son aire est  $5u^2$ .

L'aire de la forme à paver avec les douze pentaminos doit donc être de  $12 \times 5u^2$ , soit  $60u^2$ .

Puisque les bords des pentaminos sont formés de segments deux à deux parallèles ou perpendiculaires, la première idée est de paver, si c'est possible, un rectangle.

**Quelle peuvent alors être ses dimensions ?**

Vous voilà subitement plongés dans les notions de diviseurs et multiples naturels de 60. Les paires possibles de dimensions naturelles sont

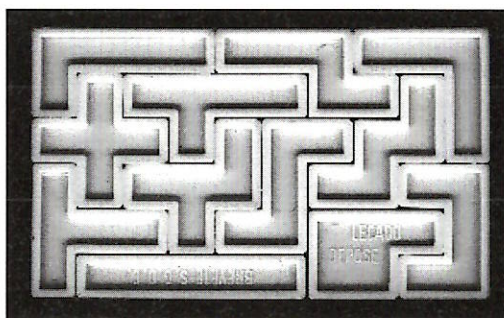
$\{1u, 60u\}$ ,  $\{2u, 30u\}$ ,  $\{3u, 20u\}$ ,

$\{4u, 15u\}$ ,  $\{5u, 12u\}$  et  $\{6u, 10u\}$





Je vous invite à essayer de paver le rectangle de dimensions  $6u$  et  $10u$  avec les pièces que vous avez construites. Ce n'est pas évident mais c'est faisable. Pour que vous ne désespériez pas trop à cause de ce puzzle, voici une des solutions, illustrée par l'image des pièces avant leur chute ...



Comme vous pouvez le constater grâce à l'illustration précédente, les pentaminos ont été commercialisés sous forme de jeu, par (au moins) une firme qui a déposé un brevet.

Vous pouvez aussi rechercher des pavages d'autres rectangles de même aire ou d'aire plus petite que celle du rectangle  $10 \times 6$ . Il faut seulement que cette aire soit multiple de 5.

Des exemples de pavages des rectangles  $20 \times 3$ ,  $15 \times 4$ ,  $15 \times 3$ ,  $10 \times 3$  et  $5 \times 3$  seront donnés dans le prochain numéro de la revue. Nous attendons maintenant vos solutions qui peuvent nous parvenir sous la forme d'un dessin sur une feuille graduée.

Envoyez-les au plus tôt (à l'adresse de la rédaction).

## Solution de l'article « C'est pas un miracle! »

♠ Examinons d'abord les calculs successifs de Géraldine qui a manifestement voulu bluffer son frère Jean en choisissant d'aller 12 fois par semaine au resto :

$$12 \times 2 = 24$$

$$24 + 5 = 29$$

$$50 \times 29 = 1450$$

$$1450 + 1750 = 3200$$

(On est le 17/3/2001 et sa date d'anniversaire est le 20/9)

$$3200 - 1989 = 1211.$$

Résultat des courses : 12 restos et 11 ans.

Généralisons :

- Soit  $n$  le nombre de restos ( $n$  est donc un nombre naturel le plus souvent compris entre 0 et 7).
- Supposons aussi que la personne qui effectue les calculs soit née en  $\overline{19du}$  ( $\overline{19du} > 1901$ ) et qu'elle ait déjà fêté son anniversaire en cette année 2001. Voici ses calculs successifs :

$$2 \times n$$

$$2n + 5$$

$$50 \times (2n + 5) = 100n + 250$$

$$100n + 250 + 1751 = 100n + 2001$$

$$100n + 2001 - \overline{19du} = f$$

$(2001 - \overline{19du})$  est un nombre de deux chiffres qui n'est autre que l'âge de la personne en 2001. Le résultat final  $f$  est donc un nombre entier composé d'un certain nombre de chiffres (le plus souvent 3), les deux derniers constituent l'âge de la personne et les premiers le nombre  $n$  choisi par elle. Bien sûr si  $n = 0$  alors  $f$  est directement l'âge de la personne et celle-ci ne va jamais au resto.

Questions complémentaires :

1. Que faut-il modifier dans la suite des calculs pour que le « truc » soit encore d'application lors d'une année ultérieure à 2001 ?
2. En 2001 ou après, il y a quand même une limite d'âge à ne pas dépasser si tu veux que le « truc marche toujours bien ». Laquelle ?



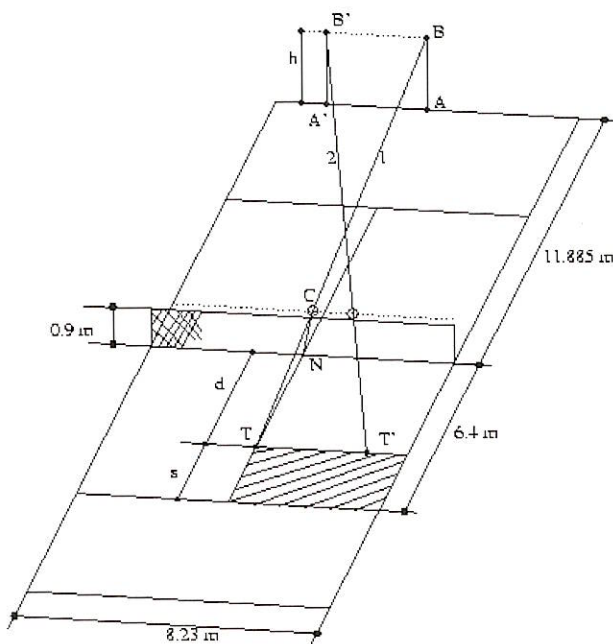


# Ace délicat

Les récents succès obtenus par nos jeunes joueuses et joueurs belges dans les grands tournois internationaux de tennis n'ont laissé personne indifférent dans notre pays. Bravo et félicitations à Justine, Kim, Xavier, Olivier, Christophe et les autres pour tous ces moments de bonheur qu'ils nous ont procurés et qu'ils nous procureront encore, sans nul doute, à l'avenir.

Je suppose que, comme moi, vous avez été nombreux à regarder jouer ces jeunes sur vos écrans de télévision. Avez-vous observé combien chaque joueuse et joueur soigne son service ? C'est qu'en effet une balle de service puissamment frappée (à plus de 220 km/h pour les spécialistes), rasant le filet sans le toucher et tombant sur le sol à l'intérieur du rectangle de service (ou sur les lignes blanches qui le délimitent), place le receveur dans une situation difficile. Le service est d'ailleurs appelé « *ace* » lorsqu'il est impossible au receveur de le renvoyer dans les limites du court. Un ace est un coup à la fois difficile et hasardeux à réaliser. **Eh oui, l'ace est délicat !** C'est ce que nous allons tenter d'examiner de plus près dans le présent article.

Voici un court de tennis en réduction. Toutes les dimensions indiquées sur ce dessin le sont en mètres. Sachez encore que le diamètre d'une balle de tennis doit être compris entre 6,35 cm et 6,67 cm. Nous considérons dans la suite que ce diamètre est de 6,5 cm ou 0,065 m.



Nous faisons l'hypothèse simplificatrice mais néanmoins raisonnable suivante : *Lors du service, le joueur ou la joueuse imprime à la balle une vitesse telle que la trajectoire décrite par le centre de cette balle est une droite.*

Cette trajectoire est donc censée ne subir l'effet d'aucun agent extérieur comme le vent ou la résistance de l'air par exemple. De plus la balle n'est pas slicée au service.

Première situation. On suppose que :

- Le serveur se place au point  $A$  situé au milieu de la ligne de fond. Sa raquette frappe la balle au point  $B$ . La longueur du segment vertical  $[AB]$  est notée  $h$  et nommée « hauteur de frappe ». Donc  $|AB| = h$ .



- La balle rase le filet (sans le toucher) en son milieu. Au moment où la balle rase le filet, son centre  $C$  (qui décrit sa trajectoire) se trouve donc un rayon plus haut que le milieu du filet.
- La balle rebondit finalement au point d'impact  $T$  situé sur la ligne blanche médiane tracée sur le court.

On pose  $d = |NT|$ ,  $N$  étant le milieu du bord inférieur du filet.

On a :  $|NC| = \text{hauteur du filet} + \text{rayon de la balle} = 0,9 + \frac{0,065}{2} = 0,9325\text{m}$ .

La similitude des triangles rectangles  $ABT$  et  $NCT$  conduit à la proportion suivante :

$$\frac{|AB|}{|AT|} = \frac{|NC|}{|NT|} \text{ ou } \frac{h}{11,885 + d} = \frac{0,9325}{d}$$

Dans cette dernière proportion, le produit des moyens étant égal au produit des extrêmes, on a successivement :

$$h \times d = 0,9325(11,885 + d) \Leftrightarrow h \times d = 11,083 + 0,9325 \times d$$

Dans cette dernière équation :

si on divise les deux membres par  $d$ , on obtient  $h$  en fonction de  $d$  :

$$h = 0,9325 + \frac{11,083}{d} \quad (1)$$

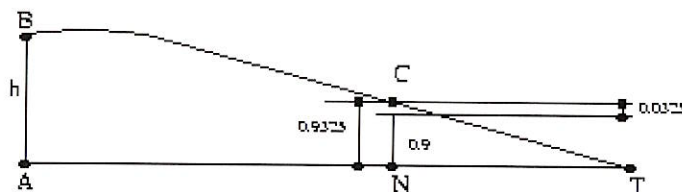
et si on isole  $d$  dans le premier membre, on obtient  $d$  en fonction de  $h$  :

$$d = \frac{11,083}{h - 0,9325} \quad (2)$$

♠ **Exploitions d'abord (1)** : pour que la balle soit déclarée bonne, il faut que  $d \leq 6,4$  m. Dès lors la hauteur minimum de frappe est telle que :

$$h_{\min} = 0,9325 + \frac{11,083}{6,4} = 2,664 \text{ m}$$

Si la hauteur de frappe du joueur est inférieure à 2,664 m, il ne pourra théoriquement pas servir en ligne droite. Il sera donc obligé, s'il ne veut pas servir dans le filet ni l'effleurer, de donner à la balle une trajectoire légèrement incurvée.



♠ **Exploitions maintenant (2)** : considérons donc un serveur dont la hauteur de frappe est au moins de 2,664 m. L'égalité (2) prouve que plus  $h$  est grand et plus  $d$  est petit et donc aussi plus la marge de sécurité ( $s$ ) du serveur est grande. Vous aurez sans doute deviné que  $s = 6,4 - d$  (en mètres).

Calculons par exemple la marge de sécurité d'un serveur qui possède une hauteur de frappe de 2,82 m.

Pour ce serveur on a :  $d = \frac{11,083}{2,82 - 0,9325} = 5,872$  et dès lors  $s = 6,4 - 5,872 = 0,528$  m





**Deuxième situation.** On suppose que :

- le serveur est situé en un point quelconque  $A'$  de la ligne de fond. Sa hauteur de frappe n'a évidemment pas varié puisque il s'agit du même serveur. On a donc cette fois :  $h = |A'B'|$ .
- la balle rase toujours le filet (sans le toucher) mais plus nécessairement en son milieu.
- la balle rebondit finalement au point d'impact  $T'$  situé dans le rectangle de service.

Dans cette situation, la trajectoire  $B'T'$  décrite par le centre de la balle est encore une droite. Celle-ci est incluse dans le plan déterminé par :

- le point  $B$  d'une part, et
- la droite passant par le point  $C$  et parallèle au bord supérieur du filet d'autre part.

Ce plan coupe le court suivant une droite parallèle à la ligne de fond et passant par les points  $T$  et  $T'$ .

Finalement chaque serveur dispose d'un rectangle de sécurité (hachuré sur la figure) dont les dimensions (en m) sont :

$$\text{longueur} = \frac{8,23}{2} = 4,115; \quad \text{hauteur} = s = 6,4 - d$$

Le service sera donc déclaré « bon » (et sera peut-être un ace) chaque fois que la balle de service rebondira dans le rectangle de sécurité.

Voici un tableau donnant  $s$  pour des valeurs de  $h$  s'échelonnant de 2,664 m à 3.2 m par pas de 0.02 m

h	2,664	2,68	2,7	2,72	2,74	2,76	2,78	2,8	2,82	2,84	2,86	2,88	2,9	2,92
s	0	0,058	0,13	0,2	0,268	0,335	0,401	0,465	0,528	0,59	0,65	0,709	0,767	0,824
h	2,94	2,96	2,98	3	3,02	3,04	3,06	3,08	3,1	3,12	3,14	3,16	3,18	3,2
s	0,879	0,934	0,987	1,039	1,091	1,141	1,191	1,239	1,287	1,333	1,379	1,424	1,469	1,512

**Note :** pour une étude plus élaborée, le lecteur consultera l'article de Monique Parker (ULB) paru dans le *Math-Jeunes* n°58 de l'année 1992.

## Solutions des jeux de Tonton C.

- ◇ Le bénéfice final n'est que de 20 BEF. Pour vous en convaincre, supposez qu'il possédait 400 BEF avant de commencer ces tractations. 400 BEF ? (30 BEF et le CD) ? 410 BEF ? (20 BEF et le CD) ? 420 BEF
- ◇ On emplit le seau de 5l. On verse une partie de son contenu dans le seau de 3l. Il reste 2l dans le grand seau. On vide le seau de 3l de son contenu et on transvase les 2l restant du grand seau dans le petit. On remplit le grand seau de 5l d'eau et on transvase dans le petit le litre qu'il peut encore absorber. Il reste alors 4l dans le grand seau. Avez-vous trouvé une autre façon de procéder ? Écrivez-nous.
- ◇ Le nom cherché est : *SYLVESTER* (James-Joseph 1814-1897)





# Quel pied !

J. Miéwis, *Collège St Louis de Liège*

Comment vous y retrouvez-vous dans les pointures de chaussures ?

L'unité de longueur est le *point*. Si vous chaussez du 42, cela veut donc dire 42 points. Certes, mais que vaut le point ? Et bien cela dépend de la nationalité du chausseur !

Si votre chaussure est d'origine française, le point vaut  $\frac{2}{3}$  de centimètre. Chausser du 42, c'est avoir une chaussure (donc un pied) de  $42 \cdot \frac{2}{3} = 28$  cm. Réciproquement, si votre pied mesure 28 cm, il vous suffit de multiplier cette valeur par 1,5 (1,5 est l'inverse de  $\frac{2}{3}$ ) pour trouver votre pointure française.

Le point d'origine américaine est proche de celui utilisé par les français, mais on retire systématiquement 33. Ainsi la pointure 42 française s'écrira 9 pour une chaussure américaine chaussant un pied de 28 cm.

$\begin{aligned} \text{Pointure Américaine} &= \text{Pointure Française} - 33 \\ \text{Pointure française} &= \text{Pointure Américaine} + 33 \end{aligned}$
--

Les anglais comme souvent se font remarquer : leur point vaut *le tiers de pouce*, en comptant le pouce à 2,54 cm, cela nous donne pour le point anglais une valeur approchée de  $\frac{1}{3} \cdot 2,54 \simeq 0,85$  cm.

Mais l'échelle commence à 4 pouces, est suivie d'une première numérotation de 0 à 13 pour les chaussures d'enfants, puis la numérotation RECOMMENCE à partir de 1 !

La première numérotation s'étend donc sur 14 tiers de pouces au delà de 4 pouces, soit  $4 + \frac{14}{3} = \frac{26}{3}$  pouces, soit près de 22 cm.

Si vous chaussez du 42 français, pour trouver votre pointure anglaise, il vous faudra d'abord remarquer que votre pied fait 28 cm ; puis vous enlevez l'équivalent de la première tabulation  $28 - 22 = 6$  cm. Et puisque le point représente 0,85 cm, nous avons :  $\frac{6}{0,85} \simeq 7,05$ . Voilà vous chaussez du 7 en Angleterre !

**À vous d'écrire les formules de conversion :**

- ★ France - Angleterre,
- ★ Angleterre - France,
- ★ Amérique - Angleterre,
- ★ Angleterre - Amérique.

Bon travail !

**Une dernière remarque :**

Les chaussures italiennes ont des pointures décalées vers le bas d'une ou parfois de deux valeurs, qu'elles utilisent les normes françaises, anglaises ou américaines ; et ce pour des raisons totalement psychologiques où les mathématiques ont peu à faire (et à comprendre).





# RALLYE problèmes

C. Festraets

Le lauréat du rallye 2000-2001 de Math-Jeunes-Junior est Thierry Coebergs, élève de 3ème à l'athénée royal de Thuin.

Toutes nos félicitations à ce lecteur sagace.

Le rallye problèmes 2001-2002 comportera trois étapes publiées dans les numéros 99, 100, 101 de cette revue. À chaque étape, cinq problèmes seront proposés à votre sagacité ; la plupart des problèmes posés ne nécessitent guère que des connaissances mathématiques élémentaires ; en outre, il faut avoir l'esprit logique et trouver le bon raisonnement. Évidemment, ce n'est pas toujours facile, mais vous pouvez envoyer des solutions partielles, par exemple si vous n'avez résolu que la première partie d'un problème et estimez que la suite est trop difficile pour votre âge ou encore, si vous aboutissez à une équation dont vous ne trouvez pas la solution parce que vous n'avez pas étudié ce type d'équation en classe.

Veillez à rédiger les solutions des différents problèmes sur des feuilles séparées. Sur chacune d'elles, indiquez vos nom, prénom, âge, adresse personnelle, classe et école.

La réponse finale ne suffit pas ; il faut que vos solutions soient soigneusement expliquées et justifiées. Les figures et démonstrations doivent *figurer sur la même page ou sur deux pages se faisant vis-à-vis*. Dans le cas où vous ne respecteriez pas ces instructions, vos envois ne seront hélas pas pris en considération.

Il n'est pas nécessaire d'avoir pu résoudre tous les problèmes pour être primé ; cependant seuls les concurrents ayant pris part aux trois étapes peuvent espérer intervenir dans le classement final et bien sûr, plus vous aurez résolu correctement de problèmes, plus vous aurez de chances d'avoir un prix.

Les solutions doivent être envoyées à C. FESTRAETS, 36, rue J.B. Vandercammen, 1160 Bruxelles, pour le 18 janvier 2002 au plus tard.

## 1 – Mosaïque

Un homme dispose de 15878 pièces de mosaïque toutes en forme de triangle équilatéral dont la longueur du côté est 1 cm. Avec ces pièces, il construit la plus grande mosaïque possible en forme de triangle équilatéral.

- Quelle est la longueur du côté de cette mosaïque ?
- Combien de pièces lui reste-t-il après cette construction ?



## 2 – Découpage

Dans une feuille de papier rectangulaire, on découpe le carré le plus grand possible. Dans le morceau restant, on découpe à nouveau le carré le plus grand possible et ainsi de suite jusqu'à ce que le dernier morceau soit lui-même un carré. Quelle est la longueur du côté du dernier carré sachant que les dimensions de la feuille de départ sont :

- 1) 256 cm et 96 cm
- 2) 96 cm et 15 cm
- 3)  $a$  cm et  $b$  cm.

## 3 – Produits pairs

La table de multiplication des nombres naturels de 1 à 15 contient 225 produits. Combien de ces produits sont des nombres pairs ?

?

## 4 – Héritage

Harpagon laisse à sa mort un capital à partager entre tous ses enfants. Le testament précise que l'aîné doit être servi en premier et recevra 100000 F plus un dixième du reste ; le second enfant recevra ensuite 200000 F plus un dixième du reste ; puis le troisième recevra 300000 F plus un dixième du reste et ainsi de suite. Il se fait que chacun des enfants reçoit la même somme. Combien Harpagon avait-il d'enfants et quel est le montant de sa fortune ?

?

## 5 – Des multiples de 9

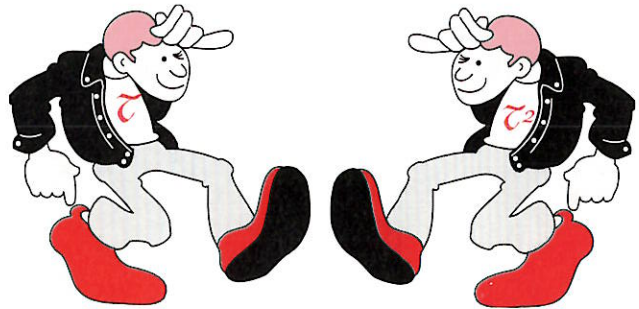
La suite 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, ... est formée des multiples successifs de 9. On multiplie par -1 un terme sur deux, en commençant par le premier, ce qui donne une nouvelle suite -9, 18, -27, 36, -45, 54, -63, ... Pour quelle valeur de  $n$  la somme des  $n$  premiers termes de cette suite est-elle égale à 180 ?



# Les frères Hick 3

B. Honclaire

Agence de détectives  
privés  
Les frères Hick  
Recherches en tous  
genres



Ami lecteur,

Tu as fait la connaissance des jumeaux Mat — dit  $T$  — et Matt — dit  $T^2$  — dans les numéros 96 et 97 de Math-Jeunes junior.  $T$  aime utiliser sa calculatrice, tandis que  $T^2$  essaie de structurer les tâtonnements de son frère.

Ils collaborent pour résoudre la question posée dans Math-Jeunes junior no 97 :

Les moyennes arithmétique, harmonique et géométrique de deux nombres naturels  $a$  et  $b$  peuvent-elles être des nombres naturels ?

Pour rappel :

Moyenne **arithmétique**  
de deux nombres  $a$  et  $b$  :

$$\frac{a+b}{2}$$

Moyenne **harmonique** de  
deux nombres  $a$  et  $b$  :

$$\frac{2ab}{a+b}$$

Moyenne **géométrique** de  
deux nombres  $a$  et  $b$  :

$$\sqrt{ab}$$

Ils te présenteront ensuite une nouvelle énigme.

Bon courage et bon amusement.

$T$  - « Pour trouver les trois moyennes entières je me suis occupé d'abord de la moyenne géométrique  $g$  et j'ai regardé les carrés jusque 100! Je n'ai rien trouvé! Il ne doit pas y en avoir beaucoup!

Je t'ai apporté un tableau résumé de mes recherches . »



Produit des deux nombres	Nombre 1	Nombre 2	Moyennes		
			$h$	$m$	$g$
4	1	4	1.6	2.5	2
9	1	9	1.8	5	3
16	1	16	1.8823529	8.5	4
16	2	8	3.2	5	4
25	1	25	1.92307692	13	5
36	1	36	1.94594595	18.5	6
36	2	18	3.6	1.	6
36	4	9	5.53846154	6.5	6
49	1	49	1.96	25	7
64	1	64	1.96923077	32.5	8
64	2	32	3.76470588	17	8
64	4	16	6.4	10	8
81	1	81	1.97560976	41	9
81	3	27	5.4	15	9
100	1	100	1.98019802	50.5	10
100	2	50	3.84615385	26	10
100	4	25	6.89655172	14.5	10
100	5	20	8	12.5	10

$T^2$  « Tu as presque trouvé! Partons de ton dernier essai :  $a = 5$  et  $b = 20$ . Seule la moyenne arithmétique  $m$  n'est pas entière parce que  $a + b = 25$  n'est pas un nombre pair. »

$T$  « C'est vrai, j'y avais pensé plus tôt et puis, je me suis un peu égaré dans mes calculs. Pour que  $m$  soit un entier, il faut que  $a$  et  $b$  soient tous les deux pairs ou tous les deux impairs. Je vais donc essayer  $a = 10$  et  $b = 20$ . ... Zut, j'ai gagné  $m = 15$  mais  $g = \sqrt{200}$  n'est plus entier! »

$T^2$  « Ne t'énerve pas, 200 n'est pas un carré parfait mais 400 l'est, essaie de modifier  $a$  ou  $b$  pour avoir  $ab = 400$ ! »

$T$  « (très excité) oui ... il faut multiplier  $ab$  par 2 ... je prends  $a = 20$  et  $b = 20$  ou  $a = 10$  et  $b = 40$ .

Si  $a = 20$  et  $b = 20$ , alors  $m = 20$ ,  $g = 20$  et  $h = 20$ . J'ai gagné mais c'est très spécial, j'avais toujours cherché deux nombres. »

$T^2$  « Vrai : très spécial et pas lié au choix du nombre 20.

En effet, si  $a = b$ , on a  $m = \frac{a+a}{2} = a$ ,  $h = \frac{2a^2}{2a} = a$  et  $g = \sqrt{a^2} = a$ .

Mais tu ne t'occupes pas de ce que je te raconte! »

$T$  « (de plus en plus excité) J'ai calculé avec  $a = 10$  et  $b = 40$ ,  $m = 25$ ,  $h = 16$  et  $g = 20$ . Cette fois, j'ai trouvé, avec deux nombres différents. »

$T^2$  « Oui, tu as même gagné plus que tu ne le penses puisque cette solution permet d'en construire une infinité.

En effet, si les nombres  $a$  et  $b$  donnent trois moyennes entières  $m$ ,  $h$  et  $g$  alors, quel que soit le naturel  $k$ , les nombres  $ka$  et  $kb$  donnent également trois moyennes entières puisque



$$\frac{ka + kb}{2} = k \cdot \frac{a + b}{2} = km$$

$$\frac{2 \cdot ka \cdot kb}{ka + kb} = \frac{k^2 \cdot 2ab}{k \cdot (a + b)} = kh$$

$$\sqrt{ka \cdot kb} = k \cdot \sqrt{ab} = kg$$

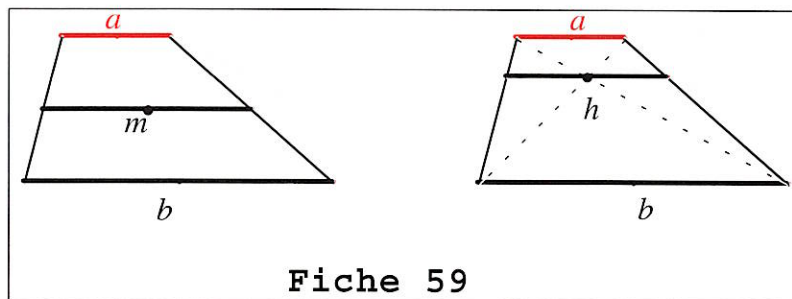
»

*T* (le regard vers l'infini) - « Eh oui! »

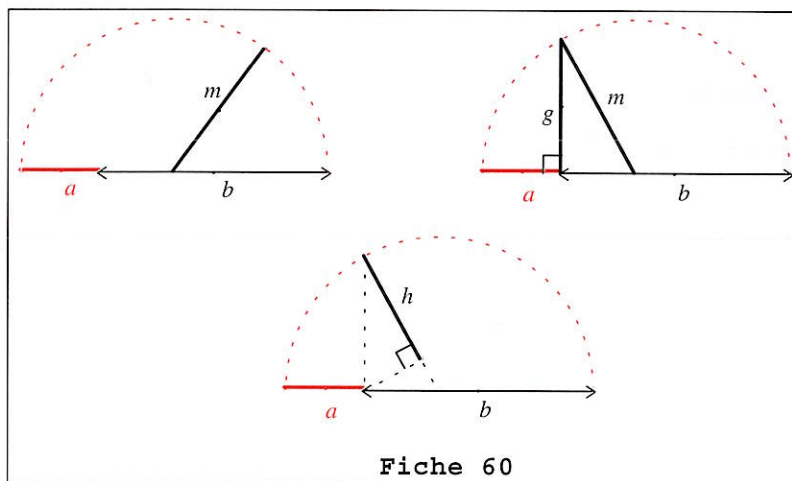
*T*<sup>2</sup> - « Sais-tu qu'on retrouve ces moyennes dans des figures géométriques? »

*T* (énervé) - « Mais bien sûr, dans un trapèze on a trouvé la moyenne harmonique! »

*T*<sup>2</sup> (qui a failli en attraper le hoquet) - « ...ique! J'ai d'autres surprises pour toi! Regarde cette fiche sur le trapèze :



Et cette autre fiche sur le demi-cercle :

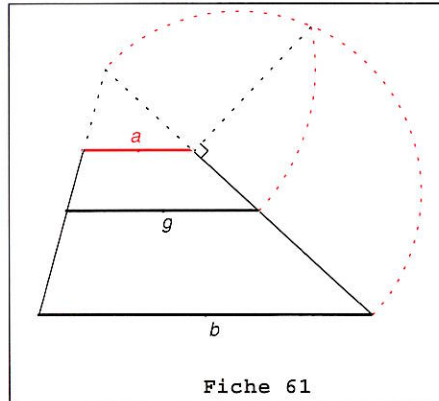


*T* (moqueur) - « Pauvre trapèze! Tu ne lui a pas trouvé de moyenne géométrique? »

*T*<sup>2</sup> (trionphant) - « Attends, il me reste encore une fiche!

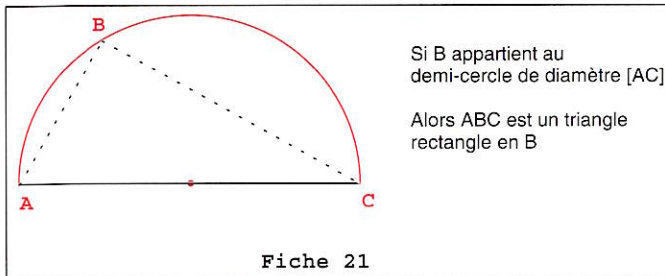






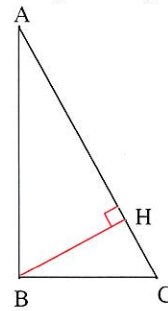
Fiche 61

*T<sup>2</sup> - Tu analyseras toutes ces constructions pour la fois prochaine. Je t'ai apporté les fiches 20 et 21, elles devraient t'aider »*



Fiche 21

ABC triangle rectangle en B



$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 \quad (\text{Pythagore})$$

$$|BH|^2 = |AH| \cdot |CH|$$

$$|AB|^2 = |AC| \cdot |AH|$$

$$|CB|^2 = |AC| \cdot |CH|$$

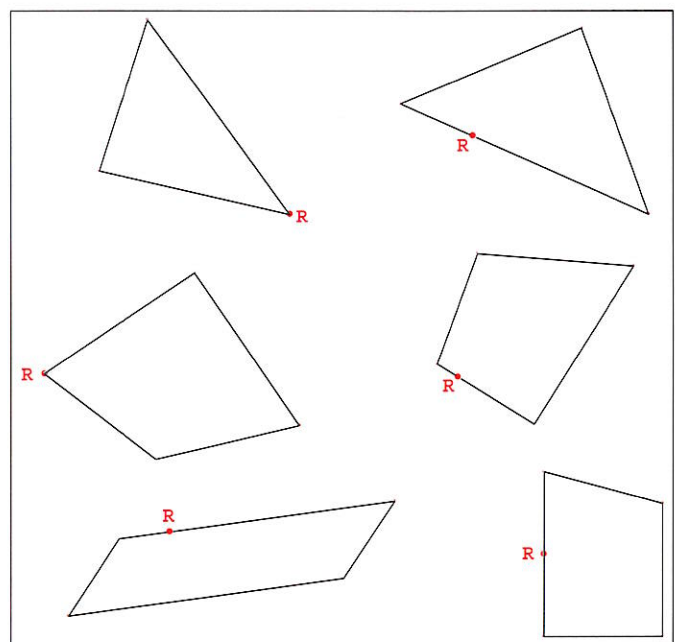
+ voir trigonométrie

Fiche 20

*T<sup>2</sup> - « Il est temps de communiquer l'énigme suivante. »*

## Où il est question d'être comme Salomon !

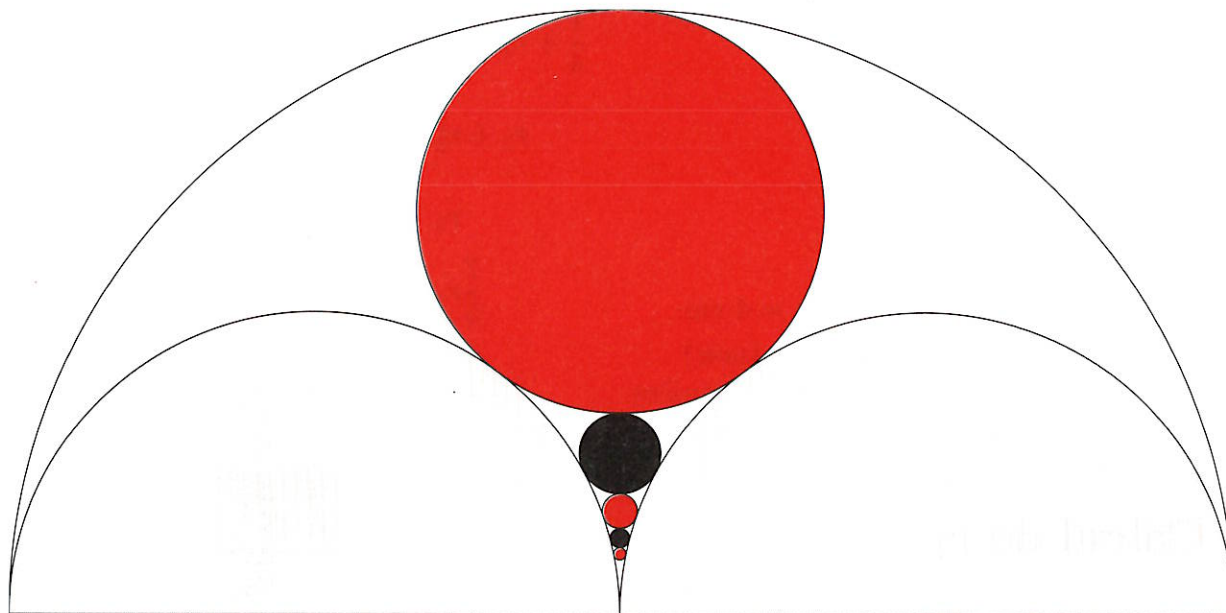
Ces figures, en deux tu couperas  
Par une droite comprenant *R*.  
Les deux parties auront la même aire  
Alors un sentiment de justice t'envahira.



(à suivre ...)

# Disques Tritangents

Yolande Noël-Roch



Essaie de reproduire le dessin ci-dessus.

Sans doute n'as-tu rencontré aucun problème pour dessiner les trois demi-disques de départ ... mais il est moins commode de dessiner la famille des disques alternativement rouges et noirs !

Pour des raisons de symétrie de la figure, les centres de ces disques appartiennent au diamètre du « grand » demi-disque tangent aux deux « petits » demi-disques. Pour tracer le grand disque rouge, il faut savoir choisir le centre et le rayon. Les contraintes de symétrie et de tangence entre le disque rouge et le grand demi-disque permettent de résoudre le problème. C'est ce que nous allons faire en prenant le rayon  $r$  du grand demi-disque comme unité de longueur.

## 1. Calcul de $r_1$

Appliquons le théorème de Pythagore (voir l'encadré) au triangle rectangle  $DMP_1$  :

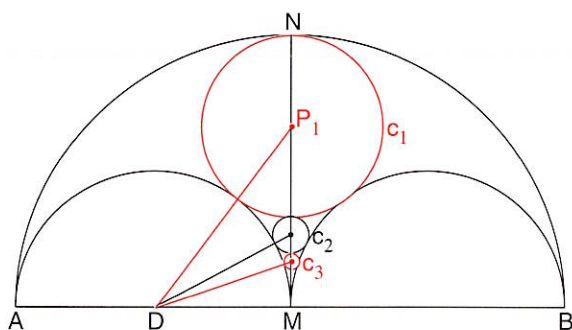
$$|DP_1|^2 = |DM|^2 + |MP_1|^2$$

Comme  $|MA| = |MB| = |MN| = 1$ , on a  $|DM| = \frac{1}{2}$  et  $|MP_1| = |MN| - |NP_1| = 1 - r_1$ . De plus, parce que les disques sont tangents,  $|DP_1| = \frac{1}{2} + r_1$ .

Nous obtenons dès lors

$$\left(\frac{1}{2} + r_1\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1 - r_1)^2$$

Nous désignons par  $c_1$  le grand cercle rouge, par  $P_1$  son centre et par  $r_1$  son rayon.





Développons les carrés <sup>(1)</sup>

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(2 \times \frac{1}{2} \times r_1\right) + r_1^2 &= \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 + (2 \times 1 \times (-r_1)) + (-r_1)^2 \\ \frac{1}{4} + r_1 + r_1^2 &= \frac{1}{4} + 1 - 2r_1 + r_1^2 \end{aligned}$$

Après simplification, nous obtenons

$$r_1 = 1 - 2r_1$$

et finalement

$$r_1 = \frac{1}{3}$$

Par exemple, si  $|MB| = 12$  cm,  $r_1 = 4$  cm.

Les disques  $c_2$  (noir),  $c_3$  (rouge),  $c_4$  (noir) ... suivants s'obtiennent en calculant de manière analogue leurs rayons  $r_2, r_3, r_4 \dots$

## 2. Calcul de $r_2$

Désignons par  $P_2$  et  $r_2$  le centre et le rayon du disque  $c_2$  (le deuxième disque de la famille des « disques tritangents »).

Dans le triangle rectangle  $DMP_2$ , nous pouvons affirmer

$$\begin{aligned} |DP_2|^2 &= |DM|^2 + |MP_2|^2 \\ \left(\frac{1}{2} + r_2\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1 - 2r_1 - r_2)^2 \\ \frac{1}{4} + r_2 + r_2^2 &= \frac{1}{4} + \left(\frac{1}{3} - r_2\right)^2 \\ r_2 &= \frac{1}{9} - \frac{2}{3}r_2 \\ \frac{5}{3}r_2 &= \frac{1}{9} \\ r_2 &= \frac{1}{3 \times 5} \end{aligned}$$

$$r_2 = \frac{1}{15}$$

<sup>(1)</sup> Que les nombres  $a$  et  $b$  soient positifs ou négatifs, on a

$$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b) = (a \times a) + (a \times b) + (b \times a) + (b \times b) = a^2 + (2 \times a \times b) + b^2$$

## 3. Calcul de $r_3$

Dans le triangle  $DMP_3$  :

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + r_3\right)^2 &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1 - 2r_1 - 2r_2 - r_3)^2 \\ \frac{1}{4} + r_3 + r_3^2 &= \frac{1}{4} + \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{2}{15} - r_3\right)^2 \\ r_3 + r_3^2 &= \left(\frac{1}{5} - r_3\right)^2 \\ r_3 &= \frac{1}{25} - \frac{2}{5}r_3 \\ \frac{7}{5}r_3 &= \frac{1}{25} \\ r_3 &= \frac{1}{5 \times 7} \end{aligned}$$

$$r_3 = \frac{1}{35}$$

## 4. Et la suite ?

En observant les valeurs de  $r_1, r_2$  et  $r_3$ , essaie de conjecturer la valeur de  $r_4$ . Contrôle ton intuition en appliquant le théorème de Pythagore au triangle rectangle  $DMP_4$ .

Que valent  $r_5, r_6, \dots, r_{10}, r_n$  ?

Pour induire une forme générale de  $r_n$ , observons la manière dont  $r_3, r_2$  et  $r_1$  ont été calculés.

Une étape du calcul	Une égalité équivalente	Calcul final
$\frac{7}{5}r_3 = \frac{1}{25}$	$7r_3 = \frac{1}{5}$	$r_3 = \frac{1}{5 \times 7}$
$\frac{5}{3}r_2 = \frac{1}{9}$	$5r_2 = \frac{1}{3}$	$r_2 = \frac{1}{3 \times 5}$
$3r_1 = 1$	$r_1 = \frac{1}{3}$	$r_1 = \frac{1}{1 \times 3}$



Ce tableau nous permet de « deviner »

$$r_4 = \frac{1}{7 \times 9} = \frac{1}{63}$$

$$r_5 = \frac{1}{9 \times 11} = \frac{1}{99}$$

$$\vdots$$

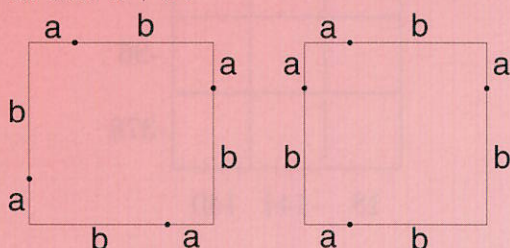
$$r_{10} = \frac{1}{19 \times 21} = \frac{1}{399}$$

$$\vdots$$

$$r_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

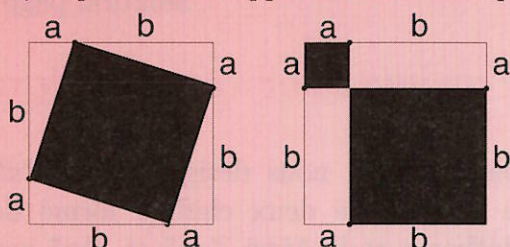
## Le théorème de Pythagore

Assemblons huit bâtonnets de longueur  $a$  et huit bâtonnets de longueur  $b$  pour former deux carrés de côté  $a + b$  :



Ces deux carrés ont évidemment la même aire :  
 $(a + b)^2$

Quelques carrés supplémentaires sont présents dans ces dessins :



Parmi ces trois carrés, les deux noirs ont des aires connues :  $a^2$  et  $b^2$ . Appelons  $x$  la longueur du côté du carré rouge, l'aire de celui-ci vaut alors  $x^2$ .

Observons ces deux dernières figures en termes d'aires.

Dans la première :

$$(a + b)^2 = 4 \times \frac{a \times b}{2} + x^2$$

Dans la deuxième :

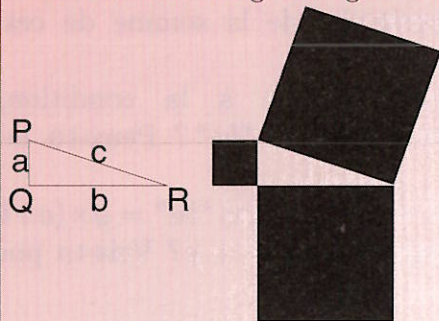
$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \times (a \times b)$$

Nous en déduisons

$$x^2 = a^2 + b^2$$

Nous venons de démontrer le **théorème de Pythagore** :

L'aire du carré rouge est égale à la somme des aires des deux carrés noirs.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

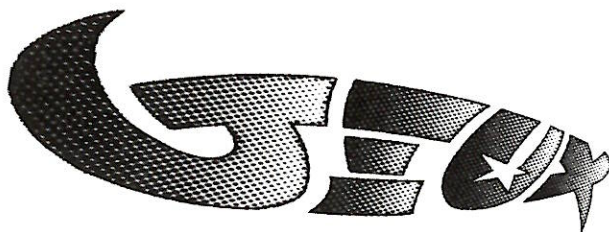
$$|PR|^2 = |PQ|^2 + |QR|^2$$



Dans tout triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux côtés de l'angle droit.







Y. Noël-Roch

## 1. Nombres croisés

	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

### Horizontalement.

1. Beaucoup l'ont cru, mais ce n'était pas la dernière année du millénaire.
2. Le plus petit carré parfait de quatre chiffres.
3. Un multiple de 125.
4. Un multiple de 9.

### Verticalement.

1. Le plus petit carré parfait qui s'écrit avec quatre chiffres sans qu'apparaisse un zéro.
2. Un multiple de 89.
3. Un multiple de 11.
4. Un nombre premier.

Solution page 3

## 2. Neuf nombres

Neuf nombres ont été choisis dans le tableau suivant, à raison d'un par colonne.

-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Ces nombres ont été placés dans la grille suivante. À droite de chaque ligne et en-dessous de chaque colonne sont donnés les produits des trois nombres de cette ligne ou de cette colonne. Pouvez-vous retrouver les neuf nombres ? Cherchez au moins deux solutions.

			-10
			-96
			-378
18	-144	140	

Solution page 3

## 3. Conjecturer et démontrer

Dans ce jeu, nous désignons par " $ab$ " le nombre de deux chiffres formé des chiffres  $a$  et  $b$ . Ainsi, " $ab$ " et " $ba$ " sont deux nombres de deux chiffres obtenus en permutant ces deux chiffres. Il arrive que " $ab$ " soit multiple de  $a + b$ . C'est le cas pour 42 (qui est multiple de 6), ce n'est pas le cas de 57 qui n'est pas multiple de 12.

- Recherche des nombres de deux chiffres qui sont multiples de la somme de ces deux chiffres.
- Si " $ab$ " satisfait à la condition, que constates-tu pour " $ba$ " ? Peux-tu le justifier ?
- Si " $ab$ " =  $x \times (a+b)$  et " $ba$ " =  $y \times (a+b)$ , que constates-tu pour  $x + y$  ? Vois-tu pourquoi il en est ainsi ?

### Conjectures :

- Si " $ab$ " est multiple de  $a+b$ , alors " $ba$ " l'est aussi.
- $x + y = 11$ .



## Justification :

Quels que soient les chiffres  $a$  et  $b$ , on a

$$"ab" = (10 \times a) + b \text{ et } "ba" = (10 \times b) + a$$

$$"ab" + "ba" = (11 \times a) + (11 \times b) = 11 \times (a + b)$$

Ces égalités montrent que

$$\text{Si } "ab" = x \times (a + b), \text{ alors } "ba" = 11 \times (a + b) - x \times (a + b) = (11 - x) \times (a + b)$$

**Nous avons ainsi démontré les deux conjectures ci-dessus.**

## Les jeux et problèmes mathématiques de Tonton C.

◇ Alain a acheté un CD au prix de 370 BEF. Le lendemain, il le revend à son copain Bernard pour 380 BEF. Le surlendemain, il le lui rachète pour la somme de 390 BEF. Enfin, il le cède à un inconnu pour 400 BEF. Quel est le bénéfice réalisé par Alain au cours de cette suite de tractations ?

◇ Vous allez à la fontaine avec deux seaux. L'un peut contenir 5 litres d'eau et l'autre 3 litres seulement. Comment allez-vous procéder pour revenir avec 4 litres d'eau ?

### – Mot caché (n°11)

Ce jeu consiste à retrouver dans la grille et à biffer les mots soulignés dans le texte qui vous est proposé.

A cet effet, vous pouvez serpenter dans cette grille, horizontalement ou verticalement, en tous sens, mais jamais en oblique. Chaque mot est d'un seul tenant et chaque lettre ne sert qu'une fois.

Les lettres qui resteront vous donneront alors le mot caché. Sachez que c'est le nom d'un illustre mathématicien. Quel est ce nom ?

Voici maintenant la phrase qui est proposée à votre sagacité et la grille qui lui correspond. Bonne recherche.

« Né à Londres ... fut actuaire puis avocat avant de devenir Professeur dans une école militaire et puis à Oxford. Ses travaux en théorie des diviseurs ont contribué à créer les principes et le vocabulaire de la théorie des invariants. »

v	i	d	t	u	n	d	r	u	o	c	e	p
i	s	e	a	f	ô	s	e	n	l	e	i	u
u	e	n	c	t	l	a	c	e	a	e	s	t
r	n	o	c	u	a	b	o	i	n	i	r	h
s	t	r	e	r	i	u	v	r	e	v	o	e
u	b	i	v	n	a	l	e	i	r	e	d	n
e	i	r	a	i	i	r	e	e	o	c	o	e
n	a	a	v	s	t	a	t	h	t	a	v	a
t	x	u	a	e	e	a	i	r	e	p	r	e
s	e	e	r	v	r	t	n	a	i	s	i	d
c	r	r	t	l	l	i	s	d	u	c	n	d
n	a	e	d	y	i	m	r	t	p	i	p	r
t	v	s	p	s	s	e	u	e	t	s	e	o
a	a	d	r	e	s	s	e	l	n	o	x	f
l	s	e	o	f	s	e	e	d	o	t	e	a

Vous trouverez les solutions des jeux de Tonton C., à la page 9 de ce *Math-Jeunes junior*.





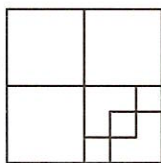
# 16<sup>ème</sup> Championnat International des Jeux Mathématiques et Logiques

## 1 / 4 de finale individuels

### DÉBUT CATÉGORIE CE

#### 1 - LES CARRÉS (coefficient 1)

Comptez tous les carrés de la figure ci-contre.



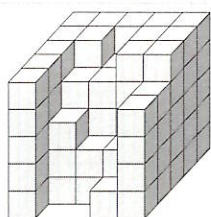
#### 2 - LE CARREFOUR (coefficient 2)

Audrey arrive à un carrefour où elle peut lire les deux indications suivantes : « Mathville 88 km » et « Calculcity 40 km ». Quelle est la distance entre Mathville et Calculcity, au maximum ?

### DÉBUT CATÉGORIE CM

#### 3 - LE CUBE INCOMPLET (coef. 3)

Mathias voulait construire un grand cube de 5x5x5 petits cubes (sans trous). Il n'a pas pu le terminer. Combien de petits cubes lui manquait-il ?



#### 4 - VISITE ÉCLAIR AU MUSÉE (coefficient 4)

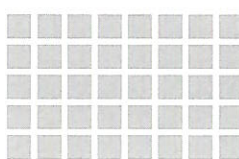
Le plan de ce musée indique le nombre de tableaux exposés dans chacune des douze salles. Mathias n'a le temps de visiter que six salles et il veut voir le plus grand nombre possible de tableaux. Dessinez son trajet.

Entrée	2	4	3	1	
	6	12	5	11	
	10	8	9	7	Sortie

### DÉBUT CATÉGORIE C1

#### 5 - LA TABLETTE DE MATHILDE (coefficient 5)

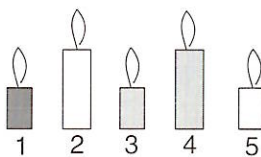
Mathilde a une tablette de chocolat constituée de 5 x 8 carrés. À chaque fois qu'elle rencontre une amie, elle lui offre du chocolat en cassant une rangée horizontale ou verticale du reste de la tablette. À combien d'amies, au maximum, peut-elle offrir du chocolat, si elle se garde le dernier carré ?



### FIN CATÉGORIE CE

#### 6 - LES BOUGIES (coef. 6)

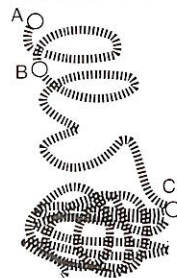
Les bougies d'Alain et de Béatrice ont la même taille. Celles de Béatrice et de Claire ont la même couleur. Celles de Claire et Daniel n'ont pas la même taille. Enfin, celles de Daniel et d'Alain n'ont pas la même couleur. Quelle est la bougie d'Elodie ?



### DÉBUT CATÉGORIES C2, L1, L2, GP, HC

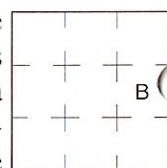
#### 7 - LA FICELLE DE LUDO (coef. 7)

Ludo a une ficelle sur laquelle il a fait trois noeuds A, B et C. Le morceau de ficelle AB correspond à un quinzième de la longueur totale de la ficelle et AC à un sixième. S'il enroule le morceau AB autour d'un tronc d'arbre, Ludo fait exactement deux tours. Combien de tours Ludo peut-il effectuer sur le même tronc avec BC ?



#### 8 - LE PLAN DU MUSÉE (coefficient 8)

Ce musée expose dans neuf salles. La salle Braque (B) est indiquée. On trouve des cartes postales dans la salle Ernst (E). De la salle Van Gogh (V), on peut se rendre directement dans les salles Picasso (P), Cézanne (C) et Kandinski (K). De la salle Kandinski, on peut se rendre directement dans les salles Braque, Matisse (M) et Renoir (R). De la salle Dali (D), on ne peut pas se rendre directement dans la salle Braque. De la salle Matisse, on peut se rendre directement dans les salles Picasso et Dali. Complétez le plan à l'aide des initiales des peintres.



### FIN CATÉGORIE CM

#### 9 - FÉVRIER PALINDROME (coefficient 9)

On écrit les dates sous la forme "jjmmaaaa" (par exemple 01092001 pour le 1er septembre 2001). Le 20 février 2002 s'écrit 20022002. Un tel nombre, qui se lit de la même façon de gauche à droite et de droite à gauche, est un nombre palindrome. Quelle sera la date palindrome suivante ?

#### 10 - LES MAISONS AMIES (coefficient 10)

Ma rue comprend exactement 99 maisons numérotées de 1 à 99, les numéros pairs étant situés d'un côté et les impairs de l'autre. Il se trouve que lorsque deux maisons sont numérotées à l'aide de numéros à deux chiffres utilisant les deux mêmes chiffres dans un ordre différent, et que la différence entre les deux numéros (le plus grand moins le plus petit) est égale à 45, alors les familles qui habitent ces maisons sont amies. Combien y a-t-il de paires de familles amies dans ma rue, au minimum ?

#### 11 - BON POUR UN 421 (coefficient 11)

Mathias et Mathilde jouent au jeu suivant. Ils ont écrit, dans cet ordre, les neuf chiffres 1 2 3 4 5 6 7 8 9 et ils essaient, en intercalant entre certains chiffres, une ou plusieurs fois, un ou plusieurs de symboles +, -, x et /, d'obtenir 421. Mathilde a écrit  $1+2 \times 3-45+6 \times 78-9=421$ , tandis que Mathias a trouvé  $12 \times 34-56+78-9=421$ .

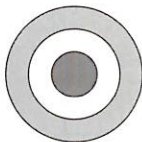
Proposez-leur une autre solution.

### FIN CATÉGORIE C1



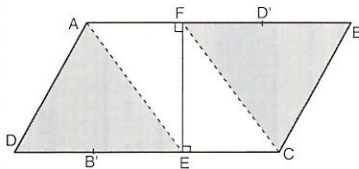
### 12 - LA CIBLE (coefficient 12)

Dans cette cible, le cercle moyen a un rayon double de celui du petit et le grand cercle a un rayon triple de celui du petit cercle. La cible a une aire totale égale à  $1113 \text{ cm}^2$ . **Quelle est l'aire de la zone blanche ?** On pourra prendre  $22/7$  pour  $\pi$ .



### 13 - LE PARALLÉLOGRAMME (coefficient 13)

Mathias a devant lui un parallélogramme de papier. Il le plie selon un segment  $[AE]$  de telle sorte que  $D$  vienne en  $D'$ , puis le déplie et le plie à nouveau selon  $[CF]$  de telle sorte que  $B$  vienne en  $B'$ . On constate alors que  $(EF)$  est perpendiculaire aux côtés  $[AB]$  et  $[DC]$ . De plus, on sait que  $AD = 10 \text{ cm}$  et  $AF = 5 \text{ cm}$ . **Quelle est l'aire du parallélogramme ?** On pourra prendre, si besoin est,  $1,414$  pour  $\sqrt{2}$ ,  $1,732$  pour  $\sqrt{3}$  et  $3,14$  pour  $\pi$ , et on arrondira si besoin est au  $\text{cm}^2$  le plus proche.



### FIN CATÉGORIE C2

### 14 - RECTANGLE DE HASARD (coefficient 14)

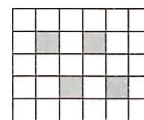
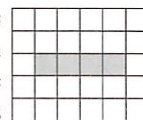
Je lance deux dés à six faces, numérotées de 1 à 6. Les deux nombres obtenus sont la longueur et la largeur (en cm) d'un rectangle que je construis. Je m'aperçois alors qu'en augmentant d'un même nombre entier de cm la longueur et la largeur de ce rectangle, son aire double. **Quelle est l'aire, en  $\text{cm}^2$ , du rectangle doublé ?**

### 15 - LE VÉLO SANS CHAÎNE (coefficient 15)

Léa a trouvé un petit vélo auquel il manque la chaîne. Le grand pédalier denté a un rayon de  $21 \text{ cm}$  et la petite roue dentée un rayon de  $3 \text{ cm}$ , la distance entre les deux centres étant de  $36 \text{ cm}$ . **Quelle est, au minimum, la longueur de la chaîne que Léa doit acheter ?** On prendra  $3,1416$  pour  $\pi$  et  $1,732$  pour  $\sqrt{3}$ . On arrondira au mm le plus proche.

### 16 - LE RETOUR DE PENT'X (coefficient 16)

Pour que Pent'X puisse loger dans une maison, on doit pouvoir l'y poser de telle façon que ses contours coïncident avec les contours des petits carrés de la maison, sans qu'il recouvre un petit carré grisé.



Il suffit de griser 4 cases d'une grille à 5 lignes et 6 colonnes pour qu'elle devienne « inhabitable » par Pent'X, comme le rappellent les deux exemples ci-dessus.

**Mais combien existe-t-il de façons différentes (y compris les deux précédentes) de griser ainsi 4 cases pour qu'elle devienne inhabitable par Pent'X ?** Des grilles identiques par symétrie ou retournement seront comptées pour une seule.

### FIN CATÉGORIES L1 GP

### 17 - LE POLYGONE MYSTÉRIEUX (coefficient 17)

Ludo vient de calculer le côté d'un polygone régulier à douze côtés (un dodécagone) inscrit dans un cercle de rayon 1. Il a trouvé  $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$  cm. Papy Georges, qui passait par là, lui indique qu'un polygone régulier inscrit dans le même cercle a

un côté mesurant, en cm :  $\sqrt{2 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$ .

**Combien ce polygone compte-t-il de côtés ?**

### 18 - LE TERRAIN DU PÈRE C. CUSSION (coefficient 18)

Charles Cussion possède un terrain triangulaire sur lequel se trouve une mare parfaitement circulaire et tangente aux trois côtés du terrain, de diamètre  $42 \text{ m}$ . Charles clôt entièrement son terrain et remarque qu'un des points de tangence de la mare partage le côté correspondant du triangle en deux segments de longueurs respectives  $23 \text{ m}$  et  $27 \text{ m}$ . **Quelle est la longueur totale de la clôture du terrain du père C. Cussion ?** On donnera une réponse éventuellement arrondie au cm le plus proche.

### FIN CATÉGORIES L2 HC

### Les catégories sont les suivantes :

Les catégories sont les suivantes :

**CE :** Elèves de 3e année primaire

*Résoudre les problèmes n°1 à n°5*

**CM :** Elèves de 4e et 5e année primaire

*Résoudre les problèmes n°3 à n°8*

**C1 :** Elèves de 6e primaire et de 1er secondaire

*Résoudre les problèmes n°5 à n°11*

**C2 :** Elèves de 2e et 3e secondaire

*Résoudre les problèmes n°7 à n°13*

**L1 :** Elèves de 4e, 5e et 6e secondaire

*Résoudre les problèmes n°7 à n°16*

**L2 :** Etudiants des candidatures universitaires

*Résoudre les problèmes n°7 à n°18*

**GP :** Grand public (adultes)

*Résoudre les problèmes n°7 à n°16*

**HC :** Haute compétition (adultes)

*Résoudre les problèmes n°7 à n°18*

Les différentes étapes :

**Phase 1 :** les quarts de finale - octobre à fin janvier 2002

**Phase 2 :** les demi-finales - le 16 mars 2002

**Phase 3 :** la finale belge - le 11 mai 2002 à Mouscron

**Phase 4 :** la finale internationale - fin août 2002 à Paris

#### Epreuves individuelles

Elles sont diffusées par la presse associée au championnat :

**MATH-JEUNES, LE SOIR, TANGENTE, LA CLASSE, HYPERCUBE, LA RECHERCHE.**

A la 1re phase de l'épreuve la participation est entièrement gratuite, et il n'est pas nécessaire de répondre correctement à toutes les questions pour espérer se qualifier.

#### Epreuves collectives dans les établissements scolaires

L'instituteur, le professeur de mathématiques peut organiser une épreuve collective en classe. Il lui suffit de demander un dossier de participation comportant les explications, le questionnaire, les solutions.

**POUR TOUTE INFORMATION**  
FFJM - BP 157 - 7700 MOUSCRON

Télécopie : 056.33.14.53

Courriel : andre.parent@pi.be

Internet : <http://www.ping.be/ffjm>



# BULLETIN REPONSE

à retourner au plus tard le 31/1/2002  
à FFJM – B.P. 157 – 7700 Mouscron  
MATH-JEUNES

Report  
du total

Nom : ..... Prénom : .....  
Adresse complète : .....  
E-mail : ..... Tél : .....  
CATEGORIE (impératif) CE ☐ CM ☐ C1 ☐ C2 ☐ L1 ☐ GP ☐ L2 ☐ HC ☐  
☐ Adhérent FFJM en 2001 : n° FFJM .....  
☐ J'adhère pour 2002 et je vire la somme de 5 € (CE et CM), 8 € (C1 et C2), 10 € (L1),  
12 € (L2), 16 € (GP et HC)  
au compte 001-2215663-65 de FFJM – BP 157 – 7700 Mouscron

N° du Pb

Votre solution		Points (1-0)	Coef (0 à 6)
----------------	--	-----------------	-----------------

catégorie : CE

1	nombre de carrés : <input type="text"/>		
2	distance : <input type="text"/> km		

catégories : CE CM

3	n° de petits cubes : <input type="text"/> Entrée	2	4	3	1	
		6	12	5	11	
		10	8	9	7	Soi

4 dessinez le trajet de Mathias :

catégories : CE CM C1

5	nombre d'amies : <input type="text"/>		
---	---------------------------------------	--	--

catégories : CM C1

6	numéro de la bougie d'Elodie : <input type="text"/>		
---	---	--	--

catégories : CM C1 C2 L1 GP L2 HC

7	nombre de tours : <input type="text"/>		
8	indiquez l'initiale dans chaque salle :		

TOTAL

# BULLETIN REPONSE

(toutes catégories sauf CM – Identification sur l'autre partie - IMPÉRATIF !)

N° du Pb	Nbre de solutions	Votre ou vos solutions					Points (1-0)	Coef. (0 à 16)
catégories : C1 C2 L1 GP L2 HC								
9	1 solution	date suivante : .....						
10	1 solution	<input type="text"/> <input type="text"/> paires de familles						
11	1 solution demandée	.....						
catégories : C2 L1 GP L2 HC								
12	1 solution	aire de la zone blanche : ..... cm <sup>2</sup>						
13	... solution(s)	1) .....cm <sup>2</sup>						
		2) .....cm <sup>2</sup>						
catégories : L1 GP L2 HC								
14	... solution(s)	1) aire du rect <sup>le</sup> : ..... cm <sup>2</sup>						
		2) aire du recyangle : ..... cm <sup>2</sup>						
15	1 solution	longueur de la chaîne : .....cm						
16	1 solution	n° de façons : .....						
catégories : L2 HC								
17	1 solution	nombre de côtés : .....						
18	... solution(s)	1) ..... m						
		2) ..... m						
TOTAL								



vous offre une page de nombres premiers.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887, 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997, 1009, 1013, 1019, 1021, 1031, 1033, 1039, 1049, 1051, 1061, 1063, 1069, 1087, 1091, 1093, 1097, 1103, 1109, 1117, 1123, 1129, 1151, 1153, 1163, 1171, 1181, 1187, 1193, 1201, 1213, 1217, 1223, 1229, 1231, 1237, 1249, 1259, 1277, 1279, 1283, 1289, 1291, 1297, 1301, 1303, 1307, 1319, 1321, 1327, 1361, 1367, 1373, 1381, 1399, 1409, 1423, 1427, 1429, 1433, 1439, 1447, 1451, 1453, 1459, 1471, 1481, 1483, 1487, 1489, 1493, 1499, 1511, 1523, 1531, 1543, 1549, 1553, 1559, 1567, 1571, 1579, 1583, 1597, 1601, 1607, 1609, 1613, 1619, 1621, 1627, 1637, 1657, 1663, 1667, 1669, 1693, 1697, 1699, 1709, 1721, 1723, 1733, 1741, 1747, 1753, 1759, 1777, 1783, 1787, 1789, 1801, 1811, 1823, 1831, 1847, 1861, 1867, 1871, 1873, 1877, 1879, 1889, 1901, 1907, 1913, 1931, 1933, 1949, 1951, 1973, 1979, 1987, 1993, 1997, 1999, 2003, 2011, 2017, 2027, 2029, 2039, 2053, 2063, 2069, 2081, 2083, 2087, 2089, 2099, 2111, 2113, 2129, 2131, 2137, 2141, 2143, 2153, 2161, 2179, 2203, 2207, 2213, 2221, 2237, 2239, 2243, 2251, 2267, 2269, 2273, 2281, 2287, 2293, 2297, 2309, 2311, 2333, 2339, 2341, 2347, 2351, 2357, 2371, 2377, 2381, 2383, 2389, 2393, 2399, 2411, 2417, 2423, 2437, 2441, 2447, 2459, 2467, 2473, 2477, 2503, 2521, 2531, 2539, 2543, 2549, 2551, 2557, 2579, 2591, 2593, 2609, 2617, 2621, 2633, 2647, 2657, 2659, 2663, 2671, 2677, 2683, 2687, 2689, 2693, 2699, 2707, 2711, 2713, 2719, 2729, 2731, 2741, 2749, 2753, 2767, 2777, 2789, 2791, 2797, 2801, 2803, 2819, 2833, 2837, 2843, 2851, 2857, 2861, 2879, 2887, 2897, 2903, 2909, 2917, 2927, 2939, 2953, 2957, 2963, 2969, 2971, 2999, 3001, 3011, 3019, 3023, 3037, 3041, 3049, 3061, 3067, 3079, 3083, 3089, 3109, 3119, 3121, 3137, 3163, 3167, 3169, 3181, 3187, 3191, 3203, 3209, 3217, 3221, 3229, 3251, 3253, 3257, 3259, 3271, 3299, 3301, 3307, 3313, 3319, 3323, 3329, 3331, 3343, 3347, 3359, 3361, 3371, 3373, 3389, 3391, 3407, 3413, 3433, 3449, 3457, 3461, 3463, 3467, 3469, 3491, 3499, 3511, 3517, 3527, 3529, 3533, 3539, 3541, 3547, 3557, 3559, 3571, 3581, 3583, 3593, 3607, 3613, 3617, 3623, 3631, 3637, 3643, 3659, 3671, 3673, 3677, 3691, 3697, 3701, 3709, 3719, 3727, 3733, 3739, 3761, 3767, 3769, 3779, 3793, 3797, 3803, 3821, 3823, 3833, 3847, 3851, 3853, 3863, 3877, 3881, 3889, 3907, 3911, 3917, 3919, 3923, 3929, 3931, 3943, 3947, 3967, 3989, 4001, 4003, 4007, 4013, 4019, 4021, 4027, 4049, 4051, 4057, 4073, 4079, 4091, 4093, 4099, 4111, 4127, 4129, 4133, 4139, 4153, 4157, 4159, 4177, 4201, 4211, 4217, 4219, 4229, 4231, 4241, 4243, 4253, 4259, 4261, 4271, 4273, 4283, 4289, 4297, 4327, 4337, 4339, 4349, 4357, 4363, 4373, 4391, 4397, 4409, 4421, 4423, 4441, 4447, 4451, 4457, 4463, 4481, 4483, 4493, 4507, 4513, 4517, 4519, 4523, 4547, 4549, 4561, 4567, 4583, 4591, 4597, 4603, 4621, 4637, 4639, 4643, 4649, 4651, 4657, 4663, 4673, 4679, 4691, 4703, 4721, 4723, 4729, 4733, 4751, 4759, 4783, 4787, 4789, 4793, 4799, 4801, 4813, 4817, 4831, 4861, 4871, 4877, 4889, 4903, 4909, 4919, 4931, 4933, 4937, 4943, 4951, 4957, 4967, 4969, 4973, 4987, 4993, 4999, 5003.



**Math-Jeunes Junior**

Périodique trimestriel

15, rue de la Halle – 7000 Mons

Bureau de dépôt 7000 Mons 1

Responsable de l'édition: A. PATERNOTTRE

Rue du Moulin 78 – 7300 Boussu

Autorisation de fermeture  
Sluitings toelating

7000 Mons 1  
5/156

Belgique - België  
P.P.  
7000 Mons 1  
5/124

Périodique - Peut être ouvert pour contrôle postal

Réservé à la poste

Inconnu

Refusé

Décédé

Adresse insuffisante

N'habite plus à l'adresse  
indiquée