Revaloriser le discours du professeur ? Quel type de discours ?

Maggy Schneider, Université de Liège,

avec la collaboration de Marysa Krysinska

Congrès de la S.B.P.M., Dinant, Août 2010

Plan de l’exposé

- Articulation entre « situations-problèmes » et discours du professeur
- Discours technologique à valeur heuristique : fonctions, portée, illustrations
- Evaluation des compétences et discours technologique

Les tendances pédagogiques actuelles

- Mouvance des compétences qui met l’accent sur l’activité de l’élève sous couvert du socio-constructivisme
- Espoir que le travail organisé autour des dites « situations-problèmes » favorise, chez les élèves, le transfert de leurs connaissances à des situations nouvelles
- Enseignement soumis à un phénomène de balancier entre des positions extrêmes envisagées de manière dichotomique : on péjore souvent les exposés dans la mesure où on prône l’exploitation de « situations-problèmes »

Les tendances pédagogiques actuelles

- La relation entre l'activité préalable des élèves sur des « situations-problèmes » et leur capacité de transfert des connaissances acquises n'est pas établie : les théories socio-constructivistes sont a priori des théories d'apprentissage formulées hors contexte scolaire et non des modèles d'enseignement
- La didactique étudie les conditions minimales sans lesquelles on ne peut espérer que l'activité des élèves débouche sur de réels apprentissages; ces conditions sont nécessaires mais pas suffisantes

Les « situations-problèmes » : oui, à certaines conditions

Pour fonctionner en milieu scolaire, le socio-constructivisme se doit de respecter au minimum les conditions suivantes (Brousseau) :

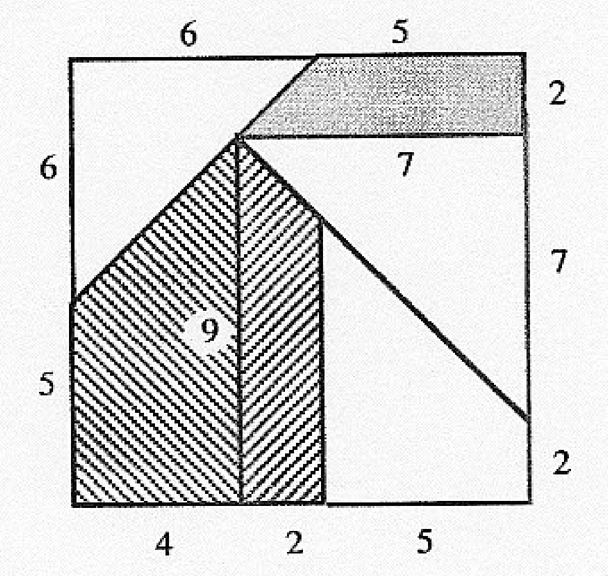
- Existence d'un milieu qui permette la dévolution de la question aux élèves
- Dimension fondamentale de la question par rapport au savoir visé
- Discours d'institutionnalisation

Brousseau parle alors de situation adidactique

Exemple du puzzle au niveau de l'enseignement primaire : illustre le rôle du discours

Agrandissement d'un puzzle : situation adidactique des rationnels en tant qu'opérateurs linéaires

« Voici des puzzles. Vous allez en fabriquer de semblables, plus grands que les modèles, en respectant la règle suivante : le segment qui mesure 4 cm sur le modèle devra mesurer 7 cm sur votre reproduction. Je donne un puzzle par équipe de 5 ou 6, mais chaque élève fait au moins 1 pièce ou un groupe de 2 en fait 2. Lorsque vous aurez fini, vous devez pouvoir reconstituer les mêmes figures qu'avec le modèle »



Agrandissement d'un puzzle : situation adidactique des rationnels en tant qu'opérateurs linéaires

- ✓ Premières stratégies calquées sur le modèle additif : de 4 à 7, on ajoute 3. Donc, on ajoute 3 à toutes les dimensions
- ✓ Autres idées :

  $4 \rightarrow 7 = 2 \times 4 - 1$

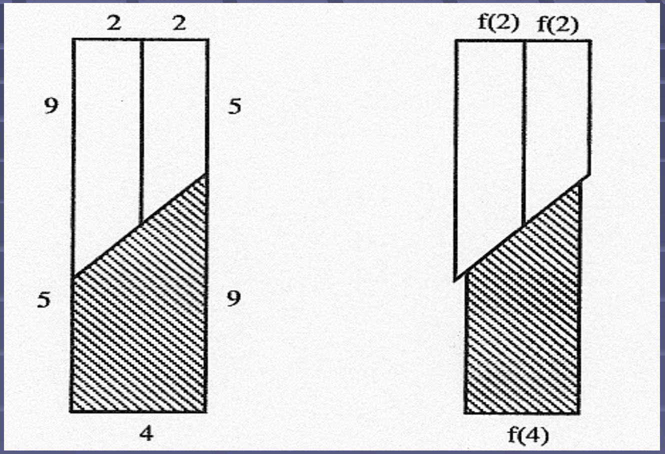
  $5 \rightarrow 9 = 2 \times 5 - 1$

  $2 \rightarrow 3 = 2 \times 2 - 1$

  Mais, dans la classe, le modèle additif s'impose
- ✓ Les morceaux ne se recollent pas : accusations, disputes, tricheries

Agrandissement d'un puzzle : situation adidactique des rationnels en tant qu'opérateurs linéaires

Interventions du professeur : attire l'attention sur un puzzle particulier et/ou propose de compléter un tableau numérique



4	7
5	
6	
2	
9	
7	

Agrandissement d'un puzzle : situation adidactique des rationnels en tant qu'opérateurs linéaires

- Mise en cause progressive du modèle additif et émergence du modèle linéaire

  $2 \to 2 + 3 = 5$

  $4 \to 4 + 3 = 7$

  $6 \to 6 + 3 = 9$ et pourtant $9 \neq 5 + 7$, alors que $6 = 4 + 2$!

  Si 4 devient 7, alors 8 doit devenir 14 et $12 = 4 + 8$ doit devenir $7 + 14$

- L'image de 1 :

  « Il faudrait l'image de 1; oui, ça permettrait de trouver toutes les autres. Pour cela, il faut partager 4 en 4 parties, il faut diviser 7 en 4 aussi »

- Correction de l'ajout :

  $1 \to 1 + 3/4$

  $6 \to 6 + 6.3/4$

  $11 \to 11 + 11.3/4$

  $(a + a.3/4= 7a/4)$

Les situations adidactiques

*« Situations à l'occasion desquelles le professeur peut abdiquer de son intention d'enseigner pour fonder l'apprentissage de l'élève sur une confrontation des actions de celui-ci avec un **milieu**. Pour un temps, la question, le problème ne sont plus ceux du professeur, mais ceux de l'élève. C'est le processus de **dévolution.** »* (G. Brousseau)

Les situations adidactiques et le milieu

C’est l’existence d’un *milieu adidactique* qui permet la dévolution. Grâce au milieu, le professeur peut ne « pas vendre la mèche », ce qui n’empêche pas qu’il puisse injecter des idées

Le milieu a des facettes diverses : « matérielles », sociales, cognitives : la situation et ses variables didactiques (la confection du puzzle et la dimension de ses pièces,…), l’idée intuitive d’agrandissement, les échanges entre élèves, les interventions du professeur qui renvoient au milieu sans dénaturer le sens de la situation, les connaissances antérieures qui vont faire obstacle, etc.

Les situations adidactiques et la dimension fondamentale des questions

Caractère fondamental d’une situation adidactique : le savoir visé apporte une réponse optimale à la question posée et aux questions du même type

Si l’on cherche une quelconque « autonomie » des élèves, le caractère fondamental d’une situation doit primer sur d’autres critères plus secondaires : caractère concret (vie de tous les jours, nature, …), préoccupations « supposées » des jeunes, occasion de modélisation, …

Les situations adidactiques et la dimension fondamentale des questions

La conception ou l'analyse de situations adidactiques ayant un caractère fondamental suppose une analyse *a priori* épistémologique et didactique

Exemple des fractions dont les sens sont multiples : mesures, opérateurs de similitude, partages, recherche d'une commune mesure entre deux grandeurs, nombres (Rouche, …)

Plusieurs fonctionnalités,

plusieurs situations adidactiques

Les situations adidactiques et le discours d'institutionnalisation

Le processus d'*institutionnalisation* fait pendant au processus de dévolution :

« Quelqu'un d'extérieur vient pointer dans les activités de l'élève celles qui ont un intérêt, un statut culturel » (Brousseau)

Le discours du professeur doit alors situer la situation adidactique dans un ensemble plus vaste : quelle classe de problèmes représente-t-elle ? Quelle est la variabilité de cette classe ?

Les situations adidactiques et le discours d'institutionnalisation

- Favoriser le transfert par un discours permettant le processus de décontextualisation et engageant les élèves à « l'étude » des problèmes résolus :

  A propos des problèmes de proportionnalité :

  « Certains de ces énoncés se ressemblent beaucoup et pourraient être mis ensemble. Nous aurions ainsi moins de catégories et de problèmes-types à apprendre. Cherchez des problèmes qui se résolvent ou s'expliquent de la même façon. Nous discuterons ensemble les regroupements. En même temps, nous chercherons ce qui peut les rendre différents » (G. Brousseau et N. Brousseau)
- Classification de tels problèmes dans les anciens manuels, basée soit sur la méthode de résolution (règle de trois simple et directe, simple et inverse, composée), soit sur le contexte (problèmes d'intérêt, de mélange, d'alliage, …)

Préserver les situations-problèmes en certaines circonstances

- Quand les élèves ont à faire le deuil d'une connaissance ancienne :

  Pourquoi la situation du pantographe n'est pas choisie comme première approche des agrandissements : *« Le modèle additif sera envisagé moins sérieusement. Il sera rejeté sans examen puisque l'appareil fournira la bonne image. Au lieu de construire le modèle (multiplicatif) et de prévoir le résultat satisfaisant les conditions voulues, il suffirait de le découvrir comme une loi de la nature. Or, le modèle additif est un obstacle résistant à la mise en place du modèle multiplicatif et doit pouvoir lui être opposé dans des situations ouvertes, ce choix devant se faire sur des critères rationnels et intellectuels »* (Brousseau)

  L'enjeu majeur est alors la mise à l'épreuve de connaissances devenues inadaptées, ainsi que les intuitions d'élèves, fausses mais persistantes

Préserver les situations-problèmes en certaines circonstances

- Quand il y a des raisons de penser que des élèves d'un niveau donné peuvent produire d'eux-mêmes la réponse à la question posée.

  Mais il s'agit alors d'un processus collectif et non d'un entraînement individuel à la compétence de résolution de problèmes (dépersonnalisation)

  La solution optimale au problème *« peut être trouvée et prouvée par quelques élèves dans un temps raisonnable dans une classe ordinaire et très vite partagée et vérifiée par les autres »* (Brousseau)

Sans minorer l’importance du discours

- Celui des élèves qui échangent entre eux et qui, collectivement, analysent l’efficacité des stratégies proposées et formulent les limites des connaissances mises à l’épreuve tout comme les caractéristiques des nouvelles connaissances à construire
- Celui du professeur qui peut faire des propositions en jouant l’ingénuité et qui joue un rôle central dans le processus d’institutionnalisation

Sinon …

En dehors de ces circonstances ou en l’absence des conditions décrites, mieux vaut s’en tenir à un « bon » discours

Exemple du théorème de Pythagore

Dévoluer la conjecture et/ou la démonstration du théorème de Pythagore ?

- Une activité classique : avec ou sans logiciel, observer une régularité dans le calcul des carrés des côtés de multiples triangles rectangles

  Il s'agit là d'un leurre de dévolution

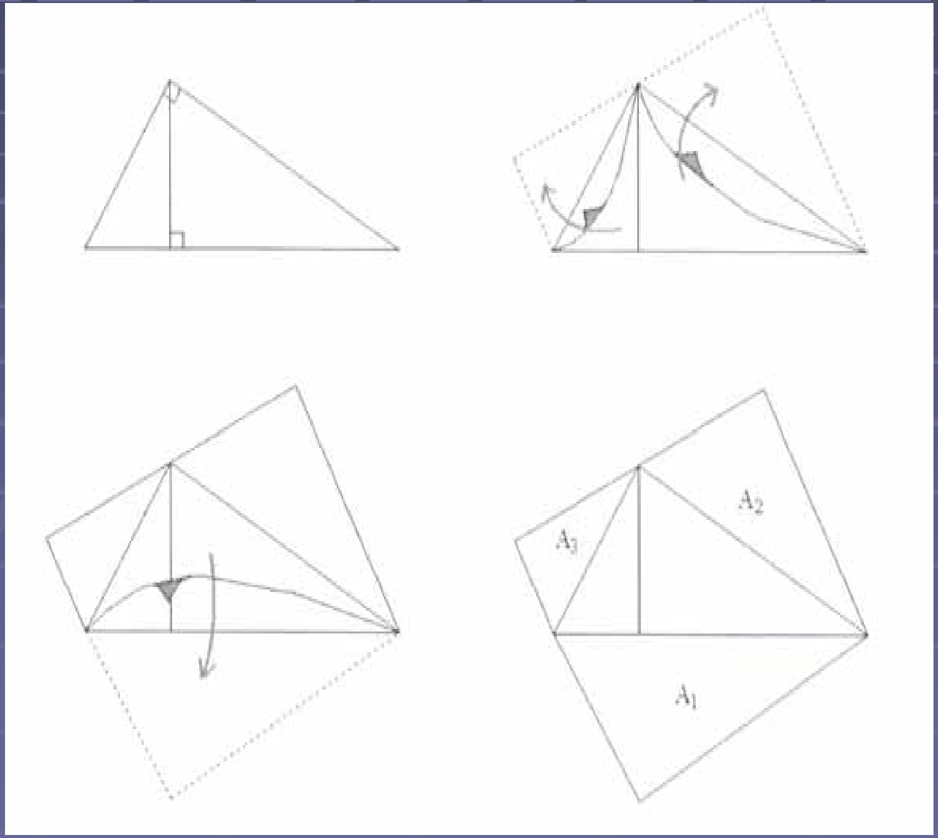
  Cas d'*Ostension déguisée* (Salin) :

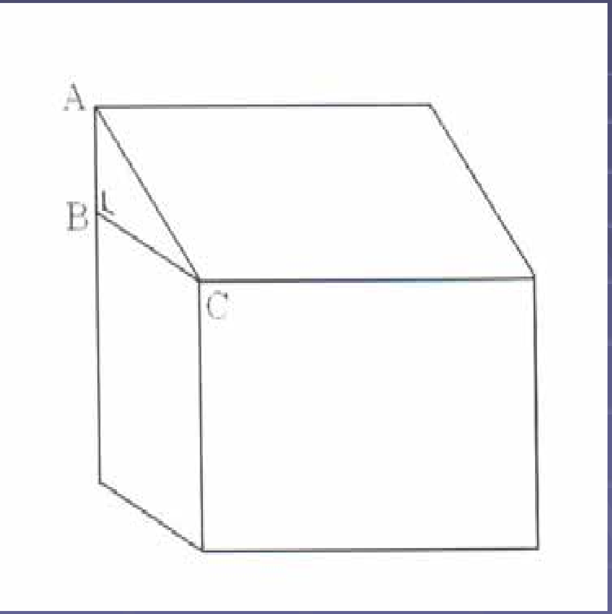
  le professeur fait le gros du travail et fait semblant de faire « découvrir » les élèves en triant leurs interventions à partir de questions telles que *«Que constates-tu ?»*, *« Que conclus-tu* ? »

Dévoluer la conjecture et/ou la démonstration du théorème de Pythagore ?

- Faire travailler les élèves sur des puzzles mobilisant les carrés construits sur les côtés du triangle ?
- Puzzles peu naturels. Pourquoi des carrés ?
- Risque de détourner l'attention des élèves de la problématique essentielle : « résoudre » un triangle rectangle qui modélise ou non une situation « réelle »
- Manque de visibilité d'un discours qui présente cette problématique d'entrée de jeu et qui explique que la démonstration par les aires est un artifice peu courant à une époque où on maîtrise l'algèbre

Dévoluer la conjecture et/ou la démonstration du théorème de Pythagore ?





Une autre forme de première rencontre avec le savoir

- Pourquoi ne pas proposer, dans certains cas, une première rencontre des élèves avec le savoir de type ‘culturelle-mimétique’ : *« expliquer discursivement les raisons d’être de l’organisation mathématique rencontrée, c’est-à-dire les motifs pour lesquels, du moins, elle continue à vivre dans la culture mathématique contemporaine »* (Chevallard)
- Le discours du professeur prend alors appui sur une question (une problématique) ayant un caractère fondamental mais qu’on ne dévolue pas aux élèves
- La dévolution peut s’envisager à d’autres moments : exploration de la technique et de ses limites, « étude » des exercices au delà d’une ritualisation procédurale

Intégrer les « situations-problèmes » dans un discours sur la problématique globale

- On ne fait pas de la géométrie vectorielle pour s'orienter dans la nature mais pour démontrer, de manière « calculatoire », des propriétés de figures géométriques
- D'où l'intérêt de dévoluer la caractérisation analytique puis vectorielle de configurations-clés: parallélogramme, positions de trois points alignés, …
- Les activités doivent s'intégrer dans ce projet global rendu visible aux élèves

Quel type de discours ?

- Discours technologique au sens de Chevallard
- Discours heuristique au sens de Lakatos

Exemple des équations du second degré

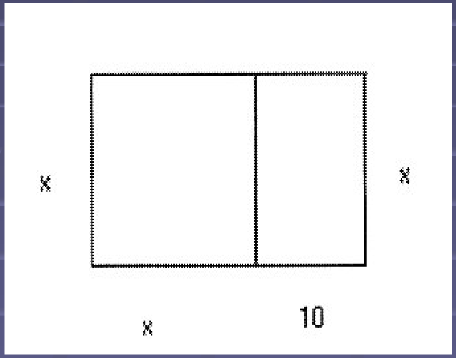
Une technique « exotique » pour résoudre

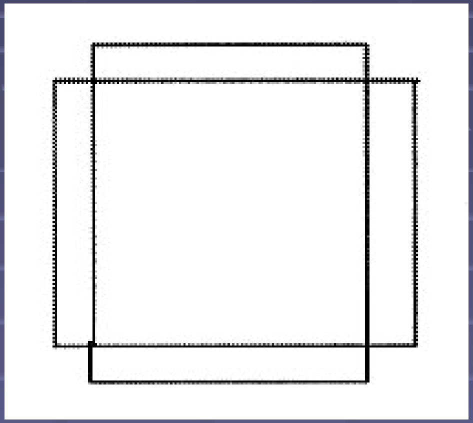
$X^2 + 10x = 39$

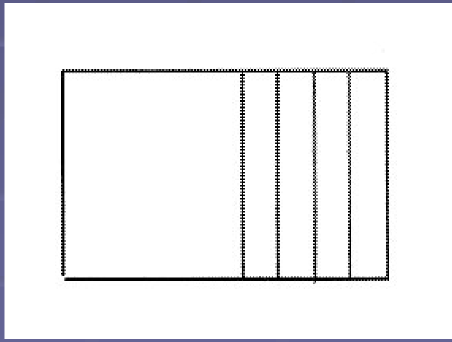
- ✓ Diviser 10 par 4 : 2,5
- ✓ Elever 2,5 au carré et multiplier par 4 : $2{,}5^2 \times 4 = 25$
- ✓ Ajouter 39 : 25 + 39 = 64
- ✓ Prendre la racine de 64 : $\sqrt{64} = 8$
- ✓ Retrancher 2 fois 2,5 : 8 - 2 x 2,5 = 3

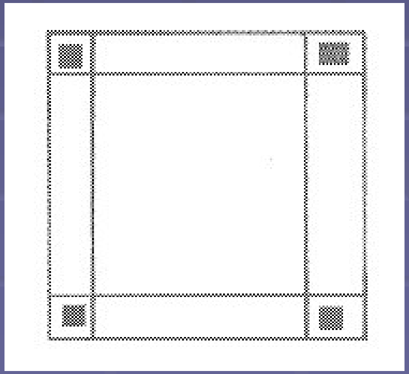
Malaise pour cause d'inintelligibilité

Exemple des équations du second degré : recherche d'une intelligibilité de la méthode









Rôle du discours technologique

Le discours technologique, au sens de Chevallard, doit :

- ✓ Justifier l'efficacité de la technique eu égard à la tâche visée
- ✓ Rendre la technique intelligible ce qui est indispensable si l'on veut savoir dans quelles conditions l'utiliser et savoir l'adapter le cas échéant

L'inintelligibilité des techniques est la première source de décrochage des élèves

Rôle du discours technologique

- Aujourd’hui, l’intelligibilité de la technique de résolution d’une équation du second degré est donnée par un développement algébrique qui illustre l’importance des paramètres en algèbre.

  Les mathématiques ont pour fonction de « tuer » les problèmes en créant des techniques pour les résoudre d’une manière « performante », le prix à payer étant le discours technologique
- Mais ce développement doit être inscrit dans un discours qui, sur base d’exemples judicieusement choisis, montre l’intérêt de certaines équations du second degré qui ont une « bonne forme » et indique le souhait de « ramener » d’autres équations à celles-là
- On devrait réfléchir à des modalités de dévolution à de tels moments aussi

La recherche d’intelligibilité va plus loin

- *« Comment se fait-il que tant de gens trouvent les mathématiques obscures alors qu’elles ne font appel qu’aux principes fondamentaux de la logique ? Qu’est-ce que comprendre ? Est-ce examiner successivement chacun des syllogismes et constater qu’il est correct ? Oui, pour quelques-uns; presque tous sont beaucoup plus exigeants, ils veulent savoir non seulement si tous les syllogismes sont corrects, mais pourquoi ils s’enchaînent dans tel ordre plutôt que dans tel autre. Tant qu’ils leur semblent engendrés par le caprice et non par une intelligence consciente du but à atteindre, ils ne croient pas avoir compris et dès lors sont insatisfaits »* (Poincaré)
- Mais aussi des questions sur d’où viennent les objets mathématiques et pourquoi ils ont cette forme-là, questions pas toujours exprimées en raison du contrat didactique (recherche d’économie d’investissement)

Le discours technologique de type heuristique

Qualificatif « heuristique » emprunté à Lakatos mais envisagé ici en un sens plus global

Le discours heuristique met en évidence le projet initial à l'origine des mathématiques enseignées, quel que soit le niveau d'étude mathématique envisagé, les tentatives *a priori*, les succès et les échecs et les raisons pour lesquelles on optera, en définitive, pour tel ou tel choix de concept, d'agencement des propriétés, …

Trois exemples : les nombres relatifs, la géométrie analytique 3D, le théorème fondamental du calcul intégral

Exemple des nombres relatifs

- Inintelligibilité de la règle ‘moins par moins donne plus’ :

  « Minus times Minus equals Plus : The reason for this we need not discuss »

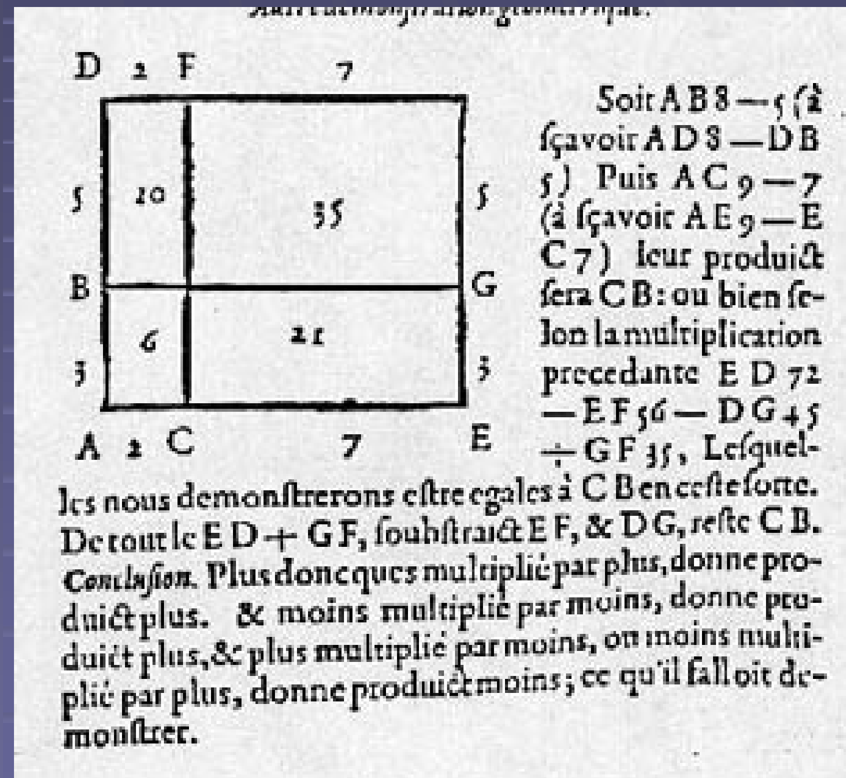
  « Là où j’ai commencé à décrocher en math., c’est quand on n’a dit que moins par mois donne plus. J’en ai conclu que les maths., c’était pas mon truc »

- Obstacle d’ordre épistémologique : « Difficulté de s’écarter d’un sens ‘concret’ attribué aux êtres numériques » (Glaeser)
- Essais plus ou moins concluants dans les manuels pour justifier cette règle: méthode « inductive-exploratoire » (Freudenthal) qui consiste à faire compéter des tableaux numériques : 2x(-4), 1x(-4) , 0x(-4), -1x(-4), …

Exemple des nombres relatifs

Stevin (1625) justifie cette règle en calculant des aires de rectangles de plusieurs manières : soit en les prenant globalement, soit en ajoutant différentes petites parties et arrive, en développant (a - b) (c - d) où a, b, c, d sont des réels positifs à devoir écrire, entre autres,

(- b) x (- d) à bd



Soit A B 8 — 5 (à sçavoir A D 8 — D B 5) Puis A C 9 — 7 (à sçavoir A E 9 — E C 7) leur produict sera C B : ou bien selon la multiplication precedante E D 72 — E F 56 — D G 45 + G F 35, Lesquelles nous demonstrerons estre egales à C B en ceste sorte. De tout le E D + G F, soubstraict E F, & D G, reste C B.

Conclusion. Plus doncques multiplié par plus, donne produict plus. & moins multiplié par moins, donne produict plus, & plus multiplié par moins, ou moins multiplié par plus, donne produict moins ; ce qu'il falloit demonstrer.

Exemple des nombres relatifs

Solution de la crise des relatifs apportée par Hermann Hankel en 1867 comme un épilogue heureux de cette crise.

Règles justifiées non pas par le biais d'un modèle concret mais par le respect d'un *principe de permanence*: la multiplication dans Z doit prolonger la multiplication dans N tout en gardant de « bonnes propriétés », entre autres, en respectant les règles de distributivité. Ainsi, 0 peut s'écrire, d'une part, sous la forme

a x 0 = a x (b + opp b) = ab + a x (opp b) et, d'autre part, sous la forme = 0 x (opp b) = (opp a + a) x (opp b) = (opp a) x (opp b) + a x (opp b). De là, on tire que (opp a) x (opp b) = ab.

Exemple des nombres relatifs

Dans les deux cas, c'est l'algébrique qui commande au numérique

Dans les deux cas, on expose les raisons pour lesquelles on 'impose' un certain comportement aux nombres négatifs :

- Stevin s'appuie sur le fait que les écritures algébriques servent à modéliser des modèles de grandeurs
- Hankel se situe dans une perspective plus structurale des ensembles de nombres

On a là deux niveaux d'étude mathématique fort différents

Exemple des nombres relatifs

- Un créneau possible pour l'enseignement : la modélisation fonctionnelle où l'usage de grandeurs négatives (temps et position sur une trajectoire rectiligne orientée) et le souhait de réduire tous les cas à un seul imposent la règle des signes ou tout simplement la géométrie analytique
- Il s'agit là d'un discours heuristique qui ne décrit pas le comportement des nombres comme si ceux-ci existaient par eux-mêmes mais comme des objets que les humains façonnent au gré de leur projet

Exemple des nombres relatifs

« Justifier » les règles de multiplication dans les relatifs par le souhait d'avoir une seule formule :

Temps : t	-7	...	-3	-2	-1	0	1	2	...	5	...	10
Position sur la droite graduée : p	-21		-9	-6	-3	0	3	6		15		30

$\times 3$

$$P = 3\,t$$

Temps : t	-7	...	-3	-2	-1	0	1	2	...	5	...	10
Position sur la droite graduée : p	21		9	6	3	0	-3	-6		-15		-30

$\times(-3)$

$$P = -\,3\,t$$

Exemple de la géométrie analytique 3D

Habituellement, l'enseignement de la géométrie analytique 3D la présente subordonnée à l'algèbre linéaire

Dans la théorie standard à l'université :

- Les droites et plans sont définis d'emblée comme variétés linéaires ou affines. Les vecteurs sont des éléments d'un espace vectoriel et des vecteurs colinéaires sont définis à partir de la notion de partie liée
- Un théorème permet de traduire les écritures vectorielles en termes de coordonnées : *Tout espace vectoriel E de dimension finie n sur un corps commutatif K est isomorphe à l'espace* K^n *des coordonnées*

Efficacité de l'algèbre linéaire comme théorie multi-sens

Exemple de la géométrie analytique 3D

Dans la transposition didactique en vigueur dans le secondaire :

- Le point de départ est toujours vectoriel
- On gomme les points jugés trop difficiles pour les élèves (Organisation mathématique à « trous », Rouy)
- On passe du vectoriel au paramétrique (puis au cartésien) sans aucune justification, le déploiement des écritures avec flèches en écritures sur les coordonnées étant perçu comme une « recette »

Plusieurs observations montrent que ce schéma soulève des difficultés d'apprentissage habituellement non gérées (Lebeau et Schneider)

Exemple de la géométrie analytique 3D

- *« L'équation $y = 2x + 1$ est celle d'une droite. Or, on cherche l'équation d'un plan. Où est l'erreur de calcul ? »*
- Plus généralement, l'équation $ax + by + cz + d = 0$ est celle d'une droite dans « l'espace »
- *« Pourquoi faut-il deux équations cartésiennes pour une droite ? On pourrait n'en faire qu'une seule »*
- *« $x = 3$ est la solution d'une équation et pas une équation »*
- *« Je n'ai pas les mêmes équations paramétriques que mon voisin. Qui a juste ? »*
- *« On ne comprend pas ce que faites pour vérifier la coplanarité de 4 points*
- *« Qui dit que l'addition de 2 vecteurs de l'espace ne conduit pas à un 'parallélogramme gauche' ?*

Exemple de la géométrie analytique 3D

- Il manque un discours technologique de type heuristique qui justifie les modèles paramétriques et cartésiens pour eux-mêmes
- La dévolution de quelques questions peut amener un tel discours à travers un débat entre élèves et professeurs sur ces modèles

Exemple de la géométrie analytique 3D

Une première tâche : *Décrivez l'ensemble des points de « l'espace » dont les coordonnées (x,y,z) vérifient l'équation : y = -3/2 x + 3*

donne l'occasion d'un discours :

- sur ce que signifie l'absence de z
- sur le sens des équations qui ne sont pas des étiquettes mais des contraintes portant sur les coordonnées des points d'un lieu
- Sur le fait qu'une même écriture algébrique peut donner lieu à plusieurs interprétations géométriques

Exemple de la géométrie analytique 3D

Une deuxième tâche : *Donnez une équation du plan Oxy*

permet de rendre explicite des aspects généralement tus, à savoir que, contrairement aux contraintes, la liberté ne se traduit pas algébriquement, quoi qu'en pensent certains élèves :

E1 : "$y = x + R$ avec $z = 0$, le $+R$ pour obtenir l'ensemble des droites et $z = 0$ pour rester dans le plan Oxy".

E2 : "$\left\{ \begin{array}{l} ax + by = d \\ z = 0 \end{array} \right.$, où a, b et d sont des réels. Ce sont deux équations liées, la première disant que x et y peuvent prendre n'importe quelles valeurs et la deuxième disant que z vaut zéro. Les coordonnées x et y sont libres car ils peuvent prendre n'importe quelles valeurs dans cette équation et les paramètres a, b et d varieront pour ajuster cette équation, dépendront de x et y".

Exemple de la géométrie analytique 3D

- On a là le début d’un discours heuristique qui justifie les modèles paramétriques et cartésiens des objets géométriques et sur lesquels on s’appuiera pour « remonter » au vectoriel
- Un tel discours devrait permettre d’éviter l’habituel « rabattement » de cet enseignement sur des acquisitions techniques
- Ici, le discours se greffe sur des activités dévolues aux élèves en rebondissant sur leurs réactions

Exemple du théorème fondamental du calcul intégral

- Théorème qui permet de remplacer, dans plusieurs cas, une technique fastidieuse de sommation d’aires de rectangles et de passage à la limite par une technique plus conviviale de primitivation
- Réalise une économie d’action au prix d’un discours technologique qui valide la nouvelle technique et la rend intelligible. Mais quelle serait la teneur de ce discours, hormis la démonstration classique que peu d’élèves semblent avoir compris ?

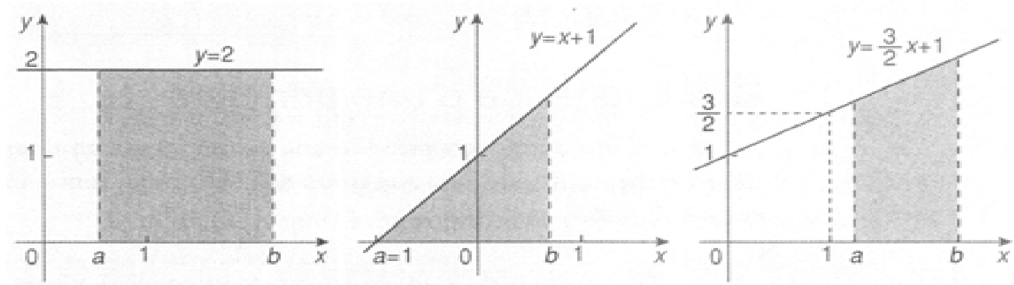
Exemple du théorème fondamental du calcul intégral

Exemple d'évitement de ce discours par ostention:

ACTIVITÉ 2

AIRES ET PRIMITIVES

L'unité de longueur est le cm, l'unité d'aire est le cm² et les repères utilisés sont orthonormaux.

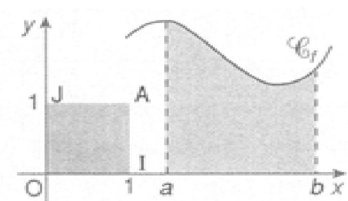


Dans chacun des cas ci-dessus :

a) Calculez l'aire du domaine colorié ;

b) Trouvez une primitive F de la fonction f représentée, puis calculez $F(b) - F(a)$. Que constatez-vous ?

Conclusion *De façon générale, nous admettrons que lorsque f est une fonction* **continue** *sur un intervalle* $[a ; b]$, *alors* **l'aire du domaine** *colorié ci-contre est égale à* $\mathbf{F(b) - F(a)}$ *où* **F** *est* **une primitive de** f *sur* $[a ; b]$ *(l'unité d'aire étant l'aire du rectangle OIAJ).*



Exemple du théorème fondamental du calcul intégral

- La technique basée sur la somme d'aires de rectangles est naturelle car basée sur l'idée de remplissage d'une aire curviligne par des aires rectilignes de plus en plus petites; la technique basée sur la primitivation suppose un important « pas de côté »
- Emergence lente de l'idée de réciprocité entre le processus d'intégration et le processus de dérivation

L’imagerie cinématique de Newton

- ✓ En amont de la démonstration, il est donc nécessaire d’avoir un discours qui rend l’idée accessible. Newton nous donne un exemple d’un tel discours : c’est l’idée de balayage qui conduit au théorème fondamental
- ✓ Les variables « fluentes » et les fluxions : une manière de penser « variation » (ou fonction) là où ce n’est pas spontané a priori
- ✓ L’élimination du temps

L’imagerie cinématique de Newton

- *« Je vais considérer dans cet ouvrage les grandeurs mathématiques non pas comme étant formées de parties constantes même infiniment petites mais comme étant engendrées par un mouvement continu. Les lignes seront décrites et par là générées non par addition de parties mais par un mouvement continu de points, les surfaces par un mouvement de lignes, les solides par un mouvement de surfaces, … »*
- *« Je ne considérerai pas le temps en lui-même formellement, mais parmi les quantités envisagées et qui sont de la même sorte, je supposerai que l’une croît d’un mouvement uniforme : toutes les autres pourront être repérées à celle-là comme si elle était le temps »*

Exemple du théorème fondamental du calcul intégral

A partir de là, on peut imaginer une activité de lecture ou un discours magistral qui « crée l'événement » ou, pourquoi pas, un milieu adidactique qui permette d'espérer, de la part des élèves, un quelconque cheminement personnel vers ce théorème

Et le discours des élèves ?

- A l’ère des compétences, évaluer les élèves sur la restitution de connaissances n’est guère pédagogiquement correct.
- Et pourtant, la maîtrise des *‘connaissances conditionnelles’* au sens de Tardif semble favoriser le transfert des savoirs et procédures à des situations nouvelles
- Or, contrat didactique oblige, laisser une place à ce créneau dans l’évaluation des élèves pourrait peut-être les inciter à étudier…

Une grille d’évaluation des compétences

Une grille conçue au Sedess de Liège (Gérard, Schneider, Varlet) :

- **Connaître** (au sens du discours technologique et des connaissances conditionnelles)
- **Appliquer des procédures**
- **Résoudre des problèmes** (non pas résoudre n’importe quel problème, ce qui relève d’une illusion méthodologique, mais savoir identifier à quelle classe de problèmes appartient un nouvel énoncé : suppose d’avoir identifié et brassé préalablement plusieurs classes)

Une grille d’évaluation des compétences

- Grille adoptée par le Secteur « Mathématique » de la FESeC hormis que « connaître » a été remplacé par « Expliciter les savoirs et procédures »
- Mais qu’est devenu le discours technologique ? Demande-t-on aux élèves de rendre des comptes sur ce qui justifie les procédures et les rend intelligibles ?
- NON, ces questions restent politiquement incorrectes

Une grille d’évaluation des compétences

Exemples de telles questions où l’on demande aux élèves d’expliquer le pourquoi des choses :

- Dans son livre d’analyse, Swokowski écrit : « n’oubliez jamais ces neuf mots : limite de sommes, limite de sommes, limite de sommes ». Illustrer ce propos dans trois contextes différents
- Décriver et justifier les méthodes permettant de déterminer des aires délimitées par des courbes en précisant s’il s’agit d’un calcul exact ou approximatif. Illustrer les conditions d’application de ces méthodes
- Quels types de situations modélise-t-on par la loi binomiale ?
- Retracer le parcours réalisé pour démontrer que
  $D(x^q) = qx^{q-1}$

Une grille d’évaluation des compétences

- Quelles sont les différentes techniques permettant de calculer une distance inaccessible? Illustrer chacune d’elles
- Pour quelles raisons les nombres trigonométriques, d’abord définis comme rapports de longueurs, deviennent-ils négatifs ?
- Quels sont les problèmes de mouvements que ne permet pas de traiter la définition d’une vitesse comme rapport de l’espace parcouru au temps ?

Une grille d'évaluation des compétences

- Pourquoi définit-on a^{-2} comme $1/a^2$ et non pas, par exemple, comme $-a^2$?
- Pour quelles raisons transforme-t-on

  $a\,(b + c)$ en $ab + ac$?
- Des suites de dessins peuvent être modélisées par des formules algébriques. Illustrer les types de formules rencontrées dans le cours et décrire ce qui permet de les identifier (voir Krysinska et Schneider)

Une grille d'évaluation des compétences

- Ces questions renvoient à ce qui est dans le cours : on n'évalue donc aucune production personnelle de la part des élèves
- Mais elles constituent un indice pertinent de leur compréhension et un signe institutionnel qui leur indique une façon d'étudier

Cela renvoie au rôle des évaluations et leur impact sur les apprentissages : à qui doit profiter l'évaluation ?

« Si les mathématiques m’étaient contées »

En conclusion : au-delà du foisonnement des exemples et applications dans les manuels, retrouver un discours

- qui rend visibles les projets humains passés et encore actuels pour la réalisation desquels les savoirs mathématiques autorisent une économie de pensée et d’action
- qui situe toute activité, tout exercice dans un tel récit

MERCI DE VOTRE ATTENTION