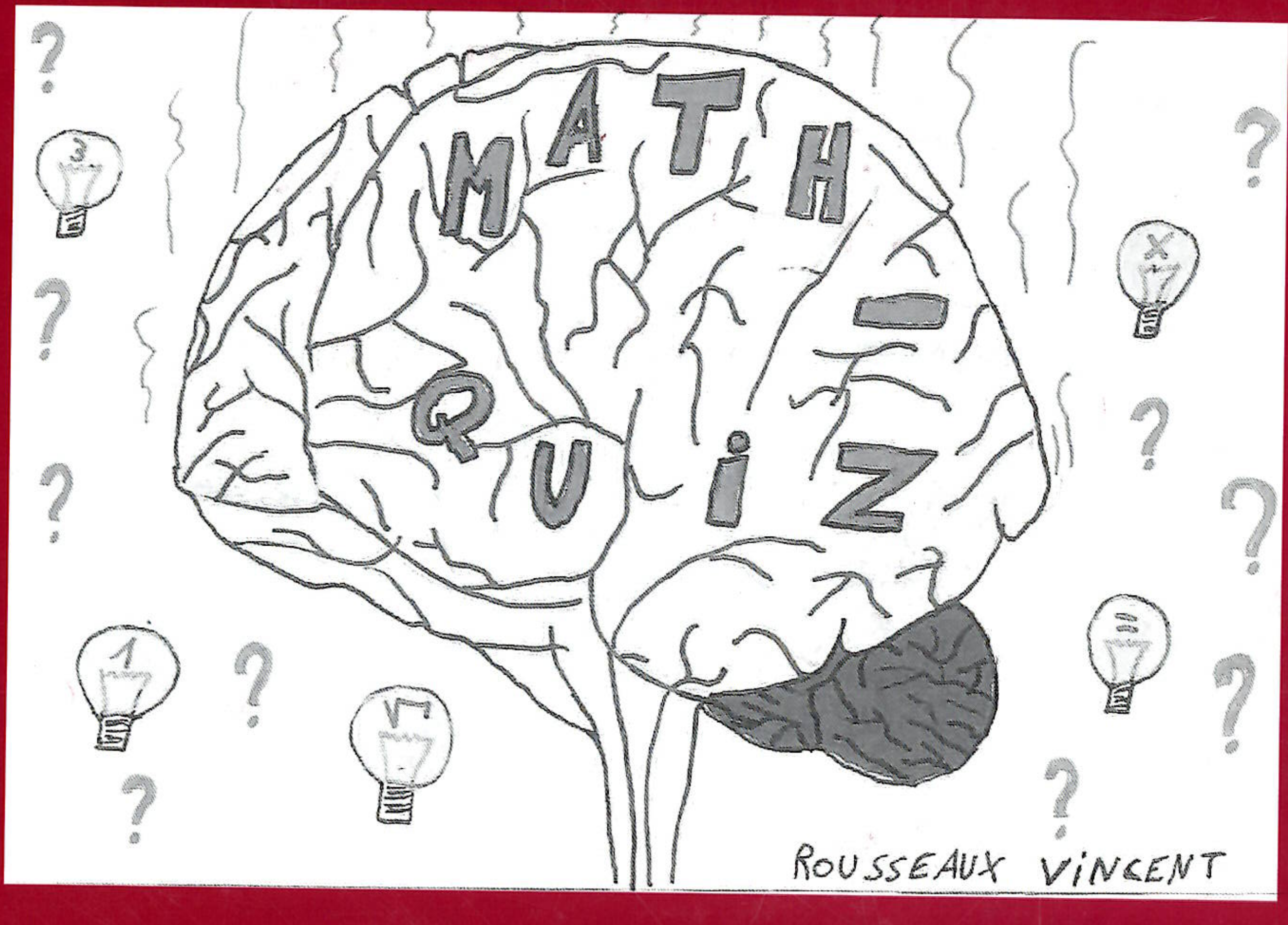
Septembre 2006 –27e année – N° Spécial

MathJeunes Junior



Numéro Spécial

A propos de « *Math-Jeunes Junior* » (MJJ)

Périodicité :

Trois numéros par année scolaire : début novembre, fin janvier, mi-avril.

Philosophie et objectifs :

La revue *Math-Jeunes Junior* s'inscrit dans une démarche résolument parascolaire. Elle ne se substitue pas au professeur ni au manuel scolaire. Elle se veut plutôt complémentaire. Dans cette optique, elle propose aux élèves des situations mathématiques simples. Celles-ci sont souvent tirées du vécu de l'élève et n'utilisent que des matières vues ou à voir en classe. Les textes sont courts et rédigés dans un langage simple mais rigoureux. Leur lecture invite l'élève à se familiariser avec un texte mathématique, à le comprendre et finalement à enrichir son bagage culturel. Autant que possible une pointe d'humour édulcore la rigueur là où elle est par trop manifeste.

Contenu :

Des articles variés : « Pavages du plan », « Familles de puzzle », « Fibonacci, un homme en or », « Tapisseries et frises », « Nombres premiers », ...

Des articles récurrents : Jeux mathématiques avec solutions, Rubrique « Olympiades », « Les frères Hick », des articles documentaires en rapport avec l' actualité, biographie et oeuvre des grands mathématiciens, un concours « Math-Quiz » (voir supra).

Ajoutons enfin que la revue « *Math-Jeunes Junior* est ouverte à tous. Les professeurs, élèves, étudiants, et toute personne passionnée par les mathématiques peuvent faire parvenir leurs articles au secrétariat de la SBPMef. Pour autant que ces articles respectent la philosophie évoquée ci-dessus, nous les publierons volontiers. Ces articles peuvent être manuscrits ou, mieux, enregistrés sur un support informatique. Ils doivent mentionner clairement le nom de l'auteur.

Equipe rédactionnelle

Rédacteur en chef : André Paternottre

Collaborateurs : F. Drouin, C. Festraets, B. Honclaire, G. Laloux, Y. Noël-Roch, S. Trompler, N. Vandenabeele, C. Villers.

Secrétariat : M-C Carruana, SBPMef, rue de la Halle 15, 7000 Mons, ☎-FAX 32-(0)65-373729, GSM : 0473973808 e-mail : sbpm@sbpm.be, URL : http://www.sbpm.be.

Tarifs

Abonnements groupés (au moins 5)		
	Une des deux revues	Les **deux** revues
Belgique	4 €	8 €

Abonnements individuels		
	Une des deux revues	Les **deux** revues
Belgique	6 €	12 €
France (abonnement(s) pris par l'intermédiaire de l'APMEP)	8 €	16€

☞ pour la Belgique : par virement au Compte n°000-0728014-29 de *S.B.P.M.e.f.*, rue de la Halle 15, 7000 Mons

☞ pour la France : par virement au Compte CCP Lille 10 036 48 S

UnPlusUn

Claude Villers

Observations

Vous savez très certainement que l'ensemble N des nombres naturels est l'ensemble $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$ et, que pour y passer d'un élément à son suivant, il suffit de savoir « ajouter 1 ». Cet ensemble peut paraître assez banal. Mais un peu de curiosité permet aussi de mener une réflexion fructueuse.

Ainsi, si nous n'utilisons que les éléments non nuls de N et l'addition, la seule façon d'écrire le nombre 1 est de noter 1 lui-même.

Par contre, il existe deux façons différentes d'écrire 2. Ce sont : $1 + 1$ qui comporte 2 termes et 2 lui-même qui n'en comporte que 1, bien entendu.

Ces deux façons diffèrent par la valeur des termes utilisés. Et pour 3 ?

Ecrivons-les toutes, en convenant qu'elles doivent différer non seulement par la valeur d'au moins un des termes utilisés mais aussi par la place qu'ils occupent.

Vous avez certainement déjà trouvé toutes ces façons d'écrire 3 selon ces conditions. Ce sont : $1+1+1$ (3 termes), $1+2$ et $2+1$ (2 termes) ainsi que 3 (1 terme). Ce qui fait un total de 4 façons d'écrire ainsi le nombre 3.

Persévérons dans notre recherche.

Pour 4, nous trouvons : $1+1+1+1$ (4 termes), $1+1+2$, $1+2+1$ et $2+1+1$ (3 termes), $1+3$, $3+1$ et $2+2$ (2 termes) et 4 (1 terme) soit donc un total de 8 façons.

Vous avez certainement remarqué que nous avons énoncé ces différentes façons en les classant selon leur nombre de termes.

Pour 5, nous savons maintenant que nous écrirons successivement des sommes de 5 termes, de 4 termes, de 3 termes, de 2 termes et de 1 terme.

Ces sommes sont : $1 + 1 + 1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 1 + 2$, $1 + 1 + 2 + 1$, $1 + 2 + 1 + 1$, $2 + 1 + 1 + 1$, $1 + 2 + 2$, $2 + 1 + 2$, $2 + 2 + 1$, $1 + 1 + 3$, $1 + 3 + 1$, $3 + 1 + 1$, $1 + 4$, $4 + 1$, $2 + 3$, $3 + 2$ et 5 soit donc 16 façons (ouf !).

Vous êtes maintenant invités à rechercher toutes les façons d'écrire 6 comme somme de nombres naturels non nuls. Allez-y !

Faites l'effort de ne pas lire trop vite la suite de ce texte.

C'est fait ? Si vous avez bien travaillé, vous devez avoir trouvé 32 façons différentes.

Résumons nos trouvailles dans un petit tableau.

Nombre	1	2	3	4	5	6
Nombre de façons	1	2	4	8	16	32

Une conjecture apparaît clairement.

Il semblerait que le nombre de façons d'écrire le naturel n est obtenu en élevant 2 à la puissance $n - 1$.

Ainsi pour 10, il devrait y avoir $2^{10-1} = 2^9 = 512$ façons différentes de l'écrire comme somme de nombres naturels non nuls. Pour le naturel 31, ce serait $2^{31-1} = 2^{30} = 1073741824$

Bon amusement si vous souhaitez les réaliser toutes.

L'emploi du conditionnel dans l'affirmation précédente se justifie par le fait qu'une conjecture n'est pas une certitude. Pour pouvoir utiliser la formule conjecturée, il faut démontrer sa validité pour tout n naturel non nul.

Vers une démonstration !

Essayons donc d'aller plus loin dans notre recherche.

Nous allons continuer à dénombrer les façons en question en les regroupant selon leur nombre de termes. Les nombres de façons obtenus précédemment, se trouvent indiqués dans la partie doublement encadrée de ce tableau.

	Nombre de termes des sommes					
Nombres	1	2	3	4	5	6
1	1					
2	1	1				
3	1	2	1			
4	1	3	3	1		
5	1	4	6	4	1	
6	1	5	10	10	5	1

Les totaux de chaque ligne dans cette partie doublement encadrée sont bien 1, 2, 4, 8, 16 et 32. En outre, la présentation de ces nombres doit peut-être vous rappeler quelque chose. Il s'agit du (fameux) triangle de Pascal qui possède une grande utilité en mathématique. Pour ceux qui le rencontrent pour la première fois, ajoutons qu'il peut encore s'écrire sous la forme suivante.

```
                    1
                 1     1
              1     2     1
           1     3     3     1
        1     4     6     4     1
     1     5    10    10     5     1
etc ...
```

Chaque ligne commence et finit par 1 et chaque autre nombre y est la somme des deux nombres de la ligne précédente qui le surmontent . Vous pouvez donc poursuivre l'écriture de ce triangle de Pascal aussi loin que vous le souhaitez. Ainsi pour le naturel qui suit 6 (c'est à dire 7), la ligne utile du triangle de Pascal serait :

1 6 15 20 15 6 1

Elle fournit, par addition, le nombre total de façons d'écrire 7 (à l'aide de naturels bien entendu) soit $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$ soit 64 qui d'ailleurs vaut bien 2 à la 6e puissance.

Les deux méthodes de dénombrement fournissent (heureusement) le même résultat.

Mais nous sommes toujours restés dans le domaine du constat et de sa (dangereuse) généralisation. Comment pourrions-nous démontrer que cette formule est correcte ? ? ? Il existe certainement de nombreuses méthodes pour y arriver. Cela peut constituer un beau sujet d'activité pour votre classe.

En voici une, relativement abordable. Elle demande un peu d'attention de votre part. Commençons par un exemple : le cas du nombre naturel 7 (cfr ci-dessus).

On a : $7 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ qui comporte 7 termes 1 et donc 6 fois le signe +.

Ce sont ces signes + qui vont retenir notre attention.

Pour obtenir une façon d'écrire 7 comme somme de naturels, il faut et il suffit d'activer certains de ces signes + et de neutraliser tous les autres.

Ainsi $1 + \underline{1 + 1} + 1 + \underline{1 + 1} + 1$ fournit $1 + 2 + 1 + 2 + 1$

Et $\underline{1 + 1 + 1} + 1 + 1 + \underline{1 + 1}$ donne $3 + 1 + 1 + 2$.

Voici le principe de la démonstration.

Toutes les façons d'écrire 7 comme somme de naturels correspondent à toutes les façons d'activer ou non les 6 signes +.

Peut-être pensez-vous maintenant que le problème a seulement été déplacé. Voici maintenant la partie délicate de la recherche. Soyez attentif !

Au départ, on dispose de 6 signes + (+ + + + + +) encadrés du nombre unitaire 1. Pour montrer qu'un signe + est neutralisé on indique le signe 0 et s'il est activé on indique 1.

Ainsi $1 + 1 \underline{+ 1} + 1 + \underline{1 + 1} + 1$ correspond à 010010 (les 2e et 5e signes + sont activés) tandis que $\underline{1 + 1 + 1} + 1 + 1 + \underline{1 + 1}$ correspond à 110001 (les 1er, 2e et 6e signes + sont activés).

Chaque façon de former 7 comme somme de nombres naturels correspond donc à un code comportant 6 chiffres qui sont 0 ou 1.

Ces codes sont, en fait, des nombres naturels écrits en numération binaire (de base 2) et comportant 6 chiffres qui sont soit 0 soit 1. Le plus petit sera 000000 qui indique qu'aucun signe + n'est activé et qui correspond donc à l'écriture 1+1+1+1+1+1+1.

Le plus grand sera 111111 qui indique que tous les signes + sont activés et qui correspond donc à l'écriture 7.

Il y a donc autant de façons d'écrire 7 comme somme de nombres naturels qu'il y a de codes binaires de 000000 à 111111. Que vaut le binaire 111111 dans le système décimal ?

Le tableau de la numération décimale des nombres naturels est :

...	...	1000000	100000	10000	1000	100	10	1

et celui de la numération binaire est

...	128	64	32	16	8	4	2	1
			1	1	1	1	1	1

Donc le binaire 111111 vaut le décimal $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32$ (en comptant de droite à gauche) soit donc 63.

Et de 0 à 63, il y a 64 nombres naturels.

De même, si n est un nombre naturel alors il peut s'écrire $1 + 1 + 1 + \ldots + 1 + 1$ et cette somme comporte n chiffres 1 et donc $n - 1$ signes +

Il y a donc autant de façons d'écrire n comme somme de nombres naturels qu'il y a de codes binaires possédant $n - 1$ chiffres.

Comme il y a chaque fois 2 possibilités pour la valeur de chaque chiffre (0 ou 1) et que les possibilités se multiplient, leur nombre est $2 \times 2 \times \cdots \times 2 \times 2$ (produit de $n - 1$ facteurs) soit donc 2^{n-1}.

C'est bien ce que nous avions conjecturé !

Quand les pinceaux s'emmêlent !

A. Paternottre

Voici une situation suggérée par un problème de notre concours « Math Quiz » (numéro 109 de *Math-Jeunes Junior*) :

« Vous avez tracé dix droites du plan qui se coupent toutes deux à deux et jamais autrement. Combien de régions du plan déterminent-elles ainsi ? »

Dessiner une telle situation n'est pas encore chose aisée. Et même y arriverait-on qu'il faudrait encore ensuite compter les régions sans omission ni répétition ! Commençons donc par examiner les cas simples, de 0, 1, 2, 3, ... droites. On tentera ensuite de généraliser à n droites. Dans la foulée, bien que cela ne figure pas dans la question, pourquoi ne pas calculer aussi le nombre de points d'intersection de toutes ces données ?

Désignons par :
n le nombre de droites.
p le nombre de points d'intersection de ces droites.
r le nombre de régions déterminées par ces droites.

Situation 0 : aucune droite n'est tracée dans le plan. ($n = 0$)

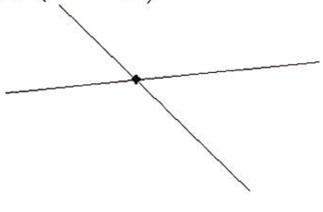
Dans ce cas il n'y a évidemment aucun point d'intersection et une seule région : le plan tout entier. Donc $p = 0$ et $r = 1$.

Situation 1 : une seule droite est tracée dans le plan. ($n = 1$)

Il n'y a toujours aucun point d'intersection mais il y a cette fois 2 régions situées de part et d'autre de cette droite.

Donc $p = 0$ et $r = 2$.

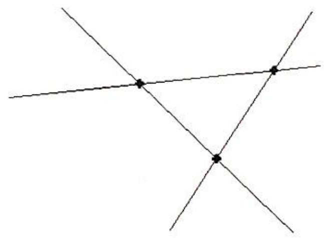
Situation 2 : deux droites sécantes sont tracées dans le plan. ($n = 2$)



Cette fois il y a un seul point d'intersection et 4 régions.

Donc $p = 1$ et $r = 4$.

Situation 3 : trois droites telles que chacune coupe les deux autres sont tracées dans le plan. ($n = 3$)



On a clairement : $p = 3$ et $r = 7$.

Pour $n = 4$ on trouve $p = 6$ et $r = 11$. Vérifie-le comme ci-dessus.

L'examen des situations précédentes permet de généraliser le problème à n droites ($n \in N$)

- Commençons par ce qui est le plus facile : calcul de p.
  Reprenons le cas ci-dessus pour lequel $n = 3$
  Prenons une première droite : elle coupe les 2 autres droites en 2 points. Il en est de même pour la 2^e^, la 3^e^ droite. En tout on obtient donc $3 \times 2 = 6$ points d'intersection. Mais en comptant de cette façon, chaque point a été compté 2 fois. Dès lors pour $n = 3$ on aura $p = \dfrac{3 \times 2}{2} = 3$ On raisonne de

même pour n droites : chacune d'elles coupe chacune des $(n-1)$ autres en $(n-1)$ points . En tout cela fait donc $n(n-1)$ points d'intersection, chacun ayant été ainsi compté deux fois. Donc :

$$p = \frac{1}{2}n(n-1)$$

– Plus difficile : calcul de r
Reprenons les situations examinées ci-dessus et observons le tableau suivant qui les résume :

n	0	1	2	3	4		n
r	1	2	4	7	11		r
	+1	+2	+3	+4		+n	

Les flèches tracées ci-dessus permettent de comprendre aisément le mécanisme. Ainsi :
$n = 3 \Rightarrow r = 1 + (1 + 2 + 3) = 7$
$n = 4 \Rightarrow r = 1 + (1 + 2 + 3 + 4) = 11.$

Il est aisé d'en déduire que pour n droites sécantes 2 à 2, on aura : $r = 1+(1+2+3+\cdots+n)$. Et si on se rappelle cette formule qui revient souvent dans *Math-Jeunes Junior* :

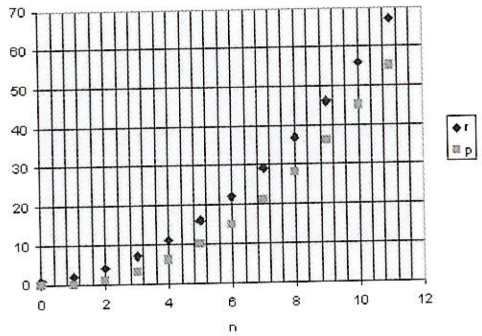
$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

il vient :

$$\begin{aligned} r &= 1 + \frac{n(n+1)}{2} \\ &= \frac{2 + n(n+1)}{2} \\ &= \frac{n^2+n+2}{2} \end{aligned}$$

$$r = \frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$$

La réponse à la question 10 du Math-Quiz n°109 est donc $r = 0,5(10^2 + 10 + 2) = 56$ régions. Quant à la question complémentaire, la réponse est $p = 0,5 \times 10 \times 9 = 45$ points d'intersection. Remarque encore que quel que soit le nombre naturel n, l'expression $n^2 + n + 2$ représente toujours un nombre naturel pair. (justifie)



Ci-dessus, dans un même repère cartésien, sont tracés les graphiques de p et de r en fonction de n. La répartition des points dans chacune des deux séries doit sûrement suggérer aux aînés d'entre vous une courbe connue. Laquelle ? Sur ce graphique, on observe non seulement que $r > p$ quel que soit le nombre n de droites mais encore que la différence $r - p$ augmente progressivement avec n.

Calculons cette différence : $r - p = \frac{n^2+n+2}{2} - \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2+n+2-n^2+n}{2} = \frac{2n+2}{2} = n + 1 > 0 \Rightarrow r > p$

La différence $r - p$ croît donc avec n.

De cette dernière égalité, on déduit aisément que $r - p - n = 1$, ce que tu peux vérifier dans chacune des situations précédemment examinées.

N.B. L'article se termine par une proposition faite au lecteur de calculer de p et r dans des situations où interviennent des contraintes supplémentaires. Par exemple 2, 3, ..., n droites sont parallèles.

Olympiades

C. Festraets

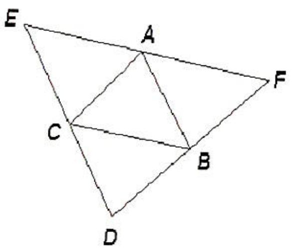
L'éliminatoire de l'Olympiade Mathématique Belge a eu lieu le 18 janvier. Tu y as sans doute participé et voici les solutions de quelques uns des exercices proposés. Tu pourras ainsi te préparer soit pour la demi-finale si tu as eu la chance d'y être admis, soit pour ta prochaine participation dans un an.

Mini 6

Sans réponse préformulée - Dans le plan, on considère trois points non alignés. Combien existe-t-il de parallélogrammes dont ces trois points sont trois sommets ?

Solution

La figure ci-dessous fournit la réponse. Il existe trois parallélogrammes $ABDC$, $BAEC$ et $CAFB$ dont les sommets sont les trois points A, B et C.



Mini 13

Parmi les nombres suivants, quel est le plus grand ?

(A) $3^2 - 2^3$ (B) $4^2 - 2^4$ (C) $4^3 - 3^4$ (D) $5^2 - 2^5$ (E) $5^3 - 3^5$

Solution

La réponse A est correcte, en effet :
$3^2 - 2^3 = 9 - 8 = 1$;
$4^2 - 2^4 = 16 - 16 = 0$;
$4^3 - 3^4 = 64 - 81 = -17$;
$5^2 - 2^5 = 25 - 32 = -7$;
$5^3 - 3^5 = 125 - 243 = -118$.

Mini 15

La base d'un parallélipipède rectangle est un carré de côté 2 cm. La hauteur de ce parallélipipède mesure x cm et sa surface totale est de 200 cm^2. Que vaut x ?

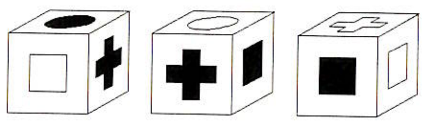
(A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24

Solution

Aire d'une des bases : 4 cm^2. Aire des deux bases : 8 cm^2. Aire des quatre faces latérales : $200 - 8 = 192$ cm^2. Aire d'une face latérale : $\frac{192}{4} = 48$ $cm^2 = (2 \times x)$ cm^2. D'où $x = \frac{48}{2} = 24$.

Mini 19 - Midi 8

Voici trois vues d'un même cube :

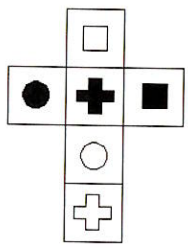


Sur les faces de ce cube se trouvent les figures suivantes : disque blanc, disque noir, carré blanc, carré noir, croix blanche, croix noire. Quelle est la figure se trouvant sur la face opposée au disque noir ?

(A) disque blanc (B) carré blanc (C) carré noir (D) croix blanche (E) croix noire

Solution

Voici le seul développement du cube qui tient compte des trois vues. Le disque noir est donc opposé au carré noir.



Math-quiz

Claude Villers

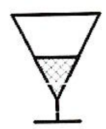
Le principe :

10 questions vous sont proposées. Chacune d'elles possède un coefficient de difficulté indiqué sous la forme d'étoiles.

Chaque étoile vous permet de gagner des points... si votre réponse est correcte, bien entendu. Vous répondez à autant de questions, parmi les dix, que vous le souhaitez.

Math-Quiz est donc un concours individuel. Mais rien ne vous interdit de travailler en groupe ou même en classes, ! ! !

Questions de la deuxième étape

11	*	Quel est le plus petit nombre naturel de 5 chiffres tous pairs et différents ?
12	*	Vous pliez dix fois de suite une feuille de papier rectangulaire en superposant chaque fois les deux petits côtés opposés. Vous dépliez ensuite la feuille qui se trouve pavée de petits rectangles dont les côtés sont les marques des plis. Combien y a-t-il de ces rectangles ?
13	**	Les oies sauvages volent en formation triangulaire telle que la première oie est suivie de 2 oies qui sont suivies de 3 oies qui... etc. Vous voyez passer une formation de 6 oies puis une deuxième formation qui rejoint la première et fusionne avec elle pour constituer une formation complète. Combien d'oies se trouvent alors ainsi réunies ?
14	**	71 inscrits participent à un tournoi de tennis, par élimination directe. Combien, au maximum, de matchs seront nécessaires avant que le vainqueur ne soit connu ?
15	**	Lorsque A avait 12 ans, B avait 16 ans. Lorsque B avait 9 ans, C avait 3 ans. Quel était, en nombre entier d'années, l'âge de C quand A avait 10 ans ?
16	***	Dans votre étang, il y a 100 poissons. 90% d'entre eux sont blancs et les autres sont rouges. Combien de poissons blancs devez-vous enlever pour que leur pourcentage passe de 90% à 50% ?
17	***	Un polygone convexe a ses 30 sommets tous sur un même cercle. Combien possède-t-il de diagonales ?
18	***	A l'occasion de son anniversaire, Mathilde a pu boire un peu de champagne dans un verre conique dont la contenance est de 8 cl lorsqu'il est rempli complètement. Mais sa maman n'a versé du champagne qu'à mi-hauteur utile seulement. Combien de ml de champagne Mathilde a-t-elle pu boire ? 
19	****	Que vaut $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}$ si l'écriture est infiniment poursuivie et si l'on sait que la réponse est un nombre naturel ?
20	*****	ABC est un triangle quelconque d'aire 1. A' est le symétrique de A par rapport à B. B' est le symétrique de B par rapport à C. C' est le symétrique de C par rapport à A. Quelle est alors l'aire du triangle $A'B'C'$ (dans la même unité que celle du triangle ABC) ?

JEUX

Y. Noël-Roch

1. Créer des nombres et les additionner.

Nous allons utiliser tous les nombres qui s'écrivent avec les chiffres 1, 2, 3, 4 et 5, chacun pris une seule fois.

– Écris tous ceux qui commencent par 1. Combien y en a-t-il ?
– Sans les écrire tous cette fois, combien existe-t-il de nombres si nous utilisons les cinq chiffres chacun une seule fois
– Quelle est la somme de tous ces nombres ?

2. Changer une seule lettre à la fois.

Passe du mot SEPT au mot HUIT puis au mot NEUF en appliquant les règles suivantes :

1. tous les mots rencontrés doivent être des mots de la langue française,
2. on passe d'un mot au suivant en modifiant une seule lettre et sans modifier l'ordre des lettres. Exemple SEPT peut devenir SERT.

3. Tous intrus !

Parmi les cinq nombres qui suivent, chacun peut être considéré comme l'unique intrus de la famille. Trouve pour chacun une propriété qu'il est le seul à posséder.

1013 3125 1023 3025 3113

4. Parenthèses parfois utiles.

$$\boxed{5} \ \ldots \ \boxed{-4} \ \ldots \ \boxed{3} \ \ldots \ \boxed{-2} \ \ldots \ \boxed{1} = 1$$

$$\boxed{5} \ \ldots \ \boxed{-4} \ \ldots \ \boxed{3} \ \ldots \ \boxed{-2} \ \ldots \ \boxed{1} = -2$$

$$\boxed{5} \ \ldots \ \boxed{-4} \ \ldots \ \boxed{3} \ \ldots \ \boxed{-2} \ \ldots \ \boxed{1} = 3$$

$$\boxed{5} \ \ldots \ \boxed{-4} \ \ldots \ \boxed{3} \ \ldots \ \boxed{-2} \ \ldots \ \boxed{1} = -4$$

$$\boxed{5} \ \ldots \ \boxed{-4} \ \ldots \ \boxed{3} \ \ldots \ \boxed{-2} \ \ldots \ \boxed{1} = 5$$

Remplace les … par $+$, $-$, $\times$ ou : (avec ou sans répétition) et introduis autant de parenthèses que tu veux, de façon que chaque ligne complétée constitue un calcul correct.

5. Pair — impair

Est-il possible d'obtenir une multiplication correcte en remplaçant les étoiles

par 1, 3, 5, 7 ou 9 :

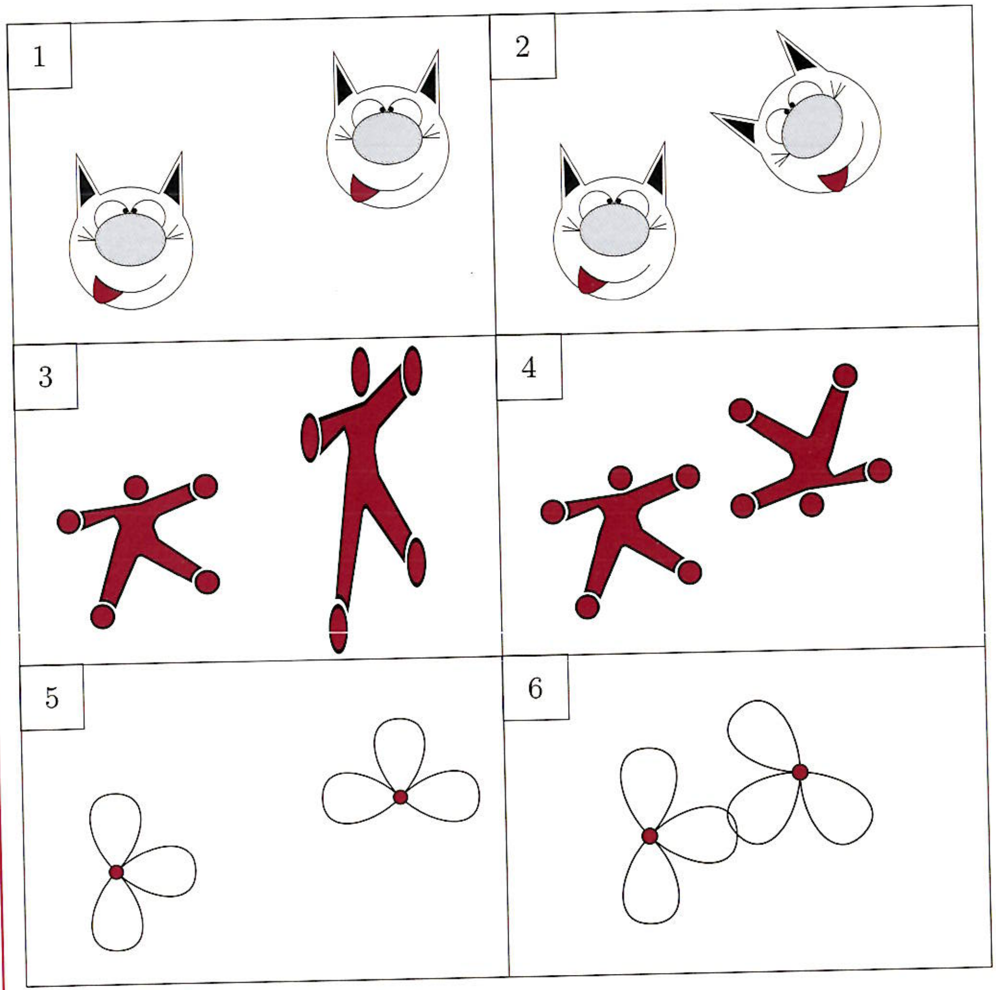
$$\begin{array}{cccccc}
 & & & * & 2 & 4 \\
 & & \times & * & 8 & * \\
\hline
 & & 4 & * & * & * \\
 & * & * & * & 2 & \\
* & 8 & * & & & \\
\hline
* & * & * & * & * & *
\end{array}$$

par 0, 2, 4, 6 ou 8 :

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & * & 1 & 5 \\
 & & \times & * & 3 & * \\
\hline
 & & 3 & * & * & * \\
 & * & * & * & 5 & \\
* & 1 & * & & & \\
\hline
* & * & * & * & * & *
\end{array}$$

6. Des transformations

Dans chacune des cases numérotées de 1 à 6, tu reconnaîtras un motif et son image. Chacune des lettres de A à E désigne une transformation. Relie le numéro de chaque case à une des lettres de A à F.



A. Translation

B. Symétrie axiale

C. Symétrie centrale ou rotation d'un demi-tour

D. Rotation d'un quart de tour

E. Rotation de 50°

F. Aucune des transformations ci-dessus

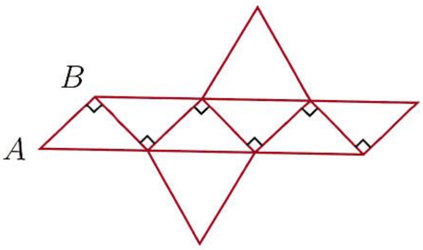
1	A
2	B
3	C
4	D
5	E
6	F

Jeux et Problèmes

Yolande Noël-Roch et Nicole Miewis

Le berlingot (extrait de la rubrique « Problèmes » de *Math-Jeunes* 109)

Pour lancer sa nouvelle marque de jus d'orange, un fabricant souhaite utiliser une nouvelle forme d'emballage dont tu trouveras ci-contre un patron.



Quelle doit être au mm près la longueur $|AB|$ pour que le volume de ce nouveau conditionnement soit d'un demi-litre ?

Les bougies (extrait de la rubrique « Problèmes » de *Math-Jeunes* 113)

Tout à coup, l'éclairage s'éteignit dans l'appartement ; les fusibles venaient de sauter. J'allumai deux bougies qui se trouvaient là et je continuai à travailler jusqu'à ce que le réseau fût réparé.
Le lendemain, je voulus savoir combien de temps l'appartement était resté privé de courant. Je n'avais pas noté l'heure à laquelle l'éclairage s'était éteint, ni celle à laquelle il s'était rallumé. Je ne connaissais pas non plus la longueur initiale des bougies : je me souvenais qu'elles étaient neuves, de même longueur, l'une prévue pour brûler 5 heures et l'autre 4. Maman, qui avait jeté les restes des bougies se souvenait que l'une était quatre fois plus longue que l'autre. Quelle a été la durée de la panne ?

Des produits à décrypter (extrait de la rubrique « Jeux » de *Math-Jeunes* 114)

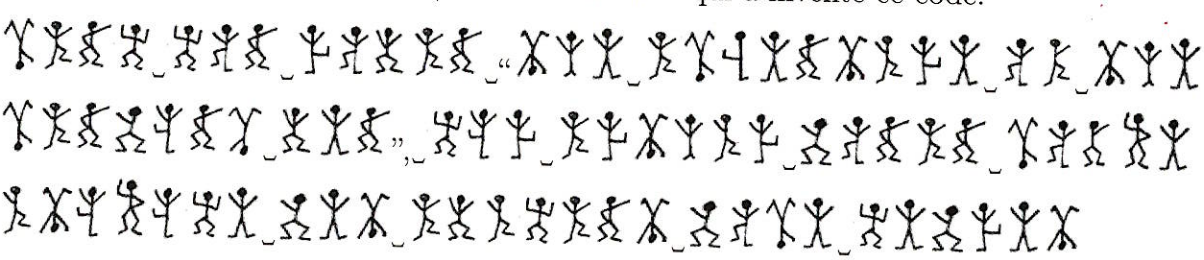
Chacun des symboles ♥, ♦, ♣, ♠ représente un entier compris entre 1 et 10. À droite et sous la grille sont indiquées les produits par ligne et par colonne. Retrouvez la valeur des symboles.

♣	♦	♦	♥	♥	96
♥	♣	♣	♣	♦	864
♠	♦	♠	♦	♥	1296
♣	♥	♦	♦	♥	96
♣	♣	♠	♦	♦	5184
1944	576	7776	384	16	

♠	♠	♠	♦	♠	26244
♥	♥	♣	♥	♦	192
♥	♦	♠	♦	♣	1728
♠	♥	♥	♥	♠	648
♣	♥	♦	♠	♦	1728
1944	288	3888	576	7776	

Un message à décoder (extrait de la rubrique « Jeux » de *Math-Jeunes* 110)

En décodant le message suivant, vous découvrirez qui a inventé ce code.



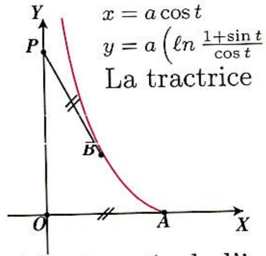
La géométrie hyperbolique

Une sphère

et une pseudo-sphère.

Peut-on imaginer une surface sur laquelle la somme des angles d'un triangle est plus petite que 180° ? Il y en a plusieurs, parmi lesquelles une qu'on appelle *pseudo-sphère*. Elle ne ressemble pas du tout à une sphère, mais elle a, comme elle une courbure constante, négative au lieu d'être positive (voir l'encadré ci-dessous.)

La pseudosphère est obtenue par la rotation d'une tractrice autour de son asymptote (la tractrice est une courbe telle que la longueur du segment de tangente $|PB|$, limité à la courbe et à une droite fixe OY, est constante (pour tout B, $|PB| = |OA|$). Cette courbe fut considérée par Newton.)



$x = a\cos t$

$y = a\left(\ell n\,\frac{1+\sin t}{\cos t} - \sin t\right)$

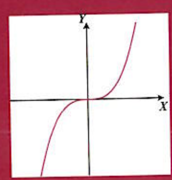
La tractrice

Les géométries hyperbolique et elliptique semblent sortir de l'imagination des mathématiciens, sans aucun rapport avec la réalité. Pourtant, la théorie de la Relativité Générale d'Einstein montre que l'Univers n'est pas euclidien. On hésite encore sur sa géométrie : si elle est elliptique, l'Univers est fini ; si elle est hyperbolique, l'Univers est infini.

Mais, de toute façon, à notre échelle, sur notre tout petit coin de Terre, elle-même minuscule dans l'Univers, c'est la bonne vieille géométrie euclidienne qui s'observe !

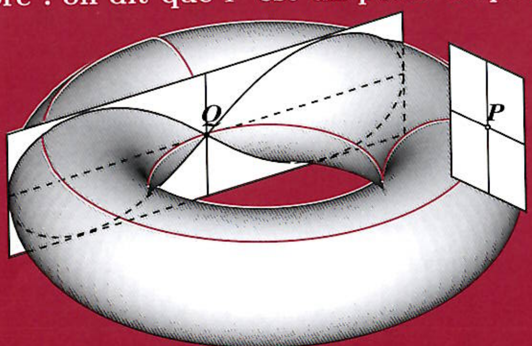
Points elliptiques ou hyperboliques et courbure

Pour les courbes planes, on connaît la notion de « point d'inflexion » : c'est un point où la tangente à la courbe traverse celle-ci. Un des exemples les plus simples est la courbe ci-contre, d'équation $y = x^3$. Sur une surface un phénomène analogue peut se produire : il arrive que le plan tangent traverse la surface.

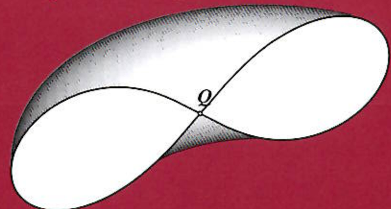


Un tore est engendré par la rotation d'un cercle autour d'une droite de son plan qui ne le coupe pas. Tout point du tore est à l'intersection d'un « parallèle » et d'un « méridien ». Le plan tangent en un point est celui qui passe par les droites tangentes à ces deux cercles.

Au point P, le plan tangent ne traverse pas le tore : on dit que P est un point *elliptique*.



Par contre, en Q, la tangente au « parallèle » perce le tore et le plan tangent traverse celui-ci. La section du tore par ce plan tangent est une courbe appelée « lemniscate de Bernoulli ». Q est un point *hyperbolique*.

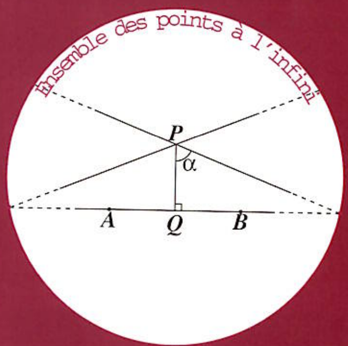


La notion de *courbure* d'une surface a été définie par Carl-Friedrich GAUSS au XIX^e siècle. Les surfaces à courbure positive sont celles dont tous les points sont elliptiques. Quant aux surfaces à courbure négative, ce sont celles dont tous les points sont hyperboliques. Tous les points du plan euclidien sont *paraboliques* : la courbure y est nulle.

Des géométries non euclidiennes

Simone Trompler

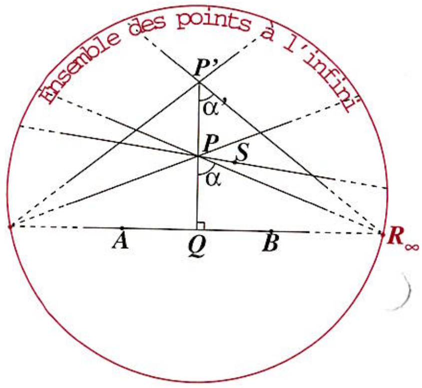
Le cinquième postulat d'Euclide affirme que par un point extérieur à une droite, passe une et une seule parallèle à cette droite. Ce postulat peut être nié et remplacé par un autre.
Par exemple, admettons que toute droite comporte deux points à l'infini : un « de chaque côté », et considérons un point P extérieur à une droite AB. Si on appelle « parallèles » deux droites qui « se coupent à l'infini », on obtient deux parallèles à AB passant par P en « joignant » P aux deux points à l'infini de AB.



En géométrie euclidienne, ces deux droites coïncident (ce qui entraîne qu'une droite ne comporte qu'un seul point à l'infini : sinon, deux droites parallèles auraient deux points différents en commun !). En géométrie de Lobachevsky, elles sont différentes.

Dans cette géométrie, l'angle α entre une des parallèles à AB passant par P (par exemple PR_∞) et la perpendiculaire à AB passant par P est ce qu'on appelle un « angle limite ou angle de parallélisme ». Il dépend de la distance PQ et décroît lorsque $|PQ|$ augmente.

Les droites passant par P qui font avec la perpendiculaire à AB un angle inférieur à l'angle limite, sont sécantes à AB. Celles pour lesquelles l'angle est plus grand (par exemple PS) ne coupent pas la droite AB. Il y a donc trois possibilités : deux droites d'un plan peuvent être sécantes, être parallèles ou ne pas se couper.



Peut-on concrétiser les géométries non euclidiennes ?

Il a été démontré que le cinquième postulat est équivalent à l'affirmation que la somme des angles d'un triangle est égale à 180°. Si on nie ce postulat, la somme des angles d'un triangle sera toujours soit inférieure, soit supérieure à 180°. Sur le plan, nous ne pouvons pas représenter un tel triangle. Pour concrétiser les géométries non euclidiennes, nous remplaçons le plan usuel par d'autres surfaces, en appelant « droite » (d'une de ces surfaces) toute courbe qui réalise le plus court chemin entre deux points (une telle courbe est appelée une *géodésique*).

La géométrie elliptique

Peut-on par exemple imaginer une surface telle que la somme des angles d'un triangle soit supérieure à 180° ? Sur la sphère, les géodésiques sont les grands cercles, c'est-à-dire les sections de la sphère par les plans passant par le centre. Comme la droite, ils sont définis par deux points (excepté si les deux points sont les extrémités d'un diamètre).

Un triangle sphérique est formé de trois « segments de droites ». La somme des angles de ce triangle est toujours plus grande que 180°. Visualisons la situation sur la Terre : choisissons un sommet au pôle, le côté opposé sur l'équateur et deux méridiens quelconques pour les deux autres côtés. Les angles à la base sont deux droits, donc en ajoutant le troisième angle, on dépassera nécessairement 180°.

Qu'en est-il du parallélisme de « droites » ? Par un point extérieur à un grand cercle, impossible sur une sphère de tracer un autre grand cercle qui ne coupe pas le premier ! Cette fois des droites ne peuvent être parallèles. La géométrie de la sphère est une géométrie non euclidienne. Ce type de géométrie, étudié par Riemann, a reçu le nom de géométrie elliptique, parce que, comme l'ellipse, elle n'a pas de point à l'infini.

supposée avoir la forme d'un carré de côté 1, en 4 carrés égaux notés 1, 2, 3, 4 par deux droites perpendiculaires (Fig. 1).

On partage ensuite chacun des segments 1, 2, 3, 4 à nouveau en 4 parties égales de façon à obtenir les 16 segments 1, 2, 3... 16; pareillement, chacun des 4 carrés 1, 2, 3, 4 est partagé en 4 carrés égaux, et les 16 carrés ainsi définis sont affectés des nombres 1, 2... 16 de telle sorte que les carrés se succèdent en étant à chaque fois accolés par un de leurs côtés (Fig. 2).

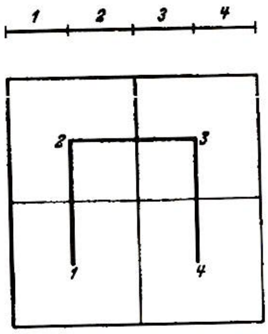


Fig.1

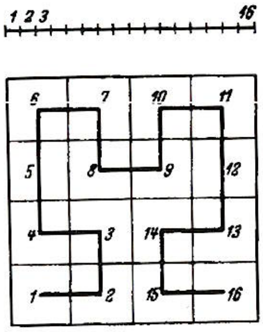


Fig.2

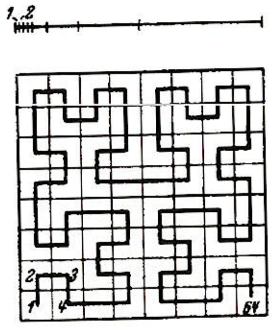


Fig.3

Pour Hilbert, les lignes polygonales des figures 1 à 3 ne servent qu'à indiquer l'ordre dans lequel les « petits » carrés des subdivisions successives sont parcourus. Toutefois, si à chaque étape, on choisit arbitrairement un point dans chacun de ces carrés et si, pour tout n, on joint le point du carré n°n au point du carré n°$n+1$, par un trait ne sortant pas de ces deux carrés, on obtient une suite de courbes qui approchent de mieux en mieux la courbe de Hilbert.

Si ce procédé est poursuivi – la Fig. 3 montre l'étape suivante – il est facile d'imaginer comment on peut associer à chaque point donné de la ligne un et un seul point bien déterminé du carré; pour cela, il suffit de déterminer chaque division de la ligne dans laquelle est situé le point donné. Les carrés associés à chacun des nombres correspondants sont nécessairement emboîtés les uns dans les autres et, à la limite, ils enferment un point bien déterminé de la portion de surface. C'est là le point [du carré] sur lequel est appliqué le point donné.

L'application ainsi décrite est bien définie et continue, et réciproquement, chaque point du carré renvoie ainsi à un, deux ou quatre points de la ligne.

Références

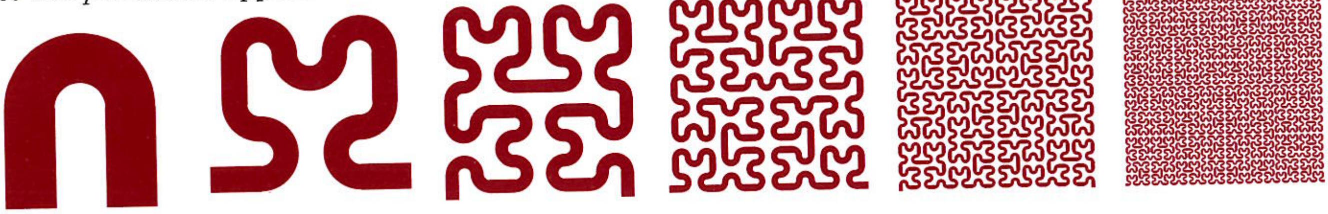
G. Peano, *Sur une courbe, qui remplit toute une aire plane*, Math. Annalen, 36, 157–160, (1890).

D. Hilbert, *Ueber die stetige Abbildung einer Linie auf ein Flächenstück*, Math. Annalen, 38, 459–460, (1891).

J. Villette, *L'énigme du labyrinthe de la cathédrale*, Rectorat de la Cathédrale, Chartres.

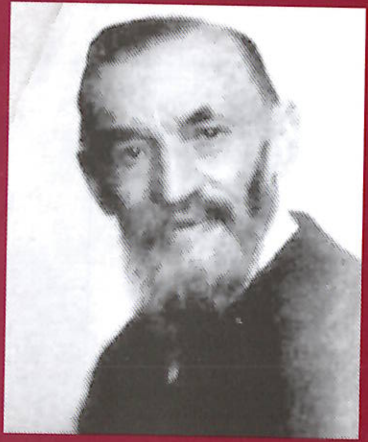
Au fait, Peano et Hilbert ont-ils vraiment « inventé » les courbes qui remplissent un carré? Avez-vous déjà entendu parler de Thésée, ce héros de l'antiquité grecque qui en Crète, affronta le *Minotaure*, un monstre caché au cœur d'un labyrinthe? Il s'agissait bien entendu d'un symbole : le labyrinthe représente le trajet de la naissance à la mort, son parcours devait durer le plus longtemps possible. Ce thème s'est perpétué durant de nombreux siècles dans les arts décoratifs. Certaines des cathédrales du moyen-âge comportaient un labyrinthe. Il en subsiste un à Chartres. Pouvez-vous imaginer les étapes qui permettraient de transformer ce labyrinthe en une courbe remplissant un disque?

Les six premières approximations de la courbe de Hilbert



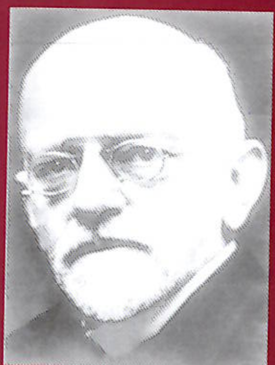
Peano, Hilbert ... et le Minotaure

Guy Noël et Philippe Tilleuil



G.Peano

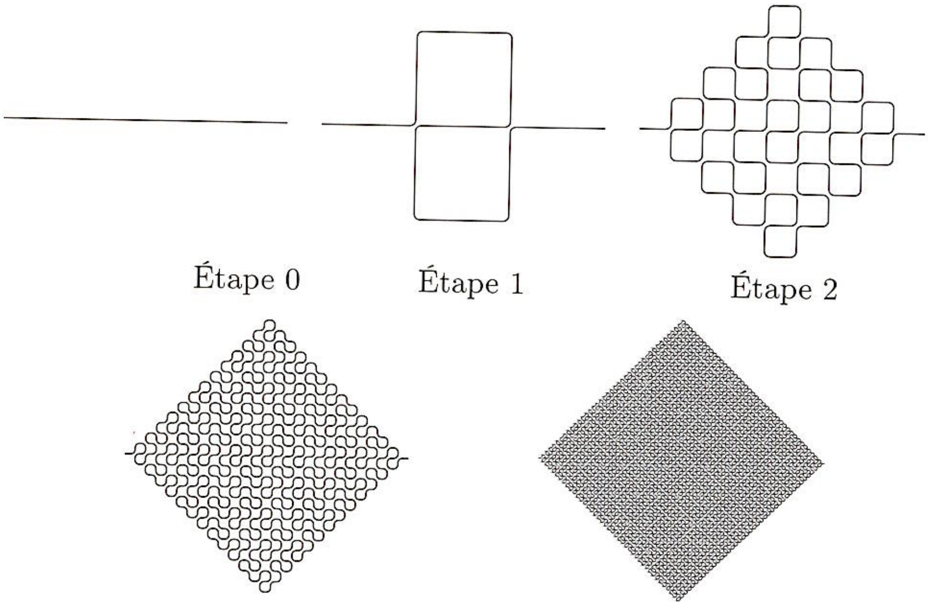
À l'étape 0, on dessine simplement un segment. À l'étape 1, ce segment est remplacé par une ligne brisée comprenant neuf segments, chacun de longueur égale au tiers du segment initial. (Sur la figure ci-contre, les « coins » ont été arrondis, de façon à montrer comment la ligne est dessinée et parcourue.) À l'étape 2, on procède de même : chacun des neuf petits segments de l'étape 1 est remplacé par neuf mini-segments ayant pour longueur $\frac{1}{81}$ de la longueur du segment initial. On continue ainsi éternellement. La courbe limite est la courbe de Peano, elle passe par tous les points d'un carré (et même plusieurs fois par certains points).



D. Hilbert

En 1890, le mathématicien italien Giuseppe Peano (1858–1932), se pose une question *a priori* absurde : est-il possible que l'aire d'une courbe continue ne soit pas nulle ? Il s'agit bien de *l'aire* et non de la *longueur*. Et voici que Peano, dans un article publié dans la revue *Mathematische Annalen*, construit une courbe continue qui passe par tous les points d'un carré !

Peano ne dessine pas effectivement la courbe qu'il définit. Son procédé consiste à construire une fonction qui, à tout réel $t \in [0, 1]$ associe un point d'un carré. Plus tard, on a montré qu'il était équivalent de construire cette courbe en une infinité d'étapes. (Voir l'encadré ci-contre.)



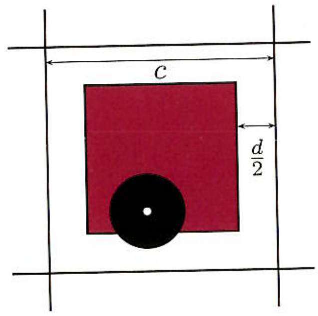
Étape 0 Étape 1 Étape 2

Étape 3 Étape 4

L'année suivante, le célèbre mathématicien allemand David Hilbert (1862–1943) construit un second exemple de courbe qui remplit complètement un carré. Contrairement à celle de Peano, sa construction est essentiellement visuelle. Voici un extrait du texte de Hilbert(1).

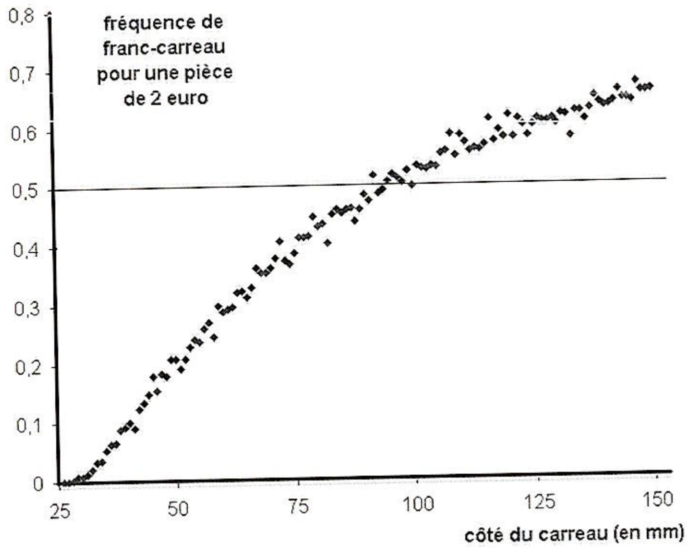
À partir d'une construction arithmétique, Peano a récemment montré dans les Mathematischen Annalen comment les points d'une ligne peuvent être appliqués continûment sur les points d'une portion de surface. Les fonctions nécessaires à une telle application s'imaginent plus clairement lorsqu'on a recours à la représentation géométrique suivante. On divise d'abord la ligne en question — qu'on suppose de longueur 1 — en 4 parties égales, notées 1, 2, 3, 4 et la surface en question,

(1) Traduction de P. Tilleuil



Si à première vue, il semble y avoir deux solutions, on ne peut garder que $\frac{d}{c} = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \approx 0,292$ car nous savons que $d < c$. Le jeu sera équitable si $\frac{d}{c}$ vaut 0,292.

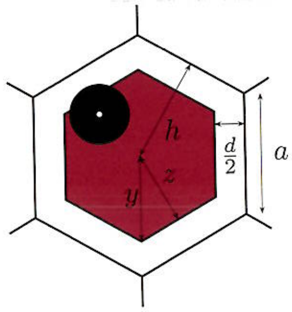
Parier que la pièce sera à franc-carreau est donc avantageux dès que le diamètre de la pièce est inférieur à $0,292$ fois le côté du carreau. Pour une pièce de 2 € dont le diamètre est de 26 mm, il faut donc des carreaux (ou un quadrillage) de plus de 8,9 cm de côté !



Résultats d'une simulation pour une pièce de 2 € sur des carreaux carrés de côté c exprimé en mm.

Le jeu est équitable pour des côtés de carrés entre 90 et 100 mm. Les fréquences sont obtenues pour 1000 lancers de la pièce.

Carreaux hexagonaux.



Soit d le diamètre de la pièce et a le côté du carreau hexagonal. On a $d < a$. L'apothème h de l'hexagone est $\frac{a}{2}\sqrt{3}$. Sous ces hypothèses, la surface favorable au franc-carreau est un hexagone au centre du carreau d'apothème $z = h - \frac{d}{2}$ et de côté y avec $z = \frac{y}{2}\sqrt{3}$. La surface défavorable est l'« anneau » des points distants du bord de l'hexagone de côté a d'une distance inférieure à $\frac{d}{2}$. L'aire du grand hexagone est $\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. Le côté du petit hexagone est $y = a - \frac{d}{\sqrt{3}}$ et son apothème est $\frac{1}{2}(a\sqrt{3} - d)$. Son aire vaut $\frac{3(a-\frac{d}{\sqrt{3}})^2\sqrt{3}}{2}$. On a

$$\text{CF} = \frac{3(a - \frac{d}{\sqrt{3}})^2\sqrt{3}}{2} \quad \text{et}$$

$$\text{CD} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} - \frac{3(a - \frac{d}{\sqrt{3}})^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{d}{\sqrt{3}} \cdot (2a - \frac{d}{\sqrt{3}})$$

Le jeu sera équitable si $\left(a - \frac{d}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{d}{\sqrt{3}}\left(2a - \frac{d}{\sqrt{3}}\right)$. On en déduit la condition $\frac{d}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}(2 - \sqrt{2}) \approx 0,507$.

Parier que la pièce sera à franc-carreau est donc avantageux dès que le diamètre de la pièce est inférieur à $0,507$ fois le côté du carreau. Pour la pièce de 2 €, ceci demande des côtés de carreaux supérieurs à 5,12 cm.

Pour vous entraîner : Étudiez le cas de carreaux ayant la forme de losanges, de côtés a et d'angle aigu θ. Montrez que si le diamètre de la pièce est d, le jeu est équitable si $\frac{d}{a} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}\sin\theta$.

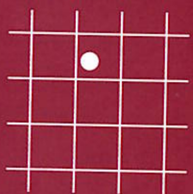
Pour en savoir plus :
Frédéric Métin, **Buffon et le problème de l'aiguille, in** ***Commission Inter-Irem, Irem de Normandie*****, Ellipse, 2000,**
ISBN 2-7298-6822-4

Le jeu de Franc-Carreau

Jules Miewis

Jetez une pièce de monnaie sur un sol carrelé. Quelle est la probabilité que la pièce tombe à franc-carreau, c'est-à-dire sur un seul carreau ?

Après des études de Droit à Dijon, Georges-Louis LECLERC, comte de Buffon, se consacre à sa passion des Sciences. En 1733, il s'assure une réputation de probabiliste en publiant son *Mémoire sur le Jeu de Franc-Carreau.* Il entre à l'Académie Royale des Sciences et exerce la fonction d'Intendant des Jardins du Roi. Il publie à partir de 1749 une *Histoire naturelle* en 36 volumes.



Pièce tombée à franc-carreau.

BUFFON s'est intéressé à beaucoup d'autres situations du même genre : carreaux rectangulaires, planchers, jet d'une aiguille au lieu d'une pièce. Toutes les situations ont en commun d'avoir ouvert la voie à un traitement géométrique des probabilités.

C'est quasi en ces termes que BUFFON (1707–1788) a jadis posé son célèbre problème.

En fait, il souhaitait connaître le rapport entre le diamètre de la pièce et la taille des carreaux pour que le pari du franc-carreau soit équitable. Il représentait la probabilité que la pièce soit à franc-carreau (Cas Favorable) ou qu'elle touche un joint (Cas Défavorable) par l'aire de certaines surfaces. Il recherchait ensuite à quelle condition le rapport $\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{CD}}$ valait 1, ce qui indique une égale probabilité des deux cas (puisque dans ce cas, le rapport $\frac{\text{cas favorables}}{\text{cas possibles}}$, ou encore $\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{CP}}$, vaut 0,5).

Nous allons examiner quelques situations et une manière de les modéliser. Nous admettons que l'épaisseur des joints est négligeable et nous calculons les conditions d'équitabilité sur des sols de carreaux carrés ou hexagonaux. Il nous faut également admettre que le diamètre de la pièce est suffisamment petit pour que le problème ait un sens. La pièce n'aura non plus jamais le mauvais goût de s'immobiliser sur la tranche… On considérera que la position du centre de la pièce suit une loi uniforme sur le carreau, ce qui signifie que le centre de la pièce peut atterrir en n'importe quel point du carreau avec la même probabilité. La position du centre de la pièce sur le sol déterminera si le coup est favorable ou non. Nous supposons aussi que les probabilités sur le carreau choisi sont les mêmes sur tous les carreaux.

Nous touchons là à des détails du protocole expérimental qui, en bonne logique, devrait toujours être complètement formulé avant de réaliser l'expérience, fût-elle simulée par un logiciel. En effet, si vous lancez vraiment une pièce de 2 €, par exemple, sur une table de cuisine recouverte de petites carreaux hexagonaux, vous aurez tendance à ne pas la lancer vers le bord de la table : dans ce cas les probabilités de tous les carreaux ne sont peut-être plus les mêmes !

Carreaux carrés.

Soit d le diamètre de la pièce et c le côté du carreau carré. On a $d < c$. La surface favorable au franc-carreau est un carré de côté $c - d$ au centre du carreau ; la surface défavorable est l'« anneau » des points distants du bord du carré de côté c d'une distance inférieure à $\frac{d}{2}$. On a $\mathrm{CF} = (c-d)^2$ et $\mathrm{CD} = c^2 - (c-d)^2$. Le jeu sera équitable si $\frac{(c-d)^2}{c^2-(c-d)^2} = 1$, condition équivalente à $1 - \frac{d}{c} = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Edmund Halley

Simone Trompler

E. Halley
(1656–1742)

Il y a 350 ans naissait l'anglais Edmund Halley. C'était le fils d'un riche fabricant de savon, qui perdit une grosse partie de sa fortune dans l'incendie de Londres, en 1666. Néanmoins, il resta aisé et put donner à son fils la meilleure éducation.

Très tôt, Halley fut un excellent élève et entra au *Queen's College* d'Oxford à dix-sept ans. À l'époque, il était déjà un astronome de qualité, disposant d'une grande collection d'instruments. Il fit d'importantes observations, notamment une occultation de Mars par la Lune en 1676. À cette date, il abandonna ses études pour naviguer vers Sainte Hélène, dans l'hémisphère Sud. Les étoiles de l'hémisphère Nord étaient bien cataloguées, et Halley voulait faire de même pour l'hémisphère Sud. Ce voyage fut financé par son père, mais aussi par le Roi Charles II. Son travail l'amena, entre autres, à améliorer le sextant, à étudier l'océan et l'atmosphère.

Il était dès lors célèbre, et fut élu membre de la *Royal Society* en 1678, devenant ainsi un de ses plus jeunes membres. Il fut un fervent admirateur et ami de Newton et paya de sa poche l'édition des « *Principia Mathematica* » que Newton n'avait pu publier parce que la *Royal Society* manquait de fonds.

Il n'obtint pas la chaire d'astronomie à Oxford, qui était vacante car les autorités craignaient qu'il ne « corrompe la Jeunesse ». En effet, il doutait de l'exactitude scientifique de l'histoire de la Création, dans la Bible !

Il poursuivit néanmoins ses observations et réalisa d'autres travaux. Par exemple, il établit des tables de mortalité (voir dans ce numéro *Histoire et mathématiques des tables de mortalité*, par D. Justens) pour la ville de Breslau. Il s'agissait là d'une des premières tentatives de ce genre.

Table I, by Dr. *Halley*.

Age	Living.	Age	Living.	Age	Living.	Age	Living.	Age	Living.	Age	Living.
1	1000	16	622	31	523	46	387	61	232	76	78
2	855	17	616	32	515	47	377	62	222	77	68
3	798	18	610	33	507	48	367	63	212	78	58
4	760	19	604	34	499	49	357	64	202	79	*49
5	732	20	598	35	*490	50	*346	65	192	80	41
6	710	21	592	36	481	51	335	66	182	81	34
7	692	22	586	37	472	52	324	67	172	82	28
8	680	23	580	38	463	53	313	68	162	83	23
9	670	24	574	39	454	54	302	69	152	84	19
10	661	25	*567	40	445	55	*292	70	142	*	*
11	653	26	560	41	436	56	282	71	*131		
12	646	27	553	42	427	57	272	72	120		
13	*640	28	546	43	*417	58	262	73	109		
14	634	29	539	44	407	59	252	74	98		
15	628	30	*531	45	397	60	242	75	*88		

La table de mortalité de Halley, extraite de l'ouvrage d'Abraham de Moivre, *The doctrine of chances*, (1756).

Il est bien connu que Halley établit que les comètes aperçues en 1305, 1380, 1456, 1531 et 1607 étaient en fait les apparitions successives d'une même comète (appelée depuis la comète de Halley), qui reviendrait tous les 75 ans.

Cette découverte établissait que les comètes peuvent avoir des trajectoires elliptiques, alors que Newton pensait qu'elles étaient toutes paraboliques. Il fit des voyages à bord de navires, déterminant avec précision la longitude des lieux parcourus.

Il étudia aussi l'archéologie, la géophysique, l'histoire de l'astronomie et la solution des équations polynomiales. Ce savant très créatif et polyvalent joua un rôle important dans la communauté scientifique anglaise de son époque.

Vous avez de 15 à 18 ans, vous aimez les mathématiques et vous seriez intéressés à en rencontrer, simplement pour le plaisir, et sans devoir vous soucier de les étudier, ni de préparer des examens ou concours ? Nous vous proposons

Math-Jeunes

vous y trouverez des articles de culture mathématique, des articles consacrés au développement historique de certains sujets, des articles présentant des applications des mathématiques, des jeux et problèmes, etc. Certains textes nécessitent plus de prérequis ou plus de concentration que d'autres. Souvent de petits problèmes sont traités. Ainsi, il y en a pour tous les goûts...
Pour vous permettre de faire connaissance avec la revue, vous trouverez dans les huit pages qui suivent les articles suivants, extraits des numéros déjà parus.

- *S. Trompler*, Edmund Halley (extrait du numéro 112, 2005).
- *J. Miewis*, Le jeu de Franc-Carreau (extrait du numéro 108, 2004).
- *G. Noël et P. Tilleuil*, Peano, Hilbert... et le Minotaure (extrait du numéro 107, 2004).
- *S. Trompler*, Des géométries non euclidiennes (extrait du numéro 111, 2005).
- *Y. Noël-Roch et N. Miewis*, Jeux et Problèmes (extraits de divers numéros).

Tous ces articles comportent une ou deux pages. Signalons néanmoins que dans un numéro ordinaire, la plupart des articles comportent quatre ou cinq pages.
Chaque numéro de *Math-Jeunes* est consacré à un thème particulier. Sur la couverture, vous avez pu découvrir les thèmes traités dans les neuf derniers numéros : *l'algèbre, les courbes, les probabilités, l'infini, le codage, les géométries, la statistique,mathématique et art, de grands problèmes.*
L'abonnement à *Math-Jeunes* couvre une année scolaire durant laquelle trois numéros sont publiés, en novembre, février et avril. Les thèmes retenus pour l'année 2006-2007 sont

la cartographie, les nombres, les jeux.

Nous espérons que vous apprécierez *Math-Jeunes* et nous recevrons volontiers vos remarques à l'adresse (électronique) suivante : `sbpm@sbpm.be`

Math-Jeunes et *Math-Jeunes Junior* sont des publications de la *Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française*, 15 rue de la Halle, B 7000 Mons, Belgique.
Les abonnements à *Math-Jeunes* et *Math-Jeunes Junior* peuvent être souscrits soit individuellement, soit par l'intermédiaire d'un professeur.

Effectuez vos paiements :

☞ pour la Belgique : par virement au Compte n°000-0728014-29 de *SBPMef*, rue de la Halle 15, 7000 Mons.

☞ pour la France : via l'APMEP (voir le Bulletin Vert).

Tarifs

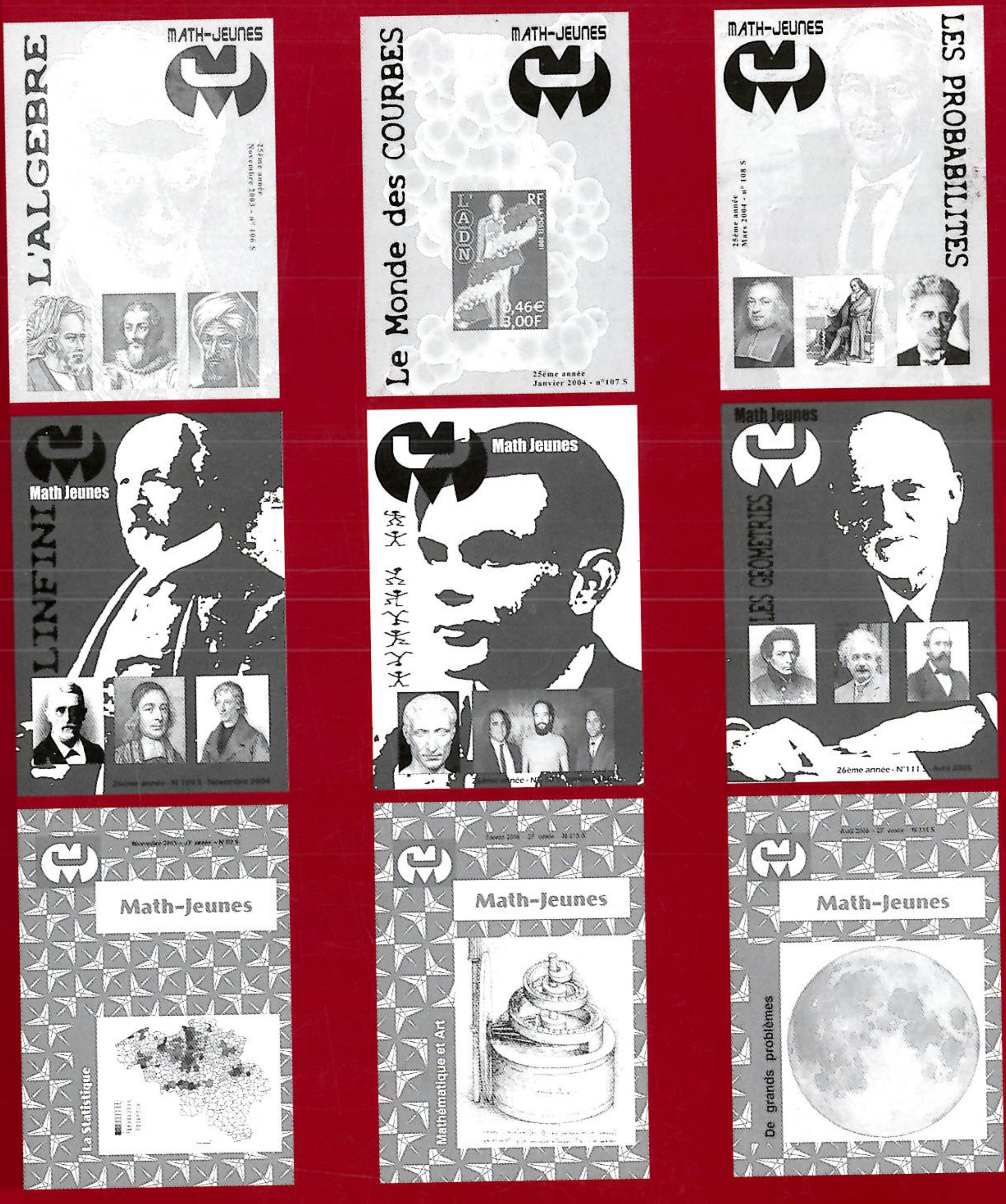
Abonnements groupés (5 exemplaires au moins)		
	Une des deux revues	Les **deux** revues
Belgique	4 €	8 €

Abonnements individuels		
	Une des deux revues	Les **deux** revues
Belgique	6 €	12 €
France (par APMEP)	8 €	16 €

Éditeurs responsables et rédacteurs en chef :
– pour *Math-Jeunes* : G. Noël, Rue de la Culée, 86, 6927 Resteigne
– pour *Math-Jeunes Junior* : A. Paternotte, Rue du Moulin 78, 7300 Boussu

Septembre 2006 – 27e année – N° Spécial

Math-Jeunes



Numéro Spécial