¿ Enseigner la mathématique ?

Société belge
des professeurs de mathématique
d'expression française

1991

Société Belge des Professeurs de Mathématique
d'expression française

¿ Enseigner la mathématique ?

LIVRE BLANC
sur l'enseignement des mathématiques en Communauté Française de Belgique

1991

Table des matières

Introduction

En mai 1989, le Ministre de l'Education, de la Recherche et de la Formation de la Communauté Française de Belgique installait sous la présidence de Paul Danblon une Commission Scientifique sur l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences.

La première tâche assignée à cette commission était la rédaction d'un rapport consacré à l'enseignement des mathématiques.

La Commission demanda à différentes organisations, dont la S.B.P.M. de faire connaître leur avis. Celui-ci fut préparé par un groupe de travail mis en place par le Conseil d'Administration de la Société et approuvé lors d'une Assemblée générale en décembre 1989. Le texte de cet avis constitue l'annexe A du présent ouvrage. En février 1990, une délégation de la Société avait l'occasion d'exposer son point de vue aux membres de la Commission.

Dès ce moment, il était clair pour les membres de notre Conseil d'Administration que le travail réalisé avait le mérite d'énoncer des positions de principe, mais pouvait et devait être approfondi. Indépendamment des demandes de la Commission Ministérielle, et quel que soit le sort que celle-ci réserverait à notre avis, nous nous devions de poursuivre le travail entrepris afin d'élaborer une véritable plate-forme susceptible de guider l'action de la S.B.P.M. dans les années à venir.

Le groupe de travail déjà existant fut donc maintenu et chargé d'approfondir ses réflexions. Il devait décider de concentrer l'essentiel de son attention sur quatre points touchant de près la formation, l'activité et les conditions de travail des enseignants :

– La formation initiale
– La formation permanente
– L'animation mathématique dans les écoles
– La recherche en didactique

Ces quatre thèmes ont donc été développés et soumis à une nouvelle assemblée générale de la S.B.P.M. le 23 mars 1991. Les quatre premiers chapitres de cet ouvrage sont constitués des textes approuvés dans cette circonstance. Ils reflètent donc l'avis officiel de la Société.

L'Assemblée Générale a aussi marqué sa préoccupation devant le phénomène de raréfaction des candidats à la fonction de professeur de mathématique. Il est à craindre que de plus en plus de postes soient progressivement occupés par des enseignants ne portant pas les titres requis. Une telle situation menace directement la qualité de l'enseignement des mathématiques. Elle rend d'autant plus nécessaire la mise en place de structures efficaces de formation permanente. La question des postes vacants dans l'enseignement supérieur de type long a également été examinée. Le titre requis pour accéder à un poste de professeur dans ce type d'enseignement est celui de docteur, alors que les jeunes licenciés qui y sont engagés comme assistants ne disposent pas nécessairement des conditions de travail et d'encadrement qui leur permettraient de réaliser un doctorat. Il ne serait pas souhaitable que les mathématiciens soient systématiquement remplacés dans ces postes par des porteurs d'autres diplômes. La S.B.P.M.e.f. restera très attentive à l'évolution de ces questions.

Par ailleurs il ne convenait pas de négliger d'autres aspects de l'enseignement des mathématiques. C'est ainsi que certains membres du groupe de travail furent amenés à analyser l'évolution des programmes, les manuels, les activités en classe. Les chapitres 5, 6 et 7 constituent le fruit de leurs réflexions. Dans ce cas, il ne s'agit pas de prises de position de la Société, mais uniquement de travaux, aussi objectifs que possible, mais qui n'engagent que leurs auteurs. Ceux-ci ont donc été mentionnés explicitement.

Enfin, outre les motions approuvées par la S.B.P.M. en décembre 1989, on a annexé divers documents n'émanant pas nécessairement de la Société. Il s'agit d'une prise de position antérieure de la S.B.P.M.e.f. concernant la création de laboratoires de mathématiques, du rapport de la Commission Ministérielle dont il a été question ci-dessus, du rapport d'une autre Commission, présidée par le Professeur de Landsheere, chargée d'étudier la question de la formation des enseignants, d'un résumé du “Rapport Cockroft" qui a connu un retentissement important en Angleterre, d'un résumé du compte-rendu de la seconde enquête internationale sur l'évaluation du rendement des mathématiques, et enfin d'une lettre du Comité National des Mathématiciens ainsi que d'une prise de position commune de plusieurs associations d'enseignants. Ces annexes ont été rangées dans l'ordre chronologique.

Nous pensons que l'ensemble des documents présentés ici mettent clairement en évidence les problèmes posés actuellement à l'enseignement des mathématiques et indiquent des pistes à suivre en vue d'élaborer des solutions. En mettant ces documents à la disposition de tous, la S.B.P.M.e.f. espère avoir contribué aux progrès de l'enseignement des mathématiques et à l'amélioration de la formation de notre jeunesse.

Composition du groupe de travail de la S.B.P.M.e.f. : A. Festraets, C. Festraets, A. Haubruge, J.-P. Houben, G. Noël, N. Rouche, S. Trompler, J. Vanhamme, C. Villers, A. Warbecq.

1. La formation initiale des enseignants de mathématiques

1.1 La formation initiale des maîtres, c'est aussi leur formation tout court

Ce serait une erreur de croire que la formation initiale des enseignants de mathématiques (de tous niveaux, y compris les instituteurs) soit assurée par les cours qu'on leur donne sur l'enseignement des mathématiques et la pédagogie. En effet, leur formation proprement mathématique, telle qu'ils la reçoivent à l'école normale ou à l'université mais aussi dans le primaire et le secondaire, est également de première importance. Qui plus est, la formation scientifique et humaniste qu'ils reçoivent pendant toutes leurs études est capitale. C'est pourquoi, en particulier, il ne faut pas enfermer le problème de la formation initiale des maîtres (du secondaire cette fois-ci) dans la seule perspective d'une réforme de l'agrégation.

1.2 Aspects importants de la formation mathématique

Voici quelques points auxquels il importe d'être attentif et dont certains sont actuellement négligés :

- Donner au sens et aux problèmes de fond d'avantage de poids qu'aux activités de routine.
- Exercer la pensée mathématique autonome sur des problématiques (c'est-à-dire des champs de problèmes).
- Enseigner les principaux concepts dans la perspective de leur genèse historique.

- Enseigner les mathématiques élémentaires d'un point de vue avancé.
- Montrer de quels phénomènes et paradoxes numériques, géométriques et physiques naissent les notions mathématiques.
- Faire le lien entre les mathématiques et les autres disciplines et montrer le statut propre des mathématiques (qui s'occupent d'objets idéaux).
- Développer une vue longitudinale globale de l'ensemble de la formation mathématique depuis le plus jeune âge jusqu'à l'âge adulte. Les mathématiques les plus élémentaires sont fondamentales dans la mesure où elles touchent aux fondements et où elles engagent la formation de base de l'esprit.
- Pratiquer en toute circonstance la documentation, la lecture et l'écriture mathématiques.

1.3 Idéologies relatives aux mathématiques

Il est important d'apprendre aux étudiants l'apport des mathématiques à la culture globale et de leur apprendre à critiquer les idéologies et les idées fausses qui s'y rapportent : les mathématiques seraient d'application universelle, la bosse des maths, les maths et les filles, etc.

1.4 Rapprocher les formations des instituteurs, régents et licenciés

Dans la perspective des coordinations nécessaires, quoique souvent inexistantes, entre les enseignements de tous degrés, il est important de rapprocher les futurs instituteurs, régents et licenciés pour une partie de leur formation. Nous ne nous prononçons pas sur le point de savoir s'il faut les former tous à l'université. Mais si cela doit arriver, il faut que l'université s'adapte profondément à son nouveau public, qu'elle réalise une articulation équilibrée et moins cloisonnée des formations mathématique, psychopédagogique et pratique. La formation en didactique des mathématiques devrait être confiée à une équipe composée d'un mathématicien et d'un et d'un pédagogue. Tout déséquilibre, toute lacune importante risquerait d'avoir des conséquences extrêmement dommageables. Il nous appartient, à nous mathématiciens, de veiller à ce que l'avenir débouche sur une meilleure formation mathématique des enseignants sans que le reste de leur formation en soit menacé pour autant.

1.5 L'entrée dans la vie active

Il serait intéressant que lors de sa première année d'activité professionnelle, l'enseignant débutant soit aidé et supervisé dans sa classe. Un crédit d'heures lui serait accordé pour participer à des groupes de travail de professeurs, sortes de creusets de l'enseignement en gestation.

C'est ici que l'on voit l'articulation de la formation initiale sur la formation continue, ainsi que la nécessité de créer des groupes de recherches et de travail sur l'enseignement des mathématiques, un peu sur le modèle des IREM français.

1.6 En conclusion

Il est illusoire de vouloir réaliser l'ensemble des souhaits exprimés cidessus sans se pencher sur l'adaptation des structures existantes en particulier du point de vue des grilles horaires.

2. La formation permanente des enseignants

2.1 Introduction

On n'imagine pas qu'un médecin, un pharmacien, un ingénieur ne se tienne pas au courant des derniers progrès de la science qu'il utilise. Il doit en être de même pour l'enseignant qui doit assurer la formation des jeunes appelés à la relève. La formation permanente est indispensable à tout professeur de mathématique, et à ce titre, doit être considérée comme **un droit et un devoir**. Tout enseignant devrait être un "chercheur" c'est-à-dire quelqu'un qui remet son enseignement en question.

2.2 But de la formation permanente

Il faut donner aux enseignants l'occasion d'approfondir leurs connaissances mathématiques, notamment en s'initiant aux nouvelles notions, structures et techniques mathématiques.

Il faut également prévoir un complément de formation en psycho-pédagogie ainsi que dans des branches connexes dont des contenus peuvent illustrer les cours de mathématique. Les enseignants doivent aussi pouvoir prendre connaissance, analyser et participer à des travaux de recherche en didactique des mathématiques.

Ils doivent pouvoir réaliser dans leurs classes des expériences didactiques, tester de nouvelles méthodes d'enseignement, utiliser du nouveau matériel.

2.3 Comment assurer une formation permanente

Par des séances de travail dans les écoles, animées par du personnel de l'école elle-même (cf le chapitre "Coordonnateurs pédagogiques").

Par la participation à des cours ou des activités organisées notamment par l'inspection, les instituts pédagogiques, les universités, des centres de formation, des centres de recherche, des associations scientifiques ou pédagogiques.

Par un détachement à temps partiel dans des équipes se consacrant elles-mêmes à l'organisation d'activités de formation permanente et/ou d'activités de recherche en didactique des mathématiques.

Par des années sabbatiques, accordées sur présentation d'un projet.

Certaines de ces activités pourraient conduire à l'attribution de certificats.

2.4 Rôle des Centres de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques dans la formation permanente

Les CREM ([1]) ont pour fonction

- d'organiser des cycles de formation pour enseignants, soit dans le centre lui-même, soit dans les établissements scolaires
- de former des formateurs en vue d'assurer des recyclages locaux
- de faire de la recherche pédagogique en mathématique,
- de proposer des améliorations aux programmes sur base d'expérimentations réalisées dans les écoles
- de publier des notes, des brochures, des livres, des manuels,...
- de proposer des curriculums, c'est-à-dire des documents méthodologiques explicitant les programmes.

2.5 Organisation de la formation permanente

Les enseignants suivront régulièrement des cycles de formation planifiée, soit dans le centre lui-même, soit dans une école de la région, soit dans leur école.

La participation à ces recyclages comptera pour un crédit d'heures dans l'horaire hebdomadaire, la grille horaire étant aménagée pour permettre cette participation.

Les professeurs doivent aussi pouvoir faire dans leurs classes des expériences pédagogiques, de leur propre initiative ou sous les conseils des inspecteurs ou des coordonnateurs pédagogiques.

([1]) Voir chapitre suivant

Certains enseignants intéressés par la recherche pédagogique pourraient pendant quelques années être détachés à mi-temps ou à temps plein pour participer plus activement aux travaux de recherche d'un CREM. Ce sont eux qui prendraient une part active dans les recyclages de leurs collègues. C'est notamment parmi eux qu'on recruterait les futurs coordonnateurs pédagogiques.

3. La recherche en didactique des Mathématiques

3.1 Une nécessité : vaincre l'analphabétisme mathématique

Personne ne pourrait nier que l'enseignement des mathématiques pose des problèmes. Il suffit de penser aux échecs en mathématiques, survenant dès le début de l'école primaire. Il suffit de penser aussi à l'analphabétisme mathématique dont souffre la très grosse majorité de la population. C'est au point que même des intellectuels, par ailleurs parfaitement raisonnables, n'hésitent pas à dire "*qu'ils n'ont jamais rien compris aux mathématiques*". Les mêmes individus n'oseraient pas dire qu'ils ignorent tout de l'œuvre de Molière ou Beethoven.

Dans une société dont les progrès techniques utilisent une base mathématique importante, l'analphabétisme mathématique généralisé va aboutir à réserver à une petite minorité de techniciens les moyens de contrôle de toutes les activités humaines. (Dès à présent, un pouvoir considérable est détenu par les informaticiens.)

L'amélioration de l'efficacité de l'enseignement des mathématiques n'a pas pour seul but de procurer des satisfactions intellectuelles nouvelles, c'est une nécessité pour des raisons autant politiques et sociales que techniques. Cet objectif ne peut être atteint uniquement par l'introduction de moyens technologiques nouveaux tels que l'ordinateur. Un processus de réflexion systématique sur l'enseignement des mathématiques, dépassant le stade des remarques ponctuelles à portée limitée, un véritable processus de recherche, est nécessaire.

3.2 Une affaire de mathématiciens

L'activité de recherche dans le domaine pédagogique est assez récente. Malgré les apports antérieurs de personnalités telles que Decroly, Freinet ou d'autres — personnalités qui n'étaient pas nécessairement ancrées dans les milieux universitaires — la création dans les universités belges de facultés des sciences de l'éducation date au plus d'une trentaine d'années. Les recherches développées dans ces facultés sont le plus souvent consacrées à des sujets généraux, parfois avec des applications à des disciplines particulières, y compris la mathématique. On a assisté par exemple à la rédaction, sous l'égide de certains services de "pédagogie générale", de manuels d'enseignement programmé consacrés à des sujets plus ou moins techniques tels que le calcul des fractions, le calcul d'erreurs, etc. Des "taxonomies", des méthodes d'analyse de la matière, débouchant notamment sur ce qu'on a appelé la "pédagogie par objectifs" ont également été appliquées dans le domaine mathématique.

Les activités des pédagogues "généralistes" ont souvent été (et sont parfois encore) considérées avec dédain par certains scientifiques qui considèrent que "enseigner s'apprend sur le tas". Si cette position s'est atténuée au fil des années, néanmoins les mathématiciens (belges francophones en tout cas, et quel que soit le niveau auquel ils enseignent) continuent d'être très "prudents" vis-à-vis des activités que les pédagogues "généralistes" consacrent aux mathématiques. On pourrait ne voir dans ce phénomène que la méfiance inévitable des tenants d'une discipline ancienne et codifiée, appliquant des méthodes rigoureuses, envers une discipline nouvelle, sujette à de nombreux tâtonnements, méfiance qui devrait disparaître en même temps que ceux-ci. Nous pensons que le phénomène est plus profond, et qu'il résulte fondamentalement de la difficulté qu'il y a à vouloir détecter et résoudre les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques sans être un véritable spécialiste de cette discipline. Il est reconnu que pour bien enseigner une théorie, il faut d'abord bien la connaître. Les pédagogues "généralistes" eux-mêmes sont conscients de la situation puisque, sauf exceptions, ils limitent leurs travaux d'ordre mathématique à des questions relevant de l'enseignement primaire ou du début de l'enseignement secondaire.

Nous voulons donc poser comme préalable que les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques sont d'abord l'affaire des mathématiciens ([1]). Cela ne veut pas dire que ceux-ci peuvent ignorer leurs collègues pédagogues, ni les non mathématiciens qui sont en charge de cours de mathématique (nous pensons surtout aux enseignants du fondamental). De

([1]) Par ce terme, nous entendons tout titulaire d'un diplôme de spécialité mathématique.

toute évidence, des collaborations s'imposent. Mais pour pouvoir analyser et comprendre valablement les phénomènes liés à l'enseignement et l'apprentissage d'un concept mathématique, le chercheur doit faire intervenir un savoir dépassant souvent de loin le niveau auquel le concept donné est enseigné. Ce n'est que de cette façon qu'il peut situer l'enseignement dans un contexte global permettant un enchaînement harmonieux entre les différents niveaux d'enseignement. Par la force des choses, à côté des élèves, les mathématiciens sont donc les premiers concernés par la construction de l'enseignement des mathématiques, *du maternel à l'université*. Ils doivent toutefois rester modestes et ne pas négliger la collaboration des autres enseignants, quelles que soient leur formation et leur fonction. La connaissance des mathématiques ne dispense pas de la connaissance des élèves, et celle-ci s'apprend beaucoup moins dans les livres !

3.3 Que peut-on chercher ?

L'objectif de la recherche sur l'enseignement des mathématiques est donc d'améliorer l'efficacité de cet enseignement. Mais la didactique des mathématiques n'est pas une science. Ou du moins, elle ne l'est pas encore. C'est un des points de vue développés par H. Freudenthal dans son ouvrage *Weeding and Sowing*, [6]. Dans une discipline en cours d'édification, les méthodes sont peu assurées, les recherches ne sont pas toujours cohérentes, ni transposables. On ne s'étonnera donc pas de la disparité et de la qualité inégale des recherches mentionnées dans la littérature.

Grosso-modo, on peut distinguer deux types de recherches : celles qui concernent l'apprentissage par les élèves, et celles qui concernent l'enseignement par le professeur. Les deux phénomènes sont bien entendu en interaction et la distinction que nous faisons ici présente un caractère artificiel qui n'est acceptable que dans une première approche.

3.3.1 L'apprentissage par les élèves.

Chaque concept mathématique présente ses difficultés propres et provoque chez l'élève qui le rencontre pour la première fois des comportements variés, allant de l'incompréhension totale à l'assimilation parfaite. Dans [7], Glaeser écrit

> Un enseignant ne peut se contenter d'affirmer qu'un élève a compris (ou n'a pas compris) une explication : il doit distinguer plusieurs niveaux de compréhension. La découverte de ces

niveaux est une des tâches primordiales de la recherche en didactique.

En général, l'apprentissage d'un élève passe en effet par une série de phases qui se caractérisent par des comportements différents. L'enfant élabore inconsciemment des modèles qui gouvernent ses réactions devant des situations particulières. Au départ, le modèle est généralement imparfait ou incomplet, entaché de conceptions mathématiquement insatisfaisantes, mais adapté à la résolution de problèmes limités. Sous l'influence des situations présentées par l'enseignant, le modèle peut évoluer, s'affiner et finalement correspondre de façon valable au concept mathématique enseigné. Malheureusement, beaucoup d'enfants s'arrêtent en chemin et n'atteignent pas le dernier stade. Ils conservent un modèle incomplet d'utilité limitée.

Indiquons sommairement un exemple.

Le concept de probabilité.

L'enseignement des probabilités ne commence pas, actuellement, avant la fin de l'école secondaire. Et encore, pas dans toutes les sections. Cependant, le concept de probabilité fait partie de la vie quotidienne et les enfants élaborent des modèles à ce sujet.

Un premier modèle est essentiellement qualitatif : *il est probable que ..., il est improbable que ...*. On pourrait appeler cela un modèle à quatre valeurs : le certain, l'impossible, le probable et l'improbable.

Un tel modèle ne permet pas de maîtriser beaucoup de situations aussi voit-on apparaître un modèle permettant des comparaisons : *Le Sporting d'Anderlecht a plus de chances d'être champion de Belgique de football que Le Sporting de Charleroi*. Ce modèle est parasité par des croyances plus ou moins magiques : *X est un chançard, il gagnera plus facilement au Lotto que Y qui n'a jamais de chance.*

Ce modèle évolue ensuite vers la quantification des probabilités, l'enfant comprend la possibilité d'associer un pourcentage de chances à événement. Mais dans un premier temps, ce nombre est lui-même donné un peu au hasard, (*"Il y a 5 chances sur 6 pour que je reçoive une bicyclette pour mon anniversaire"*) avec une préférence pour $\frac{1}{2}$. (*Chaque fois que quelqu'un traverse la rue, il peut être écrasé par une voiture ou ne pas l'être, il y a donc une chance sur deux de traverser sans être écrasé.*)

Ayant rencontré des situations (le jeu de dés par exemple) où un raisonnement permet de calculer des probabilités à partir de propriétés de symétrie, un modèle de type mécaniste va être élaboré. Il se manifeste par exemple lorsqu'on demande quelle est la probabilité pour qu'une punaise lancée sur une table tombe la pointe en l'air. Beaucoup d'élèves vont invoquer la longueur de la pointe ou son poids pour calculer cette probabilité.

Enfin, sous l'influence de l'enseignement de la fin du secondaire, l'adolescent devrait accéder à une vision fréquentiste où la probabilité d'un événement modélise la fréquence relative de cet événement lors d'un grand nombre de répétitions. Un tel modèle suffit pour la plupart des besoins pratiques.

Il ne faut pas croire que les élèves parcourent la suite des modèles correspondant à un concept donné d'une façon linéaire ni qu'un modèle soit jamais définitivement abandonné. Sous l'influence d'une perturbation, un élève peut régresser, revenir à un modèle antérieur, donner l'impression qu'il n'a rien compris. C'est aussi sous l'influence d'une perturbation qu'il peut progresser, accéder à un modèle plus élaboré.

Certains élèves évoluent plus rapidement que d'autres et sautent des étapes : ce sont ceux qu'on appelle, faute de mieux, les "bons élèves". Mais même eux élaborent des modèles incomplets ou imparfaits, inadaptés à certaines situations, ce qui les amène dans certaines circonstances à commettre ce que le mathématicien considère comme des erreurs. Toutefois, ces "erreurs" sont significatives d'un modèle plus avancé que celui de la moyenne des élèves du même âge, elles constituent des comportements de réussite plutôt que d'échec.

Le travail du chercheur est donc de déterminer les différentes phases par lesquelles passe l'apprentissage d'un concept donné, et de proposer des situations qui favorisent la mise en place des modèles les plus complets possibles. Ces situations doivent évidemment tenir compte des circonstances concrètes de l'enseignement, de l'âge des élèves, de leurs acquits. Les deux phases sont également délicates.

La détermination des différentes phases d'un apprentissage suppose l'observation des réactions des élèves devant une situation donnée. Mais ces réactions sont influencées par une série de paramètres dont beaucoup sont inconnus, et la plupart mal contrôlés. De plus les comportements des élèves donnent souvent l'impression d'être des fonctions discontinues des paramètres : une petite variation d'un paramètre (l'ordre des exercices dans une interrogation par exemple) peut provoquer des variations de comportement importantes. Le chercheur doit donc élaborer des outils qui lui permettent de mettre ces variations en évidence, afin de pouvoir les contrôler. Il doit effectuer ses observations avec des classes de niveaux et d'âges différents. Il doit synthétiser ses résultats.

3.3.2 L'enseignement par le professeur

Depuis toujours les enseignants ont essayé — avec des fortunes diverses — d'améliorer l'efficacité de leur enseignement en modifiant soit le contenu de leurs cours, soit la méthode appliquée, soit les deux. Il ne leur a pas toujours été possible d'accorder assez d'attention à déterminer les différents modèles mentaux des élèves. Leur tâche serait facilitée si on connaissait bien les difficultés rencontrées au cours d'un apprentissage. Mais c'est loin d'être le cas et de plus, ces difficultés dépendent elles-mêmes de la méthode d'enseignement adoptée.

C'est donc une méthode expérimentale qui est généralement utilisée en vue de mettre au point des outils d'enseignement plus performants. En première approximation, on peut alors distinguer deux méthodes d'expérimentation.

Les expériences de type “clinique" concernent un nombre très limité d'élèves dont les réactions dans une situation précise sont analysées de façon approfondie.

Les expériences de type “statistique" concernent des groupes beaucoup plus importants d'élèves, souvent répartis en un groupe “témoin" recevant un enseignement traditionnel et un groupe “pilote" soumis à une méthode expérimentale. Les performances des deux groupes sont alors comparées à l'aide de questionnaires analysés par des méthodes statistiques.

Dans les deux cas, il faut tenir compte de divers paramètres peu contrôlables dont la personnalité des titulaires des cours n'est pas le moindre. Une collaboration étroite doit associer le chercheur et l'enseignant, l'idéal étant que ces deux personnes n'en fassent qu'une. Mais une expérience ne pouvant être réalisée dans une seule classe, nécessairement plusieurs enseignants doivent y prendre part. La recherche sur l'enseignement des mathématiques doit donc être collective et structurée.

Qu'elles soient de type clinique ou de type statistique, les expériences didactiques consistent généralement à placer les élèves devant des situations destinées à provoquer chez eux une activité déterminée. Depuis une vingtaine d'années, des chercheurs ont essayé de construire des théories concernant ce genre de situations. En particulier, l'école française, a été particulièrement active. Le danger de ce type de démarche est de voir le didacticien-chercheur se couper par ses préoccupations abstraites et son langage de l'enseignant-praticien.

Pour atteindre ses buts, la recherche en didactique des mathématiques doit reposer sur la vie quotidienne des classes. Elle doit viser à l'élaboration de curriculums, de documents accompagnant les différents points d'un programme et présentant, outre des commentaires théoriques sur le sujet, des situations pédagogiques que l'enseignant peut exploiter moyennant une adaptation minimale à la situation concrète de sa classe.

3.4 La recherche à l'étranger

Nous ne pouvons dans ce paragraphe faire un inventaire exhaustif des activités de recherche sur l'enseignement des mathématiques se déroulant à l'étranger. Contentons-nous de mentionner l'existence d'associations pédagogiques, de centres de recherche, de congrès et réunions diverses, de publications.

3.4.1 Les associations pédagogiques

Pratiquement tous les pays possèdent au moins une association de professeurs de mathématiques. Toutes ne sont pas également actives, notamment dans le domaine de la recherche. Contentons-nous de citer

- Aux Etats-Unis : le *National Council of teachers of mathematics*. Il publie trois revues dont une, le *Journal for Research in Mathematics Education* est plus particulièrement consacrée aux travaux des chercheurs. De plus le N.C.T.M. publie d'autres ouvrages dans ce domaine (voir par exemple [2], [12]).
- En France : L'Association des Professeurs de Mathématique de l'Enseignement Public n'est pas en tant que telle impliquée dans la recherche en didactique mais nombreux sont ses membres qui y participent. Nous avons déjà signalé l'école française animée par G. BROUSSEAU, G. VERGNAUD et quelques autres. Pour en connaître les idées, on pourra consulter notamment [1] et [4].
- En Grande-Bretagne : Deux associations d'enseignants existent : la *Mathematical Association* et l'*Association of Teachers of Mathematics*. Leurs publications *Mathematics Teaching*, *Mathematics in Schools*, *Micromath* ont un caractère très pratique et fourmillent de situations exploitables en classe.

3.4.2 Les centres de recherche

En France, les *Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (IREM) ont été créés dans les années soixante. On en compte un par académie, soit une vingtaine au total. Ils assurent la formation permanente des enseignants et organisent des recherches en didactique des mathématiques. Leurs réalisations, surtout dans les débuts, ont sans doute été de valeurs inégales mais ils ont joué un rôle qui les rend irremplaçables. Ils ont permis la constitution de l'école française dont nous avons déjà parlé.

En Angleterre existent plusieurs centres organisés selon des modèles variables. Citons le *Shell Centre* à Nottingham, le *Chelsea College* à Londres, le

College for further Education à Cambridge, et l'*University of Southampton.*

Aux Pays-Bas a existé durant plusieurs années le *IOWO*, fondé par Hans Freudenthal. Cet organisme a été dissous, mais a eu des successeurs, notamment le *Onderwijs Wiskunde en Computer Centrum, OWEOC* (Utrecht).

En ce qui concerne l'Allemagne, mentionnons l'*Institut für Didaktik der Mathematik* à Bielefeld ainsi que le centre de Dortmund.

3.4.3 Les congrès et colloques

L'activité des chercheurs en didactique des mathématiques se concrétise par des Congrès nationaux et internationaux. Mentionnons en premier lieu les Congrès organisés par la *Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique,*(CIEM). Cette organisation (qui a une filiale en Belgique) est la section pédagogique de l'*Union Mathématique Internationale.* Son congrès a lieu tous les 4 ans depuis 1968. Le dernier a eu lieu à Budapest en 1988 et a rassemblé plus de 2000 enseignants-chercheurs en provenance de tous les pays du monde.

Un congrès plus modeste, mais pas nécessairement moins intéressant est organisé tous les ans par la *Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques,* (CIEAEM). Plusieurs belges, dont Willy Servais, Georges Papy, Alfred Warbecq, Jean Nachtergaele, Willy et Jacqueline Vanhamme, Francis Michel, ont joué ou jouent encore un rôle important dans la CIEAEM dont plusieurs réunions se sont tenues en Belgique.

D'autres rencontres se déroulent chaque année un peu partout dans le monde. Certaines sont organisées sur des bases géographiques, d'autres sont consacrées à un thème déterminé. Mentionnons les congrès du groupe PME (*Psychology of Mathematics Education*) et ceux, dénommés ICOTS (*International Congress on Teaching Statistics*) consacrés à l'enseignement des statistiques et probabilités.

3.4.4 Les revues scientifiques

A coté des innombrables publications des associations d'enseignants, existent des revues qui publient exclusivement les travaux des chercheurs en didactique des mathématiques. Outre le *Journal for Research in Mathematics Education*, déjà cité, mentionnons

– Recherches en Didactique des Mathématiques, *Ed. La Pensée Sauvage*, Grenoble.

– Educational Studies in Mathematics *Ed. Reidel*, Dordrecht.
– International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, *Taylor & Francis*, Basingstoke, U.K.
– Repères, Revue des IREM français.
– Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, *Fachinformationszentrum*, Karlsruhe.

Le journal cité en dernier lieu publie essentiellement des compte-rendus et résumés de l'ensemble des journaux consacrés à l'enseignement des mathématiques. En le parcourant, on peut se faire une idée de l'intense activité de recherche dans ce domaine.

3.5 Organiser la recherche en Belgique

Au regard de ce qui se passe à l'étranger, la Belgique fait actuellement figure de parent pauvre en ce qui concerne la recherche sur l'enseignement des mathématiques. Pendant une vingtaine d'années le *Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique* fondé et animé par Georges PAPY a disposé de subsides de l'Etat et de personnel détaché. Ces moyens matériels lui ont été ultérieurement retirés. La recherche n'est plus prise en charge que par de petits groupes, voire des individus isolés. Du côté francophone, le plus important d'entre eux est le *Groupe d'Enseignement Mathématique* de l'Université de Louvain-la-Neuve. Trois thèses de doctorat dans le domaine de l'enseignement des mathématiques ont été réalisées dans les dernières années : deux à l'U.C.L. et une à l'Université de Mons.

Il nous semble urgent pour recréer en Belgique une activité de recherche comparable à ce qui se déroule à l'étranger de créer une ou des institutions permanentes comparables aux IREM français.

Les **"Centres de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques"** (C.R.E.M.) rassembleraient

– des mathématiciens de métier,
– des enseignants de la formation initiale,
– des professeurs de méthodologie spéciale des mathématiques,
– des chercheurs en pédagogie de la mathématique,
– des licenciés ou docteurs en pédagogie s'intéressant à la pédagogie des mathématiques,
– des doctorants,
– des inspecteurs de mathématique,
– des enseignants du secondaire et du fondamental.

Il est essentiel que ces centres de recherche intègrent des enseignants **de tous les niveaux et tous les réseaux**.

4. Des coordonnateurs pédagogiques

4.1 Préambule

C'est un truisme d'affirmer que l'enseignement, et en particulier l'enseignement secondaire a subi depuis 30 ans de profondes modifications.

Dès les années 50, la démocratisation, la prolongation de la scolarité obligatoire et la suppression du 4ème degré de l'enseignement primaire ont conduit à la multiplication des écoles moyennes, lycées et athénées. La demande en professeurs il y a 30 ans, 20 ans encore, était telle que les écoles normales et universités faisaient le plein. Puis s'est fait sentir la dénatalité, ce qui a provoqué la fermeture de certaines écoles et une baisse sérieuse de population dans nombre d'autres. La situation s'est encore aggravée après les sévères restrictions budgétaires et l'ajout d'une heure dans la plage horaire de chaque professeur. Bien des jeunes professeurs n'ont alors eu d'autre alternative que le chômage ou le choix d'un autre métier. La dégradation progressive des conditions de travail a éloigné beaucoup de jeunes gens de la carrière d'enseignant et rendus amers ou découragés nombre d'autres qui s'y étaient cependant engagés avec enthousiasme.

L'aide pédagogique qu'apportent directeurs et inspecteurs au professeur débutant peut n'être pas suffisante. Il nous apparaît qu'un des moyens d'améliorer les conditions de travail des jeunes professeurs (et aussi des moins jeunes) est la création de postes de "coordonnateurs pédagogiques" dans chaque discipline et ce dans tous les réseaux de notre enseignement.

Ce poste existe dans les écoles anglaises. Le rôle de "*chef de département*" y est d'autant plus essentiel qu'il y a pénurie de professeurs et que nombreux sont ceux qui enseignent une matière sans être réellement qualifiés. Sans être exagérément pessimiste, nous pouvons prévoir que d'ici peu, la Belgique manquera aussi de professeurs de mathématiques (régents ou licenciés) et que les cours devront être assurés par des non-spécialistes qui auront certainement besoin d'une formation continuée appropriée.

Examinons de plus près quelles pourraient être les tâches d'un coordonnateur pédagogique.

4.2 Rôle du coordonnateur

Dans une période transitoire, on peut concevoir ce rôle comme une réponse aux souhaits immédiats de nombreux professeurs (points 4.2.1 à 4.2.4). Dans un second temps, ce rôle peut être élargi et comporter des tâches qui actuellement, lorsqu'elles sont assurées, le sont bénévolement (points 4.2.5 à 4.2.8).

4.2.1 Accueillir

Le coordonnateur accueille les nouveaux professeurs et les temporaires désignés pour un remplacement. Il les aide à s'intégrer à l'établissement en leur fournissant tous les renseignements pratiques propres à l'école, les petits détails de la vie quotidienne qui font que "cela tourne". Mais aussi, il leur explique dans quel esprit, quelle orientation se donnent les cours de mathématique dans les différentes classes.

Par ailleurs, il suscite des réunions de contact et de discussion entre nouveaux et anciens professeurs de manière à créer des liens et à organiser un travail d'équipe.

4.2.2 Informer

Le coordonnateur informe ses collègues sur les nouvelles parutions, le nouveau matériel didactique, les articles intéressants, les réunions, conférences, séminaires, séances de recyclage, expositions organisés à l'extérieur de l'établissement.

Il tient chacun au courant, non seulement de la vie mathématique en Belgique, mais aussi de ce qui se passe à l'étranger et en particulier des stages tenus pendant les vacances scolaires.

De même, il informe les élèves (par l'intermédiaire de leurs professeurs) de tout ce qui, en mathématique, leur est plus spécialement destiné : *Math-Jeunes*, Olympiades, journées portes-ouvertes dans les universités ou écoles supérieures, expositions, ...

4.2.3 Conseiller

Il conseille les professeurs essentiellement sur les plans mathématique et pédagogique. Ainsi, il aide les professeurs inexpérimentés à concevoir un plan de travail trimestre par trimestre, il suggère l'emploi de tel ou tel matériel, il indique les parties de la matière jugées en général les plus importantes et celles qui sont réputées difficiles pour les élèves, il propose une présentation de tel chapitre jugé plus délicat à traiter ...

Il peut aussi jouer le rôle de modérateur en cas de conflit.

4.2.4 Organiser

Le coordonnateur organise des conférences, journées pédagogiques, stages, à l'intérieur ou à l'extérieur de l'établissement (en éventuelle coordination avec des coordonnateurs d'autres écoles). De façon plus générale, il s'occupe de la formation permanente et sert d'intermédiaire entre le C.R.E.M. (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) et les professeurs de son département.

4.2.5 Harmoniser

Il organise des réunions entre les instituteurs et les professeurs du secondaire en sorte qu'il n'y ait pas de malentendus au sujet de ce que les premiers font et ce que les autres attendent ; des réunions entre professeurs de mathématique soit d'un même niveau, soit de niveaux différents, en vue de coordination, d'élaboration de stratégies communes, de présentation de nouveaux programmes, de nouvelles directives ; des réunions entre professeurs de différentes disciplines (physique et mathématique, par exemple) de manière à établir une collaboration efficace et à coordonner les parties des différents cours qui s'appuient l'une sur l'autre.

4.2.6 Documenter

Le coordonnateur dispose d'une documentation actualisée sur les possibilités d'études offertes par les établissements "proches", les écoles supérieures et les universités. Ceci lui permet de conseiller les parents sur un changement d'orientation de leurs enfants ou sur un choix d'études supérieures.

4.2.7 Conserver

Il sert de mémoire vivante en conservant tous les documents qui concernent la vie, les activités mathématiques de l'établissement. Chaque année, il rédige (et archive) un rapport sur l'ensemble de ces activités (conférences, olympiades, expositions, réussites aux examens,...).

4.2.8 Représenter

Il est un relais entre les chefs d'établissements et les inspecteurs d'une part et les professeurs d'autre part.

Si le besoin s'en fait sentir, il sera le porte-parole de l'ensemble des professeurs de mathématique aux réunions du comité de concertation ou du conseil d'entreprise (selon le réseau d'enseignement). Il présente au chef d'établissement les souhaits d'attributions des différents professeurs.

Il transmet à l'inspection des remarques faites par ses collègues au sujet des programmes, etc.

4.3 Moyens matériels

Le coordonnateur, pour accomplir ses diverses tâches de manière efficace, doit disposer de moyens matériels suffisants. En premier lieu, il aura accès à un bureau convenablement équipé, y compris en matériel informatique. Si le local est suffisamment grand, il peut bien entendu servir de bureau à des coordonnateurs de différentes disciplines.

Le coordonnateur doit aussi disposer d'un certain budget qui lui permette de couvrir ses frais de déplacement et de fonctionnement (la gestion comptable de ce budget étant du ressort de l'économe de l'établissement).

4.4 Modalités de nomination

Les écoles ayant peu d'enseignants de mathématique, dans les régions rurales par exemple, peuvent se regrouper pour obtenir un coordonnateur en commun.

Lorsqu'un poste est déclaré vacant, chaque candidat coordonnateur présente un curriculum vitae et un dossier reprenant la liste de ses activités mathématiques scolaires et extra-scolaires (articles, conférences, manuels, participation à des stages, à des congrès, organisation de recyclages,...).

La nomination se fait pour une période de trois années consécutives.

Le coordonnateur pédagogique est déchargé de ses cours en fonction du nombre de professeurs de mathématique dans la ou les écoles où il exercera sa tâche. Sa fonction étant considérée comme une promotion, il reçoit un supplément de traitement (qui disparaît lorsqu'il abandonne sa tâche de coordonnateur).

5. Commentaires sur les programmes du cycle inférieur

par S. Trompler

5.1 Introduction

Nous n'analyserons dans ce qui suit que les programmes de l'enseignement secondaire de l'état.

On lit dans les “Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les Athénées Royaux" de 1929 :

“L'enseignement des mathématiques doit contribuer à réaliser un des buts principaux de l'enseignement secondaire, c'est-à-dire la culture générale de l'esprit, tout en fournissant l'ensemble des connaissances indispensables, comme base scientifique des études supérieures, dans les diverses facultés universitaires.

Malheureusement, surtout au point de vue de la culture générale, cet enseignement manque d'efficacité pour un trop grand nombre d'élèves parce que, dans les méthodes employées, prédomine encore souvent l'abstraction immédiate.

[...] En citant de temps à autre un détail historique, en consacrant parfois quelques minutes à une récréation mathématique, il donnera un démenti éclatant à ceux qui, avec Stendhal, prétendent que la mathématique est la patrie du baillement et du raisonnement triste.

[...] Toutes ces instructions tendent à préconiser une marche lente et intuitive, divisant les difficultés théoriques, accordant une attention continuelle aux considérations concrètes pour établir les principes et pour ménager les transitions. Elles imposent aussi des applications simples permettant, au début, une vérification aisée et des références nombreuses aux notions

déjà acquises dans les diverses branches des mathématiques. En un mot, elles recommandent un appel permanent au bon sens et à la raison, plutôt qu'un vain dressage de la mémoire, soit verbal, soit mécanique ou technique.

[...] La faculté d'abstraction ne peut être postulée dès le début ; cette faculté se développera de façon d'autant plus ferme et plus sûre que ses bases seront plus claires et plus multiples. L'abstrait sera donc une généralisation progressive du concret et, à la moindre défaillance, il devra, pour retremper ses forces, revenir aux réalités tangibles.

[...] Dans les notions de géométrie intuitive, il s'agit de montrer et non de démontrer."

On trouve plus loin une affirmation que nous ne formulerions sans doute plus aujourd'hui :

"De toutes les branches des mathématiques, la première et la plus importante est l'arithmétique ; elle est la base de toutes les autres, et sa connaissance pratique est indispensable à cause de la multitude de ses applications usuelles."

Mon propos est de comparer les programmes de 1955, de 1968 et des années 1980. Mais je n'ai pas résisté à l'envie de reproduire une partie des instructions données en 1929. Ne vous paraissent-elles pas, comme à moi, d'une étonnante actualité ? Certes, les contenus des programmes ont changé, mais les obstacles à la compréhension des élèves étaient déjà connus et des remèdes proposés à cette date. Avons-nous réellement fait des progrès depuis, sur le plan de l'efficacité ? On peut se le demander.

5.2 La première année

Le programme de 1955 est le seul à évoquer le langage :

"Chacun s'accorde à déplorer l'inaptitude presque générale de nos élèves à exprimer correctement leur pensée ainsi que l'indigence de leur vocabulaire."

Nous savons que la situation n'a pas changé, elle a même empiré selon certains. Pourtant, nous ne recevons pas de conseils en ce domaine.

En 1955, le professeur laissera *"une certaine liberté d'expression, tout en exigeant l'exactitude mathématique et la correction de la forme."*

En 1955 et en 1980, on insiste sur le passage du concret à l'abstrait : les définitions précises suivent l'utilisation des notions. L'élève doit être actif.

En 1968, le schéma des connaissances commence par la théorie, suivie d'applications, puis de problèmes à résoudre. Le programme préconise l'utilisation constante des notions, de la terminologie, des symboles et des représentations graphiques.

Le va-et-vient entre aspect numérique et aspect géométrique de la mathématique inauguré en 1955 se poursuit dans le programme suivant et dans les années suivantes et c'est là un grand bien !

Les programmes de géométrie de 1955 et de 1980 sont relativement proches au point de vue contenu. Ils diffèrent par la terminologie. Les transformations ne sont évoquées en 1955 que dans les directives méthodologiques alors qu'elles sont un point du programme de 1980. Mais en 1955, on parle aussi de similitude et on étudie *"la génération d'une ligne par le mouvement d'un point, d'une surface par le mouvement d'une ligne, d'un solide par le mouvement d'une surface."*

En 1968, à part l'étude de l'incidence plan, point, droite, le gros accent est mis sur la géométrie unidimensionnelle. Projections parallèles, translations sont vues, mais pas les rotations ni les symétries orthogonales, pourtant bien faciles à étudier intuitivement.

En 1955, il s'agit bien de géométrie intuitive, on ne trouve aucune allusion à des démonstrations : *"Le professeur fera dégager graduellement les notions théoriques contenues dans le programme et qui doivent servir de base à la géométrie axiomatique. ...Les leçons doivent être dépourvues de tout dogmatisme."* C'est là un conseil qui a parfois été oublié.

En 1968,*"Les notions intuitives des élèves doivent être progressivement élucidées en termes d'ensembles et de relations pour servir à édifier les premiers éléments de géométrie. ...Les segments et les demi-droites permettent de construire et de définir des figures simples"* : démarche opposée à celles de 1955 et de 1980.

On peut supposer qu'il y a des démonstrations à faire puisqu'on part d'*"axiomes qui sont tirés de l'expérience physique et dont le contenu logique pourra être dégagé par les diagrammes de Venn."*

En 1980, *"la connaissance de la Géométrie ne se limite pas à une accumulation de faits : elle n'a de valeur mathématique que si [...] l'élève apprend à faire des chaînes de raisonnements."* Nous voyons ici un changement de point de vue depuis 1968 : les chaînes de raisonnements se font à partir de faits connus et non d'axiomes.

En ce qui concerne les nombres, le programme de 1955 est tout entier consacré à l'arithmétique : division, divisibilité, PPCM, PGCD, numération décimale.

En 1986, on envisage plusieurs systèmes de numération, ce qui enrichit la compréhension des élèves. Mais *"la somme s'introduit à partir de la réunion de deux ensembles disjoints. Le produit d'un couple de naturels sera présenté comme nombre d'éléments d'un ensemble produit et comme somme itérée.* On se demande ce que doit penser un enfant de douze ans à qui on donne de pareilles définitions de choses qu'il sait faire depuis longtemps.

Les nombres entiers sont étudiés en tant qu'ensemble. Des équations et des problèmes se traitent dans $\mathbb{Z}$. Il n'en est pas question en 1955 : des solutions seront de temps en temps non entières, *de manière à faire apparaître la nécessité d'une nouvelle extension de la notion de l'ensemble des nombres."*

En 1980, les fractions et les décimaux doivent être vus *à cause de l'existence des connaissances des élèves.* Leur utilisation reste liée au contexte intuitif. Comme en 1968, on envisage la résolution d'équations.

L'étude des ensembles est, bien sûr, absente en 1955. En 1968, les ensembles sont le point de départ de toute l'étude. Les matières (géométrie et nombres) illustrent et appliquent les notions ensemblistes apprises. En 1980, les ensembles sont étudiés *à l'occasion de l'étude des nombres et de la géométrie."* : la situation est inversée.

Voici, à titre de rappel, ces programmes "tout nus" : sans leurs directives méthodologiques ni les savoir-faire.

5.2.1 Programme d'arithmétique

1955

1. Numération des nombres entiers.
2. Addition, soustraction et multiplication des nombres entiers ; propriétés et formules littérales traduisant ces propriétés. Produit de plusieurs facteurs ; propriétés. Application au calcul rapide et au calcul mental. Puissances. Table des carrés parfaits ; son utilisation pour la recherche de quelques racines carrées.
3. Division des nombres entiers : révision des règles, constatation des règles fondamentales ($a = bq + r$; $r < b$). Propriétés.
4. Caractères de divisibilité par 10, 100, 1000, ... ; 2 et 5 ; 4 et 25 ; 8 et 125 ; 9 et 3. Preuve par 9 de la multiplication.
5. Règles pratiques pour la décomposition d'un nombre en facteurs premiers et pour la recherche du PGCD et du PPCM de deux ou de plusieurs nombres.
6. Fractions ordinaires : définitions ; fractions égales ou inégales ; simplification des fractions ; réduction au même dénominateur ; comparaison des fractions ; applications. Opérations sur les fractions.
7. Nombres décimaux : définitions et opérations. Application au calcul rapide et au calcul mental (par exemple, à la multiplication et à la division par 5, 25, 50, ... ; 0,5 ; 0,05 ; ...).

8. Moyenne arithmétique.
9. Révision des bases du système métrique. Problèmes relatifs au calcul de longueurs, d'aires, de volumes.
10. Problèmes simples et concrets empruntés à la vie quotidienne.

1968

1. Les nombres naturels
   (a) L'ensemble des nombres naturels : nombre d'éléments d'un ensemble fini.
   (b) Somme et différence. Propriétés de l'addition.
   (c) Produit et quotient. Propriétés de la multiplication.
   (d) Puissances.
   (e) Numération de position.
2. Les nombres entiers.
   (a) Somme et différence. Propriétés de l'addition.
   (b) Produit et quotient. Propriétés de la multiplication.
   (c) Puissances.
   (d) Numération de position.
3. Acquisitions à entretenir.
   (a) Calcul mental et écrit sur les nombres naturels, sur les fractions et sur les nombres décimaux ; pourcentage.
   (b) Système métrique ; calcul de longueurs, d'aires et de volumes.

1980

1. Nombres naturels et décimaux positifs.
   (a) Somme et différence.
   (b) Addition : propriétés.
   (c) Soustraction.
   (d) Produit et quotient.
   (e) Multiplication : propriétés.
   (f) Division.
   (g) Puissances à exposants naturels.
   (h) Les relations $x < y$ et $x \leqslant y$ et leurs réciproques.

2. Nombres entiers.
   (a) Valeur absolue, opposé d'un entier.
   (b) Somme et différence.
   (c) Addition ; propriétés.
   (d) Soustraction.
   (e) Produit. Multiplication ; propriétés.
   (f) Quotient exact.

5.2.2 Programme de géométrie

1955

1. Reproduction en vraie grandeur ou à une échelle donnée de figures géométriques concrètes (carrés, rectangles, parallélogrammes, losanges, triangles, circonférences, cubes, parallélipipèdes, tétraèdres, cylindres, cônes, sphères, etc.)
2. Etude du rectangle, du cube, du cylindre. A l'occasion de cet enseignement, on dégagera les notions suivantes :
   (a) Solide-volume, surface-aire, ligne-longueur, point.
   (b) Ligne droite, demi-droite, segment de droite, comparaison des segments, milieu d'un segment, somme et différence de segments, mesure d'un segment. Plan.
   (c) Angle, comparaison des angles, bissectrice, angles adjacents, somme et différence d'angles, angle plat, angle convexe et angle concave, angle droit, angle aigu et angle obtus, angles complémentaires et supplémentaires. Mesure d'un angle Division d'un angle droit en 90 degrés.
   (d) Médiatrice d'un segment.
   (e) Circonférence : circonférences égales, somme et différence d'arcs de circonférences égales ; angle au centre et arc correspondant ; mesure d'un arc, quadrant, degré d'arc, usage du rapporteur.

1968

1. Plan, point, droite. Incidence.
2. Droites parallèles ; direction. Projection parallèle.
3. Notion de droite orientée. Demi-droite et segment.
4. Equipollence et translation.

1980

1. Incidence de points, droites et plans.
   Parallélisme de droites, de plans.
   Détermination d'une droite, d'un plan.
   Intersection de droites et de plans.
   Perpendicularité de droites.
2. Axes, centres de symétrie de figures planes
   Segments de même longueur, angles de même amplitude.
   Triangles et triangles particuliers.
   Parallélogrammes et parallélogrammes particuliers.
   Trapèzes.
   Parallélipipèdes, cubes.
3. Image d'une figure par une translation, une symétrie centrale ou orthogonale, une rotation.

5.2.3 Programme concernant les ensembles et les relations

1968

1. Ensembles.
   (a) Notion d'ensemble : égalité d'ensemble.
   (b) Parties d'un ensemble. Partition.
   (c) Intersection et réunion d'ensembles ; propriétés fondamentales.
2. Relations.
   (a) Relation comme ensemble de couples ; réciproque d'une relation.
   (b) Relation d'un ensemble vers un ensemble ; ensemble-produit ; distributivité du produit d'ensembles par rapport à la réunion.
   (c) Fonction, application, bijection.
   (d) Composition de relations.
   (e) Propriétés des relations dans un ensemble ; relation d'équivalence.

1980

1. Ensembles ; appartenance.
   Parties d'un ensemble ; condition à une variable.
   Inclusion.
   Parties complémentaires.
   Intersection, réunion d'ensembles.
2. Conditions à deux variables.
   Couple, relation et leurs réciproques.
   Ensemble-produit.
   Fonction. Bijection.

5.3 La deuxième année

En 1955, comme dans tous les programmes précédents, la séparation entre l'étude des nombres et la géométrie était complète en première. En deuxième, le programme s'enrichit d'un troisième chapitre, lui aussi séparé. Aucune unité mathématique n'est dégagée. On prévoit en arithmétique, l'étude d'expressions littérales, en rappelant par exemple les formules d'aires et de volumes rencontrées à l'école primaire : *"on n'obtiendra de bons résultats qu'en tenant compte du sens inné du concret chez l'enfant et en introduisant intuitivement les démonstrations générales par des vérifications dans des cas numériques. Il est conseillé de placer ces deux développements vis à vis l'un de l'autre. Ainsi, le concret éclairant l'abstrait, le jeune élève se familiarisera mieux avec l'esprit de la représentation littérale."*

Parfait, j'approuve totalement la démarche, mais pourquoi ne pas continuer dans cette voie et introduire les notions algébriques prévues ? Il serait si facile d'étudier les opérations sur les polynômes à partir de celles que les élèves connaissent sur les nombres, d'en rapprocher les propriétés, d'en dégager la structure commune. Il serait si opportun aussi de rapprocher l'échelle des nombres de la droite–échelle. Rien de cela n'est fait et nous sommes heureux de l'apport de 1968 vers plus d'unité. Cependant, en 1968, la séparation de la géométrie reste totale dans le programme (il y a même deux géométries !) Mais, à la lecture des directives méthodologiques, on voit apparaître clairement le souci de rapprochement des ensembles différents de même structure : *"il convient que l'élève comprenne qu'il existe une bijection entre l'ensemble des réels et l'ensemble des points de la droite numérique"*. Ce point de vue est maintenu en 1981.

En géométrie, nous lisons dans les directives méthodologiques de 1955 : *" C'est en cinquième (notre deuxième) que la méthode déductive fait son* *apparition. Progressivement, elle prendra le pas sur les méthodes intuitives et expérimentales pour devenir finalement la voie normale des acquisitions en géométrie [...] on évitera la démonstration des propositions dont l'énoncé apparaît aux élèves d'une évidence telle qu'ils ne sentent pas le besoin de justification.* "

En 1968, "*le maître aura le souci de la construction logique de son cours. Cependant, il ne perdra pas de vue que des concepts mathématiques doivent être enseignés dans la mesure du possible, en liaison avec la vie quotidienne et les autres branches.*" Le programme veille à distinguer la partie affine de la partie métrique au sein de la géométrie élémentaire : "*La géométrie est présentée en liaison avec les transformations du plan*", tandis qu'en 1981, on part aussi des transformations, mais "*on envisagera d'abord les transformations comme applications d'une figure sur une figure, ou d'une figure sur elle-même, avant de les définir comme transformations du plan.*"

Cette nouvelle façon de voir est beaucoup plus accessible aux élèves. Une fois de plus le programme de 1980 veut garder les éléments essentiels de 1968, mais en veillant à faire la transition du concret à l'abstrait en douceur : "*le processus d'idéalisation–abstraction mis en place dès la première année pour se libérer du support de l'espace physique s'amplifie au cours de la deuxième année. Le cours se distingue de celui de première par le souci d'organiser au moins localement les faits géométriques.*" Tandis qu'en 1968, on lisait "*...le professeur veillera à organiser la matière d'un point de vue structurel et axiomatique ...En ce qui concerne les axiomes, le professeur aménagera le passage de l'expérience physique à l'expression mathématique ...Il va de soi que l'indépendance des axiomes n'est pas requise. L'essentiel est d'être très clair sur ce que l'on accepte et sur ce que l'on démontre.*"

Si on parle d'axiomatique, ne vaudrait-il pas mieux être tout à fait correct ? Si c'est impossible, à quoi bon ?

En 1981, il n'y a plus de division visible entre géométrie affine et euclidienne. Les transformations étudiées sont aussi bien les translations que les symétries orthogonales, centrales ou les rotations. Cette étude précède celle des propriétés des figures qui est nettement plus développée qu'en 1968.

5.3.1 Programmes d'arithmétique et algèbre

1955

1. Arithmétique
   (a) Egalités : propriétés. Notions sur les inégalités.
   (b) Révision des propriétés relatives aux opérations fondamentales

sur les nombres entiers. Extension de ces propriétés aux fractions ; leur expression littérale.

   (c) Puissances d'un nombre. Opérations. Expression littérale des règles de calcul.
   (d) Fractions généralisées : transformation en fractions ordinaires. Calcul d'expressions où interviennent des fractions généralisées.
   (e) Quotient de deux nombres entiers à moins d'une unité près. Définitions. Les deux systèmes de relations fondamentales. Explication intuitive des règles de la division.
   (f) Quotient approché de deux nombres à moins d'une unité décimale près.
   (g) Exercices de calcul mental. Opérations sur les nombres qui expriment des mesures d'angles, d'arc et de temps. Mélanges et alliages : intérêt simple et escompte. Problèmes empruntés aux autres cours et à la vie courante. Usage de diagrammes.

2. Algèbre
   (a) Problèmes simples conduisant à des équations numériques du premier degré à une inconnue.
   (b) Nombres relatifs. Opérations : règles et propriétés fondamentales. Comparaison des nombres relatifs. Echelle des nombres. Fractions algébriques.
   (c) Expressions algébriques. Valeur numérique. Addition, soustraction et multiplication des monômes et des polynômes. Produits remarquables. Division d'un monôme et d'un polynôme par un monôme.

1968

1. Relations

   Relations d'ordre dans un ensemble.

   Composition de relations, fonctions, applications, bijections.

2. Groupes

   Définition et exemples ; simplifiabilité ; équations.

3. Nombres

   Division dans $\mathbb{N}$.

   Nombres rationnels, fractions ; représentation sur une droite et ordre ; opérations ; propriétés du corps ordonné des nombres rationnels.

Fractions décimales, écriture décimale ; approximation décimale de nombres rationnels.

Notions sur les nombres réels.

Equations et inéquations du premier degré ; problèmes.

Puissances à exposants naturels ; propriétés.

1981

1. Opérations sur les nombres.

   On admet les propriétés de l'addition et de la multiplication dans l'ensemble des nombres réels.

   Opposé et inverse d'un nombre.

   Définition de la différence et du quotient.

   Règles de calcul.

   Equations du premier degré.

2. Les nombres et la droite.

   On admet qu'il existe entre l'ensemble des points d'une droite et l'ensemble $\mathbb{R}$ une bijection telle que sur tout axe,
   - la translation qui applique l'origine sur le point d'abscisse s ajoute s aux abscisses des points.
   - l'homothétie centrée à l'origine et de rapport r multiplie les abscisses par r.

3. Ordre.

   Ordres naturels sur une droite munie d'un repère et transport de ces ordres dans l'ensemble des nombres.

   Opérations et ordres.

   Inéquations du premier degré.

4. Fractions

   Fractions à termes réels, rapports, proportions.

   Règles de calcul sur les fractions.

5. Puissances.

   Puissances à exposants naturels.

   Règles de calcul sur les puissances.

   Signification des puissances de 10 à exposants entiers négatifs.

5.3.2 Programmes de géométrie

1955

Reproduction en vraie grandeur ou à l'échelle donnée de figures géométriques telles que : polygones réguliers, ellipse, parabole, hélice, prismes réguliers, pyramides régulières, troncs de pyramide réguliers, cône et tronc de cône droits (à réaliser au cours de travail manuel).

Ces figures seront étudiées au cours de géométrie en ce qui concerne les points suivants : analyse de leurs éléments caractéristiques, de leurs propriétés et en particulier de leurs éléments de symétrie.

Pour les solides, faire ressortir les sections intéressantes, par exemple : section du cylindre par un plan quelconque, décomposition du cube en trois pyramides égales.

En liaison avec ce qui précède, on reverra, en les complétant, les notions théoriques acquises en 6ème ([1]) et on étudiera les points suivants : Cas d'égalité des triangles quelconques. Propriétés du triangle isocèle et du triangle équilatéral. Perpendiculaires et obliques. Cas d'égalité des triangles rectangles. Inégalités dans un triangle. Droites parallèles. Somme des angles d'un polygone convexe. Le quadrilatère et ses cas particuliers. Points remarquables d'un triangle. Premières notions sur les lieux géométriques.

1968

1. Géométrie affine.
   (a) Projection parallèle.
   Projection parallèle d'une droite orientée sur une droite orientée.
   Conservation de l'équipollence et du milieu.
   Demi-plan et secteur angulaire.
   (b) Translations et homothéties.
   Définitions, constructions, propriétés.
   Le groupe commutatif des translations ; notations vectorielles.
   Le groupe des homothéties (non constantes) de centre donné.
   Produit d'un vecteur par un nombre ; graduations de la droite ; théorème de Thalès.

2. Géométrie métrique.

([1]) A l'époque, la sixième était notre première année

(a) Symétries orthogonales

Perpendicularité ; parallélisme et perpendicularité.

Symétries orthogonales : définition, constructions, propriétés.

Axe de symétrie de figures ; médiatrice, bissectrice.

(b) Isométries.

Composition de symétries orthogonales ; le groupe des isométries.

Translation et symétrie centrale comme composées de deux symétries orthogonales.

(c) Congruence de figures.

La congruence comme relation d'équivalence.

Congruence de segments : longueur, report, somme et différence. Médiatrice.

Cercle.

Congruence d'angles ; amplitude, report, somme et différences. Angles opposés par le sommet. Angles à côtés deux à deux parallèles. Somme des angles d'un triangle. Cas de congruence des triangles.

1981

1. Transformations

   Symétries orthogonales.

   Symétries centrales.

   Translations.

   Rotations.

   Invariants de ces transformations :
   - l'alignement
   - la distance
   - le parallélisme
   - la perpendicularité
   - le milieu d'un segment
   - l'amplitude des angles
   - les aires

2. Propriétés de figures.

   Figures ayant un axe de symétrie.

   Figures ayant un centre de symétrie.

   Figures invariantes par une rotation.

Inégalité triangulaire.

Distance d'un point à une droite.

Intersection d'un cercle et d'une droite ; intersection de deux cercles.

Propriétés de triangles et de quadrilatères et de cercles ; triangles isocèles, équilatéraux ; parallélogrammes, rectangles, losanges, carrés.

Somme des angles d'un triangle.

Les médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Les bissectrices intérieures d'un triangle sont concourantes.

Triangle rectangle et demi-cercle.

Cercle circonscrit et cercle inscrit à un triangle.

Segment qui a pour extrémités les milieux de deux côtés d'un triangle.

3. Théorème de Thalès. Homothéties.

   Projection parallèle.

   Projection parallèle d'une droite sur une droite.

   Théorème de Thalès.

   Centre et rapport d'homothétie.

5.4 La troisième année

En 1955, le programme d'arithmétique est hétéroclite : *"la diversité des points figurant au programme résulte du souci de reporter en 3ème année des matières estimées trop difficiles pour les classes inférieures"*.

Je pense que c'est une sage solution, quoique cela gâche la beauté de cette branche.

En algèbre, on constate qu'il y a enfin des graphiques. Il était temps ! Mais ils se limitent à la représentation des fonctions ax, ax^2, $\frac{a}{x}$.

"Le cours de géométrie, tout en continuant à faire appel à l'intuition, acquiert un caractère plus nettement rationnel."

"Dans le but d'aider à la compréhension du cours de physique, et de donner aux élèves qui se limitent au cycle inférieur quelques notions utiles de trigonométrie, le programme envisage l'étude élémentaire des rapports trigonométriques d'un angle aigu. On calculera ceux de 30°, 45°, 60°." Ceci est une excellente innovation par rapport aux programmes précédents qui envisageaient immédiatement le cercle trigonométrique. Impossible d'enlever de la tête des élèves, ensuite, que les sinus, cosinus et tangentes sont des segments. Cette séparation de l'étude dans le triangle rectangle et de l'étude dans le cercle trigonométrique s'est heureusement poursuivie dans les programmes postérieurs.

En 1968, le professeur *"veillera à montrer, par des applications bien choisies, l'intérêt et la portée de la théorie. En ce qui concerne celle-ci, bien que les possibilités d'abstraction de l'élève soient plus grandes que dans les années précédentes, le professeur nuancera ses exigences quant à la connaissance des démonstrations.*

...enfin, des développements théoriques que le professeur présenterait pour apaiser ses scrupules mathématiques, seront remplacés plus utilement par des travaux où l'activité des élèves a la première place."

Voilà qui fait plaisir à lire et qui adoucit un peu le programme, mais cela n'a pas toujours été suivi par les professeurs.

En ce qui concerne le vectoriel, *"les élèves seront amenés à accepter que chaque vecteur du plan peut s'exprimer d'une seule façon, comme combinaison linéaire de deux vecteurs non parallèles..."*. Les élèves l'acceptaient souvent, en effet, mais c'était bien pour nous faire plaisir.

En 1982, *"il reste primordial que la prise de conscience des notions, des concepts et des propriétés résulte d'une véritable activité de l'élève ...aussi, en 3ème année, comme dans les années précédentes, la familiarisation des notions nouvelles se fera dans l'exploitation de situations prises dans la réalité, et par là aboutira à énoncer des définitions et propriétés."*

Le renversement de la démarche depuis 1968 se maintient et se confirme, pour le plus grand bien de nos élèves.

Le cours de géométrie de 3ème année donne aux élèves une connaissance de faits géométriques enchaînés de façon logique. La matière se prête bien à l'apprentissage de ce qu'est un théorème et une démonstration." On lit plus loin *"le professeur ne laissera pas échapper les occasions, fréquentes, où la généralisation d'une propriété du plan à l'espace est aisée."* Vœu pieux, qu'aucune suggestion précise ne vient soutenir et dont aucun point du programme ne fait mention, contrairement à ceux de 1955.

Et l'introduction de la calculatrice ? *"Son usage réfléchi apprendra à l'élève à percevoir mieux les mécanismes de la pensée mathématique, contribuant ainsi bien plus à développer sa culture qu'à enrichir ses acquis techniques."* Le point aurait mérité d'être bien développé ! Il aurait fallu aider les professeurs à s'en servir au bon moment, leur suggérer des cas précis à exploiter. On a vraiment l'impression que cette remarque a été ajoutée par acquit de conscience, uniquement pour éviter d'avoir l'air rétrograde.

Entre 1968 et 1982, l'importance du vectoriel a nettement faibli. Suite à l'incompréhension des élèves, on a renoncé à parler à cet âge de la structure de l'espace vectoriel et on se contente d'étudier des vecteurs tels que les translations, leur addition et leur multiplication par un réel. Le produit scalaire est reporté. On sent bien l'influence des années d'essai qui ont montré ce que les élèves ne pouvaient pas maîtriser. Le programme est moins abstrait, moins ambitieux. Parfois même, on a envie de l'enrichir. Pourquoi, par exemple, refuser la notion de groupe, puisque les élèves en ont des exemples et des contre-exemples ?

Depuis 1955, les connaissances géométriques se sont fortement réduites, même si le dernier programme redresse un peu la situation. L'arithmétique, pourtant si formatrice du raisonnement a fondu.

N'oublions pas que le nombre d'heures de mathématique, comme celui d'autres branches telles le français, a été abaissé, à la suite du passage de 36h à 32h de l'horaire hebdomadaire.

5.4.1 Programmes d'arithmétique

1955

1. Rapport de deux nombres et de deux grandeurs. Mesure d'une grandeur. Proportions : définitions et propriétés. Suites de rapports égaux ou inégaux : propriétés. Grandeurs directement et inversement proportionnelles.
2. Division de deux nombres entiers : révision des relations fondamentales. Théorèmes relatifs à la division et à la divisibilité avec démonstration.
3. Etude raisonnée de la recherche du plus grand commun diviseur par la méthode des divisions successives ; propriétés.

   Le plus petit commun multiple. Relation entre le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple de deux nombres.
4. Usage d'une table des carrés des nombres entiers. Racine carrée exacte, racine carrée à moins d'une unité entière ou décimale près : règles sans démonstration.
5. Problèmes variés faisant appel aux méthodes étudiées dans les classes précédentes. Problèmes de partages proportionnels. Intérêts composés, usage des tables.

5.4.2 Programmes d'algèbre

1955

1. Calcul algébrique : révision.
2. Division d'un polynôme par un binôme. Constatation de la loi du reste et de la loi du quotient lorsque le diviseur est de la forme $(x \pm a)$.

3. Décomposition en facteurs. Recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple. Fractions rationnelles.
4. Identités et équations : définitions. Résolution d'une équation linéaire à une inconnue. Problèmes.
5. Inégalités et inéquations du premier degré à une inconnue.
6. Résolution des systèmes d'équations linéaires. Problèmes d'application.
7. Opérations simples sur les radicaux d'indice deux.
8. Notions de variable indépendante et de fonction introduites à partir de problèmes empruntés à la géométrie et à la physique. On se limitera aux fonctions : $y = ax$; $y = \frac{a}{x}$; $y = ax^2$ dans lesquelles a est positif et numérique. Représentations graphiques.

1968

1. Corps commutatif ordonné complet des réels, éclairé par un modèle géométrique.
2. Calcul sur les nombres réels.

   Fractions à termes réels ; extension des règles vues pour les fractions à termes entiers.

   Puissances à exposants entiers ; extension des règles vues pour les puissances à exposants naturels, de nombres rationnels.

   Racines carrées ; règles de calcul sur les radicaux d'indice deux.

   Encadrements décimaux de la somme, du produit, du carré et de la racine carrée positive de nombres réels.
3. La structure d'espace vectoriel du plan ; bases et coordonnées.
4. Fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$; calcul de valeurs numériques ; graphique cartésien dans des cas simples.
5. Polynômes à coefficients réels et fonctions polynômes.

   Opérations sur les polynômes (addition, soustraction, multiplication).

   Division par un monôme ; division et divisibilité par $x - a$.

   Cas simples de factorisation de polynômes.

   Opérations sur des fractions dont les termes sont des polynômes.
6. Equations et inéquations du 1er degré à une ou deux inconnues ; représentation graphique de l'ensemble des solutions.

   Systèmes de deux équations du 1er degré à deux inconnues.

   Problèmes.

1982, 4 heures/semaine

1. Calcul dans $\mathbb{R}$.
   (a) Calcul d'expressions littérales dont les éléments sont des réels.
   (b) Notion de racine carrée d'un réel positif. Signification du symbole $\sqrt{\cdot}$
   (c) Factorisation dans les cas simples.
   (d) Application au calcul des fractions.
2. Premier degré.
   (a) Equations du premier degré à une inconnue $ax + b = 0$.
   Inéquations du premier degré à une inconnue $ax+b > 0$, $ax+b \geqslant 0$, $ax + b < 0$, $ax + b \leqslant 0$.
   (b) Fonction du premier degré à une variable $x \to mx + p$.
   Racine ou zéro de la fonction.
   (c) Transformation de formules
   (d) Systèmes d'équations linéaires à deux inconnues à coefficients numériques.
   (e) Représentations graphiques de fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
3. Polynômes
   (a) Degré d'un polynôme, somme, produit de deux polynômes.

5.4.3 Programmes de géométrie

1955

1. Révision des points fondamentaux du cours de cinquième avec applications.
2. Le cercle : révision des notions étudiées dans la classe précédente. Intersection d'une droite et d'un cercle. Tangente au cercle. Arcs et cordes. Positions relatives de deux cercles. Mesure des angles. Problèmes graphiques sur la droite et le cercle. Lieux géométriques. Constructions de triangles.
3. Longueurs proportionnelles. Similitude des triangles et des polygones. Aires. Relations métriques dans le triangle rectangle. Constructions. Rapports trigonométriques d'un angle aigu ; emploi des tables de valeurs naturelles. Résolution des triangles rectangles.

4. Inscription dans le cercle des polygones réguliers de 4, 8, 6, 3 côtés. Calcul de leurs éléments en fonction du rayon. Notions élémentaires sur le rapport de la circonférence au diamètre.
5. Notions de géométrie dans l'espace ; calculs simples d'éléments de solides réguliers.

1968

1. Classification des isométries en déplacements et retournements.
2. Mesure de la longueur d'un segment et de la distance de deux points. Cercle et disque.
3. Le groupe commutatif des rotations de centre donné. Angle orienté. Angle au centre et angle inscrit dans un cercle.
4. Le vectoriel euclidien plan. Produit scalaire de vecteurs : définition, propriétés. Théorème de Pythagore. Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite.

   Intersection d'un cercle et d'une droite ; tangente à un cercle.
5. Sinus, cosinus et tangente d'un cercle orienté. Relations entre les éléments d'un triangle rectangle. Emploi des tables.
6. Groupe des similitudes.

1982, 4 heures/semaine

1. Isométries.
   (a) Isométries. Invariants. Triangles isométriques.
   (b) Aire d'un triangle ou d'un polygone.
2. Homothéties.
   (a) Homothétie. Définition. Invariants.
3. Projections.
   (a) Théorème de Thalès.
   (b) Cosinus d'un angle aigu comme coefficient de projection.
   (c) Sinus et tangente d'un angle aigu.
   (d) Formules du triangle rectangle.
4. Théorème de Pythagore dans le triangle rectangle.

5.5 Conclusions

J'ai tenté de comparer les programmes de mathématique à horaire minimum dans l'enseignement général du 1er cycle depuis 1955. Ma conclusion est optimiste.

Je pense que le programme de 1968 a apporté un souffle de vie, un renouveau passionnant par rapport à ceux qui le précédaient ; l'unité de pensée s'est affirmée et le regard sur la mathématique s'est élevé.

Ces transformations ne se sont pas faites sans mal, ni sans dégats pour les élèves et ce, pour trois raisons principalement. L'une d'entre elles est l'excès d'enthousiasme pour la "mathématique moderne" au détriment de certaines "bonnes vieilles notions" arithmétiques ou géométriques. La deuxième est l'erreur fréquente de jugement sur ce que l'élève pouvait vraiment assimiler. La troisième cause, valable aussi pour les changements des années 80, est le brusque décalage entre l'enseignement reçu par le professeur et celui qu'il a dû donner. Forcés de se recycler, parfois en hâte, et plus toujours très jeunes, des professeurs étaient amenés à transmettre des connaissances mal digérées, ce qui les insécurisait et les rendait impatients et nerveux vis à vis des questions de leurs élèves. De même les parents, désorientés, avaient tendance à repousser ce qu'eux-mêmes n'avaient pas appris.

Je suppose que tout cela était inévitable et le bilan est, malgré les erreurs, largement positif. Un grand désir de mieux être compris par l'élève, de tenir compte des résultats constatés entre 1968 et 1980, d'améliorer l'efficacité de l'enseignement, a orienté les changements des derniers programmes. Une autonomie du professeur, bien acceptée, laisse la place à son inventivité, donc à plus d'enthousiasme pour son travail. Si les exigences ont baissé, rien n'empêche d'être plus ambitieux si la classe s'y prête.

Le programme actuel, dans le cycle inférieur en tout cas, n'est pas un obstacle à l'amélioration de notre enseignement et nous pouvons consacrer notre énergie à résoudre les autres problèmes, dont il est question dans différents chapitres de ce fascicule.

6. Commentaires sur les programmes du cycle supérieur

par J.-P. Houben

Les matières indiquées ne sont pas textuellement reprises des programmes, les intitulés ont été choisis pour permettre une comparaison de thème, même si le sujet est développé sous des aspects différents.

On est parti des programmes de 1955, avec un intitulé résumant la matière du programme. La liste s'est complétée en consultant successivement les programmes de 1968, dits "modernes", mis en vigueur à partir de 1968, puis ceux qui ont été introduits après 1980. Tant pour les programmes de 1955 que pour ceux de 1968, ce sont les textes du Ministère de l'Education Nationale qui ont servi de base. Depuis 1980, les programmes sont les mêmes dans les différents réseaux.

6.1 Classes de 4ème, 3 h/sem., (L-Gr, Eco)

En 1968, le cours avec le moins d'heures de math est porté en 4ème de 3 à 4 heures par semaine comme en 3ème.

Matières	1955 3h/s	1968 4h/s	1980 4h/s
Arithmétique			
Nombres premiers et nombres premiers entre eux : théorèmes principaux	oui	non	non
Recherche du PGCD et du PPCM	oui	non	non

Relation entre PGCD et PPCM	oui	non	non
Propriétés du PPCM	oui	non	non

Algèbre

Division d'un polynôme par $x - a$	oui	oui	non
Hörner	oui	oui	non
Quotients remarquables	oui	oui	non
Equations : équivalence	oui	non	non
résolution	oui	oui	oui
Inéquations : équivalence	oui	non	non
résolution	oui	oui	oui
Coordonnées rectangulaires	oui	oui	oui
Equation vectorielle de la droite	non	oui	oui
Etude algébrique et graphique de $y = ax + b$	oui	oui	oui
Représentation de $ax + by + c = 0$	oui	oui	oui
Systèmes de 2 équations linéaires : résolution algébrique, graphique et discussion	oui	oui	oui
Radicaux d'ordre 2	oui	oui	oui
Equations du second degré : résolution, discussion et propriétés S et P	oui	oui	oui
Inéquations du second degré	non	oui	oui

Géométrie

Synthèse des années précédentes	oui	non	non
Quadrilatères inscrits	oui	non	non
Puissance d'un point	oui	non	non
Lieux géométriques fondamentaux	oui	non	non
Polygones réguliers	oui	non	oui
Cercle : longueur et aire	oui	non	non
Translation	non	non	oui
Espace vectoriel	non	oui	oui
Base, coordonnée	non	oui	oui
Produit scalaire	non	oui	oui
Pythagore	non	oui	oui

Trigonométrie

Angles orientés	non	oui	oui

Valeurs particulières	oui	oui	oui
Relations fondamentales	oui	oui	oui
Relations dans les triangles rectangles	oui	oui	oui
Relations dans les triangles quelconques	oui	oui	oui
Usage des tables	oui	non	non
Usage de la calculatrice	non	non	oui
Résolution de problèmes	oui	non	non

Remarques

- L'arithmétique a disparu.
- On retrouve en algèbre les équations et inéquations du premier degré, la résolution de l'équation du second degré.
- Il n'y a plus de géométrie en 1968, elle est remplacée par l'étude des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$.
- On retrouve le programme classique de trigonométrie pour la résolution des triangles. Les tables sont remplacées par les calculatrices.

6.2 Classes de 4ème, 5 h/sem., (L-Sc, Sc B)

Le programme de 5 heures par semaine suivi par les élèves des sections latin-sciences et scientifique B ne se retrouve plus en 1968.

Matières	1955
Arithmétique	
Valeur d'un nombre à $1/n$ près	oui
Racine carrée à $1/n$ près	oui
Eléments de la théorie des erreurs :	oui
somme, différence, produit, quotient	oui
Algèbre	
Division d'un polynôme par $x - a$	oui
Hörner	oui
Quotients remarquables	oui
Equations : principe d'équivalence	oui
résolution	oui
Inéquations.	oui
Coordonnées rectangulaires	oui

Espace vectoriel	non
Etude algébrique et graphique de $y = ax + b$	oui
Représentation de $ax + by + c = 0$	oui
Systèmes de 2 et 3 équations linéaires : résolution algébrique, graphique et discussion	oui
Radicaux d'ordre 2	oui
Equations du second degré	oui
Etude algébrique et graphique du trinôme	oui
Progressions arithmétiques et géométriques	oui
Théorie élémentaire des logarithmes	oui
Calculs avec tables et règle à calcul	oui
Intérêts composés.Annuités.	oui

Géométrie

Synthèse des années précédentes	oui
Relations métriques dans les triangles quelconques	oui
Quadrilatères inscrits	oui
Puissance d'un point	oui
Lieux géométriques fondamentaux	oui
Moyenne et extrême raison	oui
Polygones réguliers	oui
Cercle : longueur et aire	oui

Trigonométrie

Angles, cercle trigonométrique	oui
Valeurs particulières	oui
Relations dans les triangles quelconques	oui
Résolution d'équations	oui
Usage des tables	oui
Résolution de triangles quelconques	oui
Applications topographiques	oui

6.3 Classes de 4ème, 6 h/sem., (L-M, Sc A)

En 1955 et 1968 le programme dit “fort" était enseigné à raison de 7 heures par semaine.

Matières	1955	1968	1980

	7h/s	7h/s	6h/s
ARITHMÉTIQUE			
Théorèmes relatifs à la multiplication et à la division des nombres entiers	oui	non	non
Valeur d'un nombre à $1/n$ près	oui	non	non
Racine carrée à $1/n$ près (démonstration)	oui	non	non
Axiomes de $\mathbb{R}$	non	oui	non
Calcul d'erreurs	non	oui	non
ALGÈBRE			
Division d'un polynôme par $x - a$	oui	oui	oui
Hörner	oui	oui	oui
Quotients remarquables	oui	oui	non
Coordonnées rectangulaires	oui	non	oui
Représentation graphique d'une fonction	oui	oui	oui
Espace vectoriel	non	oui	oui
Equations : principe d'équivalence	oui	non	oui
résolution	oui	oui	oui
Inéquations : principes d'équivalence	oui	non	oui
résolution	oui	non	oui
Etude algébrique et graphique de $y = ax + b$	oui	oui	oui
Représentation de $ax + by + c = o$	oui	oui	oui
Systèmes de 2 et 3 équations linéaires : résolution algébrique, graphique et discussion	oui	oui	oui
Radicaux d'ordre 2	oui	oui	oui
Equations du second degré	oui	oui	oui
Etude algébrique et graphique du trinôme	oui	oui	oui
Equations réductibles au second degré	oui	non	non
Résolution de systèmes du second degré	oui	non	non
Progressions arithmétiques et géométriques	oui	non	non
Exposants fractionnaires	oui	oui	non
Théorie élémentaire des logarithmes	oui	oui	non
Calculs logarithmiques	oui	non	non
Intérêts composés, annuités.	oui	non	non
Usage de la règle à calcul	oui	non	non
GÉOMÉTRIE			

Synthèse des années précédentes	oui	non	oui
Relations métriques dans les triangles quelconques	oui	oui	non
Quadrilatères inscrits	oui	non	non
Théorème de Stewart	oui	non	non
Rapport de section	oui	non	non
Conjugués harmoniques	oui	non	non
Bissectrices et Apollonius	oui	non	non
Théorèmes de Menelaüs et Ceva	oui	non	non
Puissance d'un point	oui	non	oui
Axe radical, centre radical	oui	non	non
Lieux géométriques fondamentaux	oui	non	non
Moyenne et extrême raison	oui	non	non
Polygones réguliers	oui	non	oui
Cercle : longueur et aire	oui	non	non
Géométrie dans l'espace (5ème livre)	oui	non	non
Isométries et similitude	non	non	oui
Espace vectoriel	non	oui	oui
Equation vectorielle de la droite	non	oui	oui
Produit scalaire	non	oui	oui
Orthogonalité	non	oui	oui

Trigonométrie

Angles, cercle trigonométrique	oui	oui	oui
Fonctions $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$	oui	non	oui
Relations dans les triangles rectangles	oui	oui	oui
Relations dans les triangles quelconques	oui	oui	oui
Addition et soustraction d'arcs	oui	oui	non
Multiplication et division d'arcs	oui	oui	non
$\sin x$, $\cos x$ et $\operatorname{tg} x$ en fonction de $\operatorname{tg}(x/2)$	oui	oui	non
Résolution d'équations	oui	oui	oui
Usage des tables	oui	non	non
Usage de la calculatrice	non	non	oui
Résolution de triangles quelconques	oui	oui	non
Applications topographiques	oui	oui	non

Logique

Propositions,. . ., quantificateurs	non	oui	non
Statistique			
Relevés statistiques	non	oui	non
Histogramme	non	oui	non
Dispersion	non	oui	non
Inégalité de Tchebycheff	non	oui	non

Remarques :

- L'arithmétique a disparu depuis les programmes de 1968. En 1968, on complète cependant l'étude, commencée en 3ème, du champ ordonné, archimédien et complet des réels.
- En 1968, le calcul des erreurs est abordé. Cette matière est abandonnée en 1980.
- La matière d'algèbre relative aux équations et inéquations des premier et second degré se retrouve en partie.
- La géométrie est remplacée par l'étude des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$. Le produit scalaire permet de retrouver certaines applications géométriques.
- En trigonométrie, le programme n'aborde plus la résolution des triangles dans les cas non classiques : ceux qui faisaient intervenir des éléments autres que les angles et les côtés.
- Nouveauté : une introduction systématique de logique en 1968 qui sera abandonnée en 1980.
- Il en est de même de la statistique.

6.4 Classes de 5ème, 3 h/sem, (L-Gr Eco)

Matières	1955	1968	1980
Algèbre			
Révision résolution d'équations linéaires et du 2d degré	oui	non	non
Etude algébrique et graphique du trinôme	oui	oui	non
Inéquations du second degré	oui	oui	non
Discussion des racines	oui	oui	non
Résolution d'équations réductibles au second	oui	non	non

degré et d'équations irrationnelles			
Résolution algébrique et graphique de systèmes du second degré	oui	non	non
Progressions arithmétiques et géométriques	oui	non	non
Radicaux d'ordre n	oui	non	oui
Exposants fractionnaires et négatifs	oui	non	oui
Logarithmes : calculs, tables	oui	non	non
Intérêts composés	oui	non	non

Analyse

Graphique de fonctions	non	oui	oui
Domaine	non	oui	oui
Limite	non	oui	oui
Asymptotes	non	oui	oui
Continuité	non	oui	oui
Dérivée	non	non	oui
Fonction dérivée	non	non	oui
Etude de fonctions	non	non	oui

Géométrie

Plans et droites : définition, propriétés, positions relatives	oui	non	non
Perpendicularité	oui	non	non
Projection orthogonale	oui	non	non
Angle d'une droite et d'un plan	oui	non	non
Plans parallèles	oui	non	non
Théorème de Thalès	oui	non	non
Dièdre, trièdre, polyèdre	oui	non	non

Trigonométrie

Relations dans un triangle quelconque	oui	non	non
Résolution des triangles quelconques	oui	non	non
Fonctions trigonométriques	oui	non	oui
Résolution des équations simples	oui	non	non
Résolution des inéquations simples	non	non	oui
Usage de la calculatrice	non	non	oui

Remarques :

- La géométrie du 5ème livre disparaît du programme en 1968 et l'analyse se retrouve plus poussée, surtout dans le programme de 1980 : *"l'objectif de cette année est de familiariser les élèves avec les principales fonctions, essentielles par le rôle qu'elles jouent dans les sciences ou la vie courante ."*
- Le programme de 1980 insiste sur l'usage intelligent de la calculatrice ou d'un micro-ordinateur.

6.5 Classes de 5ème, 5 h/sem., (L-Sc, Sc B)

Le programme de mathématique intermédiaire est prévu pour 5 heures par semaine dans les trois versions.

Matières	1955	1968	1980
ALGÈBRE			
Trinôme du second degré	non	oui	non
Equations réductibles au second degré, bicarrées, réciproques, irrationnelles	oui	non	non
Résolution de systèmes du second degré avec des équations linéaires	oui	non	non
Polynômes et division par $x - a$	non	oui	non
Radicaux d'ordre n	oui	non	oui
Exposants fractionnaires et négatifs	oui	non	oui
Analyse combinatoire simple	oui	non	non
Binôme de Newton	oui	non	non
Calcul matriciel d'ordre 3 et systèmes d'équations	non	oui	non
Déterminants d'ordre 2 et 3	oui	non	non
Résolution de systèmes	oui	non	non
ANALYSE			
Types de fonctions	oui	oui	oui
Limites (sans démonstrations)	oui	oui	oui
Vraies valeurs : asymptotes	oui	oui	oui
Continuité	oui	oui	oui
Dérivée	oui	oui	oui
Fonction dérivée	oui	oui	oui
Dérivée des fonctions trigonométriques	oui	oui	oui

Etude de la variation des fonctions	oui	oui	oui
Problèmes	oui	oui	oui

GÉOMÉTRIE

Plan et droites	oui	non	oui
Positions relatives	oui	non	oui
Produit scalaire, distance	non	non	oui
Parallélisme et perpendicularité	oui	non	oui
Théorème des 3 perpendiculaires	oui	non	non
Projection orthogonale	oui	non	non
Parallélisme de deux plans	oui	non	non
Théorème de Thalès	oui	non	non
Angles dièdre, trièdre, polyèdre	oui	non	non
Lieux géométriques	oui	non	non
Symétries	oui	non	non
Polyèdres : prismes, pyramides	oui	non	non
Surfaces de révolution	oui	non	non
Cylindre, cône, sphère	oui	non	non
Trièdre central, triangle sphérique, propriétés	oui	non	non

TRIGONOMÉTRIE

Addition et soustraction d'arcs	oui	oui	oui
$\sin 2a$, $\cos 2a$, $\operatorname{tg} 2a$	oui	oui	oui
$\sin a$, $\cos a$, $\operatorname{tg} a$ en fonction de $\operatorname{tg}(a/2)$	oui	oui	oui
$\sin p + \sin q, \ldots$	oui	oui	oui
Calcul logarithmique	oui	non	non
Graphique des fonctions trigonométriques.	oui	non	non
Résolution d'équations simples	oui	oui	non
Résolution des triangles sans angles ou côtés (cas simples)	oui	non	non
Equations et inéquations	non	oui	oui

STATISTIQUE

Variable statistique	non	non	oui
Classes	non	non	oui
Fréquence	non	non	oui
Mode, médiane, moyenne, quartile	non	non	oui
Dispersion	non	non	oui

Variance écart-type	non	non	oui

Remarques :

- En 1980, la matière est surtout développée autour de l'analyse pour préparer les élèves à traduire un phénomène par une fonction et son graphique.
- La géométrie, disparue du programme de 1968, est réintroduite en 1980 pour développer la vision spatiale et exploiter les notions essentielles sur les vecteurs.
- Dans le programme de 1980 la calculatrice est considérée comme un outil didactique indispensable.

6.6 Classes de 5ème, 7 h/sem., (L-M, Sc A)

Les nombres d'heures par semaine n'ont pas toujours été les mêmes dans les différents réseaux.

Matières	1955	1968	1980
Enseignement de l'état	7h/s	8h/s	7h/s
Enseignement catholique	8h/s	8h/s	7h/s

ARITHMÉTIQUE			
Conversion en fractions décimales	oui	non	non
Fractions décimales périodiques	oui	non	non
Théorie élémentaire des erreurs	oui	non	non
ALGÈBRE			
Polynômes	oui	non	non
Divisibilité par $x - a$	oui	non	non
Méthode des coefficients indéterminés	oui	non	non
Analyse combinatoire (groupements simples)	oui	non	non
Binôme de Newton	oui	non	non
Calcul matriciel	non	oui	oui
Déterminants d'ordres 2 et 3	oui	oui	non
Résolution et discussion de systèmes	oui	oui	thème
Compatibilité d'équations linéaires	oui	oui	non
ALGÈBRE LINÉAIRE			
Translation dans le plan et l'espace	non	non	oui
Espace vectoriel	non	oui	oui
Base	non	oui	oui
Sous-vectoriel	non	oui	oui
Variétés linéaires	non	oui	oui
Applications linéaires et matrices	non	oui	oui
Produit scalaire	non	oui	oui
Equations de droites et plans	non	oui	oui
ANALYSE			
Types de fonctions	oui	oui	oui

Suites arithmétiques et géométriques	non	non	oui
Limites	oui	oui	oui
Continuité	oui	oui	oui
Dérivée	oui	oui	oui
Fonction dérivée	oui	oui	oui
Théorèmes de Rolle et Lagrange	non	non	oui
Dérivation des fonctions trigonométriques	oui	oui	oui
Dérivées première et seconde	oui	oui	oui
Etudes des fonctions algébriques et trigonométriques	oui	oui	oui
Problèmes de géométrie et de physique	oui	non	oui
et d'extrémés	non	non	oui

Géométrie

Droites et plans : positions relatives	non	non	oui
Parallélisme entre droites et plans	non	non	oui
Intersection de droites et plans	non	non	oui
Projections orthogonales	oui	oui	oui
Théorème de Thalès	non	non	oui
Distances	non	non	oui
Plan médiateur	oui	oui	oui
Symétries dans l'espace	oui	non	non
Angles dans l'espace	non	non	oui
Plan bissecteur d'un dièdre	non	non	oui
Prismes et pyramides	oui	non	non
Surfaces de révolution	oui	non	non
Cylindres et cônes	oui	non	non
Sphères	oui	non	oui
Trièdre central et triangle sphérique	oui	non	non
Trièdres supplémentaires et polaires	oui	non	non
Cas d'égalité des trièdres et triangles sphériques	oui	non	non
Aire et volume : prisme, pyramide, tronc	oui	non	non
Aire et volume : cylindre, cône, tronc	oui	non	non
Aires : zone, sphère, triangle sphérique	oui	non	non
Volumes : sphère, anneau, segment sphérique	oui	non	non
Rapport anharmonique	oui	non	non
Quaterne harmonique (points, droites)	oui	non	non
Quadrangles et quadrilatères complets	oui	non	non
Polarité	oui	non	non
Théorèmes de Pascal et de Brianchon	oui	non	non

Géométrie descriptive	oui	non	non
méthode de Monge : droites et plans			

TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE

Relations fondamentales	oui	non	non
Résolution des triangles rectangles	oui	non	non

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

Système d'axes cartésiens	oui	non	non
Droites et faisceau	oui	non	non
Etude en axes rectangulaires	oui	non	non
Distance, Cercle (...tangentes et puissance)			
Coniques rapportées aux axes de symétrie, (équations et constructions)			

TRIGONOMÉTRIE

Fonctions circulaires sin, cos,...	non	non	oui
Fonctions cyclométriques	oui	non	oui
Addition, multiplication, division	non	non	oui
Formules de Simpson	non	non	oui
Transformer $a\cos x + b\sin x$ en $A\cos(x-\phi)$	non	non	oui
Equations trigonométriques	non	non	oui
Calcul des éléments remarquables	oui	non	non
Résolution des triangles dans les cas non classiques	oui	non	non
Quadrilatères	oui	non	non
Applications géométriques et physiques	oui	non	non

STATISTIQUE — PROBABILITÉS

Statistique descriptive	non	non	oui
Moyenne, mode, variance, écart-type			
Probabilités	non	non	oui
Probabilité sur un univers fini, probabilité d'un événement			

Remarques :

- Oublions l'arithmétique.
- La matière correspondant aux polynômes à été vue en 4ème.

– La géométrie est remplacée en 1968 par de l'algèbre linéaire dans un espace de dimension 3.
– Par contre l'analyse est plus approfondie depuis 1968.
– La trigonométrie est un peu réduite.
– Introduction de la statistique et de la probabilité dans le programme de 1980.
– Dans les directives méthodologiques de 1980, il est fait explicitement allusion au fait que la mathématique ne doit pas se couper de la réalité. Le programme souligne l'importance de la participation de l'élève, son goût à l'effort, sa persévérance dans la recherche, le plaisir de la découverte.

6.7 Classes de 6ème, 3 h/sem., (L-Gr, Eco)

Matières	1955	1968	1980
ANALYSE			
Définition et types de fonctions	oui	non	non
Limites : définition et théorèmes	oui	oui	non
Calcul de vraies valeurs	oui	oui	non
Continuité	oui	oui	non
Usage des tables	oui	non	non
Dérivée en un point	oui	oui	non
Interprétation géométrique	oui	non	non
Fonction dérivée	oui	oui	non
Dérivée d'une somme,..., de fonction de fonction	oui	oui	non
Dérivation des fonctions trigonométriques	oui	oui	non
Etude des variations d'une fonction	oui	oui	oui
Fonctions réciproques et dérivation	non	non	oui
Fonctions trigonométriques et réciproques	non	oui	oui
Fonctions primitives	oui	oui	oui
Intégrales immédiates	oui	oui	oui
Calcul d'aires par intégrales définies	oui	oui	oui
Fonction exponentielle et logarithme	oui	oui	oui
Propriétés	oui	oui	oui
Dérivées des fonctions exp et log	non	oui	oui
Le nombre e	non	oui	oui

GÉOMÉTRIE

Pyramide et tronc : aire et volume	oui	non	non
Cylindre, cône et tronc : aire et volume	oui	non	non
Zône et sphère : aire	oui	non	non
Secteur, anneau, segment : volume	oui	non	non

TRIGONOMÉTRIE

Formules $\sin(a+b),\ldots,\sin 2a,\ldots$	oui	non	non
$\sin p + \sin q,\ldots$	oui	non	non
Equations trigonométriques	oui	non	non
Applications topographiques	oui	non	non

STATISTIQUE – PROBABILITÉ

Statistique descriptive	non	non	oui
classe, fréquence, mode, médiane			
variance, écart-type			
Probabilité	non	non	oui
événement, événements compatibles			
incompatibles, dépendants, indépendants			
multiplication des probabilités			

Remarques :

- La géométrie du programme de 1955, consacrée à la détermination de volumes, est remplacée par de l'analyse où le calcul intégral est plus développé.
- L'analyse du programme de 1980 comporte une initiation aux fonctions exponentielles et logarithmiques et à l'intégrale définie.

6.8 Classes de 6ème, 5 h/sem. (L-Sc, Sc B)

Matières	1955	1968	1980

ARITHMÉTIQUE

Divisibilité	oui	non	non
P.G.C.D et P.P.C.M	oui	non	non

ALGÈBRE

Extension de la notion de nombre	oui	non	non
Nombres irrationnels	oui	non	non
Nombres complexes définition, calculs, plan de Gauss, forme trigonométrique, Moivre	oui	non	thème
Matrices	non	non	thème

Algèbre linéaire

Vectoriel de dimension 3	non	oui	non
Sous-vectoriels	non	oui	non
Combinaisons linéaires, bases	non	oui	non
Droites, plans	non	oui	non
Parallélisme	non	oui	non
Produit scalaire	non	oui	non
Orthogonalité	non	oui	non
Distance, Sphère	non	oui	non

Analyse

Calcul de e comme limite	oui	non	non
Fonction exponentielle	oui	oui	oui
Fonction logarithme	oui	oui	oui
Fonctions cyclométriques	non	oui	oui
Dérivée des fonctions réciproques	non	oui	oui
Systèmes de logarithmes et bases	oui	oui	non
Théorème des accroissements finis	oui	oui	non
Formules de Mac-Laurin et Taylor	oui	oui	non
Différentielle	oui	oui	non
Fonction primitive	oui	oui	oui
Intégrale définie	oui	oui	oui
Intégration numérique (calculatrice)	non	non	oui
Intégration par décomposition, par parties, par substitution	oui	oui	non
Calcul d'aires : cercle, coniques	oui	oui	oui
Calcul de volumes de révolution	oui	oui	oui

Géométrie

Aires et volumes : parallélipipède, prisme,	oui	non	non

pyramides, tronc, cylindre, cône			
Aires : zone, sphère, triangle sphérique	oui	non	non
Volumes : secteur sphérique, anneau, segment	oui	non	non

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE

Coordonnées rectangulaires	oui	non	non
Droites, intersection, angle de 2 droites parallélisme et orthogonalité	oui	non	non
Changement de coordonnées	oui	non	non
Cercle : intersection, tangentes	oui	non	non
Coordonnées polaires	oui	non	thème
Lieux géométriques	oui	non	non
La parabole	oui	non	oui
L'ellipse	oui	non	oui
L'hyperbole	oui	non	oui
Réduction de l'équation du second degré	oui	non	non
Equations : droites, plan et sphère	non	non	oui

COMBINATOIRE ET PROBABILITÉS

Dénombrements sans répétition	non	oui	oui
Binôme de Newton	non	oui	non
Probabilités événements, événements compatibles, incompatibles, dépendants, indépendants produit des probabilités	non	non	oui

Remarques :

- En 1980, on réintroduit de l'analytique : *"la découverte des coniques et de leurs équations canoniques, illustrée de quelques problèmes élémentaires d'intersection, et la recherche et le maniement des équations des plans et des droites dans l'espace, en même temps que la résolution de systèmes linéaires."*
- De plus, en 1980, au sujet de la calculatrice ou du micro-ordinateur, *"on insistera sur la démarche intellectuelle adoptée lors de la résolution de problèmes à l'aide d'une machine, et surtout sur l'organisation du calcul."*

6.9 Classes de 6ème, 7 h/sem., (L-M, Sc A)

Les nombres d'heures par semaine varient selon le réseau. Remarquons la diminution dans le réseau catholique. On peut cependant obtenir un renforcement de 2h/sem en 1980, mais pour des thèmes spécifiques.

Matières	1955	1968	1980
Enseignement de l'état	7h/s	8h/s	7h/s
Enseignement catholique	9h/s	8h/s	7h/s
ARITHMÉTIQUE			
Théorie de la divisibilité, caractères de divisibilité	oui	non	non
Théorie du P.G.C.D.	oui	non	non
Théorie du P.P.C.M., théorème de Fermat	oui	non	non
ALGÈBRE			
Extensions successives de la notion de nombre	oui	non	non
Nombres irrationnels, suites de valeurs approchées décimales	oui	non	non
Exposants fractionnaires et négatifs	oui	non	non
Nombres complexes : définition, calculs, forme trigonométrique, plan de Gauss formule de de Moivre, racines n-ièmes équations binomes	oui	oui	oui
Déterminants d'ordres 2 et 3	non	non	oui
Rang d'une matrice	non	non	oui
Résolution et discussion de systèmes, compatibilité	non	non	oui
Méthode de Gauss (algorithme)	non	non	oui
Points, droites et plans de l'espace	non	non	oui
Parallélisme et perpendicularité	non	non	oui
Suites arithmétiques et géométriques	non	oui	non
Polynômes sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$	non	oui	non
Zéros de $P(x)$ dans $\mathbb{R}$ et $\mathbb{C}$	non	oui	non
Méthode des coefficients indéterminés	non	oui	non
ANALYSE			
Calcul de e	oui	oui	non

Fonction exponentielle	oui	oui	oui
Fonction logarithme	oui	oui	oui
Systèmes de logarithmes : bases,...	oui	oui	oui
Equations logarithmiques et exponentielles	oui	oui	oui
Intégrales définies	non	oui	oui
Primitives	non	oui	oui
Intégrations par décomposition, changement de de variables, parties	non	oui	oui
Intégration numérique (algorithme)	non	non	oui
Calcul d'une aire, d'un volume, d'un travail	non	oui	oui
Formule de Mac Laurin	non	oui	oui

Géométrie

Cercles orthogonaux	oui	non	non
Homothéties et inversions	oui	non	non

Géométrie descriptive

Rabattements, rotations, changements de plans	oui	non	non
Distances et vraies grandeurs	oui	non	non
Sections dans les polyèdres	oui	non	non

Géométrie analytique

Plan projectif réel	non	oui	non
Plan affin réel	non	oui	non
Coordonnées cartésiennes	oui	oui	oui
Coordonnées homogènes	oui	oui	non
Compléments sur le cercle intersection, points imaginaires points cycliques, droites isotropes	oui	non	non
Faisceaux de droites	oui	oui	non
Intersection d'une courbe du 2d degré avec une droite	oui	non	oui
Classification des courbes du 2d degré	oui	oui	non
Sections coniques	oui	non	oui
Tangentes à une conique	oui	oui	oui
Normales	oui	oui	non
Asymptotes	oui	oui	oui
Pôles et polaires	oui	oui	non

Centre, diamètres, diamètres conjugués	oui	oui	non
axes et sommets	oui		
Foyers et directrices	oui	oui	oui
Intersection de coniques	oui	oui	non
Théorèmes de Pascal et Brianchon	oui	non	non
et construction des coniques	oui		
Etude particulière des coniques	oui	non	non
Réduction des équations du 2d degré	oui	non	oui
Coordonnées polaires :	oui	oui	oui
droites, coniques, cissoïde, strophoïde			

COMBINATOIRE – PROBABILITÉS

Dénombrements sans répétition	non	oui	oui
avec répétitions	non	oui	non
Binôme de Newton	non	oui	oui
Probabilités	non	oui	oui
indépendance, probabilité conditionnelle, lois de probabilité, moyenne, variance, écart-type			

Remarques :

- Dans le programme de 1968, la géométrie analytique a subi un remaniement important, utilisant le calcul matriciel. Elle est ensuite fortement réduite dans le programme de 1980.
- Par contre, l'analyse recouvre depuis 1968 les mêmes thèmes.

6.10 Réflexions

Les versions du programme de mathématique suivant les sections Latin-Mathématiques, Latin-Sciences et Latin-Grec ou les options 3, 5 et 7 h/sem. ne se présentent pas dans la même optique.

Il me semble qu'en 1955 les trois versions avaient des contenus nettement différents et correspondaient aux futures orientations des élèves. Les uns allaient continuer des études où les mathématiques occuperaient une place importante, d'autres allaient entreprendre des études à caractère scientifique, d'autres enfin, des études où les mathématiques seraient pratiquement absentes. Ceci explique concrètement qu'en section Latin-Grec, l'étude des fonctions est très succincte.

Par contre, pour les programmes de 1980, on passe de 7h à 5h puis à 3 heures/sem., en supprimant des sujets ou des démonstrations. On se retrouve dans les trois sections avec l'obligation d'étudier les variétés linéaires dans un espace vectoriel, et de calculer une intégrale définie, avec des élèves qui n'ont pas le même appétit mathématique.

Je souhaite que dans la prochaine version des programmes, on pense à construire une mathématique qu'on peut faire comprendre et enseigner honnêtement en 3 ou 5 heures par semaine, sans brûler les étapes.

Après les excès théoriques du programme de 1968, celui de 1980 constitue une juste mesure qu'on peut encore améliorer.

On peut regretter la disparition de l'arithmétique, il faudrait en réintroduire un peu : étude des entiers, des nombres premiers, du p.g.c.d., du p.p.c.m..

En 1968, la géométrie a été remplacée par de la géométrie vectorielle et l'étude des variétés linéaires. En 1980, il y a une timide réintroduction de la géométrie, il faudrait poursuivre dans cette voie.

On peut considérer le programme d'analyse excellent.

Par contre, la géométrie analytique, tout en étant moins théorique, a été un peu trop allégée dans le programme de 1980.

Faire des mathématiques, et finalement les enseigner, oblige à passer par trois étapes :

- d'abord, une attitude de recherche introduite par une situation problématique,
- ensuite, une synthèse pour une mise en place de la théorie,
- enfin, la fixation des notions par des exercices d'application.

L'enseignement actuel des mathématiques n'est-il pas réduit aux deux dernières de ces étapes, alors que dans les programmes, il est dit :

- En première :
  "La prise de conscience des notions et des propriétés résulte d'une véritable activité de l'élève ...
  C'est à partir de la réflexion sur ces activités qu'on élaborera des définitions et énoncera des propriétés."
- En seconde :
  "Cela ne doit pas empêcher toutefois de revenir aux modèles physiques pour faciliter l'approche de notions nouvelles."
- En troisième :
  "Il reste primordial que la prise de conscience des notions, des concepts et des propriétés, résulte d'une véritable activité de l'élève,...
  C'est donc, autant que possible, à partir de problèmes fournis, soit par le réel, soit par la mathématique elle-même, mais telle qu'elle est

déjà familière à l'élève, que celui-ci prendra contact avec les différents sujets, qui d'ailleurs s'éclairent et continueront à s'éclairer mutuellement."

– En cinquième (7 heures) :
"L'action pédagogique du professeur doit donc viser à assurer, chez l'élève, une bonne compréhension et intériorisation des concepts rencontrés, une bonne maîtrise du raisonnement logique, une habileté certaine aux différents calculs sans toutefois se limiter à l'emploi aveugle de recettes et de procédés, une aptitude à mathématiser des situations concrètes et à résoudre des problèmes."
– En cinquième (5 heures) :
"Il importe que l'étude des fonctions et de leurs propriétés soit introduite et illustrée par celle de fonctions qui traduisent des phénomènes de la vie courante."
– En cinquième (3 heures) : *"L'objectif de cette année est la familiarité avec les principales fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, principalement par leur rôle en mathématique, ou par le rôle qu'elles jouent dans les sciences ou la vie courante."*

Pour quelles raisons, ces recommandations, que le rapport Danblon ([1]) reprend à son compte, ne sont-elles pas suffisamment suivies ?

Les enseignants lisent-ils intégralement le programme, avec *tous* les commentaires et indications méthodologiques ? Ne se contentent-ils pas de *suivre un manuel* qui n'est qu'une interprétation du programme par un auteur ? Ils ne voient que de la théorie et des exercices d'application.

Ce qui manque ce sont les situations problématiques introductives où l'élève, avec le professeur, est en situation de recherche.

Peut-être le programme est-il trop vaste et manque-t-il ce temps d'introduction et de recherche. N'entend-on pas si souvent : *"J'ai tout juste le temps de voir le programme"*, c'est-à-dire la théorie du manuel et les quelques exercices de routine. La mathématique devient alors peu attirante

---

([1]) Section 1.9 : Les mathématiques sont une forme de pensée riche de sens, mais qui s'appuie sur des enchaînements formels et des combinaisons de symboles qu'il est possible (et parfois souhaitable) de manipuler sans se soucier du sens. L'accident le plus fréquent dans l'apprentissage des mathématiques est la perte du sens et le repli sur la forme sans contenu : ne plus penser et se contenter d'exécuter des algorithmes selon l'unique procédé permis devient rapidement insoutenable.
Ce genre de dérapage affecte déjà les jeunes élèves quand ils additionnent deux nombres selon les règles, mais sont incapables de justifier ce qu'ils font. On le retrouve à toutes les étapes, jusqu'à l'étudiant qui dérive des fonctions sans idée claire de ce qu'est une dérivée.
Le problème majeur de l'enseignement des mathématiques est sans aucun doute celui du sens.

et l'on ne doit pas s'étonner de la question *"à quoi ça sert ?"*

Il faudrait qu'à l'occasion des prochains programmes, on donne aux enseignants les moyens de les appliquer en leur fournissant une matière conforme au temps réel disponible et une formation méthodologique pour aborder les matières par des situations problématiques. C'est un des objectifs de la formation permanente pour les années à venir.

7. Analyse de livres scolaires

par F. Dosin–Verheugen, C. Festraets–Hamoir, M. Fremal et J. Vanhamme

7.1 Introduction

Le but du groupe de travail qui s'est occupé de l'analyse comparative de manuels scolaires belges, destinés aux élèves de première et seconde années de l'enseignement général, n'a pas été de faire une critique de manuels mais d'aider le professeur qui le désire à faire un choix, à sélectionner, sans devoir nécessairement les consulter tous, celui qui, dans le cadre de sa personnalité et en fonction du niveau moyen des élèves auxquels il s'adresse lui semble devoir être une aide efficace à son enseignement. Signalons que nous avons très peu porté notre attention sur la conformité des contenus avec les intitulés du programme, considérant que ce n'est pas un critère déterminant de la valeur d'un livre. Le professeur n'est pas tenu de suivre mot à mot le manuel qu'il emploie. Il peut combler des lacunes éventuelles ou faire des choix qui lui semblent utiles ou raisonnables.

Le groupe s'est d'abord réuni pour mettre au point une grille commune d'analyse. Ensuite les livres dont le groupe disposait, soit parce qu'ils avaient été offerts par l'éditeur à la S.B.P.M. en prévision de cette étude, soit parce que l'un ou l'autre des membres en possédait un exemplaire dans sa bibliothèque personnelle, ont été répartis entre eux. Nous tenons à signaler ici qu'une demande d'obtention d'un spécimen de leurs livres scolaires belges a été adressée aux différents éditeurs et que le fait que certains livres ne figurent pas dans notre analyse n'est pas lié à un choix de notre part. Nous tenons à remercier les éditeurs qui ont donné une réponse favorable à notre demande. Si des livres manquants nous sont envoyés, nous nous efforcerons de compléter notre examen.

Après un premier examen, le groupe s'est réuni à nouveau pour préciser et améliorer les grilles d'analyse, ensuite chacun a repris son travail en tenant compte des nouvelles directives.

La première grille de comparaison peut être considérée comme objective, ayant essentiellement consisté en un décompte de pages. Vous constaterez qu'elle indique des différences importantes dans la répartition des matières et les notions abordées. Les appréciations reprises dans les deux grilles suivantes (surtout la troisième) comportent évidemment une composante subjective plus importante et auraient pu différer légèrement si le même manuel avait été examiné par des personnes différentes. L'idéal eut été que chaque membre de ce groupe de travail ait pu passer en revue tous les livres. Mais l'examen détaillé que nous avons voulu faire demande un investissement important et le temps disponible que laissent à chacune d'entre nous nos autres obligations n'est pas extensible à merci. Enfin l'avis émis en conclusion est l'expression d'un avis personnel. Nous avons toutefois tenu à être solidaires de nos appréciations et c'est pourquoi les analyses ne sont pas signées.

Tout courrier relatif à ce travail est à adresser à Jacqueline Vanhamme, rue Firmin Martin 2, 1160 Bruxelles.

7.2 Degré d'observation — Première année

7.2.1 Analyse comparative des contenus

1. **Auteurs :** Paul Coenraets, Pierre Colin, René Janssens, Michel Noirhomme
   Titre : Mathématisons ! 1
   Editeur : De Boeck
   Année d'édition : 1989
2. **Auteurs :** L. Limet, J. Vandeloise
   Titre : Mathématique active 1
   Editeur : Dessain
   Année d'édition : 1990
3. **Auteurs :** K. Crener-Martroye, G. Gobert
   Titre : Explorons les nombres et l'espace, 1ère année
   Editeur : Wesmael-Charlier
   Année d'édition : 1981
4. **Auteurs :** F. Buekenhout, H. Meunier, M. Tallier
   Titre : Vivre la mathématique 1
   Editeur : Didier – Hatier
   Année d'édition : 1980

5. **Auteurs :** S. Lorent, R. Lorent, avec la collaboration de S. Trompler
   Titre : Mathématique, M. 10
   Editeur : De Boeck
   Année d'édition : 1980
6. **Auteurs :** E. Boutriau, J. Boutriau, J. Lievens
   Titre : Savoir et Savoir-faire en mathématique, 1ère année
   Editeur : H. Dessain
   Année d'édition : 1989
7. **Auteurs :** F. Bonte, H. François, T. Lhoest, M. Straetmans
   Titre : A vos math ! 1 algèbre — A vos math ! 1 géométrie
   Editeur : Plantyn - Bruxelles
   Année d'édition : 1983 (2ème édition)
8. **Auteurs :** G. Werbrouck – P. Wambersie
   Titre : Mathématique — Activités de 1ère année
   Editeur : De Boeck-Wesmael
   Année d'édition : 1988
9. **Auteurs :** M. Cnudde, J. Masset
   Titre : Pratique la mathématique 1
   Editeur : Erasme
   Année d'édition : 1980

Dans ce qui suit, les différentes colonnes se rapportent aux différents livres examinés, numérotés dans le même ordre que ci-dessus ; les lignes se rapportent à différents critères désignés par A, B, C, ...

Classification

A. Calculs algébriques et arithmétiques
B. Représentations graphiques
C. Structures ensemblistes
D. Géométrie à la mode grecque du plan
de l'espace
E. Géométrie des transformations du plan
de l'espace
F. Statistique - Probabilités
G. Grandeurs et mesures

Pour chacun des livres, il y a deux colonnes, l'une indiquant le nombre de pages que comporte la rubrique concernée, l'autre le pourcentage de pages.

	1		**2**		**3**		**4**	
A	119,5	39,8%	73,5	47,1%	104	52%	54	30%
B	11	3,7%	7	4,5%	4	2%	12	7%
C	55	18,3%	13	8,3%	26	13%	24	13%
D	50	16,7%	32	20,5%	6	3%	25	14%
	11	3,7%	4	2,6%	32	16%	68	38%
E	33	11%	23,3	15%	24	12%	17	9%
	0	0%	0,7	0,4%	0	0%	18	10%
F	0	0%	0,5	0,3%	0	0%	0	0%
G	20,5	6,8%	18	11,5%	0	0%	0	0%

	5		**6**		**7**		**8**	
A	50,6	32%	122	46%	88	45,1%	111	41,6%
B	12,5	7,9%	15,5	5,9%	0	0%	16	6%
C	19,1	12,1%	26,5	10%	25	12,8%	111	41,6%
D	25,2	16%	64	24,2%	38	20%	31	11,6%
	18	11,4%	9,5	3,6%	12	6%	20	7,5%
E	12,2	7,7%	18,5	7%	17	8,7%	19	7,1%
	3,1	2%	1	0,4%	0	0%	0	0%
F	4,8	3%	0	0%	0	0%	0	0%
G	12,7	8%	8	3%	12	6,2%	5	2,6%

	9	
A	76	42,6%
B	7	3,9%
C	37	20,7%
D	17	9,5%
	12,3	6,9%
E	13,5	7,6%
	1	0,6%
F	0	0%
G	14,5	8,1%

Traitement

A. Notions théoriques sans démonstration
avec démonstration

B. Exercices d'application proposés
avec réponses
résolus

C. Exercices d'introduction proposés
analysés

D. Problèmes d'application proposés
résolus

E. Analyse de situations mathématiques
F. Mathématisations
G. Synthèses
H. Notices historiques : biographies
évolution d'une notion

Pour chacun des livres, il y a deux colonnes appréciant l'une la quantité, l'autre la qualité, les appréciations étant en ordre décroissant $++$, $+$, $=$, $-$, $--$.

	1		**2**		**3**		**4**		**5**		**6**		**7**		**8**		**9**	
A	$++$	$+$	$+$	$=$	$+$	$=$	$+$	$++$	$+$	$+$	$++$	$++$	$++$	$+$	$++$	$+$	$++$	$=$
	$--$	$--$	$++$	$+$	$-$	$=$	$+$	$+$	$-$	$-$	$--$		$--$		$+$	$+$	$--$	$-$
B	$++$	$+$	$++$	$+$	$=$	$+$	$=$	$++$	$+$	$+$	$++$	$+$	$++$	$=$	$++$	$+$	$++$	$++$
	$--$		$--$		$--$		$--$		$--$		$--$		$--$		$-$			
	$-$	$-$	$-$	$-$	$--$		$--$		$--$		$-$	$-$	$--$		$+$	$=$		
C	$=$	$=$	$+$	$+$	$++$	$+$	$--$		$-$		$--$		$+$	$=$	$+$	$=$	$++$	$=$
	$=$	$=$	$=$	$=$	$+$	$+$	$++$	$++$	$++$	$++$	$--$		$=$	$=$	$=$	$=$		
D	$--$	$-$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$++$	$++$	$++$	$++$	$+$	$+$	$=$	$-$		$-$	
	$--$		$=$	$=$	$--$		$--$		$+$	$+$	$--$		$-$		$+$	$+$		
E	$--$		$--$	$+$	$+$		$++$	$+$	$++$	$++$	$--$		$-$		$-$		$--$	
F	$--$		$--$		$--$		$+$	$+$	$+$	$+$	$--$		$--$		$++$	$++$	$--$	
G	$+$	$=$	$+$	$+$	$+$	$+$	$=$	$+$	$+$	$+$	$--$		$+$	$+$	$--$		$+$	$=$
H	$--$		$--$		$+$	$+$	$=$	$+$	$-$		$--$		$--$		$--$		$--$	
	$--$		$--$		$--$		$+$	$++$	$=$	$=$	$--$		$--$		$--$		$--$	

Buts

Un emploi suivi du manuel devrait conduire à développer chez l'élève

A. une maîtrise du calcul numérique
B. une maîtrise du calcul littéral
C. le sens de l'observation
D. la maîtrise du maniement des instruments de dessin
E. l'usage de représentations graphiques
F. la création d'images mentales
G. l'imagination créatrice
H. le raisonnement déductif
I. l'esprit de synthèse
J. le sens du beau

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	++	++	++	=	+	++	+	++	++
B	+	++	++	=	−	+	++	+	+
C	=	+	=	++	++	−−	+	+	=
D	+	++	=	=	=	+	++	++	−−
E	−	+	=	+	++	=	−−	=	=
F	−−	=	+	+	+	−−	−	=	−
G	−	−	+	++	−	−−	−−	−−	−−
H	−−	+	+	+	=	−	−	+	−−
I	=	=	=	=	+	−−	−	+	−−
J	−	−	+	+	=	−−	−−	−−	−−

7.2.2 Contenus et commentaires

1. Mathématisons ! 1

Table des matières

Chapitre 4. Triangles
Chapitre 5. Transformations du plan
Partie 4. Situations et problèmes
Chapitre 1. Mesures de longueur, de masse, de durée
Chapitre 2. Mesures d'aire
Chapitre 3. Mesures de volume
Chapitre 4. Proportionnalité
Mémento
Index alphabétique

Commentaires

1) Ce livre est destiné aux élèves de 1ère année de l'enseignement secondaire général.

2) Il débute par un avant-propos précisant que

– chaque notion est précédée d'exercices d'introduction ;

– les notions importantes sont encadrées, mais ne doivent pas nécessairement être mémorisées ;

– les exercices sont répartis en deux séries, l'une située à la fin de chaque partie, l'autre à la fin du manuel ;

– dans le mémento figurant en fin d'ouvrage, sont rassemblées les connaissances fondamentales à mémoriser.

3) Les exercices figurant en fin de partie sont assez simples, ce sont des applications directes des notions vues. Dans les annexes figurant en fin de volume, on trouve des énoncés plus attractifs et plus originaux (à côté de très nombreux exercices de routine).

4) La présentation de l'ouvrage est claire. L'usage d'une couleur, le rouge, permet de mettre en évidence certains mots nouveaux ou importants, certaines formules, certaines parties de figure.

La couleur de la tranche latérale permet de distinguer les différentes parties et d'y accéder rapidement : blanc pour le texte proprement dit, rose pour les exercices situés en fin de partie et gris pour les exercices à la fin du volume.

5) Le livre peut sans doute être suivi de manière linéaire au cours de l'année scolaire. Cependant, le programme de 1ère précise qu'ensembles et relations ne doivent pas être étudiés séparément des autres matières. Le professeur devrait donc prévoir un plan de travail dans lequel, démarrant l'année scolaire sur les parties 2 ou/et 3 (nombres, géométrie), il fasse au moment voulu référence à la partie 1 (ensembles et relations). Ceci ne rend pas l'emploi de cet ouvrage très simple, ni pour le maître, ni a fortiori pour un élève de 12 ans.

6) Les auteurs ont essayé d'être à la fois simples et rigoureux dans leur présentation et leurs énoncés. Cependant, on peut regretter, entre autres,

- qu'ils fassent encore cette distinction totalement inutile entre fonction et application (p.27-29).
- que le mot "littéral" ne soit expliqué nulle part

  p.54 : Pour écrire des mots, on utilise des lettres.
  Pour écrire des nombres, on utilise des chiffres.

  p.56 : a et b étant deux nombres...

  p.58 : Le symbole · s'utilise dans un produit de facteurs littéraux
  exemple a.b
- un excès de précision non justifié dans $\mathbb{N}$

  p.71 : Le carré d'un nombre est ...
  Une racine carrée d'un nombre donné ...
  Le cube d'un nombre est ...
  Une racine cubique d'un nombre donné ...

  p.72 : La touche $\sqrt{x}$ remplace le nombre affiché par sa racine carrée positive.
  La touche $\sqrt[3]{x}$ remplace le nombre affiché par sa racine cubique.

  J'imagine qu'un élève attentif puisse être troublé !
- que dans le chapitre des fractions, on en reste au stade de l'école primaire, c'est-à-dire celui de l'explication technique (pour calculer le produit, le quotient de deux fractions, on procède comme suit ...) sans aucun essai de justification.
- que la définition de la médiatrice d'un segment figure dans un chapitre entièrement consacré à la géométrie de l'espace (p.152) et dans le mémento, elle figure sous la définition de deux droites gauches, ce qui peut laisser à penser que dans l'espace, un segment admet une seule médiatrice !
- que les notions de médiatrice et de bissectrice ne soient pas intégrées dans l'étude des symétries orthogonales.
- que l'amplitude d'un angle, définie p.158 indépendamment de l'orientation du plan, devienne positive ou négative au moment où l'on parle de rotations (p.190) et, en outre, qu'il ne soit pas précisé que le choix du signe de l'amplitude d'un angle est conventionnel.

7) Ce qui me paraît privilégié dans ce manuel est

1. la mise en évidence d'un savoir minimum essentiel pour l'élève ;
2. l'acquisition et l'exploitation de mécanismes installés au moyen de nombreux exercices ;
3. l'absence totale de "démonstrations" (adaptées à l'âge des élèves, bien

entendu).

2. Mathématique active 1

Table des matières

32. Prendre l'opposé d'une somme et d'une différence
33. Supprimer ou introduire des parenthèses
34. Résoudre des équations
    Synthèse
35. Multiplier pour trouver le produit
36. Distribuer pour trouver d'autres écritures de même valeur
37. Double distributivité
38. Diviser pour trouver le quotient
39. Résoudre des équations
40. Trouver des puissances
41. Equations et problèmes
    Synthèse
42. Des objets pour faire de la géométrie
43. Une question de distance
44. D'autres objets pour faire de la géométrie
45. A vos instruments
    Synthèse
46. Découvrir des triangles
47.Deux propriétés triangulaires
    Synthèse
48. Un quadrilatère particulier : le parallélogramme
49. Un parallélogramme particulier : le rectangle
50. Un autre parallélogramme particulier : le losange
51. Un rectangle et un losange à la fois : le carré
52. Un autre quadrilatère particulier : le trapèze
53. Deux connecteurs logiques
    Synthèse
54. Symétrie centrale
55. Figures et centres de symétrie
56. Symétrie orthogonale
57. Figures et axes de symétrie
58. La médiatrice d'un segment
59. La bissectrice d'un angle
60. Translation
61. Rotation
    Synthèse

Abaque des unités
Formules d'aire
Index
Table des matières

Commentaires

1) Ce livre est destiné aux élèves de 1ère année de l'enseignement secondaire général.

2) Aux pages III et IV, se trouve un texte “A l'attention des professeurs" expliquant la démarche et les intentions des auteurs.

Il y est en particulier précisé que parmi les exercices proposés à la fin de chaque “unité", certains sont susceptibles d'être utilisés par le professeur pour introduire sa leçon, d'autres peuvent donner lieu à des travaux dirigés ou à des recherches personnelles des élèves (les “unités" ne sont donc pas des leçons-modèles !). De place en place, des synthèses reprennent les notions essentielles devant être retenues par les élèves.

3) Les exercices vont du simple au difficile et certains marqués d'un astérisque sortent quelque peu des sentiers battus (et du programme, si l'on s'en tient à la lettre).Ces exercices sont attrayants pour les élèves et peuvent conduire à des prolongements intéressants.

4) La présentation de l'ouvrage, bien que n'utilisant pas la couleur, est très claire, la typographie aérée et agréable. Les pages de synthèse sont bordées de gris. A chaque page, il y a une très large marge dans laquelle se trouvent parfois les figures et qui permet d'ajouter des commentaires, un dessin ou un graphique ou encore la solution d'un exercice.

5) Les auteurs conseillent d'étudier alternativement les “unités" consacrées aux nombres et celles consacrées à la géométrie.

Remarquons que les notions d'ensemble et de relation prévues au programme sont bien intégrées aux “unités" traitant des nombres (l'étude de ces notions est d'ailleurs assez réduite, ce qui permet un gain de temps utile pour développer le reste de la matière). On peut toutefois regretter que la notion de fonction, introduite p.63 par “la distance parcourue par le cycliste est fonction du temps", ne soit pas un peu plus développée.

6)Les propriétés des nombres reçoivent une justification que l'on peut regarder comme une “démonstration" au stade d'un élève de 12 ans. Ainsi, par exemple $2/3 \times 5/7 = 10/21$ est illustré par le schéma ci-dessous :

De même les opérations sur les entiers sont expliquées au moyen d'exemples où le professeur donne ou enlève des bons ou des mauvais points.

Regrettons toutefois l'emploi du signe $-$ au-dessus des nombres négatifs, emploi qui devra de toute manière être abandonné dans les classes supérieures, mais qui trouble encore les élèves de 6ème quand ils abordent les nombres complexes où, en général, $\bar{z} \neq -z$.
7)Certains problèmes situés dans les "unités" traitant des nombres utilisent implicitement les mesures de durée, de masse, de capacité, de longueur, d'aire et de volume. Mais alors que les périmètres et les aires (des figures élémentaires) sont étudiées dans la partie "géométrie", les volumes n'y figurent pas du tout.
8)J'ai trouvé la partie "géométrie" moins soignée que la partie "nombres" ; on a l'impression que les auteurs pressés par leur éditeur ont achevé les dernières "unités" dans un temps minimum.

Ainsi 22 pages sur 158 pour les transformations du plan, c'est peu étant donné la place que prennent les figures.

D'autre part, les indications de construction des figures risquent d'amener des idées fausses chez les élèves. Par exemple, p.116, l'élève construit un parallélogramme en respectant les consignes :

1. Trace la droite A.
2. Choisis un point x n'appartenant pas à A.
3. Par le point x, construis la droite B parallèle à la droite A.
4. Par le point x, trace une droite D qui coupe <u>non perpendiculairement</u> la droite A au point y
5. etc.

Ceci interdit au parallélogramme d'être un rectangle ; plus loin la suite de la construction lui interdira d'être un losange. Cependant, à la p. 118, on lit "un rectangle est un parallélogramme ayant un angle droit" et p. 120 "un losange est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur".

De même, la marche à suivre pour construire un rectangle ou un losange leur interdit d'être des carrés et le trapèze ne peut pas être un parallélogramme !
9)Malgré ces quelques critiques, cet ouvrage me paraît un bon outil de travail pour professeurs et élèves.

Il permet une bonne révision des matières d'école primaire, et ce de manière non rebutante, parce qu'intégrée à de la matière nouvelle.

Le professeur peut gérer les unités à sa guise ; les titres étant très suggestifs et le plan de l'ouvrage très clair, l'élève n'aura pas de mal à s'y retrouver.

3. Explorons les nombres et l'espace, 1ère année

Table des matières

Chapitre X. Des transformations du plan
§1. Des symétries orthogonales
§2. Des symétries centrales
§3. Des translations
§4. Des rotations
§5. Des transformations du plan

Commentaires

Les auteurs indiquent dans l'avant-propos : "ce manuel, confié à l'élève, est avant tout un outil de travail" et je pense qu'il répond parfaitement à cet objectif.

La lecture en est agréable et aisée ; la présentation, très variée, où s'agencent documents divers tels que graphiques, croquis, images de bandes dessinées etc., ne peut que plaire à l'élève de 1ère, fût-il "allergique" aux mathématiques.

Comment, pratiquement, un tel syllabus s'utilise-t-il en classe ?

Les matières sont toujours introduites par des exercices, souvent pris dans l'entourage de l'enfant, en particulier pour les études de nombres. Je crois cependant qu'une approche orale, en classe, peut se faire différemment afin de permettre une autre compréhension du problème ; l'on peut ensuite revenir au manuel et répondre aux questions. Cette remarque vaut particulièrement pour la partie géométrie où, à mon avis, la place réservée à l'observation de l'espace, à l'énoncé des conjectures, à l'étude des polyèdres, est trop restreinte ; les exercices proposés ne suivent plus la "réalité" et deviennent trop vite abstraits, je pense ...

Autant les applications d'algèbre m'ont paru motivantes et intéressantes, de difficultés variables (comme l'indiquent les symboles dans la marge), autant celles de géométrie m'ont déçue ...Je regrette, par exemple, le peu d'attention accordée à la notion de plans, de droites (dans l'espace) et à leurs représentations. Est-ce un plan ?

Et que fait-on des symétries bilatérales, par exemple. A peine quelques mots relatifs aux polyèdres. Dommage pour un sujet souvent apprécié par les élèves car ils peuvent manipuler, chercher, proposer,...

A la fin du manuel, on trouve des synthèses parfois un peu ardues (voir p.181, p.202). Certaines notions, comme le calcul fractionnaire, n'y sont pas reprises. Pourquoi ?

En guise de conclusion, voilà un syllabus bien conçu ; si on le complète en classe par un cours de géométrie basé sur l'observation et par certaines notions développées davantage (quitte à laisser quelques réponses en attente), il devient un parfait outil de travail. Notons cependant que seuls quelques énoncés ont une solution rédigée, ce qui n'aide guère l'élève soucieux de travailler seul. Le professeur est un élément indispensable : orienter, corriger, suggérer sera sa tâche tout au long du cours. De temps en temps, la prise de quelques explications "au vol" devra s'apprendre également ; ce n'est pas parce que le livre est là qu'il faut rêvasser en classe !

4. Vivre la mathématique 1

Table des matières

4. Multiplication dans $\mathbb{N}$
5. Puissances dans $\mathbb{N}$
6. Mesurer des ensembles infinis
7. Calculer avec des décimaux
8. Plus petit que zéro ? Quelle horreur !
9. Graphiques

Deuxième synthèse ensembliste

Commentaires

Extrait de la préface pour le professeur :

> “Celui qui est habitué au déroulement logique et rigoureux des ouvrages mathématiques sera surpris, voire choqué, par notre approche. La plupart des notions sont abordées de manière informelle à partir des connaissances de l’enfant. Certaines notions se clarifient peu à peu, d’autres seront clarifiées plus tard ; rien ne doit être considéré comme définitif. Nous essayons de montrer la science dans sa complexité et de démontrer le mécanisme simplificateur qu’est la mathématique."

Voilà en quelques lignes, “l’esprit" de ce manuel, à la lecture aisée et agréable, agrémenté de nombreux croquis, schémas et graphiques. *Indiscutablement, ce manuel constitue un ouvrage de référence pour tout enseignant désireux de sortir des “sentiers battus"* et de faire participer sa classe à la construction du cours, et ce particulièrement en géométrie, où l’accent est mis sur l’observation et l’énoncé de conjectures.

– Les synthèses, mises clairement en évidence, permettent de rappeler les notions acquises, après discussions souvent très fructueuses.
– Une part importante du manuel est réservée à l’observation, le raisonnement et la recherche du “pourquoi" ; les justifications historiques ne sont guère oubliées.
– Les connaissances acquises à l’école primaire sont rappelées et revues à partir d’exemples pris dans notre entourage.
– Les graphiques permettent encore une approche d’autres notions (fonctions, croissance, décroissance, etc).
– Les exercices sont de difficultés variables ; en géométrie, la recherche, la créativité et un peu d’intuition seront souvent les bienvenus. Les exercices d’algèbre restent plus systématiques mais leur résolution exige d’avoir assimilé les notions exposées.
– Le symbolisme est introduit avec parcimonie et justifié ; le vocabulaire est choisi rigoureusement et les termes nouveaux sont expliqués clairement.

Alors,...le livre idéal ?

Il faut cependant bien admettre qu'un élève “moyen" ne peut seul suivre un tel ouvrage. Aucun exercice n'est résolu ; dans le cahier de travaux pratiques, trouve-t-on des résolutions d'énoncés présentés dans le manuel ? Particulièrement en géométrie, le travail en classe est essentiel et, si l'on veut que chacun y participe, une quinzaine d'élèves me semble un maximum ! !

Conclusion : un livre qui sort de l'ordinaire et que je verrais avec joie dans toutes les bibliothèques scolaires ; le suivre page après page me semble peu réalisable (toute classe réagit différemment), mais y puiser des idées et des méthodes serait certainement bénéfique pour les enfants.

Je le vois plutôt comme un manuel du professeur en ce qui concerne la géométrie ; la partie “algèbre", plus systématique et plus accessible à l'élève “moyen" peut être facilement utilisée par celui-ci même si un index alphabétique fait défaut.

Notons cependant que des notions relativement délicates à traiter comme les ensembles infinis, l'écriture décimale des entiers ou encore les inéquations dans $\mathbb{Z}$ sont abordées très naturellement et permettent de faire comprendre à tous le “pourquoi" des méthodes parfois étudiées “par coeur" en primaire (je pense à la notion de période, à la résolution d'équations et d'inéquations, etc.).

5. Mathématique, M10

Table des matières

Commentaires

Ce livre est agréable : il est souple et peu volumineux. Cependant,la densité des textes et l'absence de couleurs ne stimule pas le lecteur. La mise en page n'est pas clarifiante : on ne différencie pas les titres du reste du texte. Un index alphabétique et une liste de symboles facilitent la familiarisation et l'utilisation du manuel.

Ce livre débute par un avant-propos qui s'adresse à l'élève, il lui donne quelques conseils d'utilisation.

Ce livre présente six thèmes : votre classe, la brique ; l'échelle, le papier quadrillé, les pyramides et la table de PYTHAGORE. Cette présentation favorise l'enseignement en spirale : chaque thème intègre et approfondit les notions vues précédemment. Une même matière est étudiée sous des aspects différents. Cet enseignement favorise la connaissance par la répétition et l'approfondissement de la compréhension par des approches différentes d'une même notion. Les auteurs ont veillé à respecter l'esprit du programme : les notions ensemblistes sont intégrées aux nombres et à la géométrie.

A la fin de chaque thème, des travaux sont proposés, ils permettent d'acquérir des démarches et s'attachent à développer les méthodes de recherche dont disposent les élèves sur le plan de l'observation et de l'expérimentation.

L'étude est facilitée par une synthèse reprenant les différents points du programme. Cette synthèse, précise et illustrée d'exemples, est suivie d'exercices groupés suivant les mêmes rubriques.

En conclusion, cet ouvrage incite le professeur à remettre en question son enseignement et sa pédagogie. Il trouvera dans ce livre de nombreuses idées pour introduire ses leçons et pour mettre les élèves en situation de recherche. Cet ouvrage peut aider l'élève à acquérir le goût de la mathématique, à être capable d'activité et de responsabilité.

Le livre du maître reprend l'étude des différents thèmes en donnant des indications pour répondre aux questions, des informations et des suggestions pour l'exploitation des thèmes. Tous les exercices proposés dans le manuel sont résolus dans le livre du maître. Celui-ci comprend aussi plusieurs remarques méthodologiques.

6. Savoir et Savoir-faire en Mathématique

Table des matières

Chapitre 1. Les quatre opérations
Chapitre 2. Opérations sur les fractions
Chapitre 3. La proportionnalité
Chapitre 4. Nombres entiers
Chapitre 5. Equations
Chapitre 6. Ensembles – Intersection – Réunion
Chapitre 7. Relations
Chapitre 8. Points – Droites – Plans
Chapitre 9. Constructions

Commentaires

Ce livre est clair et attrayant par la présentation.

La matière, répartie en douze chapitres est présentée de façon claire et concise. Les notions importantes sont bien mises en évidence par l'emploi d'encadrés de couleur et par l'utilisation de différents caractères typographiques. Il comporte en fin de volume un lexique, un index alphabétique, une table des matières et quatre feuilles blanches pour des notes. Les exercices sont intercalés dans le corps des chapitres. Le manuel ne comprend ni résumés, ni formulaires. Le texte est parsemé de nombreuses remarques méthodologiques sur les difficultés que les élèves peuvent rencontrer.

La présentation des notions suit toujours le même plan : introduction par quelques exemples, développement clairement présenté, nombreux exercices didactiques, exercices un peu plus difficiles (précédés d'un astérisque), travaux dirigés. Cette dernière rubrique comprend de nombreux problèmes, très variés. Par exemple : problèmes de dénombrement, carrés magiques,. . .Plusieurs fois, il est fait appel à l'utilisation d'une calculette.

Les notions ensemblistes, étudiées dans un chapitre à part, sont en général introduites par des situations numériques. Elles ne sont pas intégrées aux autres chapitres.

Le modèle utilisé pour introduire les nombres entiers est celui de l'axe gradué, ce choix peut cependant poser quelques problèmes pour l'introduction de l'addition. La multiplication n'est motivée par aucune situation, les règles sont simplement énoncées.

Les constructions géométriques, regroupées dans un chapitre, sont présentées très clairement soit par un film, soit par un programme de constructions. Peu de propriétés des figures planes sont dégagées de ces constructions qui ne sont, en général, pas justifiées.

Plusieurs propriétés des figures planes sont admises sans justification, certaines seront démontrées en deuxième année. On rencontre cependant quelques démonstrations utilisant les propriétés des figures et les invariants des transformations du plan.

Le chapitre sur les aires est une bonne synthèse des principales formules donnant l'aire des quadrilatères particuliers, du triangle et du disque. Ces formules sont justifiées à partir de la formule de l'aire du rectangle, différents

outils sont utilisés : les propriétés des transformations du plan, le papier quadrillé.
En conclusion :

Ce manuel, en donnant une présentation complète et simple du programme ainsi qu'un grand nombre d'exercices, peut être utilisé sans difficultés par l'élève. Pour le professeur, il est un outil pratique à partir duquel il lui reste à définir sa pédagogie.

7. A vos math ! 1 Algèbre — A vos math ! 1 Géométrie

Table des matières

Commentaires

Ces manuels sont des livres-cahiers en ce sens que la matière progresse la plupart du temps par l'usage de questions auxquelles les élèves ont à répondre en utilisant la place réservée à cet effet. Ils devront également y travailler en exécutant des ordres donnés. Les résultats obtenus par ces travaux sont repris dans des synthèses en fin de chaque chapitre.

Le programme de première année est scindé en deux parties distinctes faisant chacune l'objet d'un fascicule : algèbre, géométrie. Les notions ensemblistes sont essentiellement introduites dans la partie algèbre, de rares usages en sont faits dans la partie géométrie.

Les avant-propos indiquent ce que les auteurs estiment être des révisions de matières vues en primaire mais faisant l'objet d'une étude plus systématique et celles qui abordent des aspects nouveaux. Cette distinction me laisse parfois perplexe, en particulier en ce qui concerne le cube.

Chaque chapitre commence par une liste d'objectifs. Son développement est conçu de manière socratique, les élèves étant conduits à la découverte (ou redécouverte) d'une notion par une suite de questions. Le vocabulaire et les notations sont introduits après réponse aux questions. Ensuite est proposée une suite d'exercices et problèmes sans grande originalité. Enfin une synthèse des notions rencontrées termine le chapitre.

Dans le fascicule réservé à la géométrie, chaque thème est illustré par une photo qui présente un certain rapport avec le sujet traité, mais elle n'est pas du tout exploitée dans le cadre du texte.

Le vocabulaire utilisé est simple et généralement correct. Les exercices sont variés mais surtout techniques. En géométrie, ce sont essentiellement des constructions qui sont envisagées. Quant aux problèmes posés, ils sont du même niveau que ceux que les élèves ont normalement rencontrés en primaire.

Quelques remarques parmi beaucoup d'autres possibles.

Algèbre

Des notions sont introduites au moment où une signification valable peut difficilement leur être donnée et ce sans qu'un emploi de ces notions s'avère nécessaire.

Ainsi, p.17 e), ensemble fini – ensemble infini ne présente pas d'intérêt et conduira dans la synthèse à "un ensemble est fini quand le nombre de ses éléments est un naturel". Ne serait-il pas mieux justifié d'introduire cette notion dans le cadre du chapitre traitant des bijections, et après avoir rencontré des ensembles pouvant être mis en bijection avec l'une de leurs parties propres ?

Je me demande parfois quelle est la réponse attendue. L'auteur a établi une distinction entre fonction et application d'un ensemble A dans un ensemble B

> "fonction : ...au plus une image dans B
> application : ...exactement une image dans B"

A la p.88, ex. 265, quelle réponse attend-il à la question :

> "Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? a) une fonction est une application."

Cette distinction entre fonction et application est-elle bien nécessaire ? D'autant plus que l'auteur ne réserve pas la notation $f : A \to B$ aux seules applications. Les éléments de $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$, ainsi d'ailleurs que les décimaux ne sont jamais rangés sur une droite, n'est-ce pas dommage ?

Géométrie

§2 Dessinons le cube
a) colle ici la photo d'un cube b) dessine ce cube

Cette action va-t-elle logiquement conduire l'élève à faire du cube une représentation en perspective cavalière ?

“b) Voici des représentations d'un cube. Sont-elles valables ?"

Quelles sont les réponses attendues ? La phrase qui suit en conclusion est : “Nous sommes obligés de le dessiner en perspective : les carrés deviennent sur le dessin des parallélogrammes" ! ! !

A la p.9 13, le dessin de la classe est donné en perspective linéaire, aucun carré ou rectangle n'est représenté par un parallélogramme non rectangle !

A la p.11 16, il me semble qu'aucun des développements ne conduit à un toit pyramidal, ce qui me paraît pourtant le cas pour le dessin en perspective.

A la p.19 A b), Compare les directions des arêtes : $[ab]$ et $[gh]$ sont ……………… ?

A la p.20 37, les droites sont-elles ou non coplanaires ?

A la p.22 42, une faute d'orthographe : parrallèle, probablement une erreur de frappe car elle ne se répète pas, mais p.35, parallèlogramme à trois endroits.

Médiatrice et bissectrice auraient intérêt à être introduites dans le cadre de la recherche d'éléments de symétrie d'une figure avant d'être recherchées et tracées dans le triangle.

A la p.75, dans les rotations, ex.130, envisage-t-on deux solutions ?

8. Mathématique – Activités de 1ère année

Table des matières

Commentaires

La matière exposée est présentée de manière très claire mais . . .complètement détachée de tout environnement des enfants.

Il n'est que rarement fait appel à l'interaction existant entre la mathématique et des activités autres que le maniement des nombres ou la considération d'ensembles de points. Seul le thème relation . . .de proportionnalité fait appel au contact avec le quotidien mais, sans donner de contre-exemples. A part cela, je n'ai rencontré que quelques exercices de dénombrement.

En plus des synthèses qui figurent dans chaque chapitre, un fascicule est placé en encart dans le livre et reprend en les regroupant les différentes notions rencontrées au cours de l'année.

La présentation du cours, centrée sur l'introduction des notions ensemblistes qui sont utiles à son développement, crée un lien et évite un cloisonnement entre les différentes notions tant algébriques que géométriques qui sont abordées lors de la première année ; les notions ensemblistes introduites sont directement exploitées.

On ne trouve pas d'exemple traité de raisonnement déductif, mais tout est préparé pour que de tels raisonnements puissent naître et des questions sont posées qui doivent conduire les élèves à de petits îlots déductifs.

Dans leur avant-propos, les auteurs insistent sur le fait que les différents thèmes ne doivent pas nécessairement être étudiés dans l'ordre où ils figurent dans le manuel et que le traitement de chaque thème est un "exemple de développement permettant à l'élève de retrouver et de comprendre les notions qui auront été développées en classe sous la forme qui convient au professeur". Ceci explique sans doute le manque de situations à mathématiser figurant dans le manuel.

9. Pratique la mathématique 1

Table des matières

Géométrie

021. Translations comme glissements
022. Translations d'un plan

Algèbre

001. Ensemble $\mathbb{N}$ et nombres naturels. Ensembles et éléments
002. Représentations de l'ensemble $\mathbb{N}$. Représentation d'un ensemble
003. Ecritures d'un ensemble
004. Représentations de deux ou trois ensembles
005. Système de numération décimale
006. Egalité entre éléments
007. Egalité entre ensembles
008. Appartenance d'un élément à un ensemble
009. Inégalités
010. Comparaison de deux fractions
011. Parties d'un ensemble. Parties de l'ensemble $\mathbb{N}$
012. Implications
013. Equivalences logiques
014. Vocabulaire et opérations dans $\mathbb{N}$
015. Savoir lire et compléter un tableau à double entrée
016. Propriétés des opérations dans $\mathbb{N}$
017. Commutativité et opérations sur les fractions
018. Emploi des parenthèses pour calculer dans $\mathbb{N}$
019. Calcul rapide dans $\mathbb{N}$
020. Associativité et calcul sur les fractions
021. Distributivité
022. Calcul littéral
023. Calcul écrit
024. Opérations prioritaires
025. Problèmes
026. Division dans $\mathbb{N}$
027. Fractions synonymes et simplification
028. Problèmes et calcul sur les fractions
029. Puissances de 10
030. Et, non, ou
031. Opérations sur les ensembles
032. Propriétés des opérations sur les ensembles
033. Propriétés des opérations sur les ensembles
034. Propriétés des opérations sur les ensembles
035. Nombres premiers entre eux
036. Calcul du PGCD

037. Calcul du PPCM
038. Parties complémentaires
039. Puissances d'un nombre naturel
040. Propriétés des puissances dans $\mathbb{N}$
041. Propriétés des puissances dans $\mathbb{N}$
042. Propriétés des puissances dans $\mathbb{N}$
043. Calcul sur les puissances
044. Couples et relations dans un ensemble. Graphe d'une relation
045. Relation d'un ensemble vers un autre
046. Diagramme cartésien d'une relation
047. Relations réciproques
048. Produit cartésien de deux ensembles
049. Propriétés des relations. Equivalences
050. Ordres
051. Ordres totaux
052. Grandeurs directement proportionnelles
053. Fonctions – Applications – Bijections
054. Image d'un nombre naturel par une fonction de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$
055. Transformations de formules
056. Ensemble $\mathbb{Z}$ et nombres entiers
057. Addition dans $\mathbb{Z}$
058. Propriétés de l'addition dans $\mathbb{Z}$
059. Equations du type $x + b = c$(b,c fixés dans $\mathbb{Z}$)
060. Soustraction dans $\mathbb{Z}$. Emploi des parenthèses
061. Propriétés de la soustraction dans $\mathbb{Z}$
062. Equations : exercices
063. Multiplication dans $\mathbb{Z}$
064. Propriétés de la multiplication dans $\mathbb{Z}$
065. Signe d'un produit de facteurs
066. Règle du produit nul
067. Distributivité
068. Division exacte dans $\mathbb{Z}$
069. Equations du type $ax + b = c$ (a,b,c fixés dans $\mathbb{Z}$)
070. Résoudre un problème par une mise en équation
071. Puissance d'un nombre entier
072. Propriétés des puissances dans $\mathbb{Z}$
073. Propriétés des puissances dans $\mathbb{Z}$
074. Propriétés des puissances dans $\mathbb{Z}$
075. Calcul sur les puissances
076. Carré d'une somme. Carré d'une différence

077. Produit d'une somme de deux nombres par leur différence
078. Cube d'une somme
079. Cube d'une différence
080. Application des formules

Commentaires

Les auteurs ont réalisé pour les élèves de première observation un manuel en deux parties : un livre d'"activités" (164 pages) et un livret de "théorie" (32 pages).

La première partie est constituée de feuilles perforées et détachables, ce qui permet d'en intercaler d'autres.

Le livre d'activités débute par un avant-propos qui s'adresse au professeur. Les auteurs y expliquent leur démarche, ils donnent aussi quelques conseils d'utilisation et des remarques concernant l'évaluation. Ce livre comprend une table des matières très détaillée reprenant la liste des différents thèmes (22 en géométrie et 80 en algèbre). Il ne comprend ni index de vocabulaire et de symboles, ni lexique, ni tables numériques, ni formulaires. Son utilisation n'est pas toujours très facile. La présentation extérieure de cette première partie est très sévère.

La deuxième partie du cours est constituée des notions essentielles à étudier.

Le livre d'activités de l'élève se compose de deux volets : un réservé à la géométrie et l'autre à l'algèbre. La matière est organisée par "thèmes" tels que "équivalence logique", "comparaison de deux fractions",...Il s'agit plutôt d'unités de matière. Chaque unité est précédée d'objectifs. En fait les auteurs y précisent les différentes activités de l'élève et définissent très peu d'objectifs en termes de comportements observables. Chaque volet se termine par quelques activités de performance.

Les différentes notions sont étudiées en trois phases : elles sont introduites au moyen d'exemples, elles sont agencées dans le livret de théorie et fixées dans des exercices de "savoir-faire".

Les notions ensemblistes ne sont pas étudiées pour elles-mêmes, mais introduites progressivement dans les deux parties. De nombreux exercices sont prévus.

Les exercices introductifs sont nombreux et variés, leur exploitation est cependant trop dirigée. On trouve un très grand nombre d'exercices d'application intéressants, la géométrie dans l'espace n'est pas oubliée. On peut regretter qu'ils ne soient pas classés par niveau. Certains énoncés ne sont pas toujours très clairs.

Les situations de recherche ne sont pas toujours de vraies situations problématiques.

On peut déplorer certaines atteintes à la rigueur. On trouve par exemple plusieurs confusions entre objet, grandeur et mesure.

En conclusion, cet ouvrage donne une présentation complète du programme. Le professeur y trouvera un très grand nombre d'exercices, certains pouvant être utilisés pour introduire les différentes notions.

7.3 Degré d'observation — Deuxième année

7.3.1 Analyse comparative des contenus

1. **Auteurs :** G. Werbrouck – P. Wambersie
   Titre : Mathématique - Activités de 2ème année
   Editeur : Wesmael-Charlier
   Année d'édition : 1988

   Publication annexe : Synthèse des notions importantes, fascicule de 24 pages inséré dans le manuel
2. **Auteurs :** A. Adam, P. Close, F. Goossens, M. Noirhomme
   Titre : Mathématisons ! 2
   Editeur : De Boeck
   Année d'édition : 1990

   Publications annexes : Cahier d'exercices
   Corrigé des exercices
3. **Auteurs :** M.-L. Bolle, M. Boulvin, F. Delplancq, P. Demaury, A.-M. Lheureux, B. Mallie, N. Rouche, C. Platteau, C. Poncelet, M. Taecke
   Titre : Cours de mathématique pour la 2ème
   Editeur : G.E.M. Louvain-la-Neuve
   Année d'édition : 1990
4. **Auteurs :** K. Crener-Martroye, G.Gobert
   Titre : Explorons les nombres et l'espace – 2ème année
   Editeur : Wesmael-Charlier
   Année d'édition : 1982
5. **Auteurs :** F. Buekenhout, H. Meunier, H.Tallier
   Titre : Vivre la mathématique 2
   Editeur : Didier – Hatier
   Année d'édition : 1981

   Publication annexe : Cahier de travaux pratiques. Selon les auteurs, ce cahier reprend tous les énoncés d'exercices, de nombreux énoncés supplémentaires, certaines réponses, un choix de solutions plus détaillées et de démonstrations complètes.

6. **Auteurs :** M. Cnudde, J. Masset
   Titre : Pratique la mathématique 2
   Editeur : Erasme
   Année d'édition : 1981

   Publication annexe : Solutionnaire des exercices de géométrie

7. **Auteurs :** S. Lorent, R. Lorent, avec la collaboration de S. Trompler
   Titre : Mathématique, M20
   Editeur : De Boeck
   Année d'édition : 1981

   Publication annexe : Livre du maître

8. **Auteurs :** E. Boutriau, J. Boutriau, J. Lievens
   Titre : Savoir et Savoir-faire en mathématique, 2ème année
   Editeur : H. Dessain
   Année d'édition : 1989

Dans ce qui suit, les différentes colonnes se rapportent aux différents livres examinés, numérotés dans le même ordre que ci-dessus ; les lignes se rapportent à différents critères désignés par A,B,C,...

Classification

A. Calculs algébriques et arithmétiques
B. Représentations graphiques
C. Structures ensemblistes
D. Géométrie à la mode grecque du plan
de l'espace
E. Géométrie des transformations du plan
de l'espace
F. Statistique - Probabilités
G. Grandeurs et mesures
H. Logique

Pour chacun des livres, il y a deux colonnes, l'une indiquant le nombre de pages que comporte la rubrique concernée, l'autre le pourcentage de pages.

	1		**2**		**3**		**4**	
A	175	47,1%	120,5	56,5%	228	51,6%	127	37,8%
B	9	2,4%	6	2,8%	33,5	7,6%	14	4,2%
C	6	1,6%	7,5	3,5%			0,8	0,2%
D	139	37,5%	41	13,3%	64	14,5%	55	16,4%
	3	0,9%						
E	91	24,5%	66	31%	110	24,9%	120	35,6%
	2	0,5%						
F	6	1,6%	2,5	1,2%				
G	21	5,7%	6	2,8%	29	6,6%	20	5,9%
H			5	2,4%			11	3,3%

	5		**6**		**7**		**8**	
A	81	36,3%	73,33	47%	69,6	31,5%	71,5	35,2%
B	6	2,7%			2,5	1,1%	0,5	0,3%
C	2	0,1%	6	3,8%	4,6	2,1%		
D	31	14%	25,7	16,5%	45	20,4%	72,1	35,5%
	[1]		1	0,6%	0,25	0,1%	3,9	1,9%
E	65	29,1%	42,4	27,2%	65,4	29,6%	52	25,6%
	[1]		1,5	1%	9,5	4,3%	0,5	0,3%
F	5	2,2%			0,5	0,2%		
G	21	9,4%	6	3,8%	23,7	10,7%	2,5	1,2%
H	9	4%					3	1,5%

Traitement

A. Notions théoriques sans démonstration
avec démonstration

B. Exercices d'application proposés
avec réponses
résolus

C. Exercices d'introduction proposés
analysés

D. Problèmes d'application proposés
résolus

E. Analyse de situations mathématiques

[1] La géométrie plane et la géométrie de l'espace sont trop intimement liées que pour distinguer les pages se rapportant à l'une ou à l'autre.

F. Mathématisations
G. Synthèses
H. Notices historiques : biographies
évolution d'une notion

I. Utilisation de la calculatrice

Pour chacun des livres, il y a deux colonnes appréciant l'une la quantité, l'autre la qualité, les appréciations étant en ordre décroissant ++, +, =, −, −−.

	1		**2**		**4**		**5**		**6**		**7**		**8**	
A	+	+	++	+	+	+	+	++	+	=	+	+	++	++
	++	++	+	++	+	+	+	++	=	−	+	+	++	++
B	++	++	++	+	+	+	+	+	++	+	+	+	++	++
	−−						([2])						−−	
	=	=			=	=	([2])						=	++
C	+	=	+	+	−	−−	=	+	++	=			−−	
	+	=	−	+	=	−	+	++	−		++	++	−−	
D	=	+	+	+	=	+	+	+	−−		+	+	=	+
	−				=	−	([2])		−−		++	++	−−	
E	=	+			−	−	=	+	−−		++	++	−−	
F	−		=	+	+	+	+	+	−−		+	+	−−	
G	++	++	+	+	+	+	+	+	+	=	++	++	=	=
H	−−				−	=	+	+	−−		+		−−	
	−−				−	−	−	+	−−		=	=	−−	
I	−−		++	++	−−		−−		−−		−−		−−	

Buts

Un emploi suivi du manuel devrait conduire à développer chez l'élève
A. une maîtrise du calcul numérique
B. une maîtrise du calcul littéral
C. le sens de l'observation
D. la maîtrise du maniement des instruments de dessin
E. l'usage de représentations graphiques
F. la création d'images mentales
G. l'imagination créatrice
H. le raisonnement déductif
I. l'esprit de synthèse
J. le sens du beau

([2]) dans le cahier de travaux pratiques, dont je ne dispose pas, les auteurs précisent que des exercices sont résolus, certains de façon détaillée, et pour d'autres on ne donne que la réponse.

K. le sens de la démonstration

	1	2	3	4	5	6	7	8
A	$++$	$++$	$++$	$+$	$++$	$++$	$=$	$+$
B	$+$	$++$	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$	$++$
C	$+$	$+$	$=$	$=$	$+$	$=$	$++$	$-$
D	$++$	$++$	$++$	$+$	$+$	$=$	$=$	$+$
E	$=$	$-$	$=$	$=$	$+$	$--$	$++$	$--$
F	$=$	$=$	$=$	$-$	$=$	$-$	$+$	$=$
G	$+$	$-$	$=$	$-$	$+$	$--$	$-$	$--$
H	$+++$	$+$	$-$	$+$	$++$	$-$	$+$	$++$
I	$++$	$=$	$+$	$=$	$=$	$--$	$+$	$=$
J	$=$	$=$	$=$	$-$	$=$	$--$	$+$	$--$
K	$+$	$++$	$-$	$+$	$+$	$--$	$=$	$+$

7.3.2 Contenus et commentaires

1. Mathématique – Activités de 2ème année

Table des matières

GÉOMÉTRIE

ALGÈBRE

Thème 1 :	Ensemble $\mathbb{Z}$ – Addition et soustraction dans $\mathbb{Z}$
Thème 2 :	Multiplication dans $\mathbb{Z}$
Thème 3 :	Nombres réels positifs – Nombres réels : somme, différence, inégalités
Thème 4 :	Projection parallèle
Thème 5 :	Produit des réels – Rapport et quotient de réels – Nombres rationnels
Thème 6 :	Simplification des fractions
Thème 7 :	Produit et quotient de fractions – Somme et différence de fractions
Thème 8 :	Les puissances dans $\mathbb{R}$
Thème 9 :	Les nombres décimaux
Thème 10 :	Série 1 : Problèmes Série 2 : Statistique

Commentaires

Le livre de seconde année est scindé en deux grandes parties : géométrie, algèbre. Il ne faudrait pas pour autant en déduire qu'aucun appel n'est fait de l'une des parties dans l'autre. En particulier, en algèbre, la représentation des différents ensembles de nombres ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$) sur une droite et l'utilisation des transformations pour effectuer des opérations dans ces ensembles sont utilisées.

Il n'existe plus de thème introduisant des notions ensemblistes mais celles qui sont utiles et n'ont pas été rencontrées en 1ère sont traitées aux moments opportuns, et celles qui ont été introduites en 1ère continuent à être utilisées régulièrement quand l'utilité s'en fait sentir.

La partie géométrie mêle intimement géométrie des transformations et étude des figures statiques. Les propriétés à admettre et les définitions sont introduites de manière progressive et les propriétés qui peuvent être démontrées dans un raisonnement accessible aux élèves de cet âge le sont en utilisant de manière adéquate les transformations du plan introduites et les propriétés des figures déjà rencontrées. L'appel à l'utilisation des instruments de dessin pour effectuer des constructions n'est pas oublié. De nombreux exercices terminent chacun des chapitres, certains étant classés comme “travaux de recherche". Le tout constitue un ensemble construit logiquement. La notion de distance est abordée très tôt et sa mesure s'exprime, dit-on, par un nombre réel positif. On ne parle qu'accidentellement des notions d'aire et de volume.

La partie algèbre commence par une révision des opérations dans $\mathbb{Z}$ et de leurs propriétés. En "objectif d'extension" figurent des démonstrations de certaines de ces propriétés. Il est effectivement intéressant que les élèves prennent conscience qu'il n'y a pas qu'en géométrie que l'on "doit" démontrer. Les exercices de calcul portent sur des expressions numériques et littérales sans grosses difficultés. La construction de $\mathbb{Z}$ s'est faite par symétrisation de $\mathbb{N}$. De même, on introduit les nombres réels positifs comme étant les mesures de distances et leur représentation par les points d'une demi-droite graduée ; $\mathbb{R}$ est alors construit en prenant également les symétriques des points représentant les réels positifs par rapport à l'origine de la demi-droite. Les opérations dans $\mathbb{R}$ sont liées aux transformations géométriques étudiées : translations et homothéties. Les relations d'ordre total $\leqslant$ et $\geqslant$ ainsi que les ordres stricts $<$ et $>$ sont également introduits. Toutefois les exercices numériques ne portent que sur des nombres entiers ou décimaux. Des démonstrations sont à nouveau données en "objectif d'extension". Les nombres rationnels sont alors introduits comme cas particuliers de nombres réels pouvant s'exprimer comme quotient de deux entiers. Les calculs sur les rationnels (ou plutôt sur les fractions) sont examinés plus en détail et conduisent à la résolution d'équations. Rien ne mène à considérer des nombres réels qui ne sont pas des rationnels.

La présentation de ce livre est correcte à part deux erreurs de mise en page qui seront probablement corrigées dans une édition ultérieure et qui ne portent pas à conséquence. Mes reproches seront essentiellement du même type que pour le premier volume. L'élève est placé dans un carcan ne lui permettant aucun lien avec les applications de la mathématique dans le monde extérieur et surtout la découverte des mathématiques dans le monde réel. Je regrette également qu'aucun appel ne soit fait (parce que dans le contexte du manuel, il ne se justifie guère) à l'emploi des outils technologiques actuels, en particulier des calculatrices.

2. Mathématisons ! 2

Table des matières

Géométrie

1 Points, droites et angles du plan
1.1 Vocabulaire et notations
1.2 Propriétés admises
1.3 Définitions
1.4 Construction
Exercices pour s'entraîner

2 Transformations du plan
2.1 Image d'un point
2.2 Image d'un ensemble par une relation
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour récapituler
Exercices pour approfondir

3 Propriétés des figures
3.1 Angles
3.2 Centre et axe de symétrie
3.3 Projection
3.4 Distance
3.5 Cercle
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour approfondir

4 Théorème de Thalès et homothéties
4.1 Théorème de Thalès
4.2 Les homothéties
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour récapituler

Algèbre

5 Ensemble de nombres
5.1 Les nombres réels
5.2 Les fractions à termes entiers
5.3 La droite graduée
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour approfondir

6 Addition et soustraction dans $\mathbb{R}$
6.1 Définitions et propriétés
6.2 Pratique de l'addition
6.3 Opposé d'une somme et d'une différence
6.4 Egalités et équations dans $\mathbb{R}$
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour récapituler
Exercices pour approfondir

7 Multiplication et division dans $\mathbb{R}$
7.1 Définitions et propriétés
7.2 Pratique de la multiplication
7.3 Inverse d'un produit
7.4 Puissance d'un réel
7.5 Egalités et équations dans $\mathbb{R}$
7.6 Rapports et proportions
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour récapituler
Exercices pour approfondir

8 Addition et multiplication dans $\mathbb{R}$
8.1 Distributivité
8.2 Opposés et inverses
8.3 Equations
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour récapituler
Exercices pour approfondir

9 Puissances dans $\mathbb{R}$
9.1 Propriétés
9.2 Puissances de 10
9.3 Produits remarquables
9.4 Factorisation
Exercices pour s'entraîner
Exercices pour récapituler
Exercices pour approfondir

10 Ordre et opérations dans $\mathbb{R}$
10.1 Ordre et addition
10.2 Ordre et multiplication

Commentaires

Ce manuel, comme celui de 1ère, adopte une agréable présentation en noir et rouge. Il est broché avec, comme la plupart des manuels actuels, une couverture plastifiée et comporte VIII + 258 pages.

Un premier chapitre est consacré à "Implications et équivalences", quatre chapitres concernent la géométrie et six chapitres l'algèbre. Chaque chapitre est précédé d'un paragraphe précisant ses objectifs : *"A la fin de ce chapitre, tu dois être capable de ..."*; il est introduit par une "mise en situation" où, par une série de questions, l'élève est amené à prendre conscience de notions qui seront précisées et développées dans la partie théorique du chapitre ; les paragraphes importants sont précédés d'un "exercice pour introduire" (pour la résolution de cet exercice, l'élève est le plus souvent renvoyé au cahier d'exercices, ce qui est noté par un © dans la marge). Chaque chapitre se termine par une abondante série d'exercices (pour s'entraîner, pour récapituler, pour approfondir) ; l'élève retrouve aisément ces exercices en ouvrant son livre : la tranche est teintée en rose dans sa moitié supérieure pour les exercices de géométrie, dans sa moitié inférieure pour ceux d'algèbre. Les notions importantes sont encadrées et en particulier dans la partie "algèbre", il arrive qu'il y ait une telle densité de définitions et de propriétés sur certaines pages que pratiquement tout y est encadré ! Il n'empêche que dans l'ensemble l'emploi et la lecture du livre sont faciles et agréables.

Dans le chapitre préliminaire, sont introduites les notions d'implication et d'équivalence, de vérité et de fausseté d'une proposition ; on ne peut espérer que les élèves comprennent et assimilent complètement ces notions difficiles, mais dans le cadre d'un enseignement en spirale, il n'est sans doute pas mauvais qu'ils les abordent dès la 2ème année et que l'on y revienne de manière plus complète, plus approfondie, ultérieurement. Regrettons toutefois que les auteurs emploient le mot "déduire" à propos de l'implication. Signalons une imprécision, page 7 :

> *"Elles (les deux implications) ne peuvent pas se rassembler en une équivalence parce qu'une des implications réciproques est fausse."*

Il manque, je suppose, le mot "vraie" après équivalence ! Page 162, est définie la notion d'équations équivalentes dans $\mathbb{R}$, le signe $\Leftrightarrow$ est utilisé, mais il n'est fait aucunement référence à la notion d'équivalence (vraie ou fausse) définie précédemment, c'est dommage.

Dans les chapitres consacrés à la géométrie, on trouve un assez bon équilibre entre ce qui est admis et ce qui est démontré ; le schéma d'une démonstration est clair (le mot "hypothèse" n'y figure pas, mais la distinction entre "donnée" et "hypothèse" est subtile et peut-être difficile à saisir à 13 ans), les constructions aux instruments ne sont pas oubliées. Un regret : les auteurs ont choisi d'introduire les projections orthogonales et les homothéties au moyen d'ombres d'objets de l'espace portées sur la trace du sol dans un plan frontal, il y a là un mélange difficile et embarrassant de géométries plane et spatiale. Quelle est l'ombre portée par cet objet sur le sol lorsque le soleil est à la verticale ?

Les chapitres consacrés à l'algèbre sont bien structurés. Lorsque c'est nécessaire, l'élève utilise la calculatrice et des exemples lui montrent qu'il faut parfois être prudent pour bien interpréter les résultats. Les résolutions d'équations sont bien amenées, progressivement ; le paragraphe sur les rapports et proportions aurait sans doute pu être un peu plus étoffé (peut-être le sera-t-il en 3ème).

Les exercices sont nombreux et variés, tant en géométrie qu'en algèbre et, en algèbre particulièrement, on trouve des problèmes intéressants et attrayants. Signalons quelques séries d'exercices d'introduction à la statistique (diagrammes, moyenne, mode, médiane).

En résumé, voici un bon outil de travail pour le maître et pour l'élève. Il me paraît beaucoup mieux agencé que le manuel de 1ère, sorte de volumineux fourre-tout donnant l'impression que les auteurs avaient entrepris une révision complète de la matière d'école primaire. Ce manuel et le cahier d'exercices utilisés conjointement devraient intéresser l'élève et l'amener à progresser par lui-même.

3. Cours de mathématique pour la 2ème

Table des matières

Syllabus 1 : Rappel, découverte et entretien des techniques de calcul

Chapitre I	les fractions
Chapitre II	les puissances
Chapitre III	premières équations
Chapitre IV	rectangles et distributivités
Chapitre V	produits remarquables
Chapitre VI	factorisations
Chapitre VII	nouvelles équations
Chapitre VIII	inéquations

Syllabus 2 : Constructions et manipulations de nouveaux outils algébriques

1e activité :	construction de la droite réelle
2e activité :	dessins et calculs à propos de carrés et de cubes
3e activité :	périmètres, aires, volumes et ... coordonnées
4e activité :	zéro au dénominateur
5e activité :	qui cherche trouve
6e activité :	des périmètres et des aires de polygones
7e activité :	j'y perds ou j'y gagne
8e activité :	factorisations
9e activité :	deux poids, deux mesures
10e activité :	nous jouons à nouveau à deux

Syllabus 3 : Elaboration et utilisation de nouveaux concepts géométriques

Chapitre I : Quelques transformations du plan
I.1. Formation des concepts – Découverte des éléments essentiels et construction de l'image des parties du plan
I.1.1 Les isométries
I.1.2 Les homothéties
I.1.3 Les projections parallèles
I.2. Propriétés des transformations du plan
I.3. Utilisation des outils formés pour de nouvelles propriétés
Chapitre II : Théorème de Thalès
Chapitre III : Propriétés de quelques figures connues

Ces trois syllabus sont accompagnés d'un quatrième volume :
Conseils aux professeurs.

Commentaires

Cet ensemble de quatre gros volumes (157, 81 et 117 pages respectivement pour les 3 fascicules des élèves et 203 pages pour celui du maître) n'est pas vraiment un manuel au sens où on l'entend en général. Il s'agit de recueils de fiches destinées au travail — personnel ou par équipes — des élèves.

Le livre du maître contient essentiellement des fiches destinées aux élèves et à distribuer au moment opportun :

1. des fiches de "contrôle pour se situer" (ce contrôle est effectué avant que les élèves n'aient vu ou revu les notions dont il est question sur les fiches, le but étant de permettre aux élèves d'établir un bilan de leurs connaissances et capacités et de faire par la suite les mises au point nécessaires au moyen des fiches contenues dans leur syllabus)
2. des fiches de "contrôle de synthèse"
3. des fiches de synthèse ("théorie" de chaque nouveau chapitre d'algèbre ou de géométrie).

Ce livre du maître contient également des directives sur la manière de conduire le cours et d'utiliser les différents types de fiches (accompagnées d'un "timing" pour le calcul numérique et l'algèbre) ainsi qu'une bibliographie signalant de nombreux livres belges et français qu'il est conseillé d'avoir dans la bibliothèque de la classe.

Les syllabus des élèves contiennent des "fiches pour progresser" (entretien des techniques de calcul) et des fiches d'activités au moyen desquelles l'élève découvre de nouveaux concepts ou approfondit ses connaissances.

La conception même de cet ouvrage empêche d'en envisager la structure avec les mêmes critères que pour les autres manuels ; c'est pourquoi la grille d'analyse n°2 (traitement) n'a pas été remplie.

Je dirai d'emblée que je n'apprécie guère ce type d'ouvrage ; le professeur est pris par la main du 1er septembre au 30 juin, tout est "prévu", y compris les exercices à faire en classe et ceux à faire à la maison, y compris les énoncés des contrôles. Mon jugement à ce propos est évidemment tout à fait personnel et subjectif : pour moi, un professeur bâtit son propre cours à partir de ses idées personnelles, en utilisant éventuellement un ou plusieurs manuels et bien sûr d'autres ouvrages de référence, tandis que l'élève utilise le manuel pour s'informer, mieux comprendre, lire une démonstration autre que celle faite en classe, préparer ou étudier une leçon, trouver un choix d'exercices, ...Rien n'empêche que le travail en classe s'effectue au moyen de fiches, fiches conçues par le professeur et adaptées aux élèves qu'il a devant lui.

Cela étant, je peux admettre sinon comprendre que certains préfèrent se fier entièrement à un cours rédigé par une équipe qui, certainement, y a longuement réfléchi et possède une bonne expérience d'enseignement.

Les exercices sont nombreux et variés, leur gradation est bien pensée. En géométrie, alternent les situations où l'élève construit, où il mesure et celles qui exigent de la réflexion et un raisonnement. De même en algèbre, alternent les exercices de calcul, les problèmes, les constructions de figures ou de graphiques (le syllabus 1 est essentiellement constitué d'exercices de "drill"). Les synthèses sont claires et bien conçues (par exemple, la classification des quadrilatères). Voilà ce qui me semble positif. Passons maintenant à quelques critiques.

Géométrie

Dans le fascicule de conseils au maître, p.128, se trouve la définition que voici

> *"On appelle homothétie de rapport non nul r et de centre c une transformation du plan telle que $x \to y$ avec $\overline{cy} = |r|.\overline{cx}$"*

Comment distingue-t-on l'homothétie de rapport r positif de celle de rapport r négatif ? Si la notation utilisée $\overline{cy}$ désigne bien la longueur du segment $[c\,y]$, tous les points y du cercle de centre c et de rayon $|r|.\overline{cx}$ sont des images de x !

Après 105 pages d'exercices divers sur les transformations du plan et le théorème de Thalès, on aborde, dans le chapitre III, la démonstration. Mais, nous dit-on (p.172, fasc. de conseils au maître), on n'utilise pas le terme "démontrer" avec les élèves car il effraie et rebute, on "explique", on "vérifie", on "prouve". Je me demande pourquoi "démontrer" serait plus effrayant qu'"expliquer" pour des élèves de 13, 14 ans ; n'est ce pas là une projection inconsciente sur les élèves des préoccupations des auteurs ? Par ailleurs, ces démonstrations me paraissent venir fort tard dans l'année scolaire, et celles qui sont présentées (p.181 à 184) bien difficiles pour de premières démonstrations.

Algèbre

Dans le syllabus 2, sur la figure de la page 12, les axes X et Y sont intervertis. Pourquoi pas ? Sauf qu'à la page suivante, on précise

> *"L'axe horizontal est appelé axe des abscisses et noté X, l'axe vertical est appelé axe des ordonnées et noté Y"*

Les fonctions sont étudiées dans les exercices en utilisant l'une des notations

$$f : a \to 4a \text{ ou } f : n \to n$$

$$f : a \to \frac{1}{2}a^2 \text{ ou } f : n \to n^2$$

$$f : a \to a^3 \ldots$$

puis dans la synthèse générale apparaît

$$f : x \to ax$$

$$f : x \to ax^2$$

$$f : x \to ax^3$$

$$\ldots$$

N'est-ce pas une source de confusion pour l'élève ? D'autre part, il n'est fait nulle part référence à l'ensemble de définition de f. Ainsi, par exemple, $f : a \to a^2$ est obtenue en prenant pour a les valeurs 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3, -4, en plaçant les points obtenus sur un graphique, puis en posant la question *"Que se passe-t-il si on veut joindre ces points ?"*. D'accord, mais quelques pages plus loin, placée sur le même plan que les fonctions précédentes apparaît la fonction $f : n \to n!$ (celle-ci est définie dans $\mathbb{N}$, les autres dans $\mathbb{R}$, mais cela n'est pas précisé) .

Je n'ai pas compris comment les réels et leurs propriétés étaient introduits. Bien sûr , dès la première leçon d'algèbre, les élèves construisent une "droite réelle" qui est affichée sur l'un des murs de la classe et destinée à recevoir différents nombres au fur et à mesure de leur apparition, mais par la suite, les seuls nombres manipulés sont des entiers et des rationnels (le plus souvent des fractions à termes entiers et dans quelques rares cas des décimaux obtenus comme résultats de mesures).

Remarquons encore qu'il n'est nulle part fait référence à un quelconque usage de calculatrices.

En conclusion, cet ouvrage m'a paru d'un intérêt inégal. La partie géométrie est assez bien structurée et fait preuve d'une certaine originalité. La partie algèbre est fort décevante (qu'il doit être éprouvant pour l'élève de commencer son année scolaire par des fractions, encore et toujours des fractions ...!), les exercices sont d'une grande banalité et on ne voit pas bien comment ils conduisent à structurer chez les élèves les ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$. L'ouvrage manque d'unité et on se doute que la rédaction des différents fascicules a dû être confiée à des auteurs différents.

4. Explorons les nombres et l'espace, 2ème année

Table des matières

Commentaires

Le livre conçu par les mêmes auteurs pour la 1ère année m'avait beaucoup plu par son originalité, sa diversité.

Celui-ci, à l'usage des élèves de 2ème, m'a bien déçue ! Non que les notions y soient mal expliquées mais, et ceci vaut surtout pour la géométrie, j'ai trouvé la présentation ennuyeuse, peu attrayante pour une matière si gaie ...Les auteurs donnent l'impression de parcourir le programme ligne après ligne, énonçant et démontrant ce qu'il faut comme il faut, mais sans y mettre cette touche personnelle si agréable dans le livre de 1ère. En algèbre, cette monotonie se ressent moins et on trouve quelques exercices amusants qui devraient plaire à l'élève.

Chaque chapitre (les 11 premiers sont consacrés à la géométrie, les 7 derniers à l'algèbre) est suivi d'une synthèse claire. Pour les repérer, l'élève doit consulter la table des matières. Quelques reproductions de Escher étonneront et passionneront sans doute les élèves ; elles susciteront sans doute bon nombre de questions ...En fait, un élève moyen pourrait, sans problème, utiliser seul cet ouvrage. Il en retirera les notions indispensables à connaître, mais aimera-t-il la géométrie ? . . .J'en doute et, en cela, je ne conseillerai pas cet ouvrage pour cette matière (du moins à employer systématiquement)

Notons cependant quelques originalités :

- la présentation d'erreurs dans des résolutions que l'élève doit retrouver et corriger ;
- la présentation des opérations sur les fractions de manière assez visuelle (p.274 - p.283) ;
- un cahier de travaux dirigés attrayant, de présentation soignée, que j'emploierais volontiers au cours. Les exercices y sont variés et d'intérêt diversifié.

5. Vivre la mathématique 2

Table des matières

Commentaires

La présentation de ce manuel couvrant le programme de 2ème année est particulièrement claire ; un tableau de dépendance des chapitres et une répartition du nombre d'heures à consacrer à chaque chapitre donnent au professeur la possibilité de planifier la matière selon ses affinités.

Les exercices bien mis en évidence après chaque nouvelle notion, des résumés (écrits sur fond bleu), un appel sans cesse renouvelé à une participation active de l'élève rendent ce livre attrayant et très agréable à parcourir. L'introduction des notions le plus souvent à partir de jeux "mathématiques" me paraît une excellente idée pour motiver l'élève. Le tout est de ne pas en abuser ...

La géométrie, souvent étudiée dans l'espace, est d'un niveau assez élevé. C'est au professeur de sentir là où la classe "décroche". Pour l'algèbre, notons le développement, peu courant en 2ème, des nombres premiers, de l'irrationnalité de $\sqrt{2}$, par exemple.

Lorsqu'on a un bon document à critiquer, on recherche toujours quelques imperfections.

1. Quelques phrases m'ont laissée dubitative :

   p.24 : si z est un entier, z possède *au plus* un opposé noté $-z$

   p.29 : considère un nombre naturel n dans *sa notation décimale*

   p. 197 : si $x^2 = 2$, alors $x = \sqrt{2}$

   p.53 : *"peux-tu introduire un nombre à deux virgules dans une calculatrice ?"*, alors que p.51, on trouve *"dans un nombre n'apparaît qu'une seule virgule au plus"*.

2. Quelques notions telles que fermeture convexe ou affinité m'ont paru assez délicates à aborder en 2ème.

3. Par contre, pourquoi ne pas parler du radian ?

6. Pratique la mathématique 2

Table des matières

GÉOMÉTRIE

007. Translations
008. Définitions de transformation
009. Transformations du plan
010. Projections parallèles et droite graduée
011. Définitions de six types de transformations du plan et constructions
012. Points fixes et rotations
013. Images de parties du plan, de solides par six transformations
à du plan et invariants
020.
021. Théorème de Thalès
022. Théorème de Thalès et homothéties
023. Axes de symétrie et centres de symétrie de parties du plan
024. Théorème de la médiatrice
025. Inégalité triangulaire. Distance d'un point à une droite.
026. Triangles isocèles et triangles équilatéraux
027. Somme des amplitudes des angles d'un triangle
028. Polygone et somme des angles d'un polygone convexe
029. Théorème des trois médiatrices d'un triangle
030. Propriétés de chaque point de la bissectrice d'un angle.
Théorème des trois bissectrices d'un triangle
031. Théorème des trois médianes d'un triangle
032. Théorème des trois hauteurs d'un triangle
033. Trois points non alignés appartiennent à un et un seul cercle.
Triangle rectangle inscrit dans un cercle
034. Positions relatives d'une droite et d'un cercle
035. Positions relatives de deux cercles
036. Parallélogrammes
037. Rectangles et losanges
038. Carrés

Algèbre

001. $\mathbb{Z}$, l'ensemble des entiers
002. Révision du calcul numérique dans $\mathbb{Z}$
003. Calcul littéral dans $\mathbb{Z}$
004. Equations du premier degré à une inconnue, à coefficients entiers
005. Problèmes
006. Orientation de la droite graduée. Distance.
007. Propriétés de l'ordre dans $\mathbb{Z}$ muni des lois $+$ et $.$
008. Inéquations du premier degré à une inconnue, à coefficients entiers
009. Relation "divise" dans $\mathbb{Z}$

010. Division euclidienne dans $\mathbb{Z}$
011. Factorisation première d'un nombre naturel
012. Calcul du PGCD
013. Calcul du PPCM
014. Sous-graduation de la droite. Découverte de nouveaux nombres.
015. Bijection de $\mathbf{D_{01}}$ sur $\mathbb{R}$
016. Conversion d'un décimal en une fraction et réciproquement
017. Ordre dans $\mathbb{R}$
018. Addition et translations
019. Addition de deux réels
020. Propriétés de l'addition dans $\mathbb{R}$. Définition de la soustraction
021. Règle de suppression ou d'introduction de parenthèses
022. Multiplication et homothéties
023. Multiplication de deux réels
024. Propriétés de la multiplication dans $\mathbb{R}$
025. Inverse d'un réel. Définition de la division
026. Rapports et proportions
027. Grandeurs proportionnelles
028. Produit nul
029. Distributivité. Priorité de certaines opérations
030. Puissances à exposants naturels dans $\mathbb{R}$
031. Puissances de 10 à exposants négatifs
032. Propriétés des puissances dans $\mathbb{R}$
033. Calcul littéral
034. Produits remarquables
035. Equations du premier degré à une inconnue
036. Transformations de formules
037. Problèmes
038. Propriétés de l'ordre dans $\mathbb{R}$.
    Intersections, réunions de demi-droites, de segments
039. Inéquations du premier degré à une inconnue
040. Problèmes

Commentaires

Ce manuel se compose de deux parties : un livre d'"activités" (131 pages) et un livret de "théorie" (42 pages).

La première partie est constituée de feuilles perforées et détachables, ce qui permet d'en intercaler d'autres.

Le livre d'activités débute par un avant-propos qui s'adresse au professeur. Les auteurs y expliquent leur démarche, ils donnent aussi quelques conseils d'utilisation ainsi que des remarques concernant l'évaluation. Ce livre comprend une table des matières très détaillée reprenant la liste des différents thèmes (trente-huit en géométrie, quarante en algèbre). Il ne comprend ni index de vocabulaire et de symboles, ni lexique, ni tables numériques, ni formulaire. Son utilisation n'est pas toujours très facile. La présentation extérieure de cette première partie est très sévère.

La deuxième partie du cours est constituée des notions essentielles à étudier.

Le livre d'activités de l'élève se compose de deux volets : un réservé à la géométrie et l'autre à l'algèbre. La matière est organisée par "thèmes" tels que "translations", "théorème de Thalès", "produits remarquables", ...Il s'agit plutôt d'unités de matière. Chaque unité est précédée d'objectifs. En fait les auteurs y précisent les différentes activités de l'élève et définissent très peu d'objectifs en termes de comportements observables .

Les différentes notions sont étudiées en trois phases : elles sont introduites au moyen d'exemples, elles sont agencées dans le livret de théorie et fixées dans des exercices de "savoir-faire". La première phase est consacrée à la recherche et à la découverte des notions à partir d'exercices, la deuxième à la fixation de la matière, la troisième à la mise en pratique des notions découvertes.

Les exercices introductifs très nombreux ne sont que très rarement de vraies situations problématiques, leur exploitation est souvent trop dirigée.

Il n'y a pas de véritable initiation à la démarche hypothético-déductive. A partir de l'énoncé d'une proposition, l'hypothèse et la thèse ne sont pas distinguées. Les démonstrations ne sont pas toujours *construites* avec rigueur et précision, certaines étapes ne sont pas justifiées. Les démonstrations ne sont pas toujours *rédigées* avec précision (abus dans l'emploi du signe logique d'implication, par exemple). Les auteurs ne mettent pas l'accent sur la démarche.

On peut déplorer certaines atteintes à la rigueur. On trouve par exemple plusieurs confusions entre objet, grandeur et mesure. Certains énoncés ne sont pas toujours clairement formulés.

7. Mathématique, M20

Table des matières

Commentaires

Ce livre est agréable : il est souple et peu volumineux. Cependant la densité des textes et l'absence de couleur ne stimule pas le lecteur. La mise en page n'est pas très clarifiante : on ne différencie pas les titres du reste du texte. Un index alphabétique et une liste de symboles et de notations facilitent la familiarisation et l'utilisation du manuel. Les pages de synthèse sont bordées de gris.

Dans un avant-propos qui s'adresse aux élèves, les auteurs précisent les principaux objectifs du cours de deuxième année et donnent aussi quelques conseils.

Ce livre présente l'étude de sept thèmes : motifs répétés, de l'échelle à la droite, équilibre, ensembles de points, lumière et transformations, longueurs, aires, volumes, les roues. Cette présentation favorise l'enseignement en spirale : chaque thème intègre et approfondit les notions vues précédemment. Une même matière est étudiée sous des aspects différents.

A la fin de chaque thème, des travaux sont proposés ; ils permettent d'acquérir des démarches et s'attachent à développer les méthodes de recherche dont disposent les élèves sur le plan de l'observation et de l'expérimentation.

Le thème de l'échelle, déjà abordé en première année, est retravaillé en vue d'introduire les nombres réels. Dans le thème de l'équilibre, les auteurs comparent une équation à l'équilibre d'une balance. Dans le thème "ensemble de points", différents ensembles de points sont envisagés, ils permettent l'introduction des notions suivantes : médiatrice d'un segment, bissectrices de deux droites sécantes, cercle, cercle circonscrit à un triangle, cercle inscrit à un triangle, intersection de deux cercles, positions relatives d'une droite et d'un cercle, inégalité triangulaire, ellipse, parabole, hyperbole, ovales de Cassini, lemniscate de Bernoulli, cercles d'Apollonius, parallélogramme, losange, rectangle, carré. L'étude de ce thème est très riche et originale, la démarche est intéressante. Les propriétés des quadrilatères sont revues d'une manière peu habituelle en faisant appel à la réflexion de l'élève et non à sa mémoire.

Les auteurs profitent toujours des occasions qui se présentent pour développer la culture scientifique des élèves : les lois de Képler, les satellites artificiels, l'histoire du système métrique ...

L'étude du thème "lumière et transformations" invite l'élève à faire des expériences et à émettre des conjectures. Les projections parallèles dans le plan sont introduites à partir de celles de l'espace, les homothéties à partir des projections centrales d'un plan sur un plan parallèle.

Dans le thème "longueurs–aires–volumes", les produits remarquables déjà rencontrés sont visualisés géométriquement.

L'étude du dernier thème est l'occasion de revoir les rotations à partir d'une autre situation, de nouvelles courbes sont rencontrées, la cycloïde par exemple. Les notions fondamentales d'approximations, d'encadrement et de limite sont illustrées.

L'étude est facilitée par une synthèse reprenant les différents points du programme de 2ème année, ainsi que certaines notions étudiées en 1ère. La matière est revue de manière systématique, en dehors de tout contexte. Cette synthèse, précise et illustrée d'exemples, est suivie d'exercices groupés selon les mêmes rubriques.

En géométrie, les exercices sont nombreux et diversifiés. Plus de cinquante exercices de démonstration sont proposés, pour certains des indications sont données.

Les auteurs donnent une place de plus en plus importante au développement logique et à l'abstraction à partir de l'expérience. Il n'y a cependant pas un apprentissage systématique de la démonstration.

Les auteurs partent de situations de la vie courante. Les notions découvertes en 1ère année sont revues et approfondies. Les concepts sont construits pour résoudre des problèmes et répondre à des questions que l'on se pose.

En conclusion, cet ouvrage incite le professeur à remettre en question son enseignement et sa pédagogie. Il trouvera dans ce livre de nombreuses idées pour introduire ses leçons et pour mettre les élèves en situation de recherche. Cet ouvrage peut aider l'élève à acquérir le goût de la mathématique, à développer le sens du beau, à être capable d'activité et de responsabilité.

Le livre du maître reprend l'étude des différents thèmes en donnant des indications pour répondre aux questions, des informations et des suggestions pour l'exploitation des thèmes. Tous les exercices proposés dans le manuel sont résolus dans le livre du maître.

8. Savoir et Savoir-faire en mathématique, 2ème année

Table des matières

Chapitre 1. Nombres réels
Chapitre 2. Opérations
Chapitre 3. Suite d'opérations
Chapitre 4. Calcul sur les fractions
Chapitre 5. Calcul sur les puissances
Chapitre 6. Inégalités
Chapitre 7. Droites
Chapitre 8. Démontrer
Chapitre 9. Distances
Chapitre 10. Symétries orthogonales
Chapitre 11. Médiatrice d'un segment
Chapitre 12. Distance point-droite

Chapitre 13. Bissectrice d'un angle
Chapitre 14. Symétries centrales
Chapitre 15. Translations
Chapitre 16. Rotations
Chapitre 17. Angles
Chapitre 18. Triangles et quadrilatères
Chapitre 19. Angle droit et cercle
Chapitre 20. Théorème de Thalès – Homothéties

Index alphabétique
Table des matières

Commentaires

Ce livre est clair et attrayant par la présentation. Dans une brève introduction qui s'adresse à l'élève, les auteurs indiquent les principaux objectifs du cours de deuxième année : initier au raisonnement déductif en géométrie et apprendre à rédiger une démonstration. Ils donnent aussi à l'élève quelques conseils sur la manière de travailler son cours de mathématique.

La matière, répartie en vingt chapitres, six sur l'algèbre et quatorze sur la géométrie, est présentée de façon claire et concise. Les notions importantes sont bien mises en évidence par l'emploi d'encadrés de couleur et par l'utilisation de différents caractères typographiques.

Les auteurs mettent surtout l'accent sur la géométrie sans pour autant négliger l'algèbre.

Le livre comporte en fin de volume un index alphabétique et une table des matières. Les exercices sont intercalés dans le corps des chapitres. En fin de chapitre, les notions à mémoriser sont imprimées en rouge et encadrées. Le manuel ne comprend pas de formulaire. Le texte est parsemé de remarques méthodologiques attirant l'attention de l'élève sur les difficultés qu'il peut rencontrer.

La présentation est agréable : le cours occupe la partie droite de chaque page, la marge de gauche est réservée aux nombreuses figures et schémas. Les énoncés des propriétés sont imprimés en rouge et encadrés.

La présentation des notions suit toujours le même plan : rappel éventuel des notions vues en première, introduction des notions à partir de quelques exemples, développement clairement présenté, nombreux exercices classés par niveau, travaux dirigés. Cette dernière rubrique comprend de nombreux problèmes très variés. Par exemple : carrés magiques, encadrement d'une somme, d'une différence, hyperboles, ellipses, paraboles, sphère, distance d'un point à un plan, pyramide, démonstration dynamique du théorème de Pythagore, les diagonales et les rotations d'un cube, une détermination expérimentale du nombre dont le carré est 2, sections hexagonales du cube, ...

Dans l'ensemble des réels, les propriétés des opérations sont généralisées à partir de celles vues en première année dans l'ensemble des entiers. Plusieurs fois, il est fait usage d'organigrammes et de schémas, par exemple, pour la résolution d'une équation et pour le calcul d'une expression. Les opérations sur les fractions sont introduites à partir des aires des rectangles. Quelques propriétés sont démontrées en algèbre, les produits remarquables par exemple. Ces derniers ne sont pas illustrés géométriquement.

La partie "géométrie" du programme est très développée. Les auteurs mettent surtout l'accent sur l'initiation à la démarche déductive. Ils donnent de nombreuses indications pour les constructions : report d'une longueur, médiatrice d'un segment, bissectrice d'un angle, ... Ces constructions sont illustrées.

Les transformations du plan ne sont pas définies en tant que telles, mais simplement introduites à partir d'un programme de construction de l'image d'un point.

Les principaux invariants des symétries orthogonales sont conjecturés à partir de constructions et admis sans démonstration. Certains sont cependant démontrés : conservation du milieu et de la perpendicularité. Les invariants des autres transformations du plan sont conjecturés et admis. Les angles sont introduits simplement, les principales propriétés sont dégagées et démontrées. Les propriétés des triangles et des quadrilatères sont regroupées dans un chapitre. Les différentes notions sont développées avec beaucoup de rigueur et de précision. Le langage utilisé est très précis tout en restant simple et accessible. Les auteurs insistent sur le fait qu'un même mot peut s'utiliser dans des sens différents, rayon et diamètre, par exemple. Les nouveaux mots sont expliqués.

Un chapitre est consacré à l'initiation à la démonstration : quelques conseils sont donnés à l'élève. Il est cependant regrettable que la première propriété démontrée fasse appel à cette même propriété admise quelques pages avant. Les démonstrations sont nombreuses, rigoureuses, précises. Les auteurs utilisent un tableau pour indiquer les éléments de la figure et leurs images par une transformation du plan. En parallèle, ces tableaux sont traduits en langage littéraire. Il arrive parfois que toutes les propositions utilisées ne soient pas notées dans la démonstration rédigée. L'idée de ces tableaux me semble excellente, elle permet de consigner le plan de la démonstration sous une forme claire et précise. Dans les démonstrations, les auteurs privilégient les transformations du plan comme outil. Ce livre permet une véritable initiation au raisonnement déductif, de nombreuses démonstrations sont construites et rédigées. Quelques fois, les élèves sont invités à émettre des conjectures. Cette démarche devrait être plus développée.

En conclusion, ce manuel, en donnant une présentation complète et simple du programme, ainsi qu'un grand nombre d'exercices, peut être utilisé sans difficulté par l'élève. Pour le professeur, il est un outil pratique à partir duquel il lui reste à définir sa pédagogie. Plus de trois cents exercices de géométrie, plus de cent trente exercices de démonstration, plus de quarante démonstrations sont présentés et rédigés.

8. Les activités en classe

par A. HAUBRUGE et G. NOËL

8.1 Pourquoi une enquête ?

Le premier point du document élaboré par la SBPM et approuvé lors de son assemblée générale du 13 décembre 1989 était censé décrire l'état actuel de l'enseignement des mathématiques. Dès ce moment, cependant, il était clair que nous ne disposions pas d'informations très précises sur la façon dont les enseignants vivent leur métier, ni sur ce qui se passe réellement dans les classes.

Aussi a-t-il semblé opportun de rassembler d'abord un maximum de renseignements à ce sujet. C'est la raison pour laquelle dans le *SBPM-Infor* n°75 de juin 1990, était publié un questionnaire adressé aux membres de la SBPM. Sans prétendre établir des vérités statistiques, nous considérions ce questionnaire comme un moyen d'expression pour les enseignants. Rappelons les questions :

- A quels élèves enseignez-vous ?
- Suivez-vous le programme officiel ? Le couvrez-vous entièrement ? Si non, comment choisissez-vous la matière à "laisser tomber".
- Suivez-vous un manuel ?
- De quelle façon le suivez-vous ?
- Les élèves l'utilisent-ils uniquement pour la théorie ? pour les exercices ? pour les deux ?
- Quels sont les réactions des élèves ?
- Quelle proportion de temps consacrez-vous à la théorie ? aux exercices ?
- Faites-vous systématiquement les démonstrations ou vous arrive-t-il d'en sauter ? Pour quelle raison ?
- Quels sont les types d'exercices que vous proposez aux élèves ?
- Envisagez-vous parfois avec les élèves des problèmes difficiles (style "Olympiades") ?

– Faites-vous faire des devoirs à domicile, des préparations ?
– Procédez-vous à des interrogations écrites, à des interrogations orales ?
– ...

De plus, nous demandions à nos lecteurs de nous communiquer leurs questions d'examen de décembre 1989 et juin 1990. Notre but était, à travers ces questions, de déterminer quels sont, dans la pratique, les objectifs assignés au cours de mathématique. Nous espérions également avoir une idée des activités qui se déroulent dans les classes, tout en sachant que les examens — pour de nombreuses raisons qu'il serait intéressant d'analyser — n'en donnent qu'une image très déformée.

L'appel publié en juin 1989 fut réitéré dans le *SBPM-Infor* n°76 de septembre 1990. Le texte de cet appel précisait que les questions posées ne demandaient pas nécessairement des réponses systématiques mais devaient être considérées comme des éléments susceptibles de provoquer les réactions des enseignants. Dans le contexte du moment, alors que la commission ministérielle dite "commission DANBLON" se penchait sur *tous les problèmes* liés à l'enseignement des mathématiques, et après le premier document élaboré et approuvé par l'assemblée générale de la SBPM, une nouvelle occasion était ainsi donnée à tous les membres de la Société de développer leurs idées sans contrainte d'aucune sorte.

8.2 Qui a répondu ?

Nous avons reçu un petit nombre de réponses, un peu plus d'une vingtaine, représentant environ trente enseignants. Nous remercions vivement tous ceux et celles qui ont répondu à notre appel . Mais une fois de plus, on ne peut que déplorer la réticence de la plupart des membres de la Société à saisir les occasions de s'exprimer. La demande de communication des questions d'examens apparaît également comme un repoussoir. Et cependant, notre but n'était évidemment pas de juger les enseignants ni les enseignements à travers ces questions.

Il est bien difficile dans ces conditions de faire reposer sur des bases concrètes l'analyse des difficultés de l'enseignement et des enseignants. Et cependant nul ne peut contester l'existence de ces difficultés. Les mouvements sociaux de 1990 ont fait éclater au grand jour le mal-être des enseignants. Mais même sur un plan strictement pédagogique, le fossé qui existe entre l'enseignement secondaire et l'enseignement supérieur — fossé qui se concrétise par exemple par un taux d'échecs dans les premières années universitaires qui dépasse 50% — est là pour nous rappeler l'ampleur du problème.

Notre échantillon de réponses ne peut donc être considéré comme statistiquement représentatif. Cela ne veut pas dire que nous ne savons rien faire des réponses reçues. Nous devons les considérer comme décrivant une série de comportements. Même si nous ne pouvons en apprécier la fréquence relative, l'existence de comportements variés est en soi une donnée importante et il est utile de les relever.

Notons également que, malgré le petit nombre de réponses, les sections et les niveaux d'enseignement représentés sont assez variés. Le tableau suivant indique le nombre de questionnaires d'examen qui nous sont parvenus, par année et par section :

	Général	Tech.Trans.	Tech.qualif.	Profess.
1ère	6			
2ème	8			1
3ème 2h				1
3ème 4h	4		1	
3ème 6h	1	1		
4ème 3h			2	
4ème 4h	6	2		
4ème 5h			1	
4ème 6h	6	1		
5ème 2h			1	1
5ème 3h	3	1		
5ème 4h			1	
5ème 5h	6	1		
5ème 7h	4			
6ème 2h			1	1
6ème 3h	4		1	
6ème 5h	3	1		
6ème 7h	3			

Avant d'examiner les questions d'examen, passons en revue les réponses au questionnaire, mais signalons d'abord que ces réponses montrent que, malgré le mal-être rappelé plus haut, il existe encore (heureusement) des enseignants “qui en veulent", qui sont enthousiastes et dévoués à leurs élèves et leur métier, se posent des questions, essayent en permanence d'améliorer leur enseignement. Cela ne les empêche pas d'être lucides et revendicatifs.

8.3 Les programmes

La question usuelle concernant les programmes est "est-il possible de les honorer dans le laps de temps dont disposent les enseignants ?". Cette question est peut-être mal posée : tout dépend de ce qu'on appelle "honorer un programme". Il est clair que certaines méthodes d'enseignement prennent moins de temps que d'autres.

Citons quelques réponses :

- *Je mets un point d'honneur à boucler les programmes chaque année, même si c'est au prix d'un rythme de cours soutenu.*
- *Le programme est toujours couvert. parfois, je vais de l'avant en approfondissant l'un ou l'autre point.*
- *Je suis le programme, j'essaie de le couvrir entièrement.*
- *La difficulté ne réside pas dans la quantité de matière ...*

En fait, aucune des réponses reçues ne se plaint d'une véritable surcharge des programmes, sauf peut-être en 4ème, maths fortes. Bien sûr, il arrive que certains points ne soient pas couverts. C'est parfois faute de temps, mais cela résulte parfois aussi d'un choix de l'enseignant : *"Je laisse tomber les matières qui n'interviennent plus dans les années suivantes."* Une autre collègue écrit *" Il m'arrive de voir des chapitres supplémentaires"* et enchaîne *"j'ai laissé tomber cette année la loi de Laplace-Gauss en 6ème"*. (Notons que cette loi n'est plus au programme ! NDLR.) Voici d'autres remarques :

- *En 1ère, je ne vois pas les parties complémentaires, je n'en vois pas l'utilité.*
- *(En 1ère), je ne vois pas les transformations du plan, ni les axes ou centres de symétrie (faute de temps et ces notions sont vite assimilées en 2ème).*
- *(En 1ère), je n'ai pas vu le produit de 2 ensembles (faute de temps), ni la notion de fonction (même raison).*
- *En 2ème, je ne donne pas l'inégalité triangulaire, mais j'essaie de l'appliquer dans les positions d'une droite et d'un cercle (si j'ai le temps).*
- *Je n'arrive jamais au bout de la géométrie en 4ème math. 6, car je dois passer trop de temps aux exercices de démonstrations, constructions et lieux géométriques.*
- *En 4ème scientifique, le programme est très difficile à couvrir.*
- *J'ai adapté le timing puisque je dispose des deux années de détermination.* (Ce collègue a donc modifié la répartition de la matière sur les deux dernières années.)
- *Il m'arrive de prendre certaines libertés si je sais qu'une matière est abordée dans le cadre d'un autre cours.*

– *Je dois faire un choix, établir des priorités en fonction de la classe, de la motivation des élèves et du nombre d'heures de cours qui se réduit d'année en année.*
– *Je n'ai pas réussi à faire de la statistique ni des probabilités en 5ème.*

On le voit, les collègues qui ont répondu ont une attitude active vis à vis du programme, ils ne se laissent pas enfermer par celui-ci mais prennent des initiatives. Cependant, ils ne fournissent pas souvent d'explications à propos de leurs choix : selon quels critères décide-t-on, faute de temps, de laisser tomber tel sujet plutôt que tel autre ? pourquoi adopter telle répartition de la matière, différente de celle prévue par le programme ? Les réponses à ces questions sont de nature méthodologique. Elles pourraient faire l'objet d'une enquête spécifique, suivie de discussions lors de nos congrès ou de publications, par exemple dans *Mathématique et Pédagogie*.

8.4 Les manuels

De la plupart des réponses reçues, résulte que les manuels sont peu utilisés dans les classes, et quand ils le sont c'est le plus souvent pour y puiser des énoncés d'exercices. Parfois, les élèves sont invités à lire le manuel pour y découvrir une autre présentation de la matière, ou pour préparer la leçon suivante. Quelques collègues mentionnent que les élèves n'aiment pas se charger du manuel pour venir à l'école. Plusieurs ont rédigé leur propre cours et le distribuent sous forme de stencyls. Quant aux élèves : “ *Beaucoup préfèrent les notes de cours. Ils n'aiment pas les livres (même en français). Les plus doués se débrouillent très bien dans les manuels.*" (Il s'agit ici d'élèves de 5ème et 6ème, NDLR).

Un collègue estime que “*...guider son enseignement sur un manuel est trop contraignant. Cela empêche le professeur d'imaginer de nouvelles approches et surtout de se poser des questions.*" Un autre répond en quelque sorte à ces objections en écrivant “*(Je n'utilise) pas 1 mais 1000 (manuels) et 1000 revues. ...Un livre est mon fil conducteur mais je vais en avant, puis 40 pages plus loin puis marche arrière etc.*"

Il faut évidemment distinguer l'usage d'un manuel par les enseignants pour préparer leur cours et par les élèves pour l'étudier. Il serait intéressant de demander aux enseignants ce qu'ils attendent d'un manuel, pour eux et pour les élèves. Il est en tout cas très clair qu'on pourrait éditer séparément les énoncés d'exercices et les textes de théorie, pour autant que cette distinction ait un sens.

8.5 Les réactions des élèves

Les réponses à cette question sont peu nombreuses. En voici quelques unes :

- *Les élèves sont habitués à jongler. Je leur apprends à se débrouiller. En fin de 2ème, ils doivent avoir conscience qu'une équation (par exemple) peut se résoudre de différentes façons. Ils ont tendance à chercher la sécurité. On doit leur apprendre à sauter des étapes, à ne pas avoir peur. Ils travaillent beaucoup et aiment le cours, mais hélas une infime minorité étudie. Le milieu social est peu élevé, le but est de gagner sa vie le plus vite possible.*
- *La principale cause des difficultés rencontrées est la pauvreté du vocabulaire.*
- *Satisfaisantes…*
- *Les élèves en général aiment bien le cours de mathématique.*
- *Très peu d'élèves apprécient le cours de mathématique et ils le disent d'emblée (il s'agit de classes professionnelles* NDLR*). Peut-être pour justifier des résultats qu'ils pressentent médiocres et mettre le professeur en garde contre l'exposé de matières trop compliquées. On peut attribuer ce manque d'intérêt*
  - *à des difficultés rencontrées précédemment et à des résultats trop souvent négatifs*
  - *au manque de confiance en soi dû aux mauvais résultats et à ce qu'en ont dit parents et parfois enseignants. Rendre confiance est un des objectifs prioritaires.*
  - *à l'idée trop répandue dans le public que le cours de mathématique est trop abstrait, peu accessible, discriminatoire…*

8.6 Les activités scolaires

Rassemblons sous ce titre ce qui concerne le reste du questionnaire.

8.6.1 Théorie ou exercices ?

Comme on pouvait le prévoir, les réponses à cette question sont assez variables selon le type d'élèves. Toutefois, la tendance est d'accorder la plus grande place aux exercices, y compris dans les sections à 7h par semaine dans le degré de détermination :
c'est difficile à évaluer. Je dirais :

- *En 5ème 1/3 théorie, 2/3 exercices*
- *En 6ème 1/4 théorie, 3/4 exercices*

Lu sur une autre réponse :

J'essaie de réduire la théorie à l'essentiel.

Une autre collègue enseignant dans ces classes s'exprime de façon un peu différente :

Je fais la théorie nécessaire à la connaissance ou à la perception d'une notion. Quand elle est comprise, je fais les exercices. J'essaie de faire beaucoup d'exercices.

Si ces collègues s'expriment différemment, on ne peut en déduire qu'ils sont en désaccord ! D'autres approches sont possibles :

J'essaie toujours de présenter la théorie sous forme d'exercices. Il est donc parfois difficile de distinguer les deux, surtout en géométrie. Si la théorie, c'est ce que les élèves doivent pouvoir restituer, alors en géométrie, il y a à peu près 50% de théorie et en algèbre-analyse, environ 10%.

Un autre collègue remarque aussi que dans son cours, la théorie et les exercices sont intimement liés et qu'il ne peut donc répondre à la question.

Dans les classes "faibles", ou dans les sections professionnelles, il n'y a pas de problème : pas de théorie du tout, ou en tout cas le moins possible.

8.6.2 Et les démonstrations ?

Les démonstrations, "c'est de la théorie". On pourrait donc s'attendre à ce que les attitudes ne soient pas très différentes de celles qu'on vient de rencontrer. Mais les professeurs de mathématique ne sont pas à l'aise quand ils ne font pas de démonstrations :

- *Je ne fais pas systématiquement toutes les démonstrations, mais je prends toujours le temps d'expliquer que la démonstration s'impose pour certaines propositions, qu'elle a été faite par des mathématiciens mais que sa complexité dépasse le niveau des élèves au stade où ils se trouvent.*
- *Les démonstrations sont faites le plus souvent possible, elles ne doivent pas toujours être étudiées. (En particulier les démonstrations correspondant aux limites en 5ème).*
- *(En analyse) je ne demande pas de démonstration, j'insiste sur l'aspect graphique.*
- *D'habitude, je fais les démonstrations parce que je déteste donner des formules toutes faites. Mais en math 4h, certains élèves ne comprennent absolument rien aux démonstrations et se contentent d'en appliquer les résultats.*

- *Dans le cours à 5h ou 6h : la plupart des démonstrations sont faites en classe. Il m'arrive bien entendu d'en passer pour différents motifs. Dans le cours à 3h, quelques démonstrations essentielles sont faites mais beaucoup de théorie est vue à partir d'exemples.*
- *Certaines propositions sont admises sans démonstrations, surtout en 1ère année. On peut ainsi consacrer suffisamment de temps aux exercices et aux contrôles.*
- *Dans les classes de qualification, on démontre uniquement les théorèmes de base.*
- *Dans les classes très faibles, je passe parfois l'une ou l'autre démonstration en en donnant toutefois le schéma.*
- *Il m'arrive de sauter une démonstration, mais c'est rare.*
- *J'essaie de garder un certain nombre de démonstrations. Les élèves ont de plus en plus de difficultés à les aborder.*
- *Je ne fais des démonstrations de théorie que quand je ne peux faire autrement.*
- *Je crois profondément en l'utilité et l'importance de la démarche démonstrative. Mais il ne faut pas faire trop de démonstrations, il faut choisir les théorèmes les plus importants et les plus beaux. La démarche démonstrative vient trop tôt (en 2ème) alors que l'élève ne dispose pas encore de certains outils de démonstration (triangles isométriques, vecteurs). En 2ème, l'élève devrait acquérir tous les outils de démonstration qu'il manipulerait dans les théorèmes fondamentaux de géométrie en 3ème et dans des exercices d'application en 4ème.*

8.6.3 Quel type d'exercices ?

> *Des exercices gradués. Des exercices "classiques". Des recherches sur des points connexes de la matière. Des exercices de questionnaires d'entrée en polytechnique. Du drill, mais en variant les exercices. Mes exercices nécessitent des calculs à la machine et des approximations. Des exercices pour assimiler les règles principales, puis des exercices demandant une certaine recherche, je suis adversaire de la routine. Tous les types d'exercices : des applications simples aux exercices plus complexes pour faire réfléchir. Quelques exercices extraits des Olympiades et l'un ou l'autre exercice plus difficile. Des exercices très variés : démonstrations, raisonnements, drill...*

Voilà en vrac les réponses à la question posée. Visiblement, tous les "styles" sont représentés.

8.6.4 Le travail à domicile

Il y a encore des enseignants qui croient aux devoirs :

> *Des devoirs ? oui, mille fois oui, environ 20 par an et surtout pas par obligation de l'inspecteur, simplement parce que j'estime les devoirs très importants. Les élèves ont trop peu de contraintes générales. Un devoir l'est. Il sera présenté comme souhaité et pas selon leur humeur et leur fantaisie. Il se fera individuellement ou en groupe, cela m'est égal mais il sera fait. Je me fiche de leurs notes mais ils doivent être compris et font l'objet de contrôles. La correction doit être faite intelligemment avec maturité (il faut deux ans pour y arriver). Les notes n'entrent pas en ligne de compte pour le bulletin, sauf si c'est un 0 obtenu par manque de soin.*

Mais la tendance générale est autre :

- *Devoirs ? selon les normes de l'état.*
- *Les devoirs sont rares parce que copiés systématiquement et parfois faits par des personnes extérieures à la classe.*
- *Ce sont les meilleurs élèves qui les font et les autres se contentent souvent de les copier. C'est donc une mauvaise solution. Pourtant, j'estime qu'ils doivent de temps en temps faire un travail de recherche à domicile.*
- *Devoirs : je n'en vois pas l'intérêt.*
- *Certains contrôles sont intitulés devoirs*

8.6.5 Les interrogations

Les interrogations écrites sont assez fréquentes. Les interrogations orales le sont beaucoup moins et pas toujours cotées. Une formule originale :

Examens "oraux" ...sur feuilles : même questionnaire à un groupe de 4 à 5 élèves. Pendant deux heures, les élèves viennent tour à tour m'expliquer leurs réponses.

8.7 Autres commentaires

Relevons les commentaires suivants :

- *Les examens sont nécessaires pour faire le point, pour apprendre à synthétiser mais pas déterminants pour le passage de classe. Les élèves du professionnel réussissent des contrôles portant sur une matière restreinte mais éprouvent des difficultés à passer des examens. L'évaluation continue corrige les résultats insuffisants.*

- *Il est rare que l'examen de fin d'année détermine la réussite ou l'échec : tout est joué bien avant. Ce qui est fait en classe est primordial.*
- *Je m'efforce de présenter aux élèves un maximum de situations, empruntées le plus souvent aux domaines de la physique et de l'économie, faisant intervenir les notions mathématiques inscrites au programme. Ainsi le cours de mathématique deviendrait un cours général où l'élève découvrirait différentes réalités du monde dans lequel nous vivons. Une démarche essentielle est celle consistant à traduire un problème en une expression algébrique, une équation, une fonction, un schéma géométrique, une intégrale, une équation différentielle. Il ne sert à rien de savoir résoudre une équation si on n'est pas capable de traduire un problème en équation.*
- *Je regrette que les programmes de mathématiques ne soient pas conçus en même temps que les programmes de sciences.*
- *J'avoue travailler de façon (trop ?) systématique, de façon "traditionnelle", j'ai un cours structuré. Je me sens parfois perdue en lisant les documents* "RÉNOVER".
- *Mon objectif est de faire non pas des "réciteurs de formules ou de théorèmes" mais bien des élèves autonomes. J'ai à cœur de veiller à développer leurs propres structures logiques plutôt que de les contraindre à adopter les miennes. Eduquer n'est pas programmer.*
- *Il faudrait adapter les programmes pour que la mathématique devienne une formation avant d'être une matière à étudier.*
- *Ne devrait-on pas recentrer le débat sur l'élève lui-même ? [...] Que se passe-t-il dans la tête d'un élève qui imagine des solutions d'un exercice qui demande de l'imagination et pourquoi ne se passe-t-il rien dans la tête de tel autre élève ?*
- *Je suis chaque année déçue des résultats et je me demande comment améliorer.*

8.8 L'examen des questions d'examen : notre méthodologie

Nous l'avons dit en introduction : l'analyse des questions d'examen doit nous permettre de déterminer quels sont les objectifs pratiques assignés, consciemment ou non, au cours de mathématique. Avec quelques réserves toutefois : comme le soulignent plusieurs des enseignants qui ont répondu à notre appel, les examens ne sont pas déterminants pour la réussite, les jeux sont souvent faits auparavant. Ce fait peut influencer le choix des questions lui-même.

Par ailleurs, on ne peut évidemment demander à un élève de traiter en l'espace d'une heure ou deux, et sans documentation à sa disposition, le même type d'énoncé qu'il pourrait traiter dans de meilleures conditions de travail. Les questions proposées aux élèves lors des examens ne sont donc pas nécessairement représentatives de toutes les activités réalisées en classe. Par contre, elles peuvent nous indiquer quels points de matière sont jugés importants par les enseignats. D'autre part, comme nous n'avons reçu qu'un petit nombre de questionnaires, nous devons plus que jamais être prudents et ne considérer nos constatations que comme des indications, des impressions qu'une enquête plus approfondie pourrait préciser ou corriger.

Signalons que nous avons hésité à prendre en considération certains des questionnaires reçus dont la longueur nous faisait penser à des listes d'exercices de révision. Renseignements pris, il nous a été confirmé qu'il s'agissait bien de questionnaires d'examen. Nous les avons donc inclus à notre analyse.

Il nous est arrivé aussi de nous trouver face à une question à laquelle nous étions incapables de répondre.

Exemples :

- *Transformez pour que le coefficient de x devienne positif :*

$$(2a + x)(8a - 3x) =$$

- *Quelle transformation du plan faut-il faire pour grouper en une seule fois tous les carrés blancs d'un côté et les noirs de l'autre ?*

□	■	□	■	□	■	□	■	□	■
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

- *Situe D tel que $(C, D) \uparrow (A, B)$*
  Situe E tel que $(B, E) \uparrow (A, B)$

  Comment sont les couples ? Pourquoi ?

Ces questions sont sans doute compréhensibles par les élèves qui connaissent le vocabulaire et les conventions implicites du professeur, ce qui n'est pas notre cas.

8.8.1 Des activités mentales variées

Depuis plusieurs années, les enseignants ont appris à distinguer les activités de restitution, d'exécution, d'exploitation de l'acquis. Cette classification repose sur des différences de nature dans les activités mentales mises en jeu : restituer n'est pas comprendre, exécuter n'est pas imaginer. Après Bloom, [3], qui ne s'intéressait pas spécifiquement à la mathématique, divers auteurs ont proposé des “taxonomies", (c'est-à-dire des classifications) des activités mentales intervenant en mathématique. On pourra relire à ce sujet notamment les articles de Y. Tourneur, [13, 14] ainsi que les textes de R. Gras, [8] ou G. Glaeser [7], (voir aussi [10]).

Les difficultés d'application des taxonomies sont bien connues : la classe d'un énoncé n'est pas unique dès que cet énoncé possède une certaine consistance. De plus cette classe dépend de l'élève à qui l'énoncé est soumis :

> *Résoudre une équation du second degré est un exercice de recherche nécessitant de l'imagination pour celui qui rencontre une telle équation pour la première fois mais c'est un simple exercice routinier pour celui qui connaît LA formule.*

Nous n'avons donc pas cherché à répartir les questions d'examen qui nous ont été communiquées selon une classification trop fine, qui se serait révélée illusoire en l'absence d'informations complémentaires relativement aux élèves. Nous avons cependant essayé de repérer les grands types d'activités mentales impliquées dans ces questions : nous ne pourrions considérer de la même façon un questionnaire qui ne comporterait que des questions de restitution et un autre dont tous les exercices entraîneraient de petites recherches ([1]).

Nous avons retenu les catégories suivantes :

– Restituer un énoncé.
  Il s'agit là de reproduire une définition, une proposition. Aucune compréhension n'est nécessaire. Ce sont souvent des questions de vocabulaire.
– Restituer une démonstration.
  L'élève doit reproduire la démonstration d'un théorème. Une réponse correcte fournie lors d'un examen écrit n'est pas la preuve que l'élève a compris. Mais la présence éventuelle d'erreurs est plus significative d'un manque de compréhension.
– Calculer
  Dans cette catégorie, nous rangeons les exercices qui après du drill deviennent à peu près automatiques. Il peut s'agir de calcul numérique (simplifier des fractions par exemple) ou littéral (manipuler, factoriser des expressions algébriques ou trigonométriques, résoudre des équations, calculer des dérivées ou des primitives par des méthodes classiques).

([1]) Qu'on se rassure immédiatement : aucun des questionnaires reçus n'entre dans une de ces deux catégories !

- Organiser
  Nous désignerons ainsi des énoncés dont la résolution ne comporte pas de difficulté conceptuelle, mais qui nécessitent de travailler avec soin et précision. Une bonne vue d'ensemble est nécessaire. Cela peut signifier notamment inventorier toute une série de cas possibles et les traiter successivement et exhaustivement. En géométrie, les exercices de construction sont à ranger dans cette catégorie dès lors que la méthode de construction est connue.
- Observer
  Savoir lire un graphique, analyser une situation, distinguer les éléments pertinents.
- Traduire
  Dire la même chose dans des langages différents est une aptitude importante. "*Mettre en équation*" en est un exemple. On vérifie ainsi que l'élève comprend ce dont il parle, qu'il maîtrise une situation.
  Les deux activités "Observer" et "Traduire" constituent des étapes vers la *modélisation* qui est sans doute l'une des plus difficiles.
- Appliquer
  La plupart des exercices d'examen relèvent de cette catégorie. Il s'agit d'utiliser des connaissances acquises (ou qui devraient l'être) pour résoudre un énoncé qui n'est pas tout à fait immédiat mais ne nécessite cependant pas une créativité importante. Ces questions doivent pouvoir être résolues par l'élève "moyen". C'est ce que dans [10] on appelle des "exercices didactiques".

Comme on l'a fait remarquer plus haut, certains exercices relèvent de plusieurs catégories. Il n'y a là rien d'anormal. Il est à noter aussi que certaines activités mentales n'apparaissent pas dans la liste. Il s'agit essentiellement des activités des niveaux les plus élevés, telles que *rechercher, critiquer, modéliser, mathématiser, estimer, prédire, conjecturer, créer*. La plupart d'entre elles ne sont guère imaginables à l'occasion d'un examen. Nous avons cependant rencontré quelques énoncés qui pourraient se rattacher à ces activités. Il est difficile d'être affirmatif sans savoir comment l'enseignant avait préparé les élèves en vue de l'examen.

8.8.2 L'interaction avec les programmes

Il peut être intéressant de comparer les questions aux programmes. Nous aurons ainsi une idée de ce que les enseignants considèrent comme le plus important dans ceux-ci. Nous rencontrerons aussi des sujets du programme qui ne sont abordés dans aucun des questionnaires que nous avons reçu. Mais nous n'en avons pas reçu beaucoup ...Par ailleurs l'apparition fréquente dans les examens d'une année d'un sujet qui ne figure formellement qu'au programme d'une année ultérieure laisse à penser que ce sujet peut être abordé — sans doute d'une manière différente — par des élèves plus jeunes que prévu. Par exemple le théorème sur la somme des angles d'un triangle figure fréquemment dans les questionnaires de 1ère année.

Il ne peut être question de comparer des élèves des différents types d'enseignement. Nous examinerons donc les questions d'examen en distinguant les sections professionnelles, techniques de qualification, techniques de transition et générales.

8.9 L'enseignement professionnel

Ne disposant, en tout et pour tout, que de quatre questionnaires, relatifs à quatre années différentes et fournis par deux professeurs seulement, nous ne pouvons faire de statistiques, ni tirer de conclusions. Nous devrons nous contenter de quelques remarques.

- En 2ème–3ème, beaucoup de questions sont des exercices de calcul numérique ou demandent des conversions d'une unité dans une autre. Dans ce cas, c'est la maîtrise du système métrique que l'enseignant teste.
- Il est à noter que certains des calculs proposés (des conversions d'unités) sont exactement du même type dans le questionnaire de 2ème et dans celui de 3ème année. Le professeur concerné nous a signalé que la façon de les résoudre était néanmoins différente. Mais nous touchons du doigt la lenteur de la progression de ces élèves et les difficultés de fixation de la matière. Cette impression est renforcée par le fait que plusieurs des problèmes d'arithmétique proposés sont du même type que les problèmes d'école primaire.
- Que ce soit en 2ème–3ème ou en 5ème–6ème, les enseignants ont le souci d'inclure dans leurs questionnaires des énoncés se rapportant à des situations "concrètes" telles des lectures de documents (bons de caisse d'un grand magasin, carte routière,...). Ils cherchent à donner à leurs élèves des outils pour se débrouiller dans la vie quotidienne.
- Dans les sections auxquelles étaient destinés les questionnaires de 5ème–6ème (mécanique automobile, équipement électrique, ...), les questions portent sur de la matière plus élaborée. On note en particulier l'emploi de la notation scientifique, ce qui suppose l'emploi d'une calculatrice scientifique.

– En 5ème–6ème également, beaucoup d'énoncés se ramènent à des conversions d'unité, ou à l'application de propriétés vues dans le cours de physique.

8.10 L'enseignement technique de qualification

Pour cet enseignement également nous ne disposons que d'un petit nombre de questionnaires. Aussi, nous allons les regrouper par année.

8.10.1 La troisième année

Nous n'avons qu'un seul questionnaire, son contenu n'appelle pas de remarque particulière.

8.10.2 La quatrième année

Les trois questionnaires concernent des classes à 3h et 5h par semaine relevant d'options groupées différentes. Nous avons réparti les exercices selon les grandes catégories mentionnées plus haut. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant. La première ligne du tableau présente les pourcentages moyens d'exercices, (le total peut dépasser 100% puisqu'un exercice peut relever de plusieurs catégories). La deuxième ligne mentionne les intervalles de variation de ces pourcentages.

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
35%	4%	18%	2%	10%	6%	30%
27–46%	0–7%	7–27%	0–7%	0–21%	0–15%	29–33%

On remarque évidemment la très grande variabilité des pourcentages d'exercices relevant d'une activité mentale donnée, à l'exception de la colonne “Appliquer". Il n'est pas certain que cela soit dû à la considération simultanée de questionnaires relatifs à des options différentes, car nous retrouverons le même phénomène dans des sections de l'enseignement général qui sont cependant traitées séparément.

Les sujets les plus souvent abordés sont les fonctions et les équations du premier et du second degré, ainsi que la trigonométrie, le théorème de Pythagore et ses variantes ainsi que — dans un questionnaire seulement — les éléments de statistique descriptive. Les questionnaires relevant d'options différentes, il n'est pas utile de vérifier leur adéquation au programme. Notons cependant l'absence de calcul vectoriel.

8.10.3 La cinquième année

Nous avons un questionnaire d'une section de secrétariat à 2h par semaine et un questionnaire d'une section "Electronique – Mécanique" à 4h par semaine. Impossible donc de comparer les matières des examens aux programmes. Contentons-nous du tableau analogue au précédent. Il ne comporte pas de colonne "Restituer une démonstration".

Restituer	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
20%	35%	2%	7%	4%	37%
6–29%	33–36%	0–4%	6–7%	0–11%	29–50%

Le principal sujet abordé est l'étude et la représentation de fonctions. En section industrielle, on rencontre aussi de la trigonométrie et des nombres complexes et en section secrétariat les suites arithmétiques et dans ce cadre des problèmes d'intérêt.

8.10.4 La sixième année

Ici aussi, nous avons un questionnaire de section secrétariat (2h/sem) et un autre de section industrielle (3h/sem), provenant des mêmes enseignants que ceux de 5ème année.

En section secrétariat, nous retrouvons dans le questionnaire de 6ème année des questions, relatives aux études de fonctions, qui figuraient, quasiment identiques, dans le questionnaire de 5ème. Nous ne savons si cela est dû à des circonstances particulières ou s'il est possible d'en déduire qu'à ce niveau les élèves ne progressent plus guère d'une année à l'autre. L'enseignement se réduirait alors à de la garderie. Mais nous ne pouvons nous prononcer vu la petite quantité d'informations dont nous disposons.

Cela étant, voici notre tableau. Il ne comporte ni colonne "Organiser", ni colonne "Traduire".

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Observer	Appliquer
11%	14%	18%	7%	50%
0–21%	0–25%	15–21%	4–10%	29–75%

8.11 L'enseignement technique de transition

Ici aussi, nous regrouperons les questionnaires par année.

8.11.1 La troisième année

Nous n'avons qu'un seul questionnaire, relatif à une section à 6 heures par semaine.

8.11.2 La quatrième année

La colonne "Observer" est absente du tableau suivant.

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Traduire	Appliquer
7%	6%	25%	4%	2%	60%
4–11%	4–7%	17–30%	0–11%	0–4%	52–71%

Les différents points des programmes sont rencontrés, la majorité (relative) des exercices portant sur les équations, inéquations et systèmes d'équations ou d'inéquations des premier et second degrés, sur la trigonométrie et le calcul vectoriel.

La notion de barycentre, qui n'est pas explicitement prévue par les programmes, apparaît dans deux des trois questionnaires.

8.11.3 La cinquième année

Nous disposons de deux questionnaires de sections différentes, ce qui — une fois de plus — nous interdit de faire des comparaisons valables avec les programmes. Un d'entre eux est consacré pour une part importante à des activités de type algorithmique sur micro-ordinateur. Nous avons classé ces activités dans la rubrique "Traduire".

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
9%	4%	36%	2%	2%	9%	38%
8–10%	0–10%	35–36%	0–4%	0–4%	5–12%	36–40%

Comme il est normal dans une cinquième année, beaucoup d'exercices sont consacrés aux études de fonctions ainsi qu'aux calculs de limites.

8.11.4 La sixième année

Nous ne disposons que d'un seul questionnaire. Il porte notamment sur le calcul intégral, l'analyse combinatoire, les probabilités, la géométrie analytique (premier degré uniquement), le calcul matriciel, les déterminants et propose des activités sur micro-ordinateur.

8.12 L'enseignement général

8.12.1 La première année

Le tableau suivant ne comporte pas de colonne “Restituer une démonstration".

Restituer	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
30%	15%	10%	16%	11%	40%
22–40%	7–24%	6–25%	7–23%	3–17%	21–60%

Compte tenu du niveau des élèves et du contenu des programmes, les énoncés suivants pourraient être considérés comme de petites recherches :

– Combien de nombres naturels divisent $2^3.3.7^2$?

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 22 (E) 24

– Le produit de tous les diviseurs de 100 est égal à

(A) 10^5 (B) 10^7 (C) 10^8 (D) 10^9 (E) 10^{10}

Les points du programme les plus fréquemment rencontrés :

- Les opérations fondamentales dans $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$.
- Les règles de priorité des opérations.
- La résolution d'équations dans $\mathbb{Z}$.
- Les notions d'appartenance et d'inclusion.
- La représentation de relations par un graphe sagittal ou sous forme d'ensemble de couples.
- La reconnaissance de transformations géométriques.
- Les triangles isocèles.
- Les calculs de volumes, d'aires et de périmètres ainsi que les conversions entre les unités.

Comme sujets rencontrés alors qu'ils ne sont pas mentionnés formellement dans le programme, en plus du théorème sur la somme des angles d'un triangle déjà signalé plus haut, citons les éléments particuliers des triangles (hauteurs, médianes, ...).

Le sujet “*Lire, écrire des décimaux positifs et pratiquer des opérations sur ceux-ci*" n'est abordé que dans un questionnaire, tandis que les points suivants ne sont représentés dans aucun d'entre eux :

- Choisir une unité convenable pour exprimer la mesure d'une grandeur.
- Examiner la plausibilité d'un résultat.
- La notion de partie complémentaire et les connecteurs logiques.
- La résolution de problèmes par la méthode des graphes sagittaux.
- L'utilisation de propriétés pour justifier qu'un point appartient à un plan ou qu'une droite est incluse dans un plan.

8.12.2 La deuxième année

Voici le tableau résultant de notre analyse. On y notera l'apparition d'une rubrique “Restituer des démonstrations".

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
31%	1%	10%	18%	14%	10%	44%
14–41%	0–3%	5–19%	7–38%	3–25%	2–19%	38–50%

On remarque que les pourcentages ci-dessus sont proches de ceux observés en première année. Les seules différences notables concernent les rubriques “Calculer" et “Organiser". Elles s'expliquent par l'importance du calcul numérique en 1ère et l'apparition des constructions géométriques en 2ème.

Le sujet “Nombres décimaux" qui figure au programme de 1ère mais n'était guère représenté dans les questionnaires est cette fois traité de façon systématique. Par contre, les sujets suivants du programme de 2ème n'apparaissent pas dans les examens :

– Utilisation de machines à calculer.
– Abscisses d'images de points par homothéties et translations.
– Encadrer un nombre par *deux suites de* valeurs approchées.

Notons aussi que le programme suggère dans les indications méthodologiques la détermination et la comparaison de valeurs moyennes dans des relevés de données . Nous n'avons trouvé aucune trace de ce type d'activité.

Deux points ne figurant pas au programme de 2ème apparaissent chacun dans un questionnaire : le théorème de Pythagore et les notions de p.g.c.d. et p.p.c.m.

8.12.3 La troisième année

Le cours à 4 heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
31%	4%	18%	2%	7%	4%	66%
11–88%	0–14%	5–31%	0–6%	0–14%	0–13%	57–100%

A noter le faible taux de questions demandant de reproduire une démonstration alors que le programme (de géométrie) de cette section prévoit l'apprentissage de la démonstration. Il resterait cependant à prouver qu'il est possible d'évaluer l'apprentissage de la démonstration à l'aide de questions de restitution. Comment tester la compréhension d'une démonstration ? Il conviendrait aussi de préciser en quoi consiste l'apprentissage de la démonstration. S'agit-il d'appliquer à une situation nouvelle une méthode de démonstration vue en classe (exemple : application des cas d'isométrie des triangles) ou d'initier à de petites recherches. Dans le premier cas, les exercices correspondants seraient à classer dans la rubrique “Appliquer", dans le second cas, une rubrique “Rechercher" conviendrait mieux.

Quant à la diminution du pourcentage d'exercices classés dans la rubrique “Organiser", elle est due à ce que le cours de géométrie de 3ème année comporte moins de constructions que celui de 2ème.

La présence dans la deuxième ligne du tableau ci-dessus de pourcentages aussi élevés que 88% et 100% s'explique par le fait que dans un des questionnaires, les activités de restitution servent d'introduction aux applications ; ces deux types d'activités sont donc réunis dans quasi chaque question. Ce n'est pas le cas dans les autres questionnaires.

Les points du programme les plus fréquemment rencontrés sont l'utilisation des “produits remarquables", les équations du premier degré et le théorème de Thalès. Par contre les points suivants apparaissent dans un questionnaire au maximum : le calcul de valeurs approchées de racines carrées, la factorisation d'expressions telles que $a^2 - 3$, la transformation de formules, l'interprétation graphique de la solution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues, les isométries, les formules trigonométriques des triangles rectangles.

Parmi les extensions facultatives prévues (factoriser les sommes et différences de deux cubes, résoudre des équations qui se ramènent à des équations du premier degré, discuter une équation du premier degré à un paramètre, résoudre des systèmes “impossibles ou indéterminés", diviser un polynôme par un autre, chercher le degré du quotient et du reste), nous avons rencontré une fois la factorisation de $a^3 + b^3$ et la division générale de deux polynômes, mais assez souvent la résolution d'équations se ramenant au premier degré.

Dans un questionnaire, nous avons rencontré des points non explicitement inscrits au programme : écriture d'un décimal périodique sous forme fractionnaire, étude de valeurs absolues (graphique de fonctions, résolution d'équations et d'inéquations).

Le cours à 6 heures par semaine

Nous n'avons reçu qu'un seul questionnaire relatif à cette section. Il n'y aurait aucun sens à calculer des pourcentages moyens ou à essayer de repérer les sujets du programme peu ou fréquemment abordés.

8.12.4 La quatrième année

Le cours à 4 heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
14%	13%	19%	6%	2%	8%	60%
0–31%	0–27%	6–28%	0–14%	0–6%	0–18%	41–94%

A l'exception de la discussion de systèmes d'équations linéaires en deux inconnues, la plupart des sujets d'algèbre relatifs au premier degré sont bien représentés dans les questionnaires. En ce qui concerne le second degré, nous avons rencontré peu de questions à propos des radicaux d'indice 2, de la somme et du produit des racines d'une équation du second degré ainsi que de la factorisation. En géométrie et en trigonométrie, aucun sujet ne semble délaissé.

Bien que le programme mentionne que l'étude des propriétés ne doit pas être menée jusqu'à l'étude des structures, un des questionnaires propose des exercices portant sur des groupes et aborde aussi les notions de minorant, majorant, borne inférieure, borne supérieure, minimum, maximum. Nous avons aussi rencontré des systèmes d'équations à trois inconnues, des systèmes d'inéquations, des équations et inéquations avec des valeurs absolues.

Le cours à 6 heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
24%	10%	23%	4%	1%	2%	56%
6–70%	4–16%	18–32%	0–11%	0–5%	0–6%	37–79%

Rappelons d'abord qu'il n'y a que pour cette section que certains collègues se plaignent vraiment d'avoir des difficultés à couvrir le programme. Nous devons donc nous attendre à ce que certains sujets soient sacrifiés.

De fait le programme débute par un préliminaire rappelant la nécessité de procéder à une mise au point du vocabulaire et des notions de logique et se termine par un chapitre "Initiation au calcul algorithmique" qui, sans rien énoncer de matière précise, suggère des situations à traiter en utilisant des calculatrices. La lecture des questions d'examen ne permet pas de déterminer si la mise au point logique a été effectuée. En ce qui concerne l'algorithmique, nous n'avons trouvé qu'une seule question, laquelle ne correspond pas vraiment ni à l'esprit ni à la lettre du programme :

> *Indiquez les variables créées par le programme, leurs contenus successifs et la valeur affichée si $N = 5$.*

```
10 INPUT "N ENTIER > 1" ;N
20 P= N
30 FOR I = 1 TO N-1
40 P = P*I
50 NEXT I
60 PRINT P
```

En géométrie, nous constatons d'une part une grande variété de questions et d'autre part que beaucoup de sujets n'apparaissent que rarement. Font exception les notions de produit scalaire (y compris des applications) et d'équation cartésienne d'une droite.

Par contre, en algèbre, les sujets classiques sont fortement représentés dans les questionnaires : principes d'équivalence (équations, inéquations), discussions, fonctions et équations du second degré, radicaux d'indice n. Notons cependant que l'encadrement du quotient de deux réels positifs et, de façon plus générale, le calcul approché, n'apparaissent nulle part. Dans un examen, nous avons rencontré une démonstration par récurrence (cette méthode n'est pas prévue par le programme).

8.12.5 La cinquième année

Le cours à trois heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
35%	3%	57%	0%	11%	3%	11%
0–50%	0–6%	43–67%	0–0%	6–20%	0–20%	7–20%

On constate d'emblée que la majeure partie des activités de cette section est constituée d'activités de calcul (domaines de définition de fonctions, limites, asymptotes et dérivées), au contraire des années antérieures où les applications étaient les plus fréquentes. De leur côté, les activités d'observation reprennent une place non négligeable. Il s'agit essentiellement de l'observation de graphiques de fonctions.

Nous avons aussi remarqué que bien que l'emploi d'une calculatrice soit fortement conseillé par les programmes, peu de questions d'examen nécessitent réellement cet instrument. Quant au reste, les questionnaires reflètent le contenu des programmes.

Le cours à cinq heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
22%	10%	26%	4%	5%	7%	45%
0–27%	0–24%	15–39%	0–9%	0–20%	3–15%	29–60%

Les rubriques les plus fortement représentées sont

- la restitution d'énoncés (propriétés des fonctions, définitions en analyse, formules trigonométriques, propriétés en géométrie de l'espace).
- le calcul (domaines de définition, limites, dérivées, radicaux, statistique descriptive).
- les applications (géométrie de l'espace, y compris des constructions, études de fonctions, équations trigonométriques).

Le programme d'analyse semble suivi partout dans sa quasi-totalité bien que nous n'ayons pas rencontré de questions relatives à la continuité des fonctions, ni au théorème des valeurs intermédiaires. De plus, aucun usage de calculatrice n'est prévu.

Rien de particulier n'est à signaler concernant la trigonométrie ou la statistique.

Par contre, le dernier point du programme de géométrie de l'espace, relatif au produit scalaire, ne semble guère être abordé.

Hors programme, nous avons rencontré la notion de transformation linéaire (jusque celle de noyau d'une telle transformation) ainsi qu'un peu de calcul de probabilités.

Le cours à sept heures par semaine

Notons que certaines écoles prévoient une option de renforcement de 2 heures par semaine. Nous n'avons cependant pas distingué ce cours à 9h/sem du cours à 7h/sem vu qu'aucune matière supplémentaire ne semble être abordée.

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
17%	19%	30%	2%	6%	5%	41%
7–26%	4–30%	16–61%	0–4%	0–16%	0–16%	32–50%

Souvent les enseignants qui donnent le cours fort de mathématique en 5ème année donnent également celui de 6ème, ce qui leur permet éventuellement de répartir la matière sur les deux années d'une façon autre que celle qui est prévue par les programmes. Nous n'avons donc pas tenu compte de l'absence dans les questions de 5ème d'un point prévu au programme de cette année si ce point était rencontré dans le questionnaire de 6ème.

Les points du programme sous-représentés dans les questionnaires sont la statistique et les probabilités, les activités algorithmiques (seule la détermination des racines d'une équation est rencontrée) et l'algèbre linéaire. Dans ce dernier sujet, on ne semble guère dépasser les notions de base et de dimension.

Notons aussi que les questions de géométrie sont généralement peu nombreuses et consistent souvent en une application relativement immédiate de la théorie.

8.12.6 La sixième année

Le cours à trois heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
31%	13%	47%	0%	2%	11%	29%
17–70%	0–18%	42–60%	0–0%	0–10%	0–20%	20–33%

Par comparaison avec la cinquième année, on constate que les activités d'observation sont à nouveau quasiment disparues, alors que le cours de statistique descriptive s'y prêterait bien. Les questions relatives à ce sujet se limitent généralement au calcul des paramètres de position et de dispersion, ainsi qu'à la représentation graphique, sans interprétation des données.

Quant aux parties "probabilités" et "analyse", elles sont bien représentées, la dernière se taillant (comme dans les programmes) la part du lion puisqu'elles représentent selon les questionnaires de 65 à 92% des questions.

Le cours à cinq heures par semaine

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
26%	14%	61%	4%	0%	4%	11%
12–34%	6–22%	53–78%	0–18%	0–0%	0–11%	0–21%

La rubrique "Applications" est peu représentée car beaucoup d'exercices ne sont effectivement que des calculs "pour le calcul" (limites et dérivées de fonctions exponentielles et logarithmiques, équations exponentielles, primitives) Ces exercices n'utilisent que des algorithmes enseignés, sans nécessiter d'idée nouvelle.

Les sujets obligatoires du programme sont rencontrés partout.

Parmi les thèmes au choix, les techniques de calcul des primitives (intégration par parties et par substitution) recueillent les faveurs générales. Par contre, les chapitres concernant les coordonnées polaires, la formule de Mac Laurin et les variables aléatoires ne sont que rarement abordés.

Le cours à sept heures par semaine

Un des questionnaires reçus ne porte que sur le premier semestre. Nous n'en tenons pas compte pour le calcul de la dernière ligne du tableau ci-dessous.

Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
10%	25%	39%	0%	0%	0%	30%
9–11%	20–27%	18–46%	0–0%	0–0%	0–0%	23–45%

Comme pour la section précédente, et pour les mêmes raisons, on constate la présence de beaucoup d'exercices de calcul. En ce qui concerne le programme, on peut considérer qu'il est couvert à l'exception éventuelle des points relatifs au calcul des probabilités et à l'algorithmique.

8.13 En conclusion

Afin de faciliter les comparaisons, regroupons en un seul tableau les pourcentages moyens rencontrés dans les paragraphes précédents. (Rappelons que le total de chaque ligne peut dépasser 100%.)

Section	Restituer (énoncé)	Restituer (dém)	Calculer	Organiser	Observer	Traduire	Appliquer
Enseignement technique							
4TQ	35	4	18	2	10	6	30
5TQ	20	0	35	2	7	4	37
6TQ	11	14	18	0	7	0	50
4TT	7	6	25	4	0	2	60
5TT	9	4	36	2	2	9	38
Enseignement général							
1ère	30	0	15	10	16	11	40
2ème	31	1	10	18	14	10	44
3ème 4h	31	4	18	2	7	4	66
4ème 4h	14	13	19	6	2	8	60
4ème 6h	24	10	23	4	1	2	56
5ème 3h	35	3	57	0	11	3	11
5ème 5h	22	10	26	4	5	7	45
5ème 7h	17	19	30	2	6	5	41
6ème 3h	31	13	47	0	2	11	29
6ème 5h	26	14	61	4	0	4	11
6ème 7h	10	25	39	0	0	0	30

Notons d'abord que les activités qui nécessitent davantage d'initiatives de la part des élèves, représentées par les rubriques "Organiser", "Observer" et "Traduire", diminuent fortement à partir de la troisième année.

Cela pourrait être dû au fait qu'à partir de cette année, le cours d'algèbre prend de l'ampleur, les calculs formels sont systématisés, ce qui amènerait l'enseignant à consacrer une grande partie du temps disponible à l'acquisition de techniques de calcul. Cette tendance se confirmerait ultérieurement, lorsque les élèves disposent d'outils de plus en plus puissants (second degré, algèbre linéaire, calcul différentiel et intégral ...)

Effectivement, les activités de type "Calculer" ne descendent plus en dessous de 20% à partir de la quatrième année. Dans la section à 3 heures par semaine, elles atteignent même 50%. Sans doute les programmes de cette section fournissent-ils de nombreuses occasions de calculs. Par ailleurs ce sont des questions de ce type qui sont le moins susceptibles d'engendrer un grand nombre d'échecs parmi des élèves peu attirés par le raisonnement mathématique. On peut néanmoins se demander si des activités de calcul vont réconcilier de tels élèves avec les mathématiques. Nous touchons là au fait que les programmes des sections faibles n'ont souvent été que de simples démarquages de ceux des sections fortes et sont par conséquent peu (ou pas du tout ?) coordonnés avec ceux des autres disciplines. Une meilleure coordination permettrait sans doute de mieux motiver les élèves. Cela nécessiterait aussi la mise à la disposition des enseignants d'une abondante documentation.

En ce qui concerne le taux de 61% d'activités de calcul en 6ème, 5 heures, taux qui peut paraître excessif, nous ne savons s'il est dû à la faiblesse de notre échantillon ou s'il est lié aux thèmes proposés par le programme.

Remarquons à présent que les activités de restitution représentent environ un tiers de l'ensemble dans toutes les sections, sauf dans le technique de transition. En 6ème, 3 heures, elles atteignent 44%, ce qui ne fait que nous renforcer dans l'opinion émise ci-dessus à propos des échecs.

Pour terminer, notons encore que dans la section à 7 heures par semaine, les activités de calcul et de restitution de démonstration augmentent progressivement, au détriment des applications. Peut-être les applications deviennent-elles plus complexes et de ce fait moins adaptées à un examen. Mais ne conviendrait-il pas aussi de s'interroger sur la formule des examens ?

Annexes

A. Le Rapport “Cockroft"

Résumé par G. Noël

1. Il n’est guère possible de donner en quelques pages un aperçu d’un ouvrage de 300 pages (y compris les annexes) qui ne soit quelque peu déformé. Il n’est guère possible non plus de lui accorder beaucoup de place : la structure du système scolaire, l’organisation des écoles, les habitudes, la conception même de l’enseignement sont trop différentes en Angleterre [1] de ce qu’elles sont chez nous ; le modèle anglais n’est pas transposable chez nous, au moins actuellement. De plus, même en Angleterre, le rapport Cockroft est dépassé, puisque depuis sa parution en 1981, une véritable révolution s’est déroulée dans les écoles anglaises par l’introduction d’un “*curriculum national* ". Cependant nombre de considérations développées dans le rapport peuvent inspirer notre réflexion. On en trouvera donc ci-dessous un compte rendu sommaire, rédigé avec toute la subjectivité (et aussi l’objectivité) dont G. Noël est capable, subjectivité due notamment au choix opéré parmi les points traités dans le rapport.

2. La tâche de rédiger un rapport sur l’enseignement des mathématiques a été confiée à une commission spéciale par le Secrétaire d’Etat à l’Education et à la Science dans le courant 1978. L’objectif général de la commission était d’examiner l’enseignement des mathématiques dans les écoles primaires et secondaires, particulièrement en ce qui concerne son efficacité, son intelligibilité, et son adéquation aux besoins de l’enseignement supérieur, de la vie professionnelle et de la vie adulte.

3. La commission s’est réunie en séances plénières à 64 reprises. Des groupes de travail se sont rencontrés durant 143 jours, 54 écoles ont été visitées, de nombreuses interviews ont eu lieu, 930 communications écrites ont été reçues et étudiées, des délégués de la commission ont visité des pays étrangers. Après trois ans de travail, la commission a remis un rapport de 300 pages.

[1] Par “Angleterre", il faut comprendre “Angleterre et Pays de Galles", mais non “Ecosse".

4. Le rapport comporte trois parties, plus des annexes (les titres ci-dessous sont de G.N.) :
<u>*Partie A*</u> : Objectifs de l'enseignement des mathématiques et besoins en mathématiques (55 pages).
<u>*Partie B*</u> : L'enseignement mathématique et la formation des élèves (127 pages).
<u>*Partie C*</u> : L'enseignement mathématique et la formation des maîtres (63 pages).
Les annexes comportent divers renseignements statistiques ainsi qu'une étude sur les différences de résultats entre garçons et filles.

5. La commission estime que la principale raison d'enseigner des mathématiques à tous les enfants réside dans le fait que les mathématiques fournissent un moyen de communication qui est puissant, concis et non ambigu. D'autres raisons sont également mentionnées : l'utilité dans d'autres domaines, le plaisir de résoudre des problèmes, de "faire des mathématiques pour elles-mêmes".

6. Les besoins en mathématique de la vie adulte (la "vie quotidienne") sont limités : lire des nombres, compter, dire l'heure, effectuer des paiements, rendre la monnaie, peser, mesurer, lire un horaire, comprendre un graphe ou un diagramme simples, effectuer quelques calculs. La commission estime qu'il convient de compléter cette liste par une certaine intuition numérique qui permet d'estimer un ordre de grandeur, ainsi que du calcul mental simple. Mais surtout, tout adulte doit avoir suffisamment confiance en ses capacités mathématiques pour ne pas hésiter à utiliser ses connaissances, si faibles soient-elles.

7. Une des principales raisons d'établir la commission COCKROFT était les nombreuses plaintes émises à partir de 1973 par les employeurs concernant les capacités mathématiques du personnel engagé à sa sortie de l'enseignement secondaire à 16 ans. Ces plaintes mettaient notamment en cause les "mathématiques modernes". Les nombreux contacts que la commission a eus ne confirment pas l'existence d'un véritable problème sauf en ce qui concerne les vendeurs de magasins et certaines catégories d'apprentis. En fait, s'il y a des problèmes, il semble qu'ils disparaissent rapidement avec la pratique et selon la motivation des intéressés. Les mathématiques professionnelles sont liées à des tâches spécifiques et limitées qui deviennent vite familières. Ainsi, les mathématiques ne sont pas toujours utilisées dans la vie professionnelle de la même façon que dans les classes. Les principaux besoins sont l'arithmétique élémentaire, l'emploi des pourcentages, l'emploi des calculateurs (mais en 1981, les avis étaient encore partagés à ce sujet), les fractions de dénominateurs 2, 4, 8, 16, 32, 64. On ne rencontre que peu de besoins en algèbre, il suffit de savoir calculer la valeur d'une expression en remplaçant des variables par des nombres. Dans l'industrie et le commerce, on doit aussi pouvoir estimer un résultat. Mais ce qui est le plus utilisé est le mesurage, sous toutes ses formes, et on peut considérer que le plus important est que l'école donne à ceux qui iront vers ces carrières une familiarité avec cette activité ("a feeling for measurement").

8. Le rapport note que beaucoup de personnes adultes n'éprouvent vis-à-vis des mathématiques que des sentiments d'impuissance et d'anxiété et n'y voient que peu d'intérêt. Le sujet le plus discuté serait l'algèbre formelle, par exemple les manipulations algébriques et des sujets tels que les ensembles et les matrices apparaissent gratuits. On critique également les enseignants qui ne sont pas assez clairs, ceux qui ne sont pas assez exigeants, et ceux qui ne disent pas "à quoi ça sert". Très peu des personnes interrogées reconnaissent aux mathématiques un aspect culturel, la plupart n'en voient que l'aspect utilitaire. Une corrélation faible mais non nulle apparaît entre les résultats scolaires en mathématiques et l'attitude plus ou moins favorable à l'égard de cette discipline. L'attitude des parents est également très importante.

9. La mathématique ne peut se limiter à son aspect utilitaire. Elle doit aussi être présentée comme un sujet à apprécier. Bien que de nombreux élèves n'auront pas l'occasion d'atteindre un niveau élevé, tous devraient avoir un aperçu, même faible, de la nature générale des mathématiques et des processus logiques qu'elle fait intervenir.

10. La mathématique est un sujet difficile à apprendre et à enseigner. Cela est dû en partie à son caractère hiérarchisé. Même des enfants du même âge apprennent à des vitesses très différentes. La mathématique nécessite aussi beaucoup de travail et de pratique. La compréhension d'un sujet est difficile à apprécier par le professeur. Le fait d'être capable de résoudre correctement un problème particulier n'implique pas nécessairement une véritable compréhension des notions rencontrées. La capacité de résoudre des problèmes plus généraux peut être considérée comme plus indicative. La mémorisation nécessaire de certains faits est d'autant plus facile que ces faits sont situés dans un contexte significatif. L'apprentissage "par coeur" doit être proscrit s'il n'est accompagné d'une véritable compréhension. Cela n'empêche pas l'élève de pratiquer des exercices de routine ayant pour but la maîtrise de certaines techniques.

11. Le professeur de mathématiques doit être attentif à trois éléments :
- les faits et les techniques qui doivent être connus et pratiqués ;

- les structures conceptuelles qui constituent la substance de la connaissance mathématique ;
- les stratégies générales guidant le choix des techniques à utiliser et des faits sur lesquels s'appuyer.

A tous les niveaux, l'enseignement mathématique doit comporter des phases
- d'exposé par le professeur ;
- de discussion entre professeur et élèves, ainsi qu'entre élèves ;
- de travail pratique approprié ;
- de consolidation et de pratique des techniques et routines de base ;
- de résolution de problèmes, y compris des applications à des situations quotidiennes ;
- de travail de recherche.

Sur le plan des sujets, le rapport insiste sur la nécessité de pratiquer le calcul mental, l'estimation, et le mesurage. Il s'oppose à une concentration excessive sur l'aspect mécanique de l'arithmétique, qui n'assisterait pas le développement de la compréhension. Enfin, il ne croit pas opportun de maintenir une distinction entre mathématique moderne et mathématique traditionnelle. Des calculatrices et des micro-ordinateurs doivent être utilisés, mais il convient de mettre au point de bons logiciels qui tiennent compte des possibilités graphiques, et qui apportent une véritable amélioration à l'enseignement.

12. Pour ce qui concerne l'élaboration d'un programme pour l'enseignement secondaire, l'habitude est de rédiger d'abord le programme pour les sections fortes et de l'alléger pour les autres. La commission COCKROFT suggère la méthode inverse : élaborer d'abord le programme pour les élèves les plus faibles, puis l'étendre pour les autres. Ainsi pour les élèves de 11 à 16 ans, la liste des matières de base pourrait comprendre au minimum les points suivants (qui sont développés dans le rapport) :

NOMBRES (y compris les fractions simples)
MONNAIE
POURCENTAGES
EMPLOI D'UN CALCULATEUR
TEMPS
MESURAGES
GRAPHES ET REPRÉSENTATIONS GRAPHIQUES
NOTIONS SPATIALES
RAPPORTS ET PROPORTIONS
IDÉES STATISTIQUES

De plus, les élèves devraient

– lire, écrire et parler des mathématiques de différentes façons ;
– exécuter des calculs mentalement, sur papier et à l'aide d'un calculateur ;
– associer des calculs à des mesurages dans des unités appropriées ;
– discuter et justifier les méthodes employées.

Aucun sujet ne devrait être abordé s'il n'est développé assez pour que les élèves puissent l'appliquer en comprenant ce qu'ils font.

13. La liste qui précède constituerait l'essentiel du syllabus des élèves les plus faibles (40 % de la population scolaire). Des suppléments pourraient varier selon les écoles (2). Pour se conformer aux idées du rapport, beaucoup d'enseignants devront modifier leur façon d'enseigner. De plus du matériel didactique nouveau doit être élaboré. Les élèves plus forts recevraient un enseignement plus approfondi des matières de la liste de base, ainsi que des matières additionnelles. Le rapport ne détaille pas celles-ci mais cite, des idées "sous-jacentes à la trigonométrie", des dessins à l'échelle, des triangles rectangles et le théorème de Pythagore, du calcul algébrique simple sur des formules et des équations. Enfin les élèves les plus forts (5 à 10 % des élèves) doivent avoir l'occasion de développer leurs capacités de généralisation et d'abstraction, de logique et de démonstration, de résolution de problèmes et de recherche. Ils doivent être encouragés à lire des livres de mathématiques, à s'intéresser à l'histoire des mathématiques. La pratique des techniques reste nécessaire pour ces élèves, mais elle doit prendre des formes variées et ne peut se limiter à des exercices répétitifs. Il faut aussi tenir compte de ce que ces élèves apprécient souvent le travail sur ordinateur. Les élèves très forts doivent être traités individuellement.

14. Une liaison doit être établie avec les enseignants des autres disciplines. Le professeur de mathématique doit être conscient des besoins des autres enseignements. Il doit aussi être conscient des possibilités d'exploiter des situations tirées des autres cours. Les professeurs des autres branches doivent aussi être conscients du rôle que les mathématiques peuvent jouer dans la présentation claire et sobre des informations et ils doivent encourager les élèves à utiliser la mathématique dans ce but.

15. Dans les "sixth-forms" (au-delà de 16 ans) on mettra en évidence les très nombreuses applications des mathématiques. On procèdera par exemple à des modélisations. Un micro-ordinateur peut stimuler le travail de recherche. Tout cours de ce niveau devrait comporter une partie substantielle

(2) Rappelons qu'en 1982, l'idée d'un programme national n'était pas encore envisagée en Angleterre.

de “mathématiques appliquées". En Angleterre, l'usage était jusqu'à présent d'aborder la mécanique newtonienne comme sujet de mathématique appliquée. Une autre possibilité serait les probabilités et statistiques.

16. La formation des enseignants a également retenu l'attention de la commission Cockroft. Elle estime que cette formation doit avoir pour but

- de développer, chez les enseignants, la connaissance et la maîtrise des mathématiques au-delà du niveau auquel ils enseigneront et de leur donner l'occasion d'étudier l'un ou l'autre sujet en profondeur ;
- de développer le plaisir des mathématiques et la confiance en leur utilisation ;
- de fournir une perspective historique ;
- de fournir une appréciation du rapport entre les mathématiques et les autres sujets ;
- de développer l'aptitude à communiquer des idées mathématiques, oralement et par écrit.

17. Les différentes catégories d'enseignants ne sont pas les mêmes en Angleterre et en Belgique, ce qui rend assez difficiles les comparaisons. Notons seulement quelques points concernant la formation initiale des enseignants :

- Le rapport Cockroft souhaite qu'un étudiant ne soit admis dans les sections qui forment des enseignants en mathématique que si sa formation antérieure comporte une composante mathématique substantielle.
- Les enseignants qui accueillent dans leurs classes des candidats-professeurs effectuant un stage didactique, doivent collaborer de façon bien définie avec le personnel des instituts pédagogiques, en tenant compte des objectifs des uns et des autres.
- Des contraintes financières ne peuvent avoir pour conséquence que des stages soient effectués dans des écoles qui ne sont pas en mesure d'accueillir valablement les stagiaires.
- Les enseignants débutants devraient continuer à être suivis au cours de leur première année de travail.
- Il est urgent de revoir la formation des enseignants.

18. La formation permanente des enseignants est indispensable car toute amélioration des résultats en mathématique ne peut, dans une large mesure, résulter que des efforts des enseignants déjà en place. Quelle que soit leur valeur, les professeurs ont besoin d'appui pendant leur carrière pour développer leurs aptitudes professionnelles et maintenir la qualité de leur travail. La formation permanente peut être organisée de différentes façons :

– au niveau de l'école, elle peut être organisée par des coordonnateurs, ou chefs de département. Elle peut avoir lieu au jour le jour en tenant compte des contingences locales. Mais les enseignants d'une école doivent éviter de fonctionner en circuit fermé ;
– les coordonnateurs ou chefs de département doivent eux-mêmes recevoir un appui et une formation ;
– des centres locaux peuvent donner aux enseignants d'une région l'occasion de se rencontrer et d'échanger des idées. Ils peuvent aussi fournir un appui logistique. Ils devraient fournir l'aide de mathématiciens spécialistes ;
– les enseignants devraient pouvoir visiter d'autres écoles de temps à autre ;
– les associations professionnelles peuvent également contribuer à établir des contacts entre enseignants, et éditer des publications ;
– les établissements d'enseignement supérieur peuvent assurer des cours ou s'investir dans d'autres activités de formation permanente notamment en accueillant des enseignants détachés pour un période d'étude ou de recherche ;
– l'Université Ouverte organise des cours pour les enseignants en place, c'est ainsi la radio et la télévision qui peuvent être utilisées ;
– des travaux de recherche en Education Mathématique existent. Les résultats devraient être diffusés et interprétés ;
– il existe aussi des centres qui se consacrent à la recherche sur l'enseignement des mathématiques, à l'élaboration des curriculums et qui organisent des activités de formation permanente. Des centres supplémentaires devraient être créés.

19. Chaque professeur de mathématique doit pouvoir consacrer un certain nombre de jours par an à la formation permanente. Sous cette condition, les changements des curriculums et les changements d'attitude et de perception qu'ils nécessitent de la part des enseignants ont de bien meilleures chances de se réaliser. Les moyens financiers adéquats doivent donc être dégagés. A moins que de l'argent supplémentaire soit consacré à la formation permanente des professeurs de mathématiques, l'enseignement mathématique amélioré qui pourrait et devrait être fourni à l'avenir aux enfants ne leur sera probablement pas dispensé.

20. L'enseignement de la statistique doit être envisagé très tôt et s'étendre sur une longue période de temps. Peu de professeurs ont reçu une formation en statistique, de sorte que des cours de formation permanente en statistique doivent être organisés sur une grande échelle. De plus, du matériel didactique doit être mis au point sur ce sujet. De ce point de vue, l'emploi d'un micro-ordinateur devrait permettre d'éclairer valablement les idées et techniques statistiques.

B. Pour un laboratoire de mathématiques

Dans le courant de l'année 1985, une Commission du Ministère de l'Education (qui était encore) Nationale s'était préoccupée de la possibilité de créer des laboratoires de mathématique. Conjointement avec le GEM, la S.B.P.M.e.f. avait organisé un colloque sur ce sujet. Nous reproduisons ci-dessous le texte intégral des résolutions approuvées à cette occasion. Ajoutons que depuis lors l'idée de laboratoire de mathématique semble s'être évaporée.

Suite au Colloque qui a été organisé le lundi 11 novembre 1985 à l'Université de Louvain la Neuve conjointement par le Groupe d'Enseignement Mathématique, le Séminaire de Didactique de cette université et par la Société Belge des Professeurs de Mathématique, sur le thème "Laboratoire de mathématique", nous vous soumettons, en espérant que vous aurez à cœur d'en tenir compte les résultats de nos discussions.

- Tous les élèves ont droit à un enseignement mathématique nourri de sens, c'est-à-dire où les concepts et les théories exhibent leur raison d'être dans des situations problématiques.
- On peut comprendre que dans les circonstances actuelles, le Laboratoire de Mathématique soit conçu comme une option complémentaire. Mais, de ce fait, il ne serait accessible qu'aux élèves des classes supérieures de l'enseignement général. Evitons au moins qu'il soit réservé aux élèves des classes à un grand nombre d'heures de mathématiques et insistons sur le fait que ce ne serait qu'une première étape.
- Chaque école devrait, dès maintenant, disposer d'un matériel minimum et de bonnes conditions de travail. En particulier, les élèves doivent pouvoir dessiner avec précision sur de grandes feuilles et construire des objets géométriques. La disposition d'un rayon de livres mathématiques non scolaires est indispensable. Ces conditions minimales

permettraient d'organiser un certain nombre d'activités de type "laboratoire" pour tous les élèves dans tous les cours de mathématique.

- Une formation continuée axée sur la pratique des problèmes doit devenir accessible à tout professeur de mathématique dans le cadre de ses prestations statutaires. Ceci implique l'octroi de décharges horaires.
- Nous regrettons l'absence, au débat sur le laboratoire de mathématique qui a clôturé la journée du 11 novembre à Louvain la Neuve de représentants de la commission ministérielle chargée de concevoir le projet de ces laboratoires.
- Nous regrettons également que la S.B.P.M.e.f. n'ait été à aucun moment tenue au courant des avancements des travaux de la Commission et qu'elle soit aujourd'hui encore réduite à des supputations sur l'état et l'avenir du projet.

C. Une évaluation du rendement des mathématiques dans l'enseignement secondaire belge francophone

Enquête réalisée par l'I.E.A., Association Internationale pour l'Evaluation du rendement scolaire. ([1])
Exécutée en Belgique par N. Deltour et G. Henry
Résumé par S. Trompler et C. Festraets

L'I.E.A. a réalisé deux enquêtes au sujet de l'enseignement des mathématiques, l'une s'est terminée en 1964, l'autre en 1981.

C.1 Le chapitre 1

Le premier chapitre est consacré à un examen des programmes entre 1950 et 1960 (grosso modo) dans les pays participants. On y analyse les raisons des changements, les divers mouvements de réforme, les réactions des milieux enseignants, les effets mesurables à l'heure actuelle. En voici un extrait :

Effets durables

Bien qu'il soit encore trop tôt pour prédire quels seront les effets durables des bouleversements intervenus dans la pédagogie des mathématiques au cours

([1]) Voir [5] et [9]

des vingt dernières années, on peut, cependant, mettre en évidence un certain nombre d'effets positifs. Dans presque tous les pays, on constate actuellement l'existence d'un noyau important de professeurs de mathématiques jouissant d'une certaine influence et ayant, de surcroît, des vues originales à propos des mathématiques elles-mêmes et de leur apprentissage.

On constate, aussi, qu'un peu partout, des mesures ont été prises en vue de promouvoir la coopération entre les professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire ou supérieur et les spécialistes des sciences de l'éducation afin de permettre le développement de nouveaux curriculums.

En ce qui concerne la pédagogie des mathématiques au niveau de l'enseignement secondaire, il semble acquis, à l'heure actuelle, qu'elles doivent être enseignées en tant que matière intégrée. Cette intégration réalisée à l'aide de concepts unificateurs (fonctions, ensembles, ...), ainsi que l'attention particulière que l'on accorde désormais aux structures et aux principes sous-jacents, semblent selon toute vraisemblance, devoir demeurer, pour la plupart des pays, une caractéristique permanente des programmes de l'enseignement secondaire. Dans de nombreux pays, on semble vouloir réaliser un développement "continu" des programmes, c'est-à-dire effectuer des changements mineurs, quand le besoin s'en fait sentir, plutôt que d'accomplir des changements importants après de longues périodes d'immobilisme. Certains pays sont donc perpétuellement en train d'ajuster leurs programmes en faisant varier l'importance consacrée à telle ou telle matière, afin d'avoir raison des lacunes révélées par une expérience de quelques années. Certains points de programmes qui n'ont pas répondu aux attentes sont modifiés ; la nécessité d'acquérir et de maîtriser un nombre de savoir-faire est mise, à nouveau, en évidence un peu partout. On reconnaît cependant que cette acquisition de savoir-faire non fondée sur la compréhension, est tout aussi peu profitable qu'une bonne compréhension non soutenue par ces compétences.

La fermentation des idées dans le domaine de la pédagogie des mathématiques a amené un certain nombre de professeurs à attacher davantage d'importance aux résultats obtenus, à prendre plus en considération la relation entre ce qu'ils enseignent, la manière dont ils l'enseignent, et ce que l'étudiant apprend réellement. Bien que la question de savoir quelles compétences sont les plus nécessaires ou les plus souhaitables risque d'être débattue encore longtemps, il est certain que, dans l'avenir, les programmes seront soumis à un examen minutieux plus régulier et plus critique.

Au niveau international, les nombreux projets, conférences, débats et rencontres de toutes sortes ont eu pour résultat la formation d'une communauté active, qui se caractérise par l'intérêt qu'elle porte aux curriculums de mathématiques et aux méthodes d'enseignement. On peut comparer par exemple les *International Congress of mathematicians*, en 1954 à Amsterdam, en 1959 à Edimbourg, en 1962 à Stockholm, etc ...où l'«enseignement» représentait une toute petite part (quasi insignifiante), avec l'immense succès et la grande écoute que celui-ci obtint aux meetings internationaux de l'ICMI à Lyon, Exeter et Karlsruhe dans les années septante. L'enrichissement mutuel des idées à l'intérieur de cette communauté de mathématiciens et de professeurs de mathématiques continuera sans nul doute à se révéler bénéfique.

En Belgique

Comme dans les autres pays, divers facteurs scientifiques, sociaux et économiques ont été à la base d'une révision des programmes de mathématiques. Cette révision voulait répondre à une double exigence. D'une part, il s'agissait d'accroître le nombre de mathématiciens de haut niveau ; d'autre part, on voulait élever le niveau mathématique moyen de l'ensemble des individus. En effet, fournir à chacun des connaissances de base adaptées aux progrès les plus récents de cette discipline répondait à un souci démocratique, mais aussi aux besoins nouveaux de la société.

Sur le plan du contenu, la réforme introduit dans les programmes les nouvelles théories mathématiques. On y retrouve, comme dans les autres pays, l'étude des ensembles, des relations et des fonctions. Les ensembles de nombres sont étudiés en tant que structures. En géométrie, on note l'étude des différents ensembles de transformations et de leur structure ainsi que celle des espaces vectoriels de dimension deux et trois. L'enseignement de l'analyse comporte des notions élémentaires de topologie et prend, dès l'enseignement secondaire, sa physionomie propre. Enfin, on entend réaliser un enseignement unitaire de la mathématique où les frontières existant entre algèbre, géométrie et trigonométrie ...sont expressément abolies.

Sur le plan des méthodes, on veut orienter l'enseignement vers une présentation correcte et stricte d'une méthode axiomatique, mais à condition qu'elle puisse se baser sur l'intuition.

Ces intentions de départ n'ont pas toujours été traduites dans la réalité. En effet, la plupart des objectifs tels qu'ils étaient énoncés présentaient un caractère très général et se sont révélés plus faciles à formuler qu'à réaliser. En outre, soucieux de baser l'enseignement sur les nouvelles théories mathématiques, les premiers réformateurs se sont penchés avant tout sur les contenus des programmes sans prendre suffisamment en compte les aspects méthodologiques. Le plus souvent, les programmes ont été conçus en tant que listes de matières et de notions que le maître expose et qui, pour l'élève, représentent autant de connaissances à assimiler. Largement influencés par la tendance «bourbakiste», les nouveaux programmes mettent l'accent sur la rigueur formelle du raisonnement. On leur reproche la mise en place d'un formalisme très lourd et très contraignant, favorisant l'abstraction, et qui, s'il répond aux nécessités ressenties par les mathématiciens, ne peut constituer un objectif primordial de l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire. Il est, à présent, généralement admis que la tendance bourbakiste recommande un langage trop complexe, porteur d'un trop grand nombre de symboles et d'une terminologie trop rigoureuse pour être adaptée aux exigences d'un enseignement de masse.

Depuis quelques années, un courant plus pragmatique, d'origine anglo-saxonne, commence à influencer l'enseignement des mathématiques. Contrairement aux bourbakistes, les mathématiciens qui se réclament de cette tendance, manifestent un intérêt plus prononcé pour les applications concrètes des mathématiques ; ils condamnent leur présentation purement formelle et préconisent une étude plus pratique, plus proche de la réalité. Cette conception conduit à un type d'enseignement différent tant du point de vue des objectifs que du point de vue de la méthodologie. L'apprentissage se fonde davantage sur l'expérimentation. La formalisation est différée jusqu'au moment où l'élève aura eu des contacts répétés avec des situations concrètes. Cette méthode vise donc, préalablement à toute formalisation, à une compréhension réelle et à une intériorisation des phénomènes observés et expérimentés débouchant sur la formation de concepts.

Ainsi, les objectifs de l'enseignement mathématique belge s'orientent actuellement davantage vers une conception plus instrumentale, plus fonctionnelle, surtout dans les premières années de l'enseignement secondaire. Citons R. Bex (2) à ce propos :

On veut donc que l'élève soit mis en présence de situations à débrouiller, à organiser, et qu'il réagisse à propos des problèmes qu'elles suscitent. Il est souhaité que, par cette voie où l'activité prend la meilleure part, les élèves rencontrent les objets mathématiques, apprennent à les reconnaître, à les distinguer, prennent conscience des relations qui les unissent et découvrent les propriétés qui les régissent. Une telle conception ne s'accommode guère d'une construction linéaire, où notions et propriétés s'agencent en une chaîne déductive, selon une rigueur à laquelle bien peu d'élèves de douze ou treize ans sont sensibles. Ce qui s'impose au contraire, c'est la voie d'une mathématisation progressive, ménageant un temps de manipulation et d'expérimentation, où les instruments de dessin et de calcul seront utilisés, et un temps de constatation et d'expression graphique ou verbale. On espère ainsi développer l'aptitude à concevoir une succession d'actions en vue de réaliser un objectif et de faire accéder après un coup à une formulation. Voici l'élève en présence d'une série de constatations cohérentes, dont il a une vue globale intuitive. Le moment d'une conceptualisation est venu.

Comme dans les autres pays, on constate donc qu'après les positions radicales du début des années soixante, un mouvement de reflux s'est progressivement amorcé, conduisant à une synthèse des différentes approches.

C.2 Le chapitre 2

Le deuxième chapitre est consacré à la première enquête réalisée en 1964. Douze pays étaient concernés dont la Belgique. Les élèves testés se répar-

(2) R. Bex, *Pour une autre pédagogie de la mathématique au premier degré de l'enseignement secondaire*, Mathématique et Pédagogie, n°25, janvier-février 1980.

tissent en populations :

1a : de 13 ans à 13 ans 11 mois,
1b : d'une même classe dont la majorité a entre 13 ans et 13 ans 11 mois,
2a : étudiants de deuxième année mathématique forte,
2b : étudiants de deuxième année mathématique faible.

Ces élèves ont subi des tests à choix multiple, les questionnaires ayant été mis au point à partir des programmes fixés par des commissions nationales d'abord, puis internationales. Les élèves ont aussi reçu des questionnaires portant sur leur attitude à l'égard

- du caractère évolutif ou statique des mathématiques
- des difficultés d'apprentissage des mathématiques
- du rôle des mathématiques dans la société contemporaine
- de l'école et de l'apprentissage scolaire
- de l'homme et de son milieu.

Enfin, des questionnaires ont été distribués aux responsables à tous les niveaux de l'enseignement : professeurs, directeurs d'école, administratifs, questionnaires portant sur des facteurs susceptibles d'influencer le rendement en mathématique.

C.2.1 Résultats aux tests

- 1a : Japon, Belgique
- 1b : Israël, Japon, Belgique
- 2a : Israël, Angleterre, Belgique
- 2b : Allemagne, France, Japon, Hollande, Belgique

bien au-dessus de la moyenne.

C.2.2 Résultats aux échelles d'attitudes

Dans les pays de bon rendement en mathématique, les étudiants considèrent les mathématiques comme figées, difficiles à étudier, réservées à une élite, importantes pour l'avenir ; ils sont disposés favorablement à l'école et à l'enseignement et ont le sentiment que l'homme peut exercer un certain contrôle sur son environnement et sur sa destinée

C.3 Les chapitres 3 à 8

C.3.1 Description des chapitres

Ces chapitres concernent la deuxième enquête achevée en 1981, ses modalités et ses résultats, avec, lorsque c'est possible, une comparaison avec les résultats de 1964. On définit d'abord les populations-cibles.

- A : tous les étudiants d'une même classe où la majorité a un âge entre 13 et 14 ans au milieu de l'année scolaire.
- B : tous les étudiants de dernière année du secondaire et dont le programme comporte au moins 5 heures de mathématiques. On explique comment, par tirages au sort successifs, les écoles et les classes, l'enseignement libre, officiel, général ou technique, ont été déterminés.

Les tableaux 1 et 2 montrent la position de la population A dans différents pays et leur type d'enseignement.

Viennent ensuite une série de considérations sur la création des items choisis pour les tests cognitifs. Les questions étaient toutes à choix multiple.

La grille des contenus est donnée dans les tableaux 3 et 4.

Comme dans l'enquête de 1964, les élèves ont eu aussi à répondre à une série d'échelles d'attitude.

- mathématique et école
- mathématique en tant que processus
- mathématique et élèves
- mathématique et parents
- mathématique et stéréotypes sexuels
- mathématique et société
- mathématique et calculateurs électroniques.

Enfin des questionnaires viennent compléter l'enquête : questionnaire national, questionnaire aux chefs d'école, questionnaire aux professeurs

L'implantation des contenus du curriculum est donnée par les professeurs qui indiquent si leurs élèves ont été confrontés aux contenus mathématiques auxquels chaque question se rapporte. Les résultats sont représentés dans les tableaux 5 et 6.

Une comparaison entre les enquêtes de 1964 et de 1980 est illustrée dans le tableau 20 pour la population A. Elle est impossible pour la population B dont les effectifs ont été trop modifiés d'une fois à l'autre.

C.3.2 Tableaux

Tableau 1 : Position de la population A dans le système d'enseignement des différents pays.

Tableau 2 : Aperçu des structures scolaires dans les différents pays en 1963

([2]) Les informations fournies par ce pays permettent de situer la population A dans le système d'enseignement, mais non de définir complètement celle-ci.

et 1980.

Tableau 3 - Grille internationale des contenus : population A.

1. ARITHMETIQUE
   - 1.1 Nombres naturels et nombres entiers.
   - 1.2 Nombres rationnels.
   - 1.3 Nombres décimaux.
   - 1.4 Rapports, proportions, pourcentages.
   - 1.5 Théorie des nombres.
   - 1.6 Puissances et exposants.
   - 1.7 Autres systèmes de numération.
   - 1.8 Racines carrées.
   - 1.9 Système métrique.
2. ALGEBRE
   - 2.1 Entiers.
   - 2.2 Rationnels.
   - 2.3 Exposants entiers.
   - 2.4 Formules et expressions algébriques.
   - 2.5 Polynômes et expressions rationnelles.
   - 2.6 Equations et inéquations (du 1er degré seulement).
   - 2.7 Relations et fonctions.
   - 2.8 Systèmes d'équations du 1er degré.
   - 2.9 Systèmes finis.

2.10 Ensembles finis.

2.11 Flowcharts et programmation.

2.12 Nombres réels.

3. GEOMETRIE

   3.1 Classification des figures planes.

   3.2 Propriétés des figures planes.

   3.3 Congruence des figures planes.

   3.4 Similitude des figures planes.

   3.5 Constructions géométriques.

   3.6 Théorème de Pythagore.

   3.7 Coordonnées.

   3.8 Déductions simples.

   3.9 Transformations.

   3.10 Relations entre droites et plans dans l'espace.

   3.11 Solides (propriétés et symétrie).

   3.12 Visualisation spatiale et représentation.

   3.13 Orientation (spatiale).

   3.14 Décomposition de figures.

   3.15 Géométrie transformationnelle.

4. PROBABILITES ET STATISTIQUES

   4.1 Recueil de données.

   4.2 Organisation de données.

   4.3 Représentation de données.

   4.4 Interprétation de données (moyenne, médiane, mode).

   4.5 Analyse combinatoire.

   4.6 Occurrences, échantillons, événements.

   4.7 $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$, événements indépendants.

   4.8 Evénements mutuellement exclusifs.

   4.9 Evénements complémentaires.

5. MESURE

   5.1 Unités de mesure.

   5.2 Estimation.

   5.3 Approximation.

   5.4 Détermination de mesures : surfaces, volumes ...

Tableau 4 - Grille internationale des contenus : population B.

1. ENSEMBLES, RELATIONS et FONCTIONS
   - 1.1 Notations ensemblistes.
   - 1.2 Opérations sur les ensembles (réunion, intersection, ...).
   - 1.3 Relations.
   - 1.4 Fonctions.
   - 1.5 Ensembles infinis, cardinalité, algèbre des cardinaux (rationnels et réels).
2. SYSTEMES NUMERIQUES
   - 2.1 Lois usuelles des systèmes numériques.
   - 2.2 Nombres naturels.
   - 2.3 Nombres décimaux.
   - 2.4 Nombres réels.
   - 2.5 Nombres complexes.
3. ALGEBRE
   - 3.1 Polynômes (sur $\mathbb{R}$).
   - 3.2 Quotients de polynômes.
   - 3.3 Racines et radicaux.
   - 3.4 Equations et inéquations.
   - 3.5 Systèmes d'équations et d'inéquations.
   - 3.6 Matrices.
   - 3.7 Groupes, anneaux et champs.
4. GEOMETRIE
   - 4.1 Géométrie euclidienne.
   - 4.2 Géométrie affine dans le plan.
   - 4.3 Géométrie analytique dans l'espace.
   - 4.4 Méthodes vectorielles.
   - 4.5 Trigonométrie.
   - 4.6 Géométrie métrique.
   - 4.7 Eléments de topologie.
5. ANALYSE
   - 5.1 Fonctions élémentaires.
   - 5.2 Propriétés des fonctions.

5.3 Limites et continuité.

5.4 Calcul des dérivées.

5.5 Application des dérivées.

5.6 Intégration.

5.7 Techniques d'intégration.

5.8 Application du calcul intégral.

5.9 Equations différentielles.

5.10 Suites et séries de fonctions.

6. PROBABILITES ET STATISTIQUE

6.1 Probabilités.

6.2 Statistique.

6.3 Distributions.

6.4 Inférence statistique.

6.5 Statistique bivariée.

7. ANALYSE COMBINATOIRE

Tableau 5 : Sur l'implantation du contenu. Population A.

Tableau 6 : Sur l'implantation du contenu. Population B.

Les résultats aux tests cognitifs, donnant la distribution par pays se trouvent dans les tableaux 7 à 11 pour la population A et dans les tableaux 12 à 19 pour la population B.

C.3.3 Résultats aux tests : population A

Tableau 7

Tableau 8

Tableau 9

Tableau 10

Tableau 11

C.3.4 Résultats aux tests : population B

Tableau 12

Tableau 13

Tableau 14

Tableau 15

Tableau 16

Tableau 17

Tableau 18

Tableau 19

Tableau 20 : Résultats des élèves belges comparés aux résultats des autres pays.

C.3.5 Analyse des résultats des élèves de haut niveau

- Population A
  Le Japon et la Hongrie ont un taux remarquablement élevé d'élèves performants, ces deux pays ont en commun une structure d'enseignement compréhensif accompagné d'une promotion automatique sans redoublement.
- Population B
  Japon, Finlande, Suède, Hongrie et Ontario ont un pourcentage élevé d'élèves brillants. Ces 5 systèmes ont en commun d'être organisés sur le mode compréhensif dans les premières années du secondaire. Il existe en Belgique un sous-rendement au niveau des meilleurs élèves (conclusions déjà tirées de l'étude de l'I.E.A. en sciences et en littérature en 1970). L'explication proposée par les auteurs du rapport : manque de planification rigoureuse et expériencée, formation initiale ou continuée insuffisante des enseignants.

C.3.6 Différence de rendement entre garçons et filles

- Population A
  L'ensemble des contenus est généralement mieux maîtrisé par les filles que par les garçons, sauf en géométrie et en particulier ce qui nécessite une vision spatiale. Notre système scolaire apparaît comme très égalitaire jusque 13-14 ans vis-à-vis des filles et des garçons. Il en est de même en Finlande, Hongrie et Suède, tous systèmes compréhensifs. Le contraire a lieu en France, Luxembourg, Hollande, Nouvelle-Zélande qui ont des systèmes à filières et celles-ci mènent à une supériorité des garçons.
- Population B
  Dans pratiquement tous les pays, les filles sont moins nombreuses que les garçons à choisir des mathématiques fortes en fin de secondaire. Les différences de rendement significatives sont toutes en faveur des garçons. Belgique francophone : 9%, Belgique néerlandophone 5,5%, Israël 17%, Japon 4,6%.

C.3.7 Elèves, enseignants

L'âge moyen des élèves de population A est plus élevé en Belgique francophone qu'en Belgique néerlandophone, et de plus cette variable présente une dispersion plus forte en Wallonie qu'en Flandre. Ce phénomène de retard scolaire, par redoublement, en Belgique francophone, est d'autant plus inquiétant qu'il se couple avec un rendement inférieur à celui de la Flandre. En population B la comparaison est plus difficile à faire à cause des critères mais on y remarque cependant la persistance du retard.

Une explication possible et, en tout cas, partielle de ces différences entre élèves francophones et néerlandophones est la quantité de travail qu'ils fournissent en mathématique et globalement.

Tableau 21

		mathématique	global
Flandre	A	3,3 heures	9,1 heures
	B	5 heures	13,2 heures
Wallonie	A	2,7 heures	7,4 heures
	B	3,8 heures	11 heures

Si on compare les chiffres relevés en 1967 et en 1981 on constate une réduction considérable du temps de travail à domicile pour les deux populations. Les filles consacrent 10% de plus que les garçons à leur travail.

L'emploi du temps des professeurs est également pris en considération dans l'extrait suivant :

> L'explication de nouveaux contenus est une activité à laquelle les enseignants consacrent beaucoup de temps en Belgique (Fl), Hong Kong et aux Etats-Unis, mais moins en Angleterre, en Israël, en Ecosse et en Suède. Les tâches administratives sont généralement plus importantes en population A qu'en population B.

Tableau 22

Temps moyen, par semaine consacré aux activités suivantes	En population A	En population B
préparation des cours	233 minutes	244 minutes
correction des travaux d'élèves	169 minutes	154 minutes
explication de nouveaux contenus mathématiques	85 minutes	179 minutes
révision des notions enseignées antérieurement	46 minutes	58 minutes
tâches administratives, maintien de l'ordre et de la discipline	27 minutes	17 minutes

> Le travail du professeur de mathématiques peut être analysé sous un autre angle : celui du type d'activités proposé aux élèves. Parmi celles qui le sont

généralement, nous retiendrons les plus typiques, c'est-à-dire celles auxquelles est consacrée la plus grande partie du temps passé en classe :

- interrogations, examens, contrôles, bilans, ...
- recherche de réponses à des exercices ou des problèmes (en dehors des contrôles et des travaux à domicile) ;
- écouter les explications du professeur en classe et prendre part à des discussions ou à toute autre forme d'interaction verbale ;
- travail en petits groupes.

Dans un processus d'enseignement, il est essentiel que les enseignants sachent avec précision ce que les élèves ont appris et ce qu'ils ont retenu des notions enseignées. Les résultats de l'évaluation peuvent être utilisés pour identifier les faiblesses et/ou pour planifier la suite de l'enseignement. Même si le questionnement ou l'observation du travail de l'élève peuvent leur fournir des informations utiles, la plupart des enseignants semblent encore préférer l'utilisation de procédures d'évaluation plus formelles (tests, interrogations écrites, ...).

En examinant le tableau 23, il faut garder à l'esprit que si ces activités paraissent comme les plus représentatives du comportement de l'enseignant dans sa classe, elles ne constituent pas l'éventail complet des conduites susceptibles de se produire.

Quant à la répartition du temps imparti aux diverses tâches en classe des élèves, d'après les estimations des enseignants, les élèves consacreraient de 10 à 15% de leur temps de classe à la passation de tests, contrôles et examens, et ce aux deux niveaux (population A et B). Cette activité est la plus importante en France, au Luxembourg, en Hollande, au Nigeria, en Israël et aux Etats-Unis. Par contre, elle intervient très peu en Angleterre, en Ecosse et en Suède. Signalons que les estimations de durée de cette activité sont nettement plus élevées en Belgique (Fr) pour la population B (45 à 50 minutes par semaine) que pour la population A (29 à 37 minutes par semaine).

Le temps consacré au travail en groupes est nul dans onze des vingt pays de population A et dans neuf des seize pays de population B. Toutefois, le nombre moyen de minutes qui y est consacré par semaine en population B atteint 38 minutes en Israël, 37 en Angleterre et en Belgique (Fr), 36 en Thaïlande. Les pays de population A qui consacrent du temps à ce genre d'activité sont l'Ontario, les Etats-Unis, la Hongrie, la Thaïlande et la Belgique francophone (28 minutes environ).

Tableau 23

	Population A		Population B	
Activités de l'enseignant	Pourcentage du temps consacré à l'activité par rapport au temps de contact avec la classe	Pays	Pourcentage du temps consacré à l'activité par rapport au temps de contact avec la classe	Pays
Expliquer de nouveaux contenus à la classe	40% et plus	Belgique (Fl), Hong Kong, Japon, Thaïlande, Etats-Unis	45% et plus	Belgique (Fl),Hong Kong, Etats-Unis
	25% et moins	Angleterre, Hongrie, Israël, Ecosse, Swaziland, Suède	40% et moins	Angleterre, Israël, Ecosse, Suède
Revoir ou réexpliquer des contenus enseignés antérieurement	60% et plus	Belgique (Fl), Japon, Nigeria, Thaïlande, Etats-Unis	70% et plus	Belgique (Fr), Finlande, Hongrie, Israël, Japon, Etats-Unis
	45% et moins	Angleterre, Hongrie, Ecosse, Swaziland, Suède	50% et moins	Angleterre, Ecosse, Suède
Tâches administratives, maintien de l'ordre et de la discipline	20% et plus	Hong Kong, Nigeria, Thaïlande, Etats-Unis	10% et plus	Belgique (Fl), Ontario, Hongrie, Thaïlande, Etats-Unis
	15% et moins	Belgique (Fr), Finlande, France, Israël, Luxembourg, Ecosse, Swaziland	5% et moins	Belgique (Fr), Angleterre

C.4 Conclusions

En voici le texte intégral :

Arrivés au terme de cette étude, nous devons constater que le bilan global est plutôt en demi-teinte. Nous rappellerons, de façon très synthétique, les principaux résultats que nous avons relevés et nous terminerons par quelques suggestions qui, pensons-nous, seraient susceptibles d'améliorer, à terme, le rendement de l'enseignement belge en mathématiques.
Quels sont les principaux enseignements que nous retirons de cette étude ?

1. On ne peut certes pas reprocher à l'enseignement belge de faillir à sa mission dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Tant en population A qu'en population B, les rendements observés ne se situent pas au premier rang des nations industrialisées, mais ils figurent, néanmoins, dans la première moitié du classement. On ne peut donc pas accuser les écoles belges d'un sous-rendement global pour cette discipline.

2. Si on se place dans une perspective longitudinale, en comparant les résultats de 1980 à ceux de 1965, on note une légère régression, même si la stabilité est très grande en Belgique, comme dans la plupart des pays d'ailleurs. Cette relative stabilité pourrait paraître paradoxale si on songe aux nombreuses réformes qui ont vu le jour durant cette période, tant dans le domaine de l'éducation mathématique que dans celui des systèmes scolaires. Néanmoins, on constate que la relative stabilité des scores globaux de rendement masque des différences affectant intégralement les diverses disciplines. C'est ainsi qu'il y a généralement progression en algèbre mais recul ou stagnation en arithmétique ou géométrie.

3. Les analyses statistiques que nous avons décrites ne permettent pas d'établir l'existence d'un lien entre telle ou telle modalité d'organisation des systèmes scolaires et le rendement. C'est ainsi qu'il n'apparaît nullement que les systèmes compréhensifs, de type “rénové", sont moins performants que les systèmes sélectifs, de type enseignement “traditionnel", que du contraire. Il est tout aussi stérile de mettre en cause la relative démocratisation des études au niveau de l'enseignement secondaire supérieur. On n'observe, en effet, aucune relation corrélationnelle entre les pourcentages de la classe d'âge atteignant des résultats élevés et le taux de sélectivité des systèmes scolaires.

4. En Belgique, et plus particulièrement en Belgique francophone, se pose le problème de la formation des meilleurs. En effet, le taux d'élèves à rendements élevés est trop faible par rapport à celui que l'on trouve dans d'autres pays industrialisés. Ce problème n'est d'ailleurs pas contingent à la présente étude. On le retrouve de façon constante dans les diverses études de l'IEA. Que ce soit en langue maternelle, en sciences ou en mathématiques, un déficit spécifique aux élèves les plus forts est observé.

5. Les données, tant de 1965 que de 1980, relatives aux élèves des deux sexes sont également intéressantes. Alors qu'en 1965, les différences de rendement entre garçons et filles étaient particulièrement importants en Belgique francophone, et se traduisaient, dès la deuxième année du secondaire, par une nette supériorité (statistiquement significative) des garçons par rapport aux filles, il n'en va plus du tout de même en 1980. On observerait même plutôt la tendance inverse, bien que la différence soit non significative sur le plan statistique. On doit probablement attribuer ce fait à la mixité plus ou moins généralisée dans l'enseignement belge francophone. Par contre, en fin d'enseignement secondaire, les différences sont encore accusées entre garçons et filles et sont à l'avantage des hommes. Ce phénomène peut, sans aucun doute, être attribué au fait que les filles, même si elles ont des capacités égales ou supérieures à celles des garçons, s'orientent préférentiellement vers des sections où le nombre de périodes hebdomadaires de mathématiques est moindre. Il s'agit là d'une situation à corriger car une meilleure orientation des filles bien douées en mathématiques leur permettrait d'accéder plus tard à des formations potentiellement plus porteuses d'emploi.

   Au-delà du constat, il convient de s'interroger à propos des mesures que l'on devrait prendre afin d'encore améliorer le rendement de l'enseignement belge en mathématiques. Disons tout de suite que nous ne croyons ni aux solutions-miracles, ni aux réformes précipitées correspondant à des modes ou aux lubies de tel ou tel ministre ou de tel ou tel responsable de la politique éducative.

Il faut, au contraire, se placer dans une perspective de construction et d'évaluation de curriculum, ce qui implique, aux différents stades de la réforme des programmes, une collaboration réelle entre responsables du système éducatif, praticiens, chercheurs, utilisateurs des mathématiques,... Trop souvent, dans notre pays comme dans d'autres d'ailleurs, la réforme des programmes d'une discipline se fait entre spécialistes de la discipline sans qu'il y ait confrontation avec les points de vue de non-spécialistes.

Plus spécifiquement, nous pensons qu'un certain nombre de problèmes devraient, dans le cadre plus vaste que nous venons d'évoquer, faire l'objet d'études spécifiques :

– Les programmes de mathématiques belges sont-ils adaptés aux différents types d'élèves que reçoit et que forme l'enseignement secondaire ? Plutôt que de procéder par élagages successifs pour passer des programmes "mathématiques forts" aux programmes "mathématiques trois heures", n'y aurait-il pas lieu de procéder à des analyses des besoins des populations concernées et à concevoir des programmes bien distincts ?
– Quelles stratégies y aurait-il lieu de mettre en place pour réellement amener plus d'élèves brillants en mathématiques à la fin de l'enseignement secondaire ? Les données dont nous disposons nous amènent à penser que la réponse ne se trouve ni dans une structuration plus hâtive en filières, ni dans

une sélection accrue, mais plutôt dans la constitution de groupes de niveau par matière et/ou dans une individualisation accrue.

– Comment amener plus de filles à s'orienter vers des sections à forte composante mathématique ? Comment vaincre les préjugés et les stéréotypes fondés sur une prétendue infériorité des filles par rapport aux garçons ?
– Comment remédier aux lacunes ponctuelles qui ont été constatées en différentes matières (arithmétique, estimation, ...) ?
– ...

Cette liste de questions se veut purement indicative. Elle ne vise qu'à mettre le doigt sur un certain nombre de problèmes que nous pensons d'importance cruciale.

Encore faut-il qu'il y ait une volonté politique de chercher les réponses aux questions qui se posent et d'y consacrer les ressources nécessaires, d'autant que celles-ci seraient vite amorties par un gain de productivité du système scolaire.

D. Motions approuvées en assemblée générale le 13 décembre 1989

D.1 Etat de la question

- Points positifs : La S.B.P.M.e.f constate que les cours de mathématique continuent à susciter un certain enthousiasme de la part des élèves comme des professeurs, ainsi qu'en attestent en particulier les faits suivants :
  - Le niveau de participation aux Olympiades Mathématiques Belges : plus de 21000 inscrits en 1989-1990.
  - L'intérêt suscité par les Olympiades Mathématiques Internationales.
  - Le nombre d'abonnés à la revue Math-Jeunes : plus de 4000 en 1988-1989.
  - Le classement supérieur à la moyenne de la Belgique lors de la seconde étude sur le rendement des mathématiques dans l'enseignement.
  - Le nombre de membres (environ 1200) de la S.B.P.M.e.f.
  - La participation régulière de plus de 200 enseignants aux congrès de la S.B.P.M.e.f. alors qu'ils sont organisés durant les vacances scolaires.
- Points négatifs : Bien que les échecs en mathématique soient souvent accompagnés d'échecs dans d'autres disciplines, on reproche au cours de mathématique un caractère trop sélectif. Diverses causes peuvent expliquer cette situation. Les unes sont indépendantes de l'enseignement mathématique :
  - Les difficultés de perception, de compréhension et d'interprétation des messages écrits et oraux.
  - Les difficultés d'expression.

– Le manque de motivation des élèves.
– Le manque d'entraînement à l'effort.

Les autres sont inhérentes à l'enseignement mathématique :

– Un enseignement parfois trop axé sur l'acquisition de mécanismes ou de techniques opératoires, n'accordant pas assez de place à la compréhension.
– Une recherche pédagogique insuffisante.
– Certains enseignants ne maîtrisent pas suffisamment les mathématiques élémentaires qu'ils doivent communiquer à leurs élèves, notamment la géométrie, l'arithmétique, ainsi que les probabilités et la statistique. Cette situation est largement due à une lacune importante de la formation mathématique des enseignants dans l'enseignement supérieur où la mathématique élémentaire est trop peu étudiée "d'un point de vue supérieur".
– Le manque d'adaptabilité du système éducatif.

D.2 Formation initiale des enseignants

L'enseignement des mathématiques aux élèves-professeurs fait suite à l'enseignement des mathématiques dispensé dans les écoles primaires et secondaires. Ces enseignements sont actuellement trop axés sur la transmission de théories toutes faites. La formation des enseignants devrait être modifiée pour mieux prendre en compte d'autres aspects importants, notamment :

– les activités personnelles de résolution de problèmes,
– la situation des mathématiques dans leur perspective historique et épistémologique,
– l'intégration des mathématiques à une culture globale,
– l'apprentissage de la communication des idées mathématiques.

De plus les élèves-professeurs doivent non seulement maîtriser les mathématiques du niveau auquel ils enseigneront, mais aussi les considérer avec un certain recul. Il importe donc d'établir les connexions entre cette mathématique élémentaire et le restant de l'édifice mathématique.

Le futur professeur de mathématique doit également être informé des recherches concernant les processus d'apprentissage des mathématiques par les enfants et adolescents.

L'enseignant en formation doit aussi être mis en contact de façon approfondie, notamment par des stages, avec les classes de plusieurs types d'enseignement.

D.3 Formation permanente des enseignants

La formation permanente a pour but

- de donner aux enseignants l'occasion d'approfondir leurs connaissances mathématiques, notamment en s'initiant aux nouvelles notions, structures et techniques mathématiques,
- de leur donner l'occasion de prendre connaissance et d'analyser les travaux de recherche en didactique des mathématiques,
- de leur donner la possibilité de participer à de tels travaux,
- de leur donner la possibilité de réaliser des expériences didactiques dans leurs classes, y compris par l'utilisation de nouvelles méthodes d'enseignement, ou de nouveaux matériels.

La formation permanente est indispensable à tout professeur de mathématique, et à ce titre, elle doit être considérée comme un droit, organisée par les autorités scolaires et incorporée de façon souple dans la charge horaire. Elle peut prendre diverses formes :

- séances de travail dans les écoles, animées par du personnel de l'école elle-même,
- participation à des cours ou d'autres activités organisées notamment par l'inspection, les instituts pédagogiques, les universités, des centres de formation, des centres de recherche, des associations scientifiques ou pédagogiques,
- des détachements à temps partiel dans des équipes se consacrant elles-mêmes à l'organisation d'activités de formation permanente et/ou d'activités de recherche en didactique des mathématiques,
- des années sabbatiques.

D.4 La recherche en didactique des mathématiques

Au cours des dernières décennies, les recherches en didactique des mathématiques se sont développées et organisées au niveau mondial. De nombreux congrès nationaux et internationaux ont lieu chaque année. Afin que la Belgique ne reste pas à la traîne en ce domaine, il est nécessaire de créer des centres de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

Après l'analyse des expériences des autres pays (notamment France, Grande-Bretagne, Allemagne, Pays-Bas) une structure devrait être expérimentée. Le ou les centres de recherche à créer disposeraient de personnel détaché à temps partiel, ou en année sabbatique, tant de l'enseignement supérieur universitaire et non universitaire que des enseignements secondaire et primaire. Ils auraient pour mission entre autres d'organiser des activités de formation permanente, de fournir aux enseignants des analyses des programmes et de procéder à des recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Dans la pratique, ces centres seraient dirigés par des mathématiciens confirmés, versés dans les questions d'enseignement.

D.5 L'animation mathématique dans les établissements d'enseignement

Vu le caractère de plus en plus absorbant des activités administratives qui doivent être accomplies par les chefs d'établissement, vu aussi le caractère de plus en plus spécialisé de la didactique des mathématiques, on pourrait envisager, au moins dans tout établissement suffisamment important, de regrouper les professeurs de mathématiques en un département ayant la responsabilité pédagogique de l'enseignement des mathématiques dans l'établissement. Le département de mathématique aurait à sa tête un professeur de mathématique bénéficiant d'un allégement horaire et ayant notamment pour tâche, sous la responsabilité du chef d'établissement

- de coordonner les activités des différents professeurs de mathématique,
- de guider les enseignants débutants,
- de conseiller les enseignants, notamment en leur fournissant de la documentation, en les initiant aux nouvelles méthodes et aux nouveaux matériels,
- d'organiser et de gérer une médiathèque mathématique accessible aux élèves et professeurs ainsi que le matériel relevant du laboratoire de mathématique,
- d'organiser les activités de formation permanente se déroulant dans l'école,
- de maintenir un contact suivi avec l'inspection, les autres établissements, les associations d'enseignants, les centres et les équipes se consacrant à l'enseignement des mathématiques.

Les responsables seraient choisis **pour une durée limitée** parmi les enseignants ayant fait la preuve de leur qualification.

D.6 Qui enseignera encore la mathématique ?

La réponse à cette question semble aller de soi : les mathématiques doivent être enseignées par les personnes ayant reçu la formation initiale nécessaire. Ce sont donc des personnes spécialisées en mathématique. Il apparaît cependant que de plus en plus de licenciés (et même de régents) en mathématique sont attirés par des emplois dans l'industrie, et les salaires plus élevés que celle-ci peut proposer. A court terme, les autorités scolaires ne sont plus assurées de pouvoir recruter les spécialistes nécessaires.

Il est donc urgent que les autorités adoptent des dispositions de nature à rendre au métier d'enseignant le caractère attractif qu'il n'aurait jamais dû perdre. Ces dispositions ne sont pas seulement d'ordre pécuniaire. Elles concernent aussi les conditions de travail, et les règles statutaires en matière d'affectation et réaffectation qui provoquent une excessive mobilité des enseignants préjudiciable aux élèves. De nombreux exemples d'aberrations montrent à quoi peut mener une application rigide de certaines dispositions statutaires.

D.7 Les critères de promotion

Les différentes fonctions de sélection et de promotion devraient être attribuées sur base de critères comportant dans tous les cas une composante pédagogique et scientifique **déterminante** . On prendrait également en compte la valeur des activités de formation permanente et des autres activités scientifiques des candidats.

D.8 Les programmes de mathématique

Bien que le contenu des programmes de mathématique ne constitue pas l'élément essentiel déterminant la qualité de l'enseignement des mathématiques, la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française désire formuler les remarques suivantes :

– L'élaboration des programmes devrait commencer par celui des classes ayant le plus petit nombre d'heures de mathématique. Ce programme sera ensuite approfondi, étendu et adapté à l'intention des autres sections. On évitera ainsi la procédure qui aboutit à ce que les programmes des sections dites faibles ne soient que le démarquage de celui des sections dites fortes.
– A l'heure actuelle, il serait inopportun de procéder à des bouleversements importants des programmes.
– La commission responsable de l'établissement des programmes devrait avoir un caractère permanent de manière à faire évoluer les programmes par petites corrections progressives plutôt que par changements discontinus.
– Une formule devrait être élaborée pour associer d'avantage les enseignants au travail de la commission des programmes.

- Un groupe d'étude rédigerait des curriculums comportant l'illustration des programmes, différentes méthodes d'approches de la matière et de la documentation.

La S.B.P.M.e.f. souhaite aussi que, comme c'est le cas depuis de nombreuses années, la commission chargée de l'élaboration des programmes comporte des représentants de tous les réseaux d'enseignement, de façon à permettre le maintien de programmes communs à ces réseaux.

D.9 Et puisqu'il faut bien en parler ...

La S.B.P.M.e.f fait sienne une des conclusions du rapport "COCKROFT" :

> *A moins que de l'argent supplémentaire soit consacré à la formation permanente des professeurs de mathématique, il sera probablement impossible à l'avenir de dispenser aux enfants l'enseignement mathématique amélioré qu'ils pourraient et devraient recevoir.*

E. Le rapport “Danblon"

Ministère de l'éducation, de la recherche et de la Formation

Perspectives sur l'enseignement des Mathématiques dans la Communauté française de Belgique

Premier rapport de la Commission scientifique sur l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences présenté à Monsieur le Ministre Yvan YLIEFF le jeudi 7 juin 1990

Changer le système d'enseignement des mathématiques est une course de fond. Les gens qui s'y engagent et essayent de la boucler en une décennie n'y arriveront pas et seront complètement désappointés.

Changer le système d'éducation, je sais de façon très claire que les mathématiciens ne peuvent pas le faire, les professeurs ne peuvent pas le faire, les politiciens ne peuvent pas le faire. Pour réaliser vraiment ces changements, il faut un effort global de coopération.

L. Henkin

Avant-propos

La Communauté française et les programmes

Les programmes d'études et les résultats de l'enseignement suscitent périodiquement l'intérêt des responsables politiques de tous les pays. Les projets des institutions scolaires se traduisent-ils bien en réalisations ? Les jeunes sont-ils bien formés ? La formation continue est-elle assurée avec efficacité ? Les budgets consacrés à l'éducation sont-ils dépensés utilement ?

La Communauté française, pour assumer sa nouvelle responsabilité de l'éducation, a aussi besoin de faire le point sur les formations et sur les ressources humaines.

En effet, c'est à elle, à présent, que s'adressent les forces vives du pays pour exprimer leurs demandes et leurs doléances en matière d'éducation. C'est elle aussi qui doit prendre en charge les intérêts des individus qui la composent afin d'éviter la médiocrité des formations et de veiller à la prise en compte de tous les jeunes et de tous les adultes en formation continue, dans leurs diversités. Enfin, l'existence de la Communauté française, son développement et son avenir reposent sur l'éducation de la jeunesse et sur l'usage qu'elle en fera.

La Communauté française et les mathématiques

Si la Communauté française porte son premier regard sur l'enseignement des mathématiques et des sciences dans l'enseignement secondaire, c'est qu'elle accorde une importance primordiale à ces disciplines, dans la formation des futurs scientifiques, des futurs techniciens et des futurs citoyens.

La Commission scientifique d'Etude des Mathématiques et des Sciences, dont on trouvera la composition à l'Annexe 1, a été créée par Monsieur le Ministre YLIEFF en mai 1989. Elle doit rechercher les moyens d'exercer “le pilotage de notre enseignement" vers des formations riches de contenus, humanistes et rentables.

Premières réflexions de la Commission

De mai 1989 à juin 1990, la Commission s'est réunie vingt fois. Elle s'est attachée à l'enseignement des mathématiques et son analyse a porté sur deux points : le programme et les personnes qu'il concerne.

Le programme est compris habituellement comme “une liste de savoirs énoncés suivant une suite rationnelle, et qui définit les éléments qui devront être maîtrisés".

La Commission l'a considéré de manière plus large en y incluant les démarches spécifiques à la branche et les moyens de l'enseigner.

Elle a entendu à ce propos des **scientifiques**, mathématiciens et utilisateurs, des **praticiens de l'enseignement** des mathématiques, professeurs et associations de professeurs, membres de commissions et enfin, des **citoyens**, parents, responsables d'enseignement, et pris connaissance de tous les avis qui lui ont été adressés.

La Commission s'est aussi préoccupée de l'état d'esprit des pouvoirs organisateurs, des établissements, des formateurs d'enseignants, des professeurs du secondaire et s'est efforcée d'évaluer les ressources humaines disponibles pour l'enseignement des mathématiques.

On trouvera à l'Annexe 2 la liste des organisations et personnes que la Commission a rencontrées au cours de ses réunions.

Le rapport

Le temps dont la Commission a disposé ne lui a pas permis de mener une étude exhaustive de l'enseignement des mathématiques. Il convient donc de considérer ce rapport comme apportant surtout des indications ou des recommandations.

Les Autorités trouveront dans ce rapport un certain nombre d'idées à propos des programmes et des manuels, à propos des finalités et du déploiement des cours de mathématiques, à propos des professeurs et de leurs formateurs, à propos de valeurs que peut véhiculer l'enseignement des mathématiques.

Les idées porteuses de progrès et d'enthousiasme sont à retenir en premier lieu. Les idées à faire appliquer doivent être reconnues comme réalisables et claires pour tous. Le changement ne s'improvisera pas ; certaines idées relatives aux mathématiques scolaires actuelles et les attitudes attendues à l'égard des nouvelles populations d'élèves mettront du temps à s'implanter.

Les Autorités et tous les acteurs de l'enseignement des mathématiques devront redire au public et aux parents combien leurs rôles sont essentiels pour créer le climat favorable à la réussite.

Remerciements

La Commission remercie toutes les personnes et toutes les organisations qui lui ont remis des avis, que ce soit lors de ses réunions à Bruxelles, ou par lettre ou lors de rencontres avec certains de ses membres.

E.1 Une conception des mathématiques

Les mathématiques sont mal perçues d'une partie du public même cultivé : elles sont trop souvent à la fois rejetées et objet de préjugés profonds. C'est pourquoi il nous a paru indispensable, par raison de clarté, d'exposer en préambule au présent rapport la conception des mathématiques généralement admise aussi bien par les membres de notre Commission que par la plupart des mathématiciens et professeurs de mathématiques qu'elle a consultés.

E.1.1 La construction du sens dans les mathématiques

A travers leur diversité, les mathématiques sont parcourues de liens essentiels qui contribuent au sens de chacune de leurs parties. Elles ne sont pas une juxtaposition de concepts et de théorèmes plus ou moins autonomes.

Une définition n'a guère de sens par elle-même : elle répond aux besoins d'une théorie, on ne la comprend, et on ne comprend sa forme souvent très technique que quand on la voit fonctionner dans des démonstrations. Un calcul isolé est dépourvu de signification : si on calcule, c'est parce qu'on a besoin du résultat dans une démonstration ou une application. Pour comprendre une démonstration, il faut faire plus que vérifier ses chaînons logiques l'un après l'autre, il faut y discerner les idées directrices, celles par rapport auxquelles s'ordonnent ses détails techniques. Un théorème isolé est moins intéressant que la théorie à laquelle il appartient. Et enfin les théories, les structures mathématiques ne sont pas autonomes, elles fonctionnent les unes dans les autres.

Cette cohérence globale des mathématiques existe et est source de sens dès le niveau le plus élémentaire : il n'y a pas de cloisons étanches entre l'arithmétique, la géométrie, l'algèbre et l'analyse.

E.1.2 Apprendre à penser mathématiquement

Les mathématiques peuvent être considérées comme un vaste ensemble de connaissances organisées déductivement. Mais apprendre les mathématiques (ou des mathématiques) consiste moins à absorber ces connaissances qu'à améliorer sa capacité de penser mathématiquement, de résoudre des problèmes. Focaliser l'apprentissage sur l'acquisition des théories conduit à privilégier la pensée déductive par rapport à la pensée en recherche, celle que l'on qualifie parfois d'heuristique. Penser mathématiquement mobilise l'imagination, l'intuition, le flair, le sens esthétique, l'induction (les conjectures) et aussi, cela va de soi, la déduction, la logique.

L'activité mathématique est une alternance, une sorte de contrepoint de l'imagination et de la logique. Elle produit à terme de la théorie déductive, mais elle n'est pas une activité essentiellement déductive.

E.1.3 Les mathématiques dans la pensée globale

A l'opposé souvent de la pensée commune, les mathématiques recourent à des concepts idéalisés : c'est le prix qu'elles paient pour pouvoir se construire sans ambiguïté sur le plan du raisonnement déductif. Malgré cela, les mathématiques interviennent utilement dans la vie quotidienne et dans les sciences naturelles ou humaines chaque fois qu'une situation peut être modélisée, c'est-à-dire saisie sans trop d'infidélité sur le mode de la structuration logique. Ainsi envisagées, elles ne sont pas une forme de pensée autonome, mais plutôt un registre de la pensée considérée globalement.

Elles ne sont pas d'application universelle et sont même fréquemment utilisées hors de propos. Il est vrai pourtant que la plupart des sciences tendent naturellement à se mathématiser. Mais il ne s'en suit pas qu'un modèle mathématique reproduise fidèlement la réalité : il ne le fait que dans des limites qu'il faut préciser (et dans ces limites, il arrive souvent qu'il soit irremplaçable).

La conscience critique du statut propre des mathématiques et de leur relation (toujours à évaluer) à la réalité font partie de la culture utile à tout citoyen.

E.1.4 Les mathématiques dans la culture humaniste

On entend souvent dire que les mathématiques sont inhumaines ou au contraire qu'elles sont l'humanisme d'aujourd'hui. Ces deux affirmations sont à rejeter. Il nous paraît aussi inapproprié de négliger les autres sciences, les arts, la littérature, l'histoire et la philosophie que d'ignorer le rôle joué par les mathématiques dans la pensée occidentale et l'évolution de la civilisation. Il faut apprendre aux adolescents d'aujourd'hui comment les travaux, les affrontements et les croyances des hommes d'autrefois ont fait de nous ce que nous sommes, avec nos réussites et nos contradictions, et les rôles qu'ont joués parmi ces hommes Homère et Euclide, Shakespeare et Descartes, Mozart, Proust, Einstein, Hilbert et beaucoup d'autres.

E.1.5 Les mathématiques de la société industrielle

La civilisation technologique repose sur la conception et la conduite de machines de plus en plus complexes, capables, grâce à l'informatique, d'exécuter la plupart des routines. C'est pourquoi la part d'activité qui reste aux hommes relève soit de la pensée rationnelle qualifiée ou très qualifiée, soit des relations humaines ou de l'art, des sports, etc. Le partage social du travail dans la société de l'avenir est difficile à prévoir. Il est certain toutefois que la plupart des postes de travail dans l'industrie et les services exigeront de plus en plus de décisions réfléchies et de moins en moins d'exécutions routinières. Il est certain aussi que les besoins en personnel rompu aux mathématiques et aux sciences iront croissant.

Les mathématiques dont il s'agit sont bien celles d'aujourd'hui, dans toute leur extension. Comme celles du passé elles ont trouvé la voie d'une fécondation mutuelle entre leurs parties les plus “pures" et leurs parties les plus “appliquées". Pour s'en convaincre, il suffit d'évoquer les liens qui unissent la recherche en mathématique et les ordinateurs. Il n'y a donc pas lieu d'infléchir le courant mathématique vers plus de théorie pure ou vers plus d'applications, car ce serait une façon de le freiner globalement.

E.1.6 Les mathématiques du citoyen

S'il est vrai que les mathématiques sont un registre de la pensée, une façon appropriée de saisir certaines situations, alors chacun a droit à développer autant que possible, selon sa personnalité, sa capacité de penser et de s'exprimer mathématiquement. Or une fraction importante de la population recule devant les tâches mathématiques les plus élémentaires (et parfois en tire vanité) : l'analphabétisme mathématique doit être combattu.

Dans la mesure où, par ailleurs et comme noté ci-dessus, les activités des citoyens relèveront toujours plus de la réflexion que des automatismes, l'éducation mathématique doit viser la compréhension plus que les exécutions d'algorithmes. Elle doit entraîner les citoyens à réagir aux défis de la vie par des conduites intellectuelles constructives, critiques et précises.

E.1.7 Les mathématiques et la personnalité

L'activité de recherche sur des problèmes mathématiques, à quelque niveau qu'elle se situe, est une source de grande joie quand elle aboutit. Cette joie n'est pas gratuite : elle est toujours la récompense d'un effort. C'est pourquoi il est important de lancer aux élèves et aux étudiants des défis à leur mesure, de vrais défis pour qu'ils doivent y répondre par assez de travail et d'imagination, pas trop importants toutefois pour qu'ils aient une chance raisonnable d'en venir à bout.

On ne saurait sans doute exagérer l'influence que peut avoir sur la confiance en soi et plus profondément sur la construction de la personnalité, le fait de se reconnaître capable de penser efficacement en mathématiques.

E.1.8 L'éducation mathématique forme un tout

Il est impossible de concevoir l'apprentissage des mathématiques comme une accumulation de connaissances dont chacune serait définitivement acquise du premier coup. On ne comprend jamais rien complètement à la première rencontre. Le sens d'un concept, d'un théorème ne s'approfondit que par l'usage, par la reconnaissance de leur rôle, de leurs tenants et aboutissants dans un ensemble plus vaste de connaissances.

C'est pourquoi l'éducation mathématique ne peut être pensée seulement par tranches horizontales (le maternel, le primaire, le secondaire inférieur, le secondaire supérieur, etc.), non plus d'ailleurs que par tranches verticales (la géométrie, l'algèbre, la trigonométrie, les probabilités, l'analyse), et non plus enfin indépendamment de ses liens aux autres disciplines.

Elle doit être construite dans sa cohérence globale d'un bout à l'autre de la jeunesse, avec des passages et repassages aux points clés et chaque fois un approfondissement, une généralisation, une vue plus large. C'est ce qu'on appelle souvent l'enseignement “en spirale".

E.1.9 L'écueil majeur : la perte du sens

Les mathématiques sont une forme de pensée riche de sens, mais qui s'appuie sur des enchaînements formels et des combinaisons de symboles qu'il est possible (et parfois souhaitable) de manipuler sans se soucier du sens. L'accident le plus fréquent dans l'apprentissage des mathématiques est la perte du sens et le repli sur la forme sans contenu : ne plus penser et se contenter d'exécuter des algorithmes selon l'unique procédé permis devient rapidement insoutenable.

Ce genre de dérapage affecte déjà les jeunes élèves quand ils additionnent deux nombres selon les règles, mais sont incapables de justifier ce qu'ils font. On le retrouve à toutes les étapes, jusqu'à l'étudiant qui dérive des fonctions sans idée claire de ce qu'est une dérivée.

Le problème majeur de l'enseignement des mathématiques est sans aucun doute celui du sens.

E.2 Le métier de professeur (de mathématiques aujourd’hui

E.2.1 Un malaise, une inquiétude

Les nombreux témoignages que nous avons recueillis font état de manière unanime et extrêmement insistante de la situation actuelle difficile des professeurs (et parmi eux des professeurs de mathématiques) et des craintes qu’elle inspire pour l’avenir. Nous traitons ce point en tête du présent rapport pour en souligner l’importance.

E.2.2 Un métier de plus en plus difficile

Le métier de professeur est devenu de plus en plus difficile au cours des dernières années, et on peut même affirmer sans crainte d’exagérer qu’il s’est dégradé.

D’abord le nombre d’heures de cours à prester par semaine a été augmenté de trois heures en moyenne, ce qui correspond à bien plus de trois heures de prestation effective, auxquelles sont venues s’ajouter de nouvelles tâches administratives. Ensuite, la gestion des écoles, pour nécessaire qu’elle soit, absorbe plus d’efforts et polarise plus d’attention qu’autrefois, parfois au détriment de l’intérêt porté à l’acte d’enseigner.

La formation continue des enseignants est insuffisante. Telle qu’elle existe, elle n’a pas ou pas suffisamment répondu à certains besoins tels que l’acquisition de connaissances nouvelles pour faire face à des changements d’attribution ou à l’évolution de certaines matières de base (géométrie, statistique, algorithmique,...), ou encore la conduite de classes difficiles.

Certaines populations scolaires refusent les travaux proposés, imposent à l’enseignant de dures négociations sur la conduite de la classe, et dans certains cas qui ne sont plus l’exception, le climat se dégrade jusqu’à la violence.

Pour que le métier de professeur puisse être exercé dans de bonnes conditions, il devrait être suffisamment considéré tant par le public que par les autorités, et se voir reconnaître un statut pécuniaire à sa mesure. Or tel n’est pas le cas. En particulier, les déclarations inconsidérées et fausses relatives à ce métier “où on travaille peu d’heures par semaine et où on jouit de vacances plantureuses" provoquent amertume et démoralisation.

E.2.3 Une relève problématique

Le nombre des étudiants qui choisissent l'orientation mathématique dans les écoles normales et les universités a considérablement décru dans les dernières années. Il semble amorcer une timide reprise dans certains établissements.

Le nombre de licenciés en mathématiques qui choisissent la carrière de l'enseignement décroît spectaculairement. C'est un phénomène récent auquel il convient d'être attentif : une majorité, et dans certaines universités une écrasante majorité de licenciés s'orientent vers la gestion, l'informatique et l'actuariat. Les compagnies privées recherchent les mathématiciens.

Ces deux phénomènes conjugués, baisse du recrutement et orientation des diplômés vers le secteur privé, amènent à prévoir pour les vingt ou trente années à venir une carence du recrutement des professeurs de mathématiques. On ne dispose pas d'une étude générale de ce phénomène pour la Belgique francophone. L'Association des Licenciés en Mathématiques Diplomés de l'Université de Liège a tenté des prévisions pour la Province de Liège (cf.[48]) et a abouti à des conclusions inquiétantes.

Enfin, un troisième phénomène va peut-être jouer dans les années qui viennent, mais notre Commission ne dispose pas des éléments pour l'apprécier. Des mouvements de personnels enseignants seront provoqués par l'ouverture des frontières européennes de 93 conjuguée à la disparité des statuts pécuniaires des professeurs dans les différents pays. Que seront ces mouvements ?

La conséquence de la carence prévue du recrutement est que l'enseignement des mathématiques devra être assuré assez souvent dans les années à venir par des professeurs n'ayant pas le diplôme approprié, ce qui laisse prévoir une baisse de la qualité moyenne de l'enseignement et imposera d'organiser des formations continues pour redresser la situation autant que possible.

Le phénomène de désaffection du métier d'enseignant n'est propre ni aux mathématiques, ni à la Belgique francophone : il touche les autres disciplines et d'autres pays, parmi lesquels la France, le Royaume-Uni et les Etats-Unis. Ses causes possibles sont

- l'idéologie du "battant", la recherche par les jeunes d'une position sociale importante ;
- corrélativement, la dévalorisation du métier d'enseignant analysée ci-dessus ;
- pour la Belgique, les interventions de responsables politiques qui, se trompant sur les prévisions d'emploi (dont il faut reconnaître par

ailleurs qu'elles sont difficiles) ont systématiquement et pendant dissuadé les jeunes de choisir la carrière de l'enseignement.

La conséquence est qu'à défaut d'assurer une bonne relève des cadres de l'enseignement, notre société connaîtra, à moyen terme, une baisse globale de compétence de la population. Le phénomène est paradoxal : à défaut d'une politique de formation adéquate, les exigences croissantes en personnel mathématiquement compétent seront satisfaites dans l'immédiat au détriment de leur satisfaction à terme. Une partie suffisante des personnes mathématiquement compétentes d'aujourd'hui doit être affectée à la formation des personnes qui seront mathématiquement compétentes demain.

E.3 Les programmes

E.3.1 Les programmes du secondaire depuis vingt-cinq ans

A la fin des années 60, la Belgique a, comme certains autres pays, fait quasiment table rase de ses programmes de mathématiques antérieurs. C'était la réforme dite de “la mathématique moderne". Elle a consisté en une mise à jour destinée à rapprocher les mathématiques enseignées dans les écoles des mathématiques vivantes du XXe siècle. L'idée principale était d'enseigner les grandes structures mathématiques en allant, quand c'était possible, des plus pauvres aux plus riches, c'est-à-dire de celles qui comportent le moins d'axiomes vers celles qui en comportent le plus. Cette réforme est descendue des milieux de la recherche mathématique vers les classes du secondaire et ensuite du primaire.

Cette réforme de la mathématique moderne a donné lieu à de nombreuses analyses et critiques dont il n'est pas possible de rendre compte en détail ici. Dans les pays comme la France, les Etats-Unis et la Belgique où elle a été appliquée vigoureusement, elle a conduit a des déboires (reconnus même par certains de ses promoteurs principaux). Elle a donc été partout suivie d'autres réformes.

En Belgique, des Commissions d'inspecteurs comprenant aussi quelques professeurs ont travaillé dès 1976 à changer ce qui devait l'être et à concevoir de nouveaux programmes, qui sont entrés en vigueur à partir de 1980. Tout en s'efforçant de garder certains aspects positifs de la réforme précédente, ces programmes ont essentiellement redéfini le rôle de la géométrie, introduit une initiation aux calculatrices et à l'algorithmique et mis l'accent d'une part sur la construction des concepts et d'autre part sur la nécessité de réserver des moments à la pensée autonome de l'élève.

Ces programmes sont encore en vigueur aujourd'hui. Ils sont susceptibles d'être améliorés, comme on le verra aux suggestions ci-après (sections 3.3 à 3.6 et 5). D'autre part, certains des manuels qui en ont servi d'interprétation n'en ont pas vraiment respecté l'esprit (voir ci-dessous la section 4).

E.3.2 Un programme équilibré

L'existence même des programmes ne semble pas devoir être mise en cause : ils garantissent — autant que faire se peut — que chaque élève a parcouru les matières de base. Il permet aux élèves de changer d'école en cours d'études.

La *quantité* des matières figurant actuellement dans les programmes semble satisfaisante. Mieux vaudrait donc, dans le futur, ne pas l'alourdir, pour ne pas surcharger les élèves. Mieux vaudrait aussi ne pas l'alléger sans de bonnes raisons : il faut que chaque élève en connaisse assez pour pouvoir entreprendre en fait les études qui lui sont accessibles en droit dans notre régime d'omnivalence des diplômes.

E.3.3 Une conception globale des programmes

Les programmes de mathématiques actuels de l'enseignement primaire ont été conçus sans coordination avec ceux de l'enseignement secondaire. L'hiatus entre ces programmes est flagrant. En particulier ceux du primaire n'ont pas évolué substantiellement depuis la réforme de "la mathématique moderne", au rebours de ceux du secondaire, comme nous l'avons noté ci-dessus. Il n'existe actuellement dans notre pays aucun organe chargé d'élaborer une vue coordonnée de l'enseignement des mathématiques de la maternelle à l'université. C'est une lacune.

D'autre part, les programmes du secondaire général et technique pour les classes à peu d'heures de mathématiques apparaissent non toujours, mais assez souvent, comme obtenus en retranchant des matières ou de la profondeur (par exemple des démonstrations) d'un programme type d'abord conçu pour les élèves qui font le plus de mathématiques.

Enfin les programmes du professionnel sont conçus à part des autres pour mieux répondre, c'est la justification qu'on leur donne, aux besoins d'élèves qui auraient un esprit "plus pratique que théorique". La portée générale de ce jugement doit être mise en doute. Beaucoup d'élèves du professionnel ont abouti dans cet enseignement soit en raison de leur origine socio-culturelle, soit à la suite d'échecs vécus ailleurs et provoqués par des accidents personnels ou sociaux qui peuvent être très variés. On voit mal une corrélation obligée entre ces causes et "la forme de leur esprit". Par ailleurs, d'être ainsi considérés comme une catégorie d'esprits à part leur enlève des chances qu'ils pourraient avoir de rejoindre les esprits "plus tournés vers l'abstraction". Il y a dans les écoles professionnelles des élèves récupérables, et actuellement non récupérés, pour des études plus avancées.

Cette fragmentation des programmes — primaire, secondaire général et technique, professionnel — nous semble faire obstacle à la bonne marche du système éducatif dans son ensemble. C'est pourquoi nous proposons que l'on s'oriente dorénavant vers des programmes pensés globalement à partir d'un unique noyau de base. Cette solution a été étudiée de manière approfondie et est proposée, sinon déjà adoptée, dans divers pays dont les Etats-Unis d'Amérique (cf.[31] entre autres). Elle consiste à prévoir pour chaque citoyen, de la maternelle jusqu'au terme de la scolarité obligatoire, un ensemble commun de connaissances et de capacités mathématiques fondamentales. Le contenu de ce noyau de base devrait faire l'objet d'une étude attentive, qui prendrait un certain temps. Selon les filières d'enseignement, ces notions fondamentales seraient soit naturellement intégrées dans un programme plus vaste, soit complétées par l'adjonction de matières plus générales et d'applications plus poussées, soit enfin enseignées comme telles. Dans les filières où elles apparaîtraient comme particulièrement difficiles à atteindre, elles devraient demeurer comme un objectif dont on se rapproche le plus possible.

Pour qu'une telle proposition soit bien comprise, il faut la préciser sur deux points importants. D'abord, l'existence dans le programme d'un ensemble de matières communes n'entraîne pas que les élèves de toutes les options se retrouveraient ensemble pour un certain nombre d'heures de cours de base, et qu'ensuite certains suivraient des heures supplémentaires. Une telle solution, pourtant remarquablement pratiquée par certains, apparaît comme difficile à généraliser. Ensuite — et cette remarque répond à l'objection éventuelle d'un nivellement par le bas — le noyau de base serait enseigné d'une manière adaptée à chaque classe, en tenant compte des connaissances antérieures et des capacités déjà acquises par les élèves qui s'y trouvent. Chaque élève a droit à recevoir un enseignement à sa mesure et l'adaptation de l'enseignement à l'auditoire est un principe essentiel.

La conception des programmes au départ d'un noyau de base est un principe qu'on pourrait appliquer à d'autres disciplines que les mathématiques. Il a plusieurs avantages. D'abord il tend à rendre plus aisée la communication entre les citoyens, à une époque où le tissu social est très disparate. Ensuite il facilite le passage en cours de route d'une filière d'études à une autre plus approfondie. Des élèves défavorisés ou momentanément perturbés sont plus aisément récupérés du fait qu'ils ne doivent pas “tout recommencer".

E.3.4 L'enseignement “en spirale"

Dans l'enseignement dit “en spirale", chaque notion, chaque théorie vue une première fois à un niveau élémentaire et dans un contexte peu étendu est reprise et approfondie plus tard dans un contexte élargi, et ainsi plusieurs fois jusqu'à ce que, d'approfondissement en approfondissement et de généralisation en généralisation, elle arrive à maturité en établissant ses connexions naturelles avec les notions et théories voisines. Nous suggérons que les programmes soient élaborés dans l'avenir, plus qu'ils ne l'ont été jusqu'à présent, en s'inspirant explicitement du principe de l'enseignement en spirale. Cette option se justifie principalement par deux raisons. La première est que, comme on l'a déjà noté à la section 1.8, aucune connaissance mathématique ne saurait être définitivement acquise du premier coup. La seconde est que dans un enseignement où les notions et théories sont chacune vue une fois dans un enchaînement linéaire, l'élève qui décroche en un point donné ne voit plus repasser le train. Au contraire, dans l'enseignement “en spirale", il se retrouve régulièrement en pays de connaissance, ce qui lui donne une meilleure chance de raccrocher.

E.3.5 La conception des mathématiques qui inspire les programmes

Nous l'avons vu, les programmes de 1980 ont attiré l'attention sur la résolution de problèmes et la construction des concepts. Ces recommandations n'ont pas toujours été suivies d'effet. Nous pensons que les programmes de l'avenir, inspirés par la conception des mathématiques proposée à la section 1 de ce rapport, devraient prendre en compte les recommandations suivantes :

3.5.1. Insister sur la résolution de problèmes et la capacité de penser mathématiquement. Ceci n'implique pas de choisir "la tête bien faite" par opposition à "la tête bien pleine". En effet, la richesse et la disponibilité des connaissances conditionnent grandement l'aptitude à résoudre des problèmes.

3.5.2. Enseigner les concepts et les théories dans des contextes qui leurs donnent du sens, qui exhibent leurs tenants et aboutissants dans les mathématiques et dans les autres disciplines. Insistons sur le fait qu'un contexte significatif d'un concept mathématique n'est pas nécessairement situé dans une autre discipline : les situations proprement mathématiques sont également une source inépuisable de sens.

3.5.3. Faire ressortir le statut particulier des mathématiques par rapport aux sciences de la nature et aux sciences humaines : les modèles mathématiques de situations réelles sont souvent utiles, mais ont toujours un domaine d'application limité qu'il faut apprendre à cerner. Ceci implique que les programmes de mathématiques soient coordonnés avec ceux des autres disciplines, chose aussi importante que pratiquement difficile et qui n'a jamais été tentée dans notre pays.

3.5.4. Apprendre à s'exprimer, à communiquer en mathématiques, en utilisant les ressources bien maîtrisées de la langue commune et les supports de pensée habituels (diagrammes, tableaux, graphiques, formules) constamment mis en relation les uns avec les autres.

3.5.5. Quand cela peut être éclairant, enseigner les mathématiques en les situant dans leur contexte historique (ce qui ne veut pas dire : enseigner l'histoire des mathématiques).

E.3.6 Quelques orientations relatives aux matières

Notre Commission n'a pas considéré comme relevant de sa mission de faire des propositions de détail relatives aux matières, ce qui revient aux Commissions de programme (cf. 5.3). Il lui semble toutefois que les quelques indications suivantes pourraient être utiles, non pas de façon générale, mais au moins pour certaines filières.

3.6.1. Les programmes de 1980 insistaient au départ sur la géométrie de l'espace, mais l'ont négligée en cours de route. Il serait utile de réaliser ce qui est resté là à l'état de velléité.

3.6.2. Réintroduire un peu d'arithmétique raisonnée, amenant une plus grande familiarité avec les nombres naturels.

3.6.3. Entamer plus tôt l'initiation des élèves à la pensée aléatoire (statistique et probabilité).

3.6.4. Insister sur la connaissance et l'usage des moyens modernes de calcul.

Le temps nécessaire pour développer ces quelques points devrait être trouvé, non sans courage sans doute, dans la suppression de certains autres.

E.3.7 Faire évoluer les programmes, ne rien bouleverser

Certaines des réflexions ci-dessus touchent aux fondements des programmes et pourraient donner à penser que notre Commission suggère une réforme radicale. Nous pensons au contraire qu'il faut créer les conditions d'une transformation progressive, longuement mûrie par l'ensemble des personnes qu'elle concerne. Diverses suggestions à cet égard sont formulées dans la suite du présent rapport et en particulier à la section 5 qui traite du "curriculum".

E.4 Les manuels

E.4.1 Un manuel par année ?

Les programmes apparaissent comme n'étant rien de plus que des listes de matières accompagnées de quelques indications méthodologiques. Les manuels en sont des interprétations détaillées, à l'usage des professeurs et des élèves.

Jusqu'à la fin des années soixante, chaque manuel exposait l'une des grandes divisions du cours : il y avait donc des manuels séparés respectivement pour l'arithmétique, la géométrie, l'algèbre et la trigonométrie. Le peu d'analyse qui était vu à l'époque était incorporé aux manuels d'algèbre. Chaque manuel était ainsi un exposé d'une seule venue de ce qu'on considérait alors comme une partie cohérente, à peu près autonome, du cours de mathématiques. Il était utilisé plusieurs années d'affilée et constituait, au fil des années, une référence stable. Souvent les élèves les conservaient pour pouvoir s'y reporter après les études secondaires.

Depuis la fin des années soixante, cette division en quelque sorte verticale des manuels a été remplacée par une division horizontale : chaque manuel porte sur une année seulement et sur toutes les matières de cette année. Le rapprochement des diverses sous-disciplines (algèbre, géométrie, etc.) dans un seul ouvrage peut avoir comme conséquence heureuse de mettre en valeur les liens entre ces matières et de souligner l'unité des mathématiques. Mais certains manuels (heureusement pas tous) ont à l'intérieur d'un même volume enfermé la géométrie, l'algèbre, etc. dans des chapitres séparés à peu près étanches, perdant ainsi un apport positif de la réforme des mathématiques modernes.

En outre, les élèves conservent rarement les manuels actuels d'une année à l'autre et abordent la nouvelle année sans document reprenant leurs acquis antérieurs et servant d'appui pour leurs nouvelles connaissances.

Nous pensons qu'il est essentiel d'enseigner les mathématiques dans leur unité et donc de ne pas rompre les liens entre leurs diverses parties. Nous pensons aussi qu'il faudrait essayer, même si c'est difficile, de mettre entre les mains des élèves certains ouvrages destinés à être utilisés tout au long de leurs études et favorisant la cohérence et la continuité de leur apprentissage. Ce point nous semble très important.

E.4.2 Des manuels divers, utilisés diversement

Les manuels de la période des mathématiques modernes se ressemblaient étroitement : ils étaient tous inspirés par un modèle unique, l'ouvrage très connu de G. Papy et de son équipe du Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique [35]. C'est que la réforme des mathématiques modernes obéissait à un dessein ferme que tous les auteurs s'efforçaient de suivre. La marge de manoeuvre était étroite tant pour le choix des matières que pour l'ordre de leur présentation.

C'est le contraire qu'on observe dès le début des années quatre-vingt. Le nouveau programme n'impose plus une construction univoque de l'édifice déductif des mathématiques, et les manuels en donnent les interprétations les plus diverses. Des textes variés correspondent aux attentes variées des enseignants.

Tout d'abord des professeurs de plus en plus nombreux (et cet accroissement est un phénomène nouveau), ayant conçu leur cours à partir de sources diverses, dictent des notes aux élèves ou leurs fournissent des photocopies, et ne les renvoient à aucun manuel (sauf éventuellement pour y puiser des exercices). Pour qu'une telle pratique fonctionne bien, il faut évidemment que les élèves aient entre les mains un document final clair et sûr, dont la rédaction exige beaucoup d'expérience. D'autres professeurs suivent en gros un manuel, mais s'en écartent chaque fois que leur réflexion personnelle les y amène. D'autres enfin, et leur nombre n'est pas négligeable, adoptent un manuel et le suivent pas à pas.

Certains manuels répondent peu à l'invitation faite par les programmes de construire les concepts à partir de situations problématiques et de susciter la réflexion autonome des élèves. Ce sont au contraire des manuels où les matières sont cloisonnées et qui tentent de pallier la pauvreté des contextes par une abondance d'exercices de routine. Le succès de ces manuels a sans doute plusieurs explications. L'une d'elles est que certains professeurs s'en trouvent sécurisés. Donner d'avantage d'initiative aux élèves, c'est prendre le risque de les voir faire des excursions hors des chemins battus, c'est prendre le risque de gérer plus difficilement la vie de la classe, c'est s'obliger à comparer les démarches, à y dégager des différences ou des analogies, à faire des synthèses. Tous les professeurs n'ont pas reçu ou acquis une formation qui leur permette de trouver des réponses pertinentes à toutes les questions des élèves. L'enseignement des mathématiques se passe dans un climat idéologique qui insiste sur l'idée de rigueur (non sans de bonnes raisons, mais il faudrait pouvoir s'étendre sur ce point...) et la crainte de se tromper est répandue, encore que peu visible pour les raisons qu'on imagine.

Cette difficulté ancienne et profonde ne peut pas être vaincue facilement. Il serait contre-indiqué d'essayer de la résoudre en ne produisant plus que des manuels qui poussent les professeurs et les élèves vers plus d'autonomie de pensée : ce serait là plutôt nier la difficulté que la rencontrer. Mieux vaut sans doute continuer à diffuser certains manuels qui balisent étroitement le chemin, tout en s'efforçant qu'ils soient les meilleurs dans leur genre (il est possible d'être directif sans négliger le problème du sens). Ce qui n'empèche pas par ailleurs d'améliorer la formation des professeurs pour mieux assurer la démarche de chacun dans sa matière.

E.4.3 Trop peu de manuels pour l'enseignement professionnel

L'enseignement professionnel draine une fraction importante de la population scolaire, avec des exigences de formation mathématique très diverses, vu la multiplicité des professions auxquelles il prépare. Les manuels de mathématiques correspondants se comptent quasiment sur les doigts d'une main. Leur contenu mathématique ne recouvre en général pas ce que nous avons appelé ci-dessus le noyau de base (cf. 3.3). C'est une lacune grave qu'il est urgent de combler. Les situations rencontrées à l'atelier ou dans la pratique sont une source de mathématiques pour l'enseignement professionnel. Mais elles ne peuvent pas être la seule source.

E.4.4 Les auteurs de manuels

La plupart des manuels du secondaire sont l'oeuvre de petites équipes d'enseignants comprenant en outre, souvent, un inspecteur. Dans certains cas exceptionnels, un mathématicien universitaire fait partie des auteurs. Comme nous l'expliquons en détail à la section suivante (celle qui est consacrée au “curriculum"), nous pensons que la plupart de ces équipes sont trop restreintes et ne disposent pas d'assez de moyens de recherche et de documentation. C'est ainsi par exemple que la majorité des manuels en usage n'ont pas de bibliographie, et n'offrent au lecteur aucune perspective historique.

La liberté de choix d'un manuel par un professeur ou par un groupe de professeurs est fondamentale, en particulier si elle peut s'exercer sur base d'une comparaison critique de plusieurs ouvrages. La présence d'inspecteurs parmi les équipes d'auteurs peut faire problème. Les inspecteurs exerçant la double fonction d'animation pédagogique et d'évaluation de l'enseignement et des enseignants, on conçoit que si l'inspecteur auteur de manuels entrave cette liberté, le public des professeurs soit très critique à son égard.

Mais on concevrait mal qu'un professeur, en devenant inspecteur, doive briser sa plume. Bien des raisons militent pour qu'il écrive dans sa spécialité : semer des idées, décrire des tendances, disséminer des réalisations fructueuses, expliciter des directives officielles, etc. Les auteurs de manuels qui ne sont pas présents au sein des commissions de programmes n'ont pas l'occasion d'y récolter des idées et risquent de devoir attendre la promulgation du programme pour en être informés. L'adéquation de leurs ouvrages peut s'en ressentir. Il peut arriver aussi qu'un Centre de recherche en pédagogie des mathématiques, tout en proposant par ailleurs des innovations utiles, conduise certains auteurs de manuels à développer des points de vue irréalistes, sources de conflits. Quelles mesures prendre pour résoudre ces difficultés ? Notre Commission n'a pas de réponse concrète à cette question, mais l'important est sans doute que chacun soit conscient de ces écueils.

E.4.5 4.5. Le manuel, un genre littéraire sans critique

Les manuels ne sont évalués que sur le terrain et les critiques à leur sujet demeurent orales dans la majorité des cas. Des analyses systématiques ne sont organisées ni par les autorités scolaires, ni par l'initiative individuelle, ni par des groupements de professeurs. Autrefois, les ouvrages étaient agréés pour l'utilisation dans les classes sur base de l'avis d'une commission du Conseil de Perfectionnement rassemblant les évaluations de professeurs rapporteurs.

Notre Commission ne souhaite pas se prononcer sur l'opportunité d'un retour à un contrôle autoritaire de ce type. Elle pense que l'existence d'une critique bien comprise est un facteur d'amélioration des manuels et que des initiatives et des moyens devraient être suscités pour combler cette lacune.

E.5 La voie du "curriculum"

E.5.1 La tradition de notre pays

L'organisation de l'enseignement obéit dans la tradition belge au modèle suivant. Une commission composée d'inspecteurs et de quelques professeurs rédige un programme, c'est-à-dire une brève liste de matières par année, accompagnée d'indications méthodologiques. La Commission du programme n'est pas un groupe de recherche, mais un groupe de discussion et de décision, qui travaille ordinairement au rythme d'une réunion par semaine et élabore un consensus. Celui-ci exige parfois des concessions réciproques entre des tendances.

Des enseignants universitaires mathématiciens et ingénieurs sont consultés sur la dernière mouture du programme des cinquième et sixième années destiné aux élèves qui font le plus de mathématiques. Leur contribution passe par une négociation sommaire entre eux et avec la Commission du programme.

On a vu ci-dessus comment, le programme une fois arrêté, de petites équipes d'auteurs produisent des manuels qui sont mis à l'essai dans quelques classes, puis corrigés avant d'être largement diffusés. Ces manuels sont le plus souvent produits au rythme rapide d'un par année pendant six ans, pour suivre la mise en application d'un nouveau programme depuis la première jusqu'à la sixième année du secondaire.

E.5.2 Une recherche sur le curriculum

Dans certains pays, les programmes et des manuels qui en montrent une interprétation privilégiée sont conçus ensemble par un groupe de recherche comprenant des mathématiciens et des professeurs détachés de leur enseignement à cet effet. Cette production intégrée d'un programme et de manuels types est connue sous le nom de curriculum .

Comparé à une commission de programme, un groupe qui travaille à un curriculum, à cause de son statut de groupe de recherche, dispose de beaucoup plus de temps et de moyens. Les documents qu'il produit sont presque toujours abondants et explicites. Ils comportent, outre un choix et un ordre argumentés des questions à étudier, des situations problématiques, des exposés théoriques, des suggestions pour les examens et plus généralement tous les matériaux nécessaires à l'enseignement.

Le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique a joué à l'une ou l'autre nuance près, pendant quelques années, le rôle d'un tel groupe de recherche. Mais il a été supprimé et n'a pas été remplacé. On trouvera à la section 9 du présent rapport des indications sur ce que pourrait être actuellement un groupe de recherche efficace sur l'apprentissage des mathématiques et le curriculum.

Nous pensons que l'enseignement des mathématiques est trop important socialement pour qu'on puisse continuer à le gérer sans l'appui d'un ou plusieurs groupes de recherche chargés de le penser globalement, puis d'en concevoir et d'en expérimenter des modalités détaillées. Ce qui est fait actuellement dans les universités et les écoles normales avec des moyens de fortune est insuffisant.

Enfin, une raison supplémentaire rend aujourd'hui la mise au point d'un curriculum plus nécessaire que jadis. A l'époque où les théories mathématiques enseignées découlaient d'une longue tradition, elles étaient consignées dans des manuels qui donnaient aux enseignants un fil conducteur raisonnable. Maintenant, comme on l'a vu plus haut, on demande aux professeurs non plus d'enseigner d'emblée des théories constituées, mais d'amener les élèves à travailler sur des problèmes et à construire ou reconstruire, progressivement et avec l'aide nécessaire, les principaux concepts. D'où la nécessité de fournir aux enseignants des réserves de situations problématiques appropriées. Comme on l'a vu ci-dessus également, plusieurs des manuels les plus répandus ne satisfont pas à cette exigence, et beaucoup de professeurs de bonne volonté, voulant répondre aux incitations des nouveaux programmes, se trouvent démunis des matériaux nécessaires, surtout dans les domaines jusqu'ici peu exposés (statistique, géométrie de l'espace, rapports entre mathématiques et mécanique, utilisation des ordinateurs).

E.5.3 Qui doit décider ?

Dans les pays où la pratique du curriculum est implantée, les modalités de son application sont diverses. De toutes façons, produire un curriculum ne conduit pas à en imposer l'usage. Presque partout, les maisons d'édition se disputent le marché à partir de productions inspirées plus ou moins librement par le curriculum de base, et ces productions sont souvent soumises à agréation.

En ce qui concerne la Belgique francophone, nous pensons que le schéma suivant serait approprié. On conserverait les Commissions de programme avec leurs prérogatives actuelles. Le programme, exprimant un consensus de la Communauté française sur les matières à enseigner, est avec le corps des inspecteurs, garant du fonctionnement cohérent de l'enseignement. Par ailleurs, on constituerait une ou plusieurs équipes attachées à produire des curriculums dont les Commissions de programme pourraient s'inspirer. Pour assurer un fonctionnement harmonieux de ce double système, on veillerait à ce que les membres des commissions se recrutent pour partie dans les groupes de recherche s'occupant des curriculums. De plus, les Commissions de programme devraient recourir tout au long de leurs travaux à des mathématiciens professionnels (non nécessairement membres des groupes de recherche sur le curriculum) et à des utilisateurs de mathématiques issus du milieu de l'industrie et des affaires. Ces mathématiciens professionnels pourraient être désignés par le Comité National de Mathématique.

En respectant ainsi nos institutions présentes, qui ont fait leurs preuves, et en y ajoutant un facteur important de recherche et d'innovation, on engagerait sans heurts une évolution qu'il faut penser comme progressive et à long terme. Les avatars récents de l'enseignement des mathématiques ont suffisamment montré les risques de la précipitation.

E.6 Ressources matérielles au service de l'enseignement

E.6.1 Des objets sources d'intuitions

La majorité des cours de mathématiques utilisent pour seuls moyens d'expression le tableau noir et la craie, le papier et le crayon. Or il serait intéressant qu'ils s'appuient en outre sur des modèles de polyèdres et de surfaces, des reproductions de dessins ou gravures, des appareils articulés du type du pantographe, des miroirs, des vitres de Dürer pour la perspective et d'autres appareils ou maquettes qui posent question, provoquent observations et mesures et sont générateurs d'intuitions. Non que l'étude des mathématiques s'identifie à celle d'objets physiques : au contraire, cette science prend tout son sens et rejoint son véritable statut lorsque la pensée dépasse les limitations inhérentes aux choses matérielles. Mais les formes et les mouvements doivent être vus pour être conçus et sont sources d'intuitions qui continuent à soutenir le travail mathématique, alors même qu'il est devenu le plus abstrait et le plus symbolisé. Est-il besoin de rappeler la précieuse capacité de “voir dans l'espace", dont on ne peut espérer l'améliorer chez les élèves sans leur proposer de manier des objets à trois dimensions et de raisonner à leur propos ?

E.6.2 L'apport de la “technologie"

Les rétroprojecteurs, les calculatrices et les ordinateurs ont énormément multiplié les possibilités offertes aux professeurs et aux élèves de se montrer des formes et d'expérimenter sur les nombres. Un exemple parmi d'autres : sur un ordinateur muni d'une source de nombres aléatoires, on peut dorénavant jouer plusieurs fois 10 000 parties de dé en peu de temps et exhiber les résultats sur un graphique, ce qui est un moyen extraordinaire d'entamer expérimentalement l'étude de la statistique inférentielle.

E.6.3 Des livres et des revues

Nous pensons qu'il faut encourager les professeurs et les élèves à lire en mathématiques. Le succès de revues telles que *Mathématique et Pédagogie* et *Math-Jeunes* est de bon augure. Par ailleurs, et pour autant que nous soyons bien informés, beaucoup d'écoles n'ont pas de rayon de mathématiques dans leur bibliothèque. Or il existe de nombreux livres intéressants de tous niveaux : quelques dizaines d'entre eux choisis parmi les meilleurs devraient faire partie de l'équipement indispensable de chaque école.

Ces quelques considérations montrent l'avantage qu'il y aurait à ce que les cours de mathématiques se donnent, dans la mesure du possible, dans des locaux où seraient rassemblés en permanence le matériel et les documents disponibles.

E.7 La formation initiale des professeurs

E.7.1 Les grands axes de la formation

Les futurs professeurs, qu'ils soient régents ou licenciés, doivent avoir des connaissances solides et se trouver à l'aise, capables de pensée autonome dans une mathématique nourrie de sens (cf. section 1). Ils doivent être rompus à la résolution de problèmes.

Ils doivent avoir une bonne connaissance des mathématiques élémentaires d'un point de vue avancé : nous reviendrons sur ce point séparément pour les régents et les licenciés. Ils doivent avoir acquis un fonds de connaissances suffisant pour comprendre les raisons et les finalités d'un programme, pour y distinguer l'essentiel, pour organiser la cohérence des notions proposées. Ils doivent être capables de concevoir des démarches mathématiques raisonnées et de produire des textes mathématiques. Ils doivent être entraînés à rechercher des situations problématiques, être très ouverts aux jeunes en état de recherche et savoir prendre en compte positivement leurs contributions.

Enfin, comme une très grande partie des classes relève de l'enseignement technique et professionnel, il importe de préparer explicitement les futurs professeurs à ces types d'enseignement. La quasi-inexistence actuelle d'une telle préparation est une lacune grave. Elle est une cause, parmi d'autres, de ce que bon nombre de professeurs enseignent à ces classes sans enthousiasme et demandent à les quitter.

Continuons maintenant l'examen de la formation initiale des professeurs en nous plaçant d'abord dans le cadre institutionnel hérité du passé, celui où les régents et les licenciés sont formés à part, les premiers dans les écoles normales, les seconds dans les universités. Nous discuterons dans un second temps de ce cadre institutionnel.

E.7.2 Les régents

L'idéal serait que la carrière d'enseignant en mathématiques soit toujours choisie pour des raisons positives, parmi lesquelles l'attrait des mathématiques et la compétence dans cette branche. Or il faut bien reconnaître qu'une partie des étudiants qui s'inscrivent à l'école normale le font après avoir échoué à l'université. Cette circonstance est défavorable, même s'il est vrai qu'un échec en candidature n'implique, loin de là, aucun jugement définitif sur les capacités de celui qui échoue.

La formation des régents doit être de niveau élevé, nous l'avons souligné ci-dessus. Elle présuppose une formation préliminaire solide, au minimum celle que donne, lorsqu'on y obtient de bons résultats, un programme à cinq périodes de mathématiques par semaine dans l'enseignement de transition.

Le programme doit comporter une étude des mathématiques élémentaires (et pas seulement celles qu'on enseigne au degré inférieur) d'un point de vue avancé. L'écueil est que, pour des raisons diverses parmi lesquelles l'insuffisance de l'horaire, les mathématiques étudiées soient trop peu approfondies.

La formation en mathématiques (et dans la deuxième branche choisie) devrait ouvrir au détenteur d'un diplôme de régent l'accès, non seulement à la carrière d'enseignant, mais aussi à d'autres débouchés professionnels. Il se peut en effet qu'un jeune professeur éprouve des difficultés d'adaptation au monde de l'enseignement.

En ce qui concerne le corps enseignant des écoles normales, une lacune importante doit être soulignée : il n'est pas prévu que les professeurs de mathématiques aient une expérience de l'enseignement pour lequel ils préparent leurs élèves. Par ailleurs, ces élèves reçoivent le plus souvent tous leurs cours de mathématiques et méthodologie mathématique d'un seul professeur. Il serait souhaitable que les écoles normales diversifient leur corps enseignant, certains professeurs au moins ayant une expérience substantielle des classes du premier cycle secondaire tant rénové que professionnel. Les étudiants tireraient bénéfice d'une telle variété de compétences et de la diversité des points de vue.

E.7.3 Les licenciés

Actuellement, les futurs professeurs reçoivent à l'université la même formation mathématique que les futurs chercheurs ou ceux qui se destinent à d'autres professions. Nous pensons que ces études communes sont une bonne chose et qu'il faut s'y tenir, pour ne pas enfermer trop tôt les étudiants dans une filière spécialisée.

Les études de licence en mathématiques nous paraissent développer insuffisamment la capacité à résoudre des problèmes et la pensée mathématique autonome. Une part trop grande du temps y est réservée à l'étude de mathématiques "toutes faites". Il est vrai que déchiffrer une théorie (même bien rédigée) est une activité mathématique réelle, quand elle est poussée à fond. Mais trop d'étudiants se contentent de comprendre à peu près. Il serait intéressant que l'on étudie la place réservée, dans le programme de quelques bonnes universités étrangères, à la pensée autonome des étudiants, de même qu'à d'autres modalités de la formation (recours aux bibliothèques, aux ordinateurs, etc.).

Les mathématiques élémentaires étudiées d'un point de vue avancé devraient aussi recevoir plus d'attention dans les études de licence et d'agrégation. Il serait profitable que les professeurs du secondaire pratiquent un va-et-vient familier entre les mathématiques des manuels et celles des cours universitaires (ce qui ne veut pas dire du tout enseigner des matières universitaires dans le secondaire). Ce n'est que rarement le cas.

Enfin, les enseignements généraux d'agrégation sont encore parfois dispensés sous forme de cours magistraux à de vastes auditoires. Cette pratique devrait être remplacée par d'autres plus efficaces.

E.7.4 Restructurer l'ensemble des formations

Nous avons jusqu'ici situé nos réflexions sur la formation des maîtres dans le cadre institutionnel hérité du passé : celui où les régents étaient formés à enseigner dans les écoles moyennes, aujourd'hui disparues, et où les licenciés enseignaient aux élèves de douze à dix-huit ans dans les athénées et les collèges. De nos jours, régents et licenciés toujours formés à part enseignent côte à côte dans des écoles où les six années sont réparties non plus en deux cycles de trois ans, mais en trois cycles de deux ans. Que faut-il faire pour favoriser le dialogue et la collaboration entre ces deux catégories de professeurs.

Faut-il envisager une formation unique pour tous les enseignants du secondaire ? Il y aurait intérêt de toute façon à ce que les formations des licenciés et des régents, mais aussi des instituteurs, soient rapprochées de sorte qu'ils se connaissent mieux et reçoivent les uns et les autres une formation mathématique et pédagogique plus profonde. Mais notre Commission n'est pas en mesure de faire des suggestions pratiques pour un tel rapprochement. Elle estime simplement que la question doit être étudiée. Certains pays voisins nous ont devancés dans une telle étude et dans la voie des réalisations. Quelles que soient les solutions adoptées, elles devront obéir à une exigence : si on change le cadre institutionnel de la formation des maîtres, il faudra veiller à utiliser pleinement dans le cadre nouveau les compétences du personnel enseignant actuellement à l'œuvre.

E.8 La formation continue des professeurs

Les professeurs de mathématiques sont actuellement, et demeureront dans les prochaines années, demandeurs de formation continue au moins sur les points suivants :

- la géométrie à cause d'une lacune importante héritée de la période des mathématiques modernes ;
- l'algorithmique liée à l'évolution des moyens électroniques de calcul ;
- la résolution de problèmes et plus généralement la pensée mathématique autonome, compte tenu de ce que la formation initiale des maîtres a été et est encore insuffisante dans ce domaine ;
- la présentation de nouveautés mathématiques importantes ;
- la conduite de classes hétérogènes, comme il s'en trouve de plus en plus aujourd'hui.

Or les possibilités de formation continue actuellement offertes aux professeurs sont assez maigres et peu coordonnées. Elles émanent en ordre dispersé de l'inspection, des départements de mathématiques des universités et des sociétés de professeurs de mathématiques. Elles ont reçu par à-coup le soutien d'un personnel précaire (généralement des C.S.T.), empêchant la planification à plus d'un an d'échéance. D'ailleurs, étant donné le plein emploi des mathématiciens diplômés, les C.S.T. ont actuellement disparu.

La formation continue n'est pas reconnue comme un droit. En particulier certains chefs d'établissement, arguant de contraintes certes non négligeables mais qui ne devraient pas avoir priorité, sont réticents à accorder les heures nécessaires à leur personnel.

En réponse à ces difficultés, nous pensons tout d'abord qu'une partie substantielle de la formation continue pourrait être confiée au(x) groupe(s) de recherche dont la création est proposée à la section 9 ci-après. Ceux-ci devraient disposer à cet effet d'un personnel stable et qualifié (en particulier de professeurs expérimentés détachés à mi-temps).

L'expérience belge, confirmée par celle de divers pays étrangers (cf. entre autres [29]) a montré que la formation continue la plus efficace est celle qu'acquièrent les enseignants lorsqu'ils travaillent en collaboration à la production des matériaux de leur propre enseignement.

Dans l'organisation de la formation continue, il importe de stimuler les demandes et de favoriser les projets. Des demandes peuvent provenir par exemple de professeurs qui veulent apprendre de nouvelles matières mathématiques, ou d'écoles préparant l'ouverture de nouvelles options, ou de pouvoirs organisateurs à la recherche d'une politique originale.

Ensuite, la formation continue, hautement souhaitable, devrait dorénavant être reconnue comme un droit et être intégrée harmonieusement à l'exercice de la profession. Il nous semble opportun aussi qu'elle soit, de quelque façon, reconnue et valorisée dans la carrière.

E.9 La recherche

E.9.1 Un cloisonnement nuisible

Nous avons vu plus haut que les programmes de mathématiques du primaire et du secondaire sont élaborés pratiquement sans concertation par des commissions séparées. Ces deux enseignements ainsi cloisonnés au niveau de l'organisation le sont tout autant au niveau de la recherche. A notre meilleure connaissance, la totalité des recherches belges sur les mathématiques aux niveaux maternel et primaire est effectuée dans les facultés de psycho-pédagogie et donc sans la collaboration, sauf occasionnelle, de mathématiciens. Or la présence soutenue de ceux-ci nous paraît nécessaire à de telles recherches. En effet, les mathématiques les plus élémentaires, parce qu'elles sont proches de certaines questions de fondement, présentent des subtilités difficiles à apprécier sans une solide culture mathématique. Il n'est malheureusement pas possible d'expliciter ce point dans le présent rapport.

Quant aux recherches sur l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire, elles se font dans les départements de mathématiques, dont certains y consacrent quelques efforts encourageants. Mesurée en termes de doctorats, la production scientifique à ce niveau demeure assez modeste : il y a eu en tout jusqu'à présent dans la Communauté française quatre doctorats en mathématiques orientés vers l'enseignement.

La séparation des recherches relatives aux enseignements maternel et primaire d'une part et secondaire de l'autre fait que beaucoup trop peu de personnes dans notre pays s'efforcent de développer une vue cohérente de l'apprentissage des mathématiques depuis le plus jeune âge jusqu'à l'âge adulte. Cette lacune est très regrettable.

E.9.2 Groupes de recherche sur l'enseignement des mathématiques

Quelles seraient la composition et les attributions d'un groupe de recherche susceptible de répondre efficacement aux besoins identifiés dans plusieurs sections antérieures du présent rapport ?

Dans un tel groupe devraient se retrouver sans exception toutes les catégories de personnes compétentes par leur connaissance des enfants et adolescents, des mathématiques, de leur histoire et de leur épistémologie, de la conduite des classes et de l'administration de l'enseignement. Chacune de ces catégories est nécessaire (mais aucune n'est suffisante) pour assurer la pertinence d'un tel type de recherche. Insistons sur deux d'entre elles dont l'indispensable collaboration a été parfois oubliée.

La présence de mathématiciens à culture mathématique large est indispensable. Il doit s'agir de personnes disposées à accorder aux problèmes d'apprentissage une attention persistante. Il ne manque pas d'hommes qui ont montré l'exemple de cela, à commencer par Lebesgue et Polya, ou plus près de nous, pour ne citer que des étrangers, Freudenthal, Hilton et Lang. A contrario, certains initiateurs de la réforme de la "mathématique moderne" n'ont manifesté qu'un intérêt momentané pour l'enseignement des mathématiques élémentaires et après avoir semé des idées brillantes, se sont pour l'essentiel désintéressés de ce qui en est advenu.

La présence d'instituteurs et de professeurs expérimentés dans un groupe de recherche est tout aussi indispensable que celle de mathématiciens. Personne ne connaît aussi bien qu'eux non seulement les capacités et les difficultés des élèves, mais encore tous les problèmes de l'enseignement vus de l'intérieur, de la classe : diversité des élèves, contraintes des programmes, gestion du temps, etc. Il nous paraît nécessaire que les instituteurs et professeurs détachés pour la recherche ne le soient qu'à temps partiel (par exemple à mi-temps) de façon qu'ils conservent l'expérience intime de leur métier.

Sans préjuger des voies originales de recherche qu'un tel groupe pourrait explorer par ailleurs, on lui attribuerait comme mission de base la production critique et l'expérimentation de matériaux pour enseigner (des curriculums). Il devrait en outre maintenir un lien supplémentaire avec l'enseignement sur le terrain en étant associé à la formation initiale et continue des maîtres.

E.9.3 Difficultés idéologiques et de gestion

La constitution d'un groupe de recherche composé comme suggéré ci-dessus posera un problème aux gestionnaires de la recherche. En effet, on pourrait s'attendre à ce que des recherches sur l'enseignement des mathématiques soient confiées à des spécialistes de cet enseignement. Or les instituteurs et professeurs appelés à contribuer à part entière à ces recherches ne seront pour la plupart ni docteurs, ni doctorants. Et quant aux mathématiciens, leurs travaux ne seront habituellement pas centrés sur les problèmes d'enseignement. D'où d'inévitables difficultés de désignation et de subsidiation de ces chercheurs qui ne répondent pas aux critères habituels. Certains pays ont montré que ces difficultés étaient surmontables.

En résumé, de telles recherches sont indispensables. Elles touchent à une matière complexe, non maîtrisable dans le seul cadre d'une spécialité universitaire au sens ordinaire. Leurs répercussions sur l'institution scolaire, sur le sort de millions d'enfants et finalement sur les capacités intellectuelles de la population sont cruciales. Il faut tout faire pour éviter qu'elles aboutissent à des conclusions insuffisamment éprouvées (l'histoire récente a montré que ce danger n'est pas illusoire). Leur enjeu social est tel que les milieux académiques de mathématiciens devraient clairement dépasser le préjugé défavorable dont elles sont traditionnellement l'objet. La question principale ne devrait pas être "faut-il ou non de telles recherches ?", mais plutôt, étant acquis qu'il en faut, "comment en assurer la stimulation et la qualité ?".

Il est souhaitable que les Départements de Mathématiques, le Comité National de Mathématiques, la Commission de Mathématiques du F.N.R.S. et la Société Mathématique de Belgique poursuivent et développent les actions concrètes par lesquelles elles ont depuis quelques années ou quelques mois manifesté leur regain d'intérêt pour les problèmes de formation.

E.10 Conclusions et recommandations

Arrivée au terme de ce premier rapport, la Commission estime que la première et la plus importante de ses recommandations est la suivante.

Recommandation 1. *Le statut moral et matériel des enseignants doit être amélioré d'urgence. A défaut d'un effort substantiel sur ce plan, le risque est grand de voir la profession désertée et la formation des jeunes se dégrader.*

La Commission insiste ensuite sur le fait que sa composition et le temps dont elle a disposé ne lui permettent de proposer aucune réforme détaillée des programmes ou de l'organisation de l'enseignement, dont on peut souligner d'ailleurs la bonne qualité d'ensemble. Les recommandations suivantes tendent à appuyer l'enseignement mathématique de l'avenir sur *une réflexion approfondie et une meilleure coordination*. Plus de réflexion, plus de recherches, un débat d'idées stimulé et auquel prennent part toutes les catégories de personnes impliquées. Une meilleure coordination entre les enseignements mathématiques de tous niveaux et toutes orientations, fondée sur une conception d'ensemble de l'éducation mathématique.

Recommandation 2. *La formation continue devrait être vécue comme un devoir et reconnue comme un droit.*

Recommandation 3. *Toute commission de programme devrait s'adjoindre des représentants des autres commissions qui ont avec elle un lien naturel. Elle devrait s'adjoindre des représentants des groupes de recherche mentionnés dans la recommandation suivante. Elle devrait aussi procéder aux consultations, mentionnées à la section 5.3, de mathématiciens professionnels et d'utilisateurs de mathématiques issus des milieux de l'industrie et des affaires.*

Recommandation 4. *Il faudrait créer un ou deux groupes*

- *assurant une recherche sur l'enseignement des mathématiques et développant une vue coordonnée des enseignements maternel, primaire, secondaire et supérieur en mathématiques ;*
- *développant et expérimentant des séquences de curriculum dans ces différents enseignements ;*
- *assurant une partie des formations continues offertes au public des enseignants de mathématiques de tous niveaux.*

Ces groupes devraient être constitués sur base d'une contribution des universités (enseignants-chercheurs et moyens matériels) et des enseignements maternel, primaire, secondaire et normal (enseignants-chercheurs détachés, classes expérimentales). Toute personne collaborant à un tel groupe devrait y être reconnue pour sa part entière de compétence et d'initiative, et non comme exécutante des plans de recherche d'une minorité.

Recommandation 5. *Il paraît indispensable que des enseignants de toutes catégories soient détachés à mi-temps pour des périodes longues (par ex. cinq ans) et associés aux recherches et formations continues mentionnées dans la recommandation 4. De tels détachements pourraient être renouvelés si le dossier qui appuie la demande le justifie.*

Recommandation 6. *Les recherches ou mises au point suivantes seraient utiles :*

- *faire l'état des réalisations et des besoins en matière de manuels pour l'enseignement professionnel ;*

- *constituer un inventaire, à distribuer aux écoles, du matériel et des livres dont la disponibilité est jugée utile à l'enseignement des mathématiques des divers niveaux ;*
- *étudier les modalités de la formation en mathématiques dans quelques universités étrangères réputées, en s'informant principalement de la part réservée à la résolution de problèmes et plus généralement à l'exercice d'une réflexion mathématique autonome.*

Recommandation 7. *La Commission propose de suggérer aux Facultés des Sciences de repenser la conception des études d'agrégation de l'enseignement secondaire supérieur en mathématiques. Un effort devrait être porté sur le lien entre “mathématiques de l'université" et “mathématiques de l'enseignement secondaire".*

Recommandation 8. *La Commission propose de rapprocher la formation initiale des professeurs de mathématiques des niveaux inférieur et supérieur. Cela devrait conduire en premier lieu à accroître le niveau de formation mathématique des professeurs du degré inférieur.*

Recommandation 9. *Enfin la Commission estime que le travail qu'elle a engagé mérite d'être poursuivi. Ceci n'implique pas que la composition de la Commission demeure inchangée.*

Les points suivants, parmi d'autres sans doute, devraient être abordés prochainement :

- consultation plus étendue des milieux extérieurs à l'enseignement et utilisateurs de mathématiques ;
- définition du noyau de base des futurs programmes ;
- mise au point sur la situation comparée des filles et des garçons dans l'apprentissage des mathématiques et recherche des moyens d'amener les filles à s'engager davantage dans les carrières scientifiques.

Annexe 1
Composition de la Commission scientifique d'Etude de l'Enseignement des Mathématiques et des Sciences

Président : Monsieur Paul DANBLON, chef de production à la RTBF.

Monsieur André BAJART, inspecteur de l'Enseignement secondaire et supérieur pour l'enseignement des mathématiques.

Monsieur Georges CARDINAEL, professeur de physique, doyen de la Faculté des Sciences, Facultés universitaires Notre-Dame de la Paix, Namur.

Monsieur Sylvain COURTOIS, inspecteur du cours de Mathématiques de l'Enseignement secondaire.

Monsieur Roger DENRUYTER, licencié en Sciences mathématiques, préfet des études à l'A.R. de Jumet.

Monsieur André DUCAMP, professeur de mathématiques, de statistique et d'informatique à l'Université libre de Bruxelles.

Monsieur Jean ETIENNE, professeur à la Faculté des Sciences appliquées, Université de Liège.

Monsieur Edgard GUNZIG, membre du Corps académique et enseignant à la Faculté des Sciences (section de Physique) de l'U.L.B.

Monsieur Louis HABRAN, inspecteur principal de l'Enseignement fondamental.

Monsieur Nicolas ROUCHE, professeur de mathématiques à l'Université catholique de Louvain.

Monsieur Georges VAN HOUT, secrétaire honoraire de la Commission française de la Culture de l'Agglomération de Bruxelles, préfet honoraire de l'Athénée Adolphe Max.

Monsieur Paul VAN PRAAG, professeur à l'Université de Mons, ancien président de la Société Mathématique de Belgique.

Secrétariat :

Monsieur Dominique BARTHELEMY, secrétaire d'administration, Direction générale de l'Organisation des Etudes.

Madame Colette DEVLIEGHER-COLLAER, licenciée-agrégée en sciences mathématiques, professeur à l'A.R. de Montegnée.

Annexe 2
Organisations et personnes consultées par la Commission au cours de ses réunions

1. L'Association des Docteurs et Licenciés en Mathématiques de l'Université de Liège (A.M.U.Lg.)

2. La Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française (S.B.P.M.e.f.)

3. Le Comité National de Mathématiques (C.N.M.)

4. La Société Mathématique de Belgique (S.M.B.)

5. Les professeurs titulaires du cours de méthodologie spéciale des mathématiques des Universités ou Facultés de Bruxelles, Liège, Louvain, Mons et Namur.

6. La Confédération Nationale des Associations de Parents (C.N.A.P.)

7. La Fédération des Associations de Parents de l'Enseignement Officiel (F.A.P.E.O.)

Annexe 3
Modalités de création d'un groupe de recherche sur l'enseignement des mathématiques

La Commission suggère les modalités suivantes pour la création d'un groupe de recherche sur l'enseignement des mathématiques (appelé ci-après GREM).

1. Des personnes qui souhaitent qu'un GREM soit créé et qui souhaitent en faire partie élaborent un projet de GREM dans une perspective de cinq années. Ce projet comporte

– des demandes de détachement de personnel et de disponibilité de classes adressées à une ou des Autorités scolaires ;
– des demandes de détachement de personnel et de disponibilité de locaux adressées à une ou des Universités ;
– une demande de crédit d'équipement et de fonctionnement adressée à la Commission de Mathématiques du FNRS dans le cadre du Fonds de la Recherche fondamentale collective.

2. Il est demandé aux diverses Autorités amenées à soutenir et financer le projet d'être particulièrement attentives aux aspects suivants :

– le projet s'inscrit dans une perspective de recherche globale sur l'éducation mathématique de l'école maternelle à l'université ;
– le projet propose, dans la mesure du possible, la collaboration de toutes les catégories de personnes compétentes : instituteurs, professeurs du secondaire et d'écoles normales, inspecteurs, enseignants universitaires ;
– les auteurs du projet font état d'une expérience et de publications substantielles ;
– pour des raisons statutaires entre autres, une partie des chercheurs d'un GREM ne sauraient être jugés sur les critères ordinaires du FNRS. (voir la section 9.3 du présent rapport) ; la collaboration de tels chercheurs est néanmoins indispensable ;
– les personnes obtenant un détachement pour travailler dans un GREM conservent à temps partiel (par exemple à mi-temps) le contact avec leurs classes ;
– les résultats des recherches d'un GREM doivent être, sans réserve et sans délai, disponibles à la Communauté éducative.

Documents étudiés ou consultés

Programmes

[1] L'ensemble des programmes de mathématiques et de sciences des enseignements primaire et secondaire francophones belges de toutes les orientations.

[2] Le programme des cours de mathématiques et méthodologie spéciale des sous-sections mathématiques — physique et mathématiques — sciences

économiques des écoles normales secondaires.

Avis adressés à la Co,mmission à sa demande

(repris ci-dessous par catégories, dans l'ordre chronologique)

Avis des facultés universitaires

[3] Faculté de Droit de l'U.L.B.
[4] Faculté de Droit de l'U.Lg.
[5] Faculté Polytechnique de Mons
[6] Institut d'Informatique des F.U.N.D.P. à Namur.
[7] Faculté de Droit de l'U.C.L.
[8] Fondation Universitaire Luxembourgeoise
[9] Faculté des Sciences appliquées de l'U.Lg.
[10] Faculté de Médecine vétérinaire de l'U.Lg.
[11] Faculté d'Economie, de Gestion et de Sciences sociales de l'U.Lg.
[12] Faculté des Sciences agronomiques de Gembloux
[13] Institut des Hautes Etudes Commerciales de Liège
[14] Faculté des Sciences de l'U.L.B.
[15] Faculté des Sciences économiques, sociales et politiques de l'U.C.L.
[16] Faculté des Sciences de l'U.Lg.
[17] Faculté des Sciences appliquées de l'U.C.L.

Avis de sociétés mathématiques

[18] Le Comité de l'Association des Docteurs et Licenciés en Mathématiques diplomés de l'U.Lg.

[19] La Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression Française.

Avis des professeurs de méthodologie spéciale de mathématiques des Universités

[20] M. Schneider, F.U.N.D.P., Namur
[21] G. Noël, Université de Mons-Hainaut
[22] A. Gribaumont, U.L.B.
[23] N. Rouche, U.C.L.
[24] J. Gobert, U.Lg.

Avis de la Fédération Nationale de l'Enseignement Secondaire Catholique.

[25] Mathématiques - Commission Danblon

Avis d’associations de parents

[26] Confédération Nationale des Associations de Parents. [27] Fédération des Associations de Parents de l’Enseignement Officiel.

Lettres

[28] Lettres de Messieurs J. Danguy, J. Evrard, H. Firket, M. Frydman, A. Noels, G. Noël, A. Warbecq.

Livres et documents publiés

[29] *Better Mathematics , A Curriculum Development Study* , The Mathematics Centre, West Sussex Institute of Higher Education, H.M.S.O., Londres, 1987.

[30] *Bilan de la réforme et idées pour l’avenir* , n°spécial du Bull. de la Société de Belgique, (A) 36 (fasc. 2), 1984, 114-151 ; (contributions de C. Festraets-Hamoir, F. Buekenhout, G. Papy, N. Rouche).

[31] *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* , National Council of Teachers of Mathematics, U.S.A., 1989.

[32] N. Deltour et G. Henry, *Une évaluation du rendement des mathématiques dans secondaire belge francophone*, Minist. Ed. Nat., Bruxelles, 1988.

[33] *Le mouvement éducatif en Belgique*, Ministère de l’Education Nationale, Bruxelles, 1988.

[34] *Mathematics Counts* , Report of the Committee of Enquiry into the Teaching of Mathematics in Schools under the Chairmanship of Dr. W.F. Cockroft, H.M.S.O., Londres, 1982.

[35] G. Papy, Mathématique Moderne, Vol. 1,2,3,4 et 6, Didier, Bruxelles, 1963 à 1967.

[36] R. Peters et C. Debled, *Intérêt et participation des filles lors des activités scolaires liées aux nouvelles technologies de l’information*, Commission des Communautés Européennes, Bruxelles, 1989.

[37] *Principes pour une réflexion sur les contenus de l’enseignement*, Commission présidée par P. Bourdieu et F. Gros, Paris, 1989.

[38] *Propositions pour l’enseignement de l’avenir*, par les professeurs du Collège de France, Paris, 1985.

[39] *Quel enseignement pour demain, questionnaire*, Ministère de l’Education nationale, de la Jeunesse et des Sports, Paris, 1989.

Articles

[40] P. Bernard, "Les 'matheux' n'ont pas la foi" , *Le Monde* 12.1.89.

[41] J.J. Bozonnet, "Un pavé dans la mare éditoriale", *Le Monde* 7.9.89.

[42] "Everybody Counts, a Report to the Nation on the Future of Mathematics Education", *Notices of the American Mathematical Society* 36 , 1989, 227-236.

[43] A. Jackson, "NCTM School Mathematics Standards", *Notices of the American Mathematical Society* , 36, 1989, 380-382.

[44] L. Lemaire, "La recherche en mathématique aujourd'hui, quelques exemples", *Mathématique et Pédagogie* , n°66, 1988, 5-28.

[45] N. Rouche, "Pourquoi les maths", *Bulletin de l'A.P.M.E.P.*, n°362, 1988, 1-16.

[46] C. Simon, "Alerte, il n'y a plus de matheux", *Le Soir*, 14.3.89.

[47] P. Van Praag, "La mathématique est une partie vivante de la culture universelle, elle est une science utile lorsqu'elle est un art", *Mathématique et Pédagogie*, n°65, 1988, 5-16.

Documents polycopiés

[48] A.M.U.Lg., *En l'an 2000, nos enfants auront-ils encore des professeurs de mathématiques ?* Liège, 1989.

[49] *L'évaluation certificative dans le cours de mathématique organisé par niveaux dans l'enseignement professionnel* , Ministère de l'Education Nationale, Bruxelles, 14.12.83.

[50] G. Noël, *Le rapport "Cockroft"*, Université de Mons, 1989.

[51] G. Noël, *Sur l'enseignement des mathématiques*, Université de Mons, 1989.

[52] *Notes relatives à l'enseignement de la géométrie en deuxième année* , Ministère de l'Education Nationale, Bruxelles, sans date.

[53] C. Strauven, *Les filles, les mathématiques et les sciences font-elles bon ménage ?* Université de Liège, 1989.

F. L'avis du Comité National de Mathématiques

G. Le rapport “De Landsheere"

Commission scientifique d'étude de la formation des enseignants présidée par Gilbert De Landsheere

Rapport au Ministre de l'Education et de la Recherche scientifique de la Communauté française.

Juin 1990

Conclusions des travaux de la Commission Scientifique chargée par Monsieur le Ministre Y. YLIEFF de proposer une réforme générale de la formation des enseignants

Préambule

La commission scientifique chargée de proposer un plan de réforme de la formation des enseignants de la Communauté française a été installée le 27 avril 1989 par Monsieur le Ministre Yvan Ylieff.

La mission de cette commission n'était pas d'établir des programmes détaillés, mais bien de définir des principes généraux et de tracer des cadres conceptuels.

Même si elles sont acceptées, les propositions ne pourront pas être réalisées du jour au lendemain. C'est d'un projet à long terme qu'il s'agit, car il implique notamment des changements institutionnels et statutaires profonds.

En particulier, tant les instituts d'enseignement supérieur pédagogique (IESP) que les Universités sont appelés à réaliser des réformes parfois radicales.

A côté de son souci premier de servir au mieux la cause de l'éducation, la commission n'a jamais perdu de vue le sort des enseignants actuellement en fonction, qu'il s'agisse de ceux qui se trouvent dans les écoles ou de ceux qui forment aujourd'hui les futurs maîtres.

Ces réformes ne se feront pas sans dépenses nouvelles, tant pour les Universités appelées à jouer un rôle nouveau que pour les Instituts d'Enseignement Supérieur Pédagogique qui, eux aussi, verraient leur mission en partie modifiée. De surcroît, la formation de tous les enseignants au niveau universitaire implique une revalorisation des traitements en fonction de cette qualification. Des possibilités de requalification seraient aussi offertes aux enseignants actuels.

L'importance de ces dépenses nouvelles reste à chiffrer. A ce propos, deux remarques s'imposent. La première, c'est qu'on ne part évidemment pas de zéro. La seconde, c'est que les réformes proposées sont d'une telle ampleur que plusieurs années seront nécessaires pour les réaliser et que leurs effets financiers ne se feront sentir que progressivement.

Introduction

La mission confiée à la Commission était large puisqu'elle portait sur l'ensemble de la profession enseignante. Il est très tôt apparu que, sans cette ampleur de l'éventail, la Commission aurait été immédiatement arrêtée dans son travail, car l'un des premiers principes généraux sur lesquels elle a fondé sa réflexion est *la nécessaire unification fondamentale de la fonction,* de l'école maternelle jusqu'à la fin de l'enseignement secondaire supérieur.

Dès le départ aussi, il s'est confirmé que *la formation initiale ne peut plus se concevoir sans sa prolongation par une formation continuée pendant la totalité de la carrière.*

Enfin, il ne suffit pas de s'interroger sur la formation, il importe tout autant de préciser *les qualités requises* de ceux qui devront la guider, c'est-à-dire des formateurs de formateurs.

Pour les motifs exposés par la suite et s'inscrivant ainsi dans le mouvement général observé dans l'ensemble des pays industrialisés, la Commission estime que *les enseignants de tous les niveaux doivent être des universitaires*, une multiplicité de formules devant permettre à tous, y compris aux maîtres déjà en fonction, d'atteindre ce niveau ou son équivalent.

Cette formation devrait, par conséquent, être acquise dans les Universités.

Toutefois, les Universités ne sont pas prêtes à assumer cette responsabilité de façon satisfaisante dans l'immédiat. En effet, si la qualité des cours théoriques qui y sont faits n'est que très exceptionnellement mise en cause, il n'en va pas de même pour la formation pédagogique pratique. Dans le cas particulier de l'agrégation de l'enseignement secondaire supérieur, non seulement la formation pratique est estimée déficiente, mais la formation théorique, tant en psychologie qu'en sciences de l'éducation, reste superficielle. D'autres raisons, rencontrées dans le présent rapport, aggravent encore ces réticences.

Après en avoir longuement délibéré, la Commission :

1. Formule d'abord une conception générale de la formation des enseignants.
2. Formule ensuite une hypothèse de réforme.

I. Une conception générale de la formation future des enseignants

G.1 La formation initiale

G.1.1 Les options de départ

La Commission est partie des constatations à propos desquelles un accord unanime s'est manifesté :

1. La situation actuelle est jugée insatisfaisante en ce qui concerne la formation des enseignants, leur recrutement, leur rémunération et la reconnaissance sociale dont ils sont l'objet.
2. Tous les niveaux d'enseignement sont également importants.
3. A tous les niveaux, le métier d'enseignant est également difficile.
4. Il résulte de ces deux dernières observations qu'il importe de casser la hiérarchie établie au XIXe siècle entre les institutrices d'abord appelées "gardiennes", les instituteurs, les régents et les professeurs d'enseignement secondaire supérieur, formés dans les universités. La profession doit donc être unifiée.
5. Cette unification s'impose d'autant plus que la Commission estime que la formation de tous les enseignants doit être de niveau universitaire.
6. L'égalité des titres doit entraîner une égalité des traitements. On est en droit de penser que seule la possession d'un titre universitaire permettra à tous les enseignants d'obtenir un traitement correspondant à l'importance de leur fonction dans la société.

Le projet de réforme doit tenir compte des qualités et des faiblesses constatées dans les institutions existantes. La qualité du recrutement dans les Instituts d'enseignement supérieur pédagogique (IESP) a de plus en plus baissé depuis la Seconde Guerre mondiale et le niveau de la formation scientifique est faible. En revanche, ces instituts ont gardé des écoles normales dont ils sont issus une orientation pédagogique accusée et un contact étroit avec le terrain éducatif. A l'opposé, les universités n'ont pas encore accordé à la formation en psychologie et en sciences de l'éducation l'importance désirable, mais elles sont nettement supérieures par la solidité de la formation scientifique et par l'intense activité de recherche du plus haut niveau qui s'y déploie.

Il importe, par ailleurs, que tout projet de réforme permette de protéger les intérêts des enseignants actuels, en particulier, ceux des Instituts d'enseignement supérieur pédagogique.

Enfin, la Commission tient pour évident que la formation des enseignants doit être permanente et donc comporter une phase de formation initiale et une phase de formation continuée.

G.1.2 Impasse universitaire ?

Au terme de ces réflexions préliminaires, la Commission a eu l'impression de se trouver dans une impasse. L'idéal et la raison incitent à former tous les enseignants à l'université, mais, si l'on en juge par l'insatisfaction générale que suscite la formation psychologique et pédagogique pour l'octroi du titre d'agrégé de l'enseignement secondaire supérieur, on risque, dans les conditions actuelles, de perdre en qualification professionnelle ce que l'on aurait gagné en formation scientifique.

La situation des régents illustre bien ce dilemme. Actuellement, ils donnent en bonne partie les mêmes cours que les licenciés, mais ne sont pas formés comme eux. Faut-il une connaissance moins bonne de la langue maternelle, des langues étrangères, de l'histoire, de la géographie,. . .pour enseigner à des élèves de 14–15 ans qu'à des élèves de 16 ans ?

Or si, pour cette raison, on décidait immédiatement que, pour remplir les fonctions actuelles de régent, il faut dorénavant être licencié, on se retrouverait avec un surplus de professeurs de l'enseignement secondaire qui n'auraient suivi que les cours insuffisants de l'agrégation.

D'où l'impasse apparente. Elle n'est cependant réelle que dans la mesure où les universités ne changent pas. Or des projets de réforme de l'agrégation se succèdent depuis plus de trente ans. Il y a une quinzaine d'années, ils ont été très près d'aboutir, l'accord étant pratiquement acquis sur l'introduction d'une année d'études supplémentaire qui serait entièrement consacrée à l'agrégation. Les Recteurs des universités ont relancé le problème et une commission *ad hoc* travaille actuellement au Conseil interuniversitaire de la Communauté française (CIUF).

La préparation à l'agrégation, beaucoup plus approfondie que par le passé, comprendrait trois composantes principales : une formation en psychologie et en sciences de l'éducation, qui est normalement de la compétence des facultés du même nom là où elles existent, une formation en didactique des disciplines, qui resterait de la compétence des facultés responsables de leur enseignement, une formation pratique, pour laquelle la synergie Université–IESP dont il est question par ailleurs serait précieuse.

On ne peut trop souligner l'importance d'une collaboration et d'une concertation aussi étroites que possible entre les différents acteurs de la formation.

Les contacts que l'on peut avoir avec le monde académique montrent sans ambiguïté que les universités sont actuellement très ouvertes à des innovations, et cela d'autant plus que les dispositions qui entrent en vigueur dans la Communauté européenne soulèvent aussi des problèmes nouveaux.

Si l'on fait l'hypothèse que les universités pourraient se réformer rapidement, notamment pour assurer une formation satisfaisante des futurs enseignants, l'impasse à laquelle il a été fait allusion disparaît.

D'évidence, si les universités le veulent vraiment, elles peuvent créer les conditions souhaitées. Les universités n'assurent-elles pas, dès maintenant, des formations qui allient solidité scientifique et qualification professionnelle approfondie ? Les études de médecine en sont un exemple.

Une autre idée, qui intéresse directement la Commission, est périodiquement avancée à l'intérieur même des universités. Actuellement, les étudiants, qu'ils se destinent à la recherche scientifique la plus pointue ou à l'enseignement, suivent tous les mêmes programmes de base en licence. Il ne manque pas d'exemples de cours très spécialisés qui n'ont d'utilité réelle pour les futurs enseignants qu'à titre d'information générale. Elle pourrait, si on l'estime indispensable, être acquise en beaucoup moins de temps.

Partant de cette constatation, on peut imaginer (et l'idée n'est pas nouvelle) d'offrir aux étudiants de licence le choix entre deux orientations : recherche ou enseignement, en utilisant toute la souplesse que permet le système d'unités de valeur qui, de toute façon, va se généraliser progressivement.

Si cet aménagement des programmes de licence était réalisé, on pourrait déjà y inclure des cours théoriques et des activités relatifs à la fonction d'enseignement.

En conclusion, la Commission constate qu'une réforme profonde de la formation des maîtres — capitale pour l'avenir de la jeunesse et de la nation — dépend dans une large mesure de la rapidité et de l'efficacité avec lesquelles les universités modifieront en profondeur leurs programmes et leurs méthodes de formation des enseignants.

En raison même de l'ampleur que prendraient les programmes de préparation à l'agrégation, les étudiants qui font ces études devraient être subsidiés à part entière.

G.1.3 Esquisse d’un plan de réforme

A partir des considérations et des hypothèses qui précèdent, et compte tenu de la véritable mutation que connaît notre société, un plan de réforme générale devrait être engagé de toute urgence. La Commission n’était pas en mesure de tracer un tel plan dans tous ses détails. C’est donc plutôt d’un schéma qu’il s’agit.

La réforme proposée correspond aux objectifs définis au départ : élever le niveau de la formation des enseignants, revaloriser leur statut, et ainsi augmenter la qualité du recrutement. La formation de tous les enseignants sera de niveau pleinement universitaire et la fonction enseignante, de la maternelle jusqu’à la fin du secondaire, pourra donc ainsi être unifiée.

La Commission a été attentive au problème des réorientations possibles en cours d’études ou par la suite. Même si les changements radicaux de vocation ne sont qu’exceptionnels, la Commission souhaite les faciliter à tout moment.

Parmi ceux qui ont choisi initialement de se former pour l’enseignement, certains souhaiteront exercer, dès la fin des études ou plus tard, une activité différente dans le secteur privé. Des compléments d’études éventuellement nécessaires à cette fin devront aussi être prévus.

Enfin, l’allongement des études préparant à l’enseignement ne devrait pas constituer un obstacle pour ceux qui ne disposent pas des moyens financiers nécessaires. L’enseignement s’est traditionnellement nourri des apports remarquables de la frange de population en ascension sociale. Des mesures adéquates doivent permettre qu’il continue à en être ainsi.

La durée des études supérieures de tous les enseignants sera de quatre ou cinq ans

Les études de candidatures que la Commission préconise devraient notamment présenter les trois caractéristiques suivantes :

1. Se focaliser sur les aspects les plus fondamentaux de la culture universitaire générale et de la formation scientifique, toute spécialisation pointue précoce devant être évitée. En outre, le souci du développement personnel et de la formation aux relations humaines devrait être permanent.
2. Etre conçues de façon à faciliter au maximum des réorientations, soit dans le choix de la carrière d’enseignement, soit vers d’autres études facultaires.
3. Dès ce stade des études, il importe d’établir un réel contact avec le terrain éducatif en général et, plus spécialement, avec le secteur pour lequel l’étudiant a décidé, au moins provisoirement, de se spécialiser.

A partir des licences, les étudiants qui, dans une première orientation, se destinent à l'enseignement fondamental, devraient acquérir des unités de valeur particulièrement axées en fonction de l'option prise.

Etant donné que tous les enseignants de l'avenir seraient des universitaires, on pourrait envisager les orientations suivantes, étant bien entendu que des réorientations sont possibles par le jeu d'études complémentaires permettant de capitaliser des unités de valeur.

Ecole maternelle et 1re et 2e années primaires

Les études comprendraient un tronc commun, puis *deux options.*

La première option préparerait spécialement à l'*école maternelle* qui non seulement appelle des aptitudes que tous ne possèdent pas — ne fût-ce que celles du dessin, du chant et de la musique —, mais aussi et surtout parce que l'âge de l'école maternelle est celui de l'émergence de la pensée verbo-conceptuelle. C'est à cet âge que s'acquièrent les premières démarches intellectuelles, mais aussi que se consolident les premières images de soi. L'importance de ce groupe d'âges n'échappe plus à personne et les enseignants destinés à encadrer les petits devront être dotés de connaissances psychologiques (psychologie génétique et psychologie dynamique) très approfondies. De surcroît, aujourd'hui, une didactique adaptée aux caractéristiques de cet âge se développe, que devront maîtriser ceux qui enseigneront à ces enfants.

La seconde option préparerait spécialement à l'enseignement au cycle 5–8 ans (dernière année du maternel et les deux premières années primaires). Cette période est cruciale pour l'acquisition des habiletés de base, — lecture et mathématiques. Le syndrome de l'échec s'installe souvent dès ce moment. Aussi ceux qui se destinent à l'enseignement pendant cette période recevraient-ils une formation psychologique et didactique approfondie dans ces disciplines et apprendraient notamment à détecter les difficultés d'apprentissage, idéalement dès leur apparition, à en identifier la nature et les causes, et à engager les démarches correctives nécessaires. Une place importante serait aussi accordée aux disciplines d'éveil.

De la 3e année primaire à la 1re année du secondaire

Cette période a trois objets principaux. D'abord, approfondir les apprentissages des habiletés de base en même temps qu'il importe de remédier de façon individualisée aux difficultés fondamentales qui se manifestent encore chez certains élèves en lecture, en expression orale et écrite, et en mathématiques élémentaires. Ensuite, développer les activités d'éveil et préparer progressivement à l'approche plus disciplinaire qui sera celle de l'enseignement secondaire. Enfin, *éviter la cassure brutale entre le primaire et le secondaire.*

A cet effet, *une innovation particulière est proposée.* Les étudiants qui souhaiteraient pouvoir enseigner aussi en 1re année de l'enseignement secondaire devraient, en plus du programme suivi par les autres, acquérir un certain nombre d'unités de valeur optionnelles les préparant spécialement à cet enseignement, tant général que technique. On verra qu'une disposition parallèle est proposée dans l'orientation suivante, ce qui permettrait, en particulier, de *mieux répondre aux besoins d'élèves qui ne présentent pas le profil d'aptitudes caractéristiques de l'enseignement secondaire général traditionnel.*

De la 2e à la 6e année de l'enseignement secondaire

Les élèves de ce groupe resteraient confiés, comme aujourd'hui, à des professeurs spécialisés pour l'enseignement secondaire supérieur, mais ces professeurs auraient reçu comme prévu une formation psychologique et pédagogique beaucoup plus approfondie.

Pour le moment, la durée des études n'est pas toujours la même dans les différentes universités, ni dans les facultés. Il semble qu'avec le programme d'agrégation renforcé, la durée normale serait de cinq ans.

Une innovation, parallèle à celle qui concerne l'orientation précédente, est proposée. Les étudiants qui souhaiteraient pouvoir enseigner en 1re année du secondaire devraient acquérir un certain nombre d'unités de valeur optionnelles les préparant spécialement à cet enseignement.

Et les professeurs d'université ?

Jusqu'à présent, aucune disposition claire n'existe en matière de préparation systématique des professeurs d'université à leur mission pédagogique. D'évidence, on leur demande avant tout d'être des savants et des chercheurs et, pendant longtemps, le nombre peu élevé d'étudiants et leur sélection implicite ou explicite permettaient de travailler sans grand raffinement pédagogique. La situation a changé en raison du nombre croissant d'étudiants, de l'hétérogénéité grandissante de leurs aptitudes et de leur projet éducatif, et aussi de l'immense complexité de la science contemporaine.

La pédagogie universitaire fait peu à peu son chemin et le moment semble venu de rechercher des modalités de formation psychologique et pédagogique des professeurs de l'enseignement supérieur. Des formules existent déjà dans différents pays. Il serait souhaitable que les Universités se penchent sur ce problème et prennent les initiatives nécessaires.

Pour les formateurs en entreprise

Jusqu'à ces derniers temps, la formation des maîtres préparait essentiellement à une carrière scolaire. Or des activités d'éducation et de formation, parfois de grande envergure, ont aussi lieu dans les entreprises, les services, les administrations.

La Commission suggère par conséquent que les programmes de formation qui vont être élaborés comprennent des options préparant à ce nouveau type de formation éducative. Dans ces programmes spéciaux, il importera en particulier de tenir compte de la grande mobilité qui existe dans cette catégorie de formateurs.

G.1.4 Une formation à l'université

Dans l'ensemble des pays industrialisés, la tendance est générale : la formation de tous les enseignants se fait dans des institutions universitaires (France, 5 ans ; Japon, 4 ans ; Suède, 3 1/2 à 4 1/2 ans ; Royaume-Uni, 4 ans ; Etats-Unis, 4 ou 5 ans ; Québec, 4 ou 5 ans ; Finlande, 5 à 6 ans, etc). La Belgique ne peut échapper à cette évolution ; la seule incertitude qui subsiste concerne le moment où elle interviendra pleinement. Le plus tôt sera le mieux.

La formation des professeurs de l'enseignement fondamental devrait normalement se faire dans les Facultés de Psychologie et des Sciences de l'Education. A l'occasion de cette intégration, le programme de licence de ces facultés devrait aussi être repensé.

Comme il a été rappelé au début des travaux de la Commission, les Facultés des Sciences de l'éducation actuelles sont issues des anciens Instituts de pédagogie ouverts à l'intention des instituteurs et des régents. Ces études se faisaient en deux ou trois ans, principalement pendant les jours de congé, y compris le dimanche matin...A l'époque, les étudiants jouissaient d'une expérience professionnelle parfois très riche au moment où ils arrivaient à l'université.

Les diplômes délivrés par les Instituts se sont peu à peu démonétisés et un programme de quatre ans, pleinement universitaire, a ensuite été adopté. A partir de ce moment, les Instituts de pédagogie — qui allaient se transformer en Facultés des sciences de l'éducation — se sont ouverts directement — comme les autres facultés — aux élèves diplômés de l'enseignement secondaire supérieur. Ces étudiants choisissaient — et choisissent encore — ces études, soit pour devenir chercheurs ou occuper certains postes, notamment dans des entreprises et des services ou dans des organisations nationales ou internationales, soit pour enseigner la pédagogie, principalement dans les écoles normales. Quelle que soit l'ampleur des stages faits pendant les études universitaires, ils peuvent difficilement équivaloir à une expérience acquise en enseignant, parfois de nombreuses années, dans les classes.

Au cours des deux ou trois dernières décennies, on a donc vu arriver, dans les écoles normales, des professeurs de pédagogie beaucoup plus théoriciens que praticiens. Cette situation n'est pas saine.

C'est pourquoi il serait plus indiqué que les licenciés en sciences de l'éducation ne puissent devenir formateurs de formateurs qu'après avoir fait la preuve d'une solide pratique de l'enseignement ou de la formation.

Pour ceux qui souhaitent approfondir leur études, voire se préparer notamment à une carrière académique en acquérant le titre de docteur, on pourrait créer une maîtrise en sciences de l'éducation qui serait uniquement accessible à ceux qui pourraient faire la preuve d'un certain nombre d'années (par exemple, minimum cinq) de pratique de l'enseignement.

G.1.5 Que deviendraient les instituts d'enseignement supérieur pédagogique et leur personnel actuel ?

Le personnel actuel jouissant d'une nomination définitive dans les instituts d'enseignement supérieur pédagogique pourrait être réaffecté de quatre manières :

– L'ensemble ou un certain nombre de professeurs de pédagogie seraient transférés dans les Facultés des sciences de l'éducation.
– Les professeurs des disciplines autres que la psychologie et les sciences de l'éducation, qui se seraient spécialisés dans la didactique de leur branche, pourraient entrer dans les Facultés pour y être associés aux enseignements relatifs aux méthodologies spéciales et à la direction de la formation pratique.
– Une autre partie des professeurs de disciplines autres que la psychologie et les sciences de l'éducation pourrait occuper une fonction nouvelle dans les universités, celle de “directeur des études". Ils seraient chargés d'enseignements et de travaux complémentaires, destinés à des étudiants de candidature dont les acquis réalisés dans l'enseignement secondaire ne correspondraient pas aux exigences des études engagées.
– Enfin, une partie des professeurs des instituts d'enseignement supérieur pédagogique serait affectée à des établissements qui s'y substitueraient pour assumer les missions prévues dans la présente proposition de réforme en devenant, en collaboration avec les universités, centres de formation continuée, centres d'enseignants, centres de documentation et centres de recherche–action. (D'autres hypothèses figurent dans la suite du présent document).

Il faut aussi tenir compte du fait que si la mise en place complète de la réforme s'étend sur plusieurs années, un nombre important de professeurs actuels arriveront à la retraite.

G.1.6 Les institutrices maternelles, les instituteurs, les régents actuels pourront-ils se requalifier au niveau universitaire ?

Comme il a déjà été indiqué, cette possibilité serait donnée par les universités grâce à l'offre de programmes de formation continuée fonctionnant selon un système d'unités capitalisables susceptibles d'être acquises au rythme voulu par chacun.

Cette requalification sera sanctionnée par l'attribution du traitement de licencié.

G.1.7 Un calendrier

Au vu des données dont la Commission dispose, il lui est difficile de proposer un calendrier rigoureux. L'entretien que le président de la Commission a pu avoir avec le Conseil interuniversitaire de la Communauté française (CIUF) a fait apparaître que, même si elles sont très sensibles aux problèmes actuels en matière de formation des enseignants et souhaitent tenter d'y remédier, les Universités estiment ne pas être en mesure d'engager immédiatement les réformes souhaitées sans en connaître les incidences budgétaires.

Selon les options politiques qui seront prises pour le court, le moyen et le long terme, la planification temporelle variera.

On ne peut se dissimuler que l'ampleur et les aspects multiples et complexes des réformes proposées, et que les changements institutionnels profonds qu'elles nécessitent ne permettront pas d'arriver du jour au lendemain à des situations et à des solutions idéales. Une période de tâtonnements, d'ajustements progressifs est inévitable.

Par ailleurs, comme on le souhaite aujourd'hui pour tous les programmes de formation, la réalisation de ceux qui naîtraient des réformes proposées devrait faire l'objet d'une évaluation permanente permettant une constante adaptation et, idéalement, évitant ainsi à l'avenir des réformes brutales.

G.1.8 Les écoles d'application et les maîtres de stages

La situation actuelle est estimée très insatisfaisante. Ou bien il faut réorganiser les écoles d'application (dans des environnements contrastés) ou bien il faut créer des écoles expérimentales dépendant des universités. Les deux solutions peuvent se compléter.

Quant au statut de maître de stages, il doit être redéfini, étant bien entendu que l'attribution de la fonction de maître de stages doit correspondre à une distinction et à une promotion.

G.1.9 La formation des enseignants dont la qualification initiale n'est pas pédagogique

Entrent dans cette catégorie des artistes, des hommes de métier, des membres d'entreprises, de professions libérales et de services, ...qui assument des tâches d'enseignement.

Ces cas peuvent différer considérablement les uns des autres.

Pour tous, cependant, il importera de proposer des modalités adaptées de formation psychologique et pédagogique.

G.1.10 Le contenu de la formation

En quoi devrait consister la formation commune des enseignants ? A ce moment de la réflexion, la Commission n'ambitionne pas de proposer un programme détaillé, mais bien d'en définir l'esprit et les grandes composantes.

Dans sa philosophie générale, le programme devrait notamment être marqué par une double caractéristique :

1. Un équilibre aussi parfait que possible entre la théorie et la pratique, l'une et l'autre se nourrissant et se validant mutuellement.
2. Le rejet du savoir pour le savoir au profit de l'acquisition de l'essentiel, à commencer par les processus d'élaboration des connaissances, l'élève-maître ou l'enseignant en formation continuée étant les agents premiers de leur éducation.

Cette option constructiviste implique l'apprentissage par résolution de problèmes. La capacité de les identifier, la volonté d'en triompher, notamment par la recherche et le traitement des informations nécessaires, l'ouverture à l'autre comptent parmi les qualités essentielles des éducateurs.

En termes de contenus, la formation aura trois composantes : elle sera générale, disciplinaire et pédagogique.

La culture générale

Indispensable à tout éducateur, elle sera essentiellement information et réflexion critique à propos de l'environnement culturel proche ou lointain. Sans ignorer les leçons du passé, il importe de ne rien négliger des aspects les plus déterminants du monde contemporain. Cette conquête de la culture est l'oeuvre d'une vie, et non un exercice qui se limite à la durée des études. C'est donc avant tout l'ouverture d'esprit, la curiosité, le désir de comprendre et de coopérer à la construction d'une société meilleure que ces études ont pour mission première de susciter.

La formation disciplinaire

Sous cette rubrique, on envisage habituellement les branches du savoir que les maîtres se préparent à enseigner : mathématiques, sciences, langues étrangères, etc. La Commission souhaite que l'étude des ces branches comprenne toujours une réflexion historique et épistémologique.

Une question reste difficile : dans quelle mesure la préparation scientifique à l'enseignement de l'une de ces disciplines doit-elle varier selon le niveau scolaire concerné ? Il importerait sans doute de distinguer un noyau fondamental commun (une langue étrangère est ce qu'elle est, qu'on l'enseigne à des enfants ou à des adolescents) et des aspects plus spécifiques.

Cas particulier, isolé en raison de son importance exceptionnelle : comme il a déjà été mentionné plus haut, les maîtres appelés à enseigner aux enfants de 5 à 8 ans devraient se préparer de façon beaucoup plus approfondie qu'actuellement à l'enseignement des habiletés de base : lecture, expression écrite, mathématiques,...

La formation pédagogique

Elle s'articule en trois volets

- L'étude des disciplines constitutives : philosophie, biologie, psychologie, sociologie de l'éducation ;
- La formation directement liée à la pratique : méthodologies de l'enseignement, techniques d'évaluation, technologie de l'éducation, etc. ;
- Les sciences annexes : histoire, ethnologie, économie de l'éducation, éducation comparée, etc.

A l'étude, souvent optionnelle, de ces domaines, cités à titre exemplatif, seraient affectées des unités de valeur d'importance variable. La Commission est résolument opposée à tout encyclopédisme. Elle insiste sur le caractère fonctionnel que doivent revêtir les apprentissages à réaliser et sur une interpénétration profonde des volets de la formation.

La Commission met aussi l'accent sur l'importance des attitudes du formateur, non seulement vis-à-vis des autres, mais aussi par rapport à lui-même. Il doit, en particulier, apprendre à dissocier sa fonction de sa personne pour mieux comprendre les problèmes qui se posent dans sa classe et mieux pouvoir aider les élèves à résoudre leurs propres problèmes.

La formation pratique

Comme il y a déjà été fait allusion, la Commission lui attache une importance capitale. Il ne s'agit cependant pas de faire des artisans au sens traditionnel, mais bien de véritables professionnels dont la pratique s'éclaire de la théorie et qui testent la validité des théories dans la pratique.

Les stages jouent donc un rôle considérable, d'où l'importance des maîtres de stages dont la collaboration éclairée est indispensable.

Par ailleurs, les enseignants en formation initiale ou continuée devraient acquérir une expérience plus directe du monde extérieur à l'école. Chacun devrait avoir vécu ce qu'est une entreprise, une usine, etc. Trop de professeurs commencent à enseigner dès qu'ils ont fini leurs études et passent toute leur vie sans sortir de l'école. Des congés sabbatiques devraient permettre ces expériences nécessaires.

L'initiation à la recherche pédagogique

Aussi longtemps que les futurs enseignants ne seront pas formés dans des institutions où des recherches sont continuellement menées parallèlement à la mission de formation, on ne peut guère espérer obtenir des professeurs qu'ils soient tout naturellement consommateurs des apports de la recherche à mesure qu'ils deviennent disponibles.

Pour comprendre l'esprit de la recherche, il ne suffit pas d'en apprendre gratuitement la théorie, la méthodologie ; il faut la pratiquer soi-même. D'où la nécessité d'y associer les élèves-maîtres.

Par ailleurs, la recherche pédagogique n'est pas seulement une démarche spécifique, c'est aussi une attitude de la personne devant tous les faits d'éducation. Il ne faut pas seulement faire de la recherche, il faut aussi — idéalement — *être* en permanence *en recherche.*

Même si les dispositions qui viennent d'être évoquées concernent toutes les catégories d'enseignants, cela ne signifie pas que tous doivent se préparer à cette fonction par les mêmes voies ou que, pour une catégorie particulière, *les contenus de la formation doivent être les mêmes pour tous. Des adaptations doivent, en particulier, être prévues pour la préparation de personnes qui se tournent vers l'enseignement après avoir exercé une autre profession, afin de tenir compte de leurs acquis et de leurs lacunes particuliers.*

G.1.11 La formation des formateurs d'enseignants

Cinq agents principaux devraient intervenir dans la préparation d'un formateur de formateurs : lui-même, des professeurs de diverses disciplines, des professeurs de sciences de l'éducation, la recherche, le monde extérieur.

L'autoformation

Ayant déjà fonctionné dans l'enseignement ou ayant exercé une autre profession, le futur formateur de formateurs est un adulte qu'il faut traiter comme tel, c'est-à-dire :

- Reconnaître la valeur de son expérience de vie, le faire réfléchir sur celle-ci, et l'amener à dégager de ce vécu ce qui peut le mieux l'aider à remplir sa mission.
- Reconnaître que l'on a affaire à une personnalité déjà fortement dessinée et tenir compte de ses caractéristiques.
- Négocier avec lui un projet de formation, en commençant par lui faire prendre conscience de l'écart qui sépare son savoir, son savoir-faire et son savoir-être actuels de ce qu'ils devraient être. Des objectifs à atteindre émergent ainsi. Ces objectifs, qu'un adulte peut s'efforcer de poursuivre de façon autonome, font éventuellement l'objet d'un contrat pédagogique.
- C'est aussi avec celui qui se forme que l'on fera le point périodiquement sur la façon dont ce contrat est honoré, que l'on examinera éventuellement pourquoi il ne l'est pas et que l'on s'accordera sur les mesures à prendre pour redresser la situation.

Des professeurs de diverses disciplines

Avant de se préparer à sa nouvelle fonction, le futur formateur de formateurs a normalement déjà étudié la psychologie ou la pédagogie ou, encore, une autre discipline.

Quelle que soit cette discipline, il importe qu'il la maîtrise bien et donc qu'il en ait reconnu les principes structurants et les aspects les plus fondamentaux qui seront toujours la préoccupation didactique première du bon enseignant. Ceux qui sont appelés à préparer les formateurs d'enseignants doivent leur apprendre à débusquer les représentations, les théories implicites.

Il importe aussi qu'ils connaissent bien les problèmes que soulève la transposition didactique et en découvrent toute la complexité.

Enfin, à chaque occasion, le formateur de formateurs doit susciter des observations directes et faire pratiquer, expérimenter.

Les professeurs de pédagogie

S'adressant à des adultes qui, normalement, auront déjà acquis une expérience de l'enseignement, le formateur de formateurs va souvent devoir travailler au second degré. La spécificité de sa mission réside dans le fait que, comme pour l'élève-maître en formation initiale, tout ce qui est enseigné doit déboucher sur une pratique, qu'il s'agisse de planifier un enseignement, d'en créer les instruments, de le réaliser ou d'en évaluer les effets.

Ce souci constant de la pratique n'exclut pas la réflexion théorique, mais celle-ci ne peut ici être gratuite, et encore moins se confondre avec de simples croyances ou du suivisme aveugle.

Au “Fais ce que je dis" doit se substituer le “Vois comment je fais, vois comment tu fais. Réfléchissons sur ce qui vient de se passer et agis de nouveau". Il ne s'agit nullement d'un appel à l'imitation servile qui caractérise la mauvaise formation artisanale. L'application dans la pratique doit devenir la pierre de touche de la validité des théories.

Il s'ensuit que tout formateur de formateurs doit posséder une expérience réelle des choses qu'il enseigne et continuer à enrichir cette expérience en prolongeant sa pratique. C'est pourquoi, — on l'a déjà indiqué, — des études de sciences de l'éducation assorties de quelques stages ne suffisent pas à qualifier des formateurs d'enseignants.

C'est donc une maîtrise ou un doctorat en Sciences de l'éducation — ou leur équivalent — que devront acquérir les formateurs d'enseignants.

La recherche

Une pratique de la recherche est doublement nécessaire : d'une part, pour continuer à faire progresser le savoir et être à même de comprendre les apports des autres chercheurs et, d'autre part, pour être capable d'insuffler cet esprit aux autres.

Le monde extérieur

Acquérir une expérience humaine générale aussi riche que possible, voir comment les problèmes d'éducation sont résolus dans d'autres pays et dans d'autres cultures, apprendre à connaître comment réfléchissent, travaillent, cherchent d'autres formateurs d'enseignants est indispensable pour éviter les impasses auxquelles les courtes vues conduisent.

G.2 La formation continuée

En raison de l'importance cruciale de cette formation, la Commission a tenu à lui réserver une place considérable dans ses réflexions.

La profession d'enseignant est d'une telle complexité que, quelles qu'en soient la durée et la nature, la formation initiale est nécessairement incomplète. Et, même si elle était parfaite à un moment donné, le développement toujours accéléré des connaissances la rendrait bientôt lacunaire. Etant l'un des principaux responsables du progrès de ses élèves, l'enseignant a le devoir de toujours progresser lui-même dans son savoir, son savoir-faire et sa personnalité.

Une formation continuée systématique doit-elle être rendue obligatoire ? Les partisans d'une liberté totale à cet égard arguent qu'il est vain d'obliger quelqu'un à apprendre contre sa volonté. Il ne paraît pourtant pas possible d'admettre que, pendant une carrière entière, un éducateur puisse refuser de faire la preuve d'efforts de mise à jour systématiques. *La liberté devrait sans doute résider plus dans le choix du moment et de la manière, que dans la possibilité de l'acceptation ou du refus de l'effort nécessaire.*

L'une des faiblesses majeures de la situation actuelle dans notre Communauté est l'absence presque complète de récompense pour des efforts significatifs de formation continuée. On en est arrivé au paradoxe que si, par exemple, un instituteur réussit à faire des études universitaires qui le conduisent au titre de docteur, il ne se voit pratiquement accorder ni augmentation salariale, ni promotion assurée. S'il veut trouver une juste récompense des efforts déployés, il ne lui reste qu'à quitter l'école où l'on peut penser qu'il pourrait exceller.

On trouve à l'étranger diverses formules pour résoudre ce problème. Ainsi, aux Etats-Unis, les traitements évoluent selon une double échelle, celle de l'ancienneté et celle du titre universitaire : bachelier, maître, études théoriques de doctorat achevées, titre de docteur acquis au terme de la défense d'une thèse. Tous les titres supérieurs à celui de bachelier universitaire peuvent être conquis par accumulation progressive de points de “crédits" que les enseignants obtiennent, par exemple, en consacrant une partie de leurs vacances ou de leurs autres moments de loisir pour suivre des cours et effectuer des travaux universitaires. Au Grand-Duché de Luxembourg, l’échelle des salaires est également liée au perfectionnement.

D’une façon générale, il apparaît que la formation continuée doit se réaliser par la combinaison d’actions impulsées par les pouvoirs organisateurs et les cadres pédagogiques, à commencer par les inspecteurs, et d’initiatives régionales ou locales émanant en bonne partie des enseignants. Les plaques tournantes des actions locales sont les Centres d’enseignants (qui restent à créer dans notre Communauté).

G.2.1 Les centres d’enseignants

Un Centre d’enseignants est à la fois un lieu de rencontre et de travail, et l’expression d’une politique de la formation continuée, politique qui fait des maîtres les propres responsables de leur progrès professionnel. Un tel centre est un noyau intégré d’enseignants du maternel, du primaire et du secondaire, issu de l’association volontaire d’établissements d’une même localité ou de localités proches.

Il a pour but d’élaborer un projet commun de formation et de le promouvoir en se basant sur l’expérience et les informations que possèdent les associés.

Les premiers Centres d’enseignants ont été créés à l’initiative de professeurs qui souhaitaient s’entraider en confrontant leurs expériences personnelles. La formule ayant fait ses preuves, elle a été institutionnalisée dans un nombre croissant de pays. Toujours, les principes du volontarisme et de l’initiative partant de la base sont respectés.

La clé du succès réside manifestement dans la recherche spontanée de réponses à des questions que les enseignants se posent effectivement et à la mise en commun de ce que chacun pense qu’il est capable de faire le mieux.

Petit à petit, les objectifs se sont précisés. Les Centres d’enseignants entendent contribuer à l’actualisation pédagogique et scientifique de leurs adhérents, au développement d’activités d’innovation et de recherche pédagogique appliquée, à la diffusion des résultats de la recherche, à la réflexion sur les pratiques pédagogiques, à l’adaptation des contenus et des composantes des plans d’études nationaux et régionaux aux réalités éducatives locales, à résoudre les problèmes détectés dans les processus d’enseignement et d’apprentissage.

Des activités variables permettent de poursuivre ces objectifs : cours du type universitaire, conférences, leçons de démonstration, groupes d’études, échanges informels d’idées et de savoir-faire, ateliers, etc.

Certains centres organisent un service d'urgences que les enseignants peuvent à tout moment consulter par téléphone lorsqu'ils se trouvent dans une situation qu'ils ne maî trisent pas.

Le personnel des Centres d'enseignants est, en partie, volontaire. Des étudiants avancés dans l'étude des sciences de l'éducation apportent souvent leur concours, de même d'ailleurs que des parents d'élèves.

Les Centres d'enseignants peuvent être installés dans une grande variété de locaux, selon les circonstances : écoles, universités, complexes de bureaux, musées, centres culturels, voire dans des bus ou des caravanes qui permettent un service itinérant.

Des Centres d'enseignants peuvent se constituer en réseau, ce qui accroît évidemment les possibilités d'action.

Quant au financement, il est assuré par une ou plusieurs des sources suivantes : pouvoirs centraux, régionaux, locaux ; contributions privées ; cotisations des membres, ...

G.2.2 La formation à distance

En supposant que l'on dispose de moyens financiers illimités, — ce qui ne sera jamais le cas, même si la situation actuelle changeait radicalement — il n'est pas possible de réaliser des actions de formation "face à face" qui touchent simultanément les dizaines de milliers d'enseignants concernés.

Les nouvelles technologies de l'information et de la communication permettent de réaliser des formations à distance de plus en plus sophistiquées. Dans les cas les plus favorables, on en arrive à des modalités interactives, telles que les téléconférences.

G.2.3 Récompenser les efforts de formation continuée

Une partie obligatoire

L'obligation d'une formation continuée pendant la totalité de la carrière devrait figurer dans l'acte de nomination des enseignants.

Un minimum d'exigences doit donc être précisé, par exemple, l'acquisition à intervalles définis, d'un certain nombre d'unités de valeur attestant l'effort accompli. Pour rendre valorisables une aussi grande variété que possible de modalités de formation continuée, des mécanismes d'accréditation doivent être prévus.

Le non-respect de l'obligation de formation continuée devrait entraîner des sanctions, puisqu'il constituerait une violation de contrat. On peut penser que, dans un premier temps au moins, la gamme des sanctions prévues dans les statuts pourrait être utilisée.

Une formation volontaire

Tout effort volontaire dépassant significativement la partie obligatoire devrait être sanctionné par une récompense. De quelle nature ? Les deux aspects les plus évidents sont :

– L'augmentation du traitement selon un barème à déterminer ;
– Les promotions.

L'ampleur des efforts de formation continuée devrait être un facteur important dans les dossiers de promotion : postes de direction, d'inspection, de formateurs de formateurs, de maîtres de stages, etc.

G.2.4 Un problème particulier : la première prise de fonction

On distingue de plus en plus souvent le soutien apporté lors de la première période de prise de fonction et la formation continuée.

Il importe peu de savoir si ce premier soutien relève de la formation initiale ou de la formation continuée. L'important est d'aider, autant que de besoin, le débutant à parcourir, dans les meilleures conditions, cette étape difficile, voire décisive.

Le maître livré à lui-même quand il assume pour la première fois la responsabilité d'un enseignement rencontre maintes difficultés : interprétation et adaptation du programme officiel, planification du travail, poids de la préparation des leçons, nécessité de s'affirmer face à des classes qui, même si elles ne sont pas hostiles, guettent les réactions du débutant, attitude à prendre vis-à-vis des parents, prise de conscience d'ignorances et d'imprécisions dans la matière à enseigner, dans la méthodologie et la psychologie, attitude à prendre en cas d'indiscipline, ...

L'accueil réservé par les collègues bien installés est important aussi et, même s'il est sympathique, il n'en reste pas moins que le “nouveau" se sent observé, jugé. Si l'accueil est froid, voire hostile, la situation n'en est que plus difficile à vivre.

Planent également comme une menace les visites du directeur et de l'inspecteur. Quant aux parents, il leur arrive aussi de s'ériger en censeurs agressifs.

A ces difficultés inhérentes à la profession peut s'ajouter le dépaysement lorsque le jeune enseignant vient travailler ou même habiter dans un environnement humain et physique qu'il ne connaît pas.

Enfin, à tous ces facteurs d'insécurité s'ajoute la crainte d'une perte d'emploi qui pourrait sanctionner des prestations jugées insatisfaisantes.

De diverses enquêtes, il ressort que les difficultés les plus souvent rencontrées sont, dans l'ordre :

- Selon le débutant :
  - la mauvaise connaissance de ce que les élèves ont déjà appris ;
  - les cas d'indiscipline ;
  - l'ignorance de techniques d'enseignement appropriées.
- Selon les chefs d'établissements :
  - la discipline ;
  - le manque d'organisation ;
  - une préparation insuffisante à un enseignement s'adressant à une population hétérogène ;
  - un manque de connaissance des acquis antérieurs des élèves ;
  - une connaissance insuffisante des techniques d'enseignement.

Les modalités de formation suivantes peuvent être envisagées pour cette première période de la vie professionnelle :

- Soutien informel par les collègues et le chef d'établissement ;
- Visites périodiques par les professeurs qui ont assuré la formation initiale ;
- Recours aux Centres d'enseignants là où ils existent ;
- Encadrement systématique permanent par des conseillers ou mentors. Ceux-ci peuvent être des enseignants expérimentés déchargés du tout ou d'une partie de leur fonction pour encadrer un certain nombre de débutants, en général de sept à dix. Ces conseillers observent le travail, en discutent avec le nouveau maître, se substituent parfois à lui pour montrer des façons de faire. Ils rédigent périodiquement des rapports qui portent principalement sur la maîtrise de la discipline enseignée, sur la façon d'enseigner et sur les caractéristiques personnelles.

  L'expérience accumulée indique que pour que les choses se passent bien, le rôle du mentor ne doit pas être confondu avec celui d'un inspecteur dont l'avis pourrait décider de la carrière du débutant. Si cela se produit, les relations manquent de spontanéité, le jeune maître hésite à prendre des initiatives, se sent parfois obligé de faire des choses auxquelles ils ne croit pas et, plus généralement, n'ose pas se confier pleinement à celui en qui il voit un juge et non un collègue avisé, bienveillant et compréhensif.
- Mise à la disposition des débutants de questionnaires portant sur les

difficultés rencontrées. Dans certains cas, il suffit d'indiquer les points qui font problème et de renvoyer le formulaire à un service général qui s'efforce de fournir des éléments de solution : conseils, adresses de collègues ou de services susceptibles d'aider, références ou prêts d'ouvrages appropriés, etc. Dans d'autres cas, un conseiller prend contact avec le jeune maître et convient avec lui d'une ligne de conduite.

G.2.5 Un projet d'ensemble de la formation continuée

Exploitant surtout, mais pas uniquement, l'expérience acquise dans divers pays de la Communauté européenne, spécialement en Grande-Bretagne, un projet de loi portugais actuellement en voie d'adoption a valeur exemplaire.

Même si elle n'a malheureusement pas la possibilité de réaliser immédiatement un tel projet dans son ensemble, la Communauté française pourrait au moins l'adopter ou en formuler un autre aussi complet, en sachant qu'il s'agit d'un objectif dont la réalisation ne pourra se faire que très progressivement. On tracerait ainsi une perspective à long terme dans laquelle toute action, si modeste soit-elle, devrait s'inscrire. Voici, schématisé, l'essentiel d'un tel projet.

Principes fondamentaux

- La formation continuée actualise et complète idéalement de façon permanente la formation initiale.
- Elle s'opère en relation avec l'activité professionnelle.
- Elle est centrée sur les processus d'enseignement et d'apprentissage.
- Elle se fonde sur l'interaction entre la théorie et la pratique.
- Elle est, autant que possible, interdisciplinaire.
- Elle répond à des besoins éprouvés réellement par ceux qui se forment.
- Elle est essentiellement active.
- Elle valorise les savoirs pratiques acquis.
- Elle favorise l'autonomie du formateur.

Objectifs

- Actualiser les connaissances et en faire acquérir de nouvelles.
- Assurer le développement de la compétence professionnelle.
- Ouvrir des possibilités de promotion ou de mobilité professionnelle.
- Permettre des reconversions.
- Permettre des spécialisations.

– Préparer à des fonctions particulières dans le système éducatif.

Champ de la formation

Il couvre les aspects pédagogiques théoriques et pratiques, socio-culturel, scientifique, technologique.

Modalités de la formation continuée

L'initiative des actions de formation est prise par des individus, des écoles, des inspecteurs, des Centres d'enseignants, des institutions d'enseignement supérieur, des organismes centraux ou régionaux créés par des pouvoirs organisateurs, des organismes centraux ou régionaux créés par d'autres départements ou ministères, des associations culturelles, professionnelles, scientifiques.

Sont valorisés : les formations acquises pendant des congés sabbatiques, les formations acquises pendant des activités de formation continuée d'une durée annuelle de 6 à 10 jours, les cours postgradués (maîtrise, doctorat, ...), les diplômes d'études supérieures de spécialisation, les certificats de spécialisation.

Types d'activités. Ils sont multiples : cours ou modules de formation, séminaires, stages de spécialisation, études et recherches, actions pédagogiques, conférences, débats, expositions, ...

Formateurs : professeurs des universités ou d'autres formes d'enseignement supérieur long, enseignants qui, dans leurs écoles, exercent des fonctions d'orientation et de formation pédagogique, personnels qualifiés des services centraux, régionaux ou locaux de l'Education, agents extérieurs au système éducatif, compétents dans des domaines qui intéressent la formation des enseignants.

Evaluation et accréditation

Toute action de formation continuée, qu'elle soit d'initiative individuelle, d'un groupe ou d'une entité extérieurs à une institution d'enseignement supérieur, ne pourra conduire à l'attribution de crédits qu'après approbation d'un plan de travail et acceptation par les instituts supérieurs chargés de la formation des enseignants. Cette approbation doit être ratifiée par le Ministre de l'Education.

Organisation de la formation continuée

Interviennent dans le système de formation continuée :

1. *Au niveau de la Communauté*

   Un organe central du Ministère de l'Education est compétent pour la coordination globale du système de formation continuée (conception et élaboration de systèmes et de plans de formation, définition des priorités, diffusion d'informations) et pour l'organisation et le financement d'une université ouverte qui conçoit, produit, diffuse des unités de formation à distance, compte tenu des nécessités et des priorités.

2. *Au niveau régional ou subrégional*

   (a) Les directions régionales ou subrégionales de l'Education dont dépendent les Centres d'enseignants et les groupes de formation constitués dans les établissements assument : la coordination du fonctionnement de la formation continuée, l'analyse des besoins, la mise à disposition des ressources permettant de concrétiser les plans de formation.

   (b) Les institutions d'enseignement supérieur responsables de la formation initiale des enseignants :
   - élaborent et exécutent des plans de formation continuée, compte tenu des priorités communautaires et des plans proposés par les Centres d'enseignants et les écoles qui se trouvent dans leur zone d'influence ;
   - apportent un soutien scientifique et technique aux Centres d'enseignants et aux écoles de leur ressort ;
   - collaborent à l'élaboration et à l'exécution des plans de formation continuée ;
   - lancent des activités de recherche et de développement, et diffusent les résultats, tout en collaborant avec les Centres d'enseignants et les écoles.

3. *Au niveau local*

   (a) Les établissements font l'inventaire des besoins et des ressources, élaborent un projet de formation, sollicitent les moyens nécessaires auprès des institutions d'enseignement supérieur et des Centres d'enseignants, organisent l'accès à des formations centrées sur l'école, participent activement aux activités du Centre d'enseignants auquel elles sont associées, chargent certains de leurs enseignants de tâches de formation, et/ou de coordination pédagogiques.

(b) Les Centres d'enseignants participent à l'évaluation des besoins et recherchent les solutions nécessaires, conçoivent, organisent et réalisent le plan annuel de formation du Centre, compte tenu des priorités communautaires, du projet éducatif des écoles associées, et des formations proposées par les institutions d'enseignement supérieur.

Ils participent à l'expérimentation des innovations pédagogiques, négocient des accords avec les instituts d'enseignement supérieur, soutiennent la formation initiale des enseignants et leur professionalisation en coopération avec les instituts supérieurs et les écoles, gèrent les ressources humaines et matérielles qui leur sont attribuées, approuvent et publient les plans d'action du Centre et de participation des écoles associées.

G.2.6 Rôle des IESP actuels dans la formation continuée

Compte tenu du grand nombre d'enseignants dont la formation doit continuer et de l'impérieuse nécessité de réaliser une partie importante de cette formation dans l'environnement proche, les IESP pourraient, en même temps que les Universités, jouer un rôle important comme Centres d'enseignants, y compris comme centres de documentation.

Par ailleurs, la Commission estime unanimement que les IESP pourraient jouer un rôle important dans la réalisation de certaines recherches, principalement celles du type opérationnel ou impliqué, qui réuniraient de nombreux enseignants.

II. Proposition de réforme

Deux conceptions d'une période transitoire ont, en un premier temps, été retenues : soit une *synergie évolutive Universités–IESP* (évolutive parce qu'elle implique une absorption progressive des IESP par les Universités), soit une *jonction durable*, où les études de tous les futurs enseignants commenceraient par une candidature universitaire et où la synergie avec les IESP n'interviendrait qu'au niveau des licences.

Des considérations de deux ordres ont conduit à une troisième et unique solution. D'une part, un contact important avec les réalités du terrain scolaire a semblé souhaitable dès les candidatures, ce qui appelle dès le départ une coopération des IESP. D'autre part, il a paru désirable et bénéfique

que les candidatures constituent un véritable tronc commun dans la formation de tous les enseignants qui s'orientent vers les trois premiers groupes d'âges (les “fondamentalistes"). La mobilité professionnelle tant souhaitée n'en serait que plus aisée.

La proposition suivante a donc finalement été retenue.

G.3.1 L'adoption du système d'unités de valeur capitalisables

Selon la tendance actuelle, la Commission propose l'adoption du système d'unités capitalisables. Il présente en particulier les avantages suivants :

1. Grande souplesse curriculaire.
2. Perméabilité entre différentes institutions de formation.
3. Facilitation des réorientations.
4. Comme ce système serait aussi appliqué à la formation continuée, une mobilité professionnelle, dont l'absence actuelle est souvent déplorée, est facilitée.

G.3.2 Une prolongation des études

La plupart des associations d'enseignants estiment que la durée des études des institutrices maternelles, des instituteurs et des régents devrait être portée à quatre ans. De fait, dans la plupart des pays, quatre à cinq ans d'études sont la norme.

Il semble indiqué de prolonger immédiatement les études à quatre ans. Les deux premières années constitueraient un tronc commun valable pour ces catégories d'enseignants ; une spécialisation interviendrait au cours des deux années restantes. L'équivalent d'une cinquième année pourrait être acquis progressivement après l'entrée en fonction. La durée des études des professeurs de l'enseignement fondamental serait ainsi la même que celle des professeurs de l'enseignement secondaire, ce qui permettrait notamment d'éviter la renaissance de deux catégories hiérarchisées d'enseignants.

G.3.3 Les candidatures

Justification

Il est généralement admis et souhaité que des études supérieures commencent par une formation générale. Il est capital que des futurs éducateurs s'informent des immenses problèmes philosophiques, éthiques, scientifiques, sociaux, culturels, politiques ...que pose notre société en mutation, qu'ils réfléchissent de façon critique à leur sujet, et identifient parmi les expériences du passé celles qui peuvent suggérer des hypothèses de solution aux problèmes actuels.

Une première information et une réflexion critique doivent aussi porter sur les options professionnelles qui sont en train de se prendre.

Enfin, l'acquisition de certaines connaissances qui, bien que fondamentales, sont déjà orientées vers la spécialisation envisagée, peut aussi être réalisée à ce moment.

Ceci correspond ou devrait correspondre à l'esprit des candidatures universitaires

Concrètement

Des candidatures universitaires seraient communes aux élèves-maîtres se destinant à l'enseignement fondamental. Pour le groupe allant de la 2e année à la fin du secondaire, on conserverait les candidatures actuelles, repensées dans le sens évoqué plus haut ; une année entière serait consacrée à la préparation à l'agrégation.

L'économie générale du programme des deux années de candidature communes aux "fondamentalistes" pourrait être conçue selon le schéma suivant. Les chiffres mentionnés ne correspondent pas à une proposition figée, mais correspondent à des ordres de grandeur.

La Commission estime à une cinquantaine le nombre d'unités de valeur qui devraient être acquises en deux ans (une U.V. = 30h) ([1]).

La répartition suivante est donnée à titre purement exemplatif

- 24 U.V. apportées soit par des cours dans des disciplines fondatrices de la pédagogie (biologie, philosophie, sociologie,...), soit par des cours de base en psychologie et en sciences de l'éducation.
- 9 U.V. apportées par des cours généraux.
- 15 U.V. dont les Universités et les IESP assumeraient conjointement la responsabilité et qui seraient consacrées à des observations, des études et des premières interventions sur le terrain éducatif. Cet ensemble d'U.V. serait réparti de façon à diversifier largement les contacts avec le terrain.

Dès les candidatures, ces contacts et la pratique occuperaient une place vraiment importante, car aux U.V. spécifiquement prévues à cet effet, il faut ajouter plusieurs U.V. de travaux pratiques à prendre dans le bloc d'U.V. affectées aux cours de base évoqués ci-dessus.

([1]) Le total horaire des cours d'une année scolaire (32 semaines de 30 heures de cours) est de 960 heures, ce qui correspond à 32 U.V. Quarante-huit unités de valeur, réparties sur deux ans, donnent donc un horaire de 22 heures et demie par semaine.

C'est délibérément que la Commission n'a pas précisé l'intitulé des cours et des travaux, ce qui équivaudrait à rédiger un programme. Or l'élaboration d'une telle proposition ne peut se faire qu'en consultation avec des groupes de spécialistes des différents types d'enseignement.

G.3.4 Les licences

En fonction de ce qui précède, deux orientations principales sont proposées ; elles correspondent respectivement aux groupes des enseignants préparés pour :

– l'école maternelle et les 1re et 2e années primaires ;
– de la 3e année primaire à la 1re année du secondaire.

Comme prévu, une mobilité entre ces différents types d'enseignants serait permise par des études complémentaires correspondant à un nombre déterminé d'U.V. dont la nature serait chaque fois précisée par un Comité des Etudes.

Quelle que soit l'orientation choisie, l'étudiant devrait acquérir 50 unités de valeur de 30 heures (travaux pratiques et stages compris). ([2])

La ventilation suivante de cet ensemble d'unités de valeur est aussi proposée à titre exemplatif.

Treize pourraient être communes aux deux orientations. A la plupart des cours doivent correspondre des U.V. relatives à des travaux pratiques. Ainsi est assuré le va-et-vient entre la théorie et la pratique. Différents travaux pratiques pourraient être éventuellement combinés pour offrir aux étudiants de longues périodes de travail pluridisciplinaire sur le terrain.

Pour les deux premières orientations, un cours ou des séminaires interdisciplinaires "d'intégration" seraient organisés. Ils auraient pour objectif de dégager les relations entre les divers enseignements et entre ceux-ci et les expériences de terrain. Le ou les titulaires de ces activités d'intégration assumeraient aussi la responsabilité de l'organisation et de l'évaluation d'un stage de longue durée.

Quelle que soit leur option générale, les étudiants seraient tenus d'acquérir 15 U.V. de cours disciplinaires communs aux deux orientations et 22 U.V. de cours spécifiques à l'option prise. Ces 22 U.V. consisteraient, pour l'essentiel, en cours de didactique et en stages. La synergie entre IESP et Facultés de Psychologie et des Sciences de l'Education devrait s'opérer à ce niveau. C'est pourquoi, il apparaî t souhaitable qu'une partie de ces U.V.

([2]) Cinquante unités de valeur de trente heures correspondent à un total de mille cinq cent heures à répartir sur deux ans, soit sept cent cinquante heures à répartir sur trente-deux semaines, soit vingt-trois heures par semaine.

soit organisée sous la responsabilité des ces Facultés (par exemple, un tiers) et une autre par les IESP (par exemple deux tiers).

La mission des enseignants qui travaillent à la charnière de l'enseignement fondamental et du secondaire porte à la fois sur l'apprentissage des habiletés de base et le début d'un enseignement disciplinaire. Leur formation doit donc concilier ces deux approches. C'est pourquoi la Commission propose que tous les étudiants qui choisissent cette orientation soient tenus d'acquérir, outre les 13 U.V. du tronc commun,

- 7 unités de valeur relatives à l'enseignement des habiletés de base, (lecture, langue maternelle, éveil scientifique,...)
- 30 unités de valeur correspondant à une spécialisation disciplinaire.

Les trente unités de valeur de spécialisation seraient réparties comme suit :

- Quinze seraient consacrées à des cours dans la discipline choisie.
- Quinze seraient consacrées à des cours de didactique de la discipline choisie (cours théoriques et travaux pratiques ou stages).

Idéalement, les cours disciplinaires devraient être suivis à l'université, afin d'éviter une situation où les enseignants du cycle 13–18 acquerraient une spécialisation disciplinaire de niveau universitaire, tandis que les enseignants du cycle précédent ne l'auraient pas formellement. L'unité de la fonction enseignante dont la commission fait un objectif prioritaire, serait ainsi compromise. Toutefois, il n'est pas sûr que les cours disciplinaires dont les enseignants du deuxième cycle ont besoin existent actuellement dans les universités. A défaut, il faudrait les créer. Dans l'hypothèse où la réforme proposée débuterait en septembre 1991, les universités disposeraient de trois ans pour créer ces cours. Dans le cas où elles ne l'auraient pas fait pour la rentrée 1993, ils seraient alors organisés au sein des IESP.

Pour des raisons analogues, les cours disciplinaires destinés aux enseignants de la première orientation devraient également être organisés dans les Facultés des Sciences et de Philosophie et Lettres.

La réforme proposée permettrait probablement de donner dès maintenant un statut universitaire aux nouveaux enseignants, car les IESP s'intégreraient dans une structure universitaire. Au lieu de constituer une entité appelée à disparaître, ils trouveraient ainsi un statut nouveau qui, en bonnes conditions, serait plus ou moins comparable à celui des nouveaux Instituts Universitaires de Formation des Maî tres (IUFM) français, qui assurent la formation pédagogique et psychologique pendant deux ans au-delà des trois années d'études universitaires générales suivies dans les universités.

G.3.5 Financement des Universités

La présente proposition représente des charges nouvelles pour les Universités. Ces charges seraient toutefois compensées, au moins en partie, par une augmentation du nombre des étudiants. Il faut aussi tenir compte du fait que certains professeurs des IESP actuels seraient transférés dans les universités qui bénéficieraient ainsi de postes supplémentaires.

Composition de la Commission scientifique d'étude de la formation des enseignants

- Le président : Gilbert De Landsheere — Professeur émérite de l'Université de Liège

Membres de la Commission

- M. Jean-Emile Charlier — Chargé de cours à l'Université Catholique de Louvain et à la FUCAM
- Mme Marcelle Chevalier — Directrice de l'Institut d'enseignement supérieur pédagogique de la Communauté française à Namur
- M. Marcel Crahay — Chargé de cours à l'Université de Liège
- M. Robert De Bal — Conseiller Pédagogique du Ministre de l'Education et de la Recherche scientifique de la Communauté française
- M. René Delmelle — Inspecteur général de l'enseignement supérieur
- M. Jean Donnay — Professeur aux Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix à Namur
- M. Jacques Falcinelli — Directeur général des enseignements de la Province du Hainaut
- M. Robert Gohimont — Président du Conseil pédagogique de l'Enseignement de la Communauté française
- M. Guy Karnas — Professeur à l'Université Libre de Bruxelles – Président de la Faculté des Sciences psychologiques et pédagogiques
- M. Jacques Langlet — Professeur de psychopédagogie à l'Institut d'enseignement supérieur pédagogique de la Communauté française à Tournai
- Mme Catherine Moisan — Directeur associé de l'Unité Européenne d'Eurydice (Commission des Communautés Européennes).
- M. Jean-Pierre Pourtois — Professeur à l'Université de Mons

Ont assuré le secrétariat des réunions de la commission

- Mme Martine Herphelin — Conseiller-adjoint au Ministère de l'Education et de la Recherche scientifique de la Communauté française
- Mme Joëlle Piedboeuf — Chargé de mission auprès du Secrétariat général du Ministère de l'Education et de la Recherche scientifique, a

collaboré au secrétariat jusqu'en septembre 1989. Des raisons professionnelles l'ont empêchée de poursuivre sa participation. Elle a alors été remplacée par M. J. Maquet, Directeur de l'Ecole normale de Virton.

H. Le point de vue d'un groupe de réflexion inter-associations de professeurs

H.1 PrÚambule

A l'initiative de la SBPMef, et soucieuses de participer à la réflexion générale relative à la problématique de l'Enseignement, différentes associations de Professeurs ([1]) se sont rencontrées en janvier 1991 dans le but de mettre en évidence le point de vue des praticiens sur la question.

L'objet de ces rencontres fut, pour l'essentiel de définir dans leurs grandes lignes, les problèmes généraux rencontrés par les enseignants, indépendamment de la matière enseignée. Afin d'élargir la discussion, les associations représentées, invitent leurs consœurs à se joindre à elles.

Les résultats des discussions sont repris dans le texte qui suit, et qui n'a certes pas la prétention d'être exhaustif ni de clore le débat.

Il va de soi que dans le cadre d'une critique positive, les différentes associations signataires souhaitent vivement collaborer à la recherche et à l'étude de solutions à apporter aux problèmes mentionnés.

([1]) La Société Belge des Professeurs de Français, la Fédération des Professeurs de Grec et de Latin, l'Association des Professeurs de Biologie, la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

H.2 Des difficultés dans la pratique quotidienne de l'enseignement.

Le groupe de réflexion, dans un large consensus, a dégagé un catalogue des problèmes. Ceux-ci ont ensuite été répartis selon qu'ils sont plus spcifiquement liés à l'apprenant ou à l'enseignant.

H.2.1 Concernant les élèves.

L'Ecole et la Société.

La nouvelle hiérarchie des valeurs de la Société et ses conséquences sur

- les attitudes par rapport au travail .
- le manque de motivation face à l'étude.
- le besoin de se distinguer.
- les sentiments divers que peut éprouver le jeune devant une vie qui est trop souvent, à son sens, une source de problèmes (violence, pollution, chômage,. . .)
- le rôle éducatif des parents et la collaboration famille-école.

La démocratisation de l'enseignement.

- le manque d'adaptation du système scolaire à l'arrivée massive d'élèves dans toutes les formes d'enseignement.
- les problèmes posés par la prolongation de la scolarité obligatoire.

Les activités des élèves.

- la gestion du temps disponible : partage entre le travail scolaire et les activités extra-scolaires intellectuelles ou physiques.
- la compétence à prendre des notes, faire le tri de l'information reèue et à utiliser efficacement un manuel.
- l'acquisition d'une bonne méthode de travail (planification des tÔches, analyse des situations, recherche d'informations complémentaires et de documentation, structuration des connaissances, choix des meilleures stratégies, prolongements de la matière, enrichissement,...)

H.2.2 Concernant les enseignants.

L'Ecole et la Société.

- l'enseignant n'est plus perèu comme élément fondamental de l'acquisition des connaissances et de la formation.
- quelle attitude l'enseignant doit-il adopter à l'égard du système scolaire ?
- les activités à l'école sont-elles assez pertinentes et motivantes en comparaison avec des médias comme la TV ?
- peut-il y avoir interaction positive entre ces médias et les pratiques d'enseignement ? Comment ?
- les contenus de nos enseignements ne privilégient-ils pas des aspects conventionnels ou dépassés au détriment d'aspects à l'importance relle ? Ne faut-il pas élaguer certains programmes en visant à l'essentiel ?
- l'enseignant aide-t-il assez le jeune à percevoir et à comprendre le monde qui l'entoure ?
- l'école aide-t-elle le jeune à affronter ses problèmes personnels ?
- l'école est-elle assez ouverte aux contacts humains ?
- ne trouve-t-on pas dans l'école-garderie et l'école-caserne les raisons de la non-motivation de certains jeunes ?
- comment gérer le désintérêt de certains apprenants ?
- l'école prend-elle assez en compte les difficultés des enfants socialement ou culturellement défavorisés ?
- l'ouverture pratique vers le monde extérieur est-elle une réalité ?

Une pédagogie de la réussite.

- l'enseignant doit-il se culpabiliser d'une faible réussite à son cours ?
- la diminution des exigences est-elle inévitable ? Un recentrage est- il souhaitable ?

La formation initiale.

- comment améliorer la formation initiale ?

La formation continue.

Elle devrait
- s'adresser à tous les enseignants, par delà les réseaux.
- aborder les questions pratiques aussi bien que des sujets plus théoriques.

– contribuer à l'évolution des mentalités.
– créer un climat d'échange et de coopération.
– assurer l'information la plus large sur les tendances nouvelles de l'enseignement, sur les publications qui s'y rapportent,...
– permettre aux enseignants exprimentés de collaborer à la formation initiale.
– favoriser les rencontres interdisciplinaires et éviter ainsi de cantonner les enseignants dans leur seul domaine.
– encourager les relations entre enseignants des divers réseaux et des diverses disciplines.

Les aspects administratifs et matériels.

Les structures doivent
– donner la possibilité à tous les enseignants de pratiquer l'autoformation.
– éviter de déstabiliser les écoles par de multiples circulaires parfois contradictoires.
– encourager les enseignants par de bonnes conditions de travail et un statut pécuniaire et administratif acceptable.
– permettre aux enseignants d'exploiter au mieux et de façon critique les divers médias et les technologies nouvelles dans le domaine de la communication en les dotant de moyens suffisants

Bibliographie

[1] Balacheff, Nicolas, Towards a *Problématique* for Research on Mathematics Teaching, *Journal for Research in Mathematics Education*, **21**, 4, 258–272, 1990.

[2] Begle, E.,G., Critical variables in mathematics Education : Findings from a Survey of the Empirical Literature, *Mathematical Association of America and National Council of Teachers of Mathematics*, (Washington), 1979.

[3] Bloom, B.S., Taxonomy of educational objectives : the classification of educational goals, handbook 1 : cognitive domain, *Ed. Mc Kay*, (New York), 1956. Traduit en français par M. Lavallée, *Edition Nouvelle*, (Montréal), 1969.

[4] Brousseau, Guy, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **7**, 2, 33–115, 1986.

[5] Deltour, N. et Henry G., Une évaluation du rendement des mathématiques dans l'enseignement secondaire belge francophone, *Ministère de l'Education Nationale, Direction générale de l'organisation des études*, Bruxelles, 1988.

[6] Freudenthal, Hans, Weeding and Sowing, Preface to a Science of Mathematical Education, *ED. Reidel*, (Dordrecht), 1978.

[7] Glaeser, Georges, Analyse et synthèse, *Publication n°76 de l'A.P.M.E.P.*, Paris 1990.

[8] Gras, Régis, D'une classification d'objectifs opérationnalisables ...à des exercices divers du premier cycle, in Activités mathématiques en quatrième-troisième Tome 1, *Publication n°33 de l'A.P.M.E.P.*, Paris, 1979.

[9] Henry G. et Deltour, N., Enquête I.E.A., Evaluation du rendement en mathématiques à la fin du degré d'observation, *Revue de*

la Direction générale de l'organisation des études, **21–1** Bruxelles, 1986.

[10] IREM de Strasbourg, Le livre du problème, Fasc. 1 : Pédagogie de l'exercice et du problème, *Ed. CEDIC*, (Lyon–Paris), 1973.

[11] KILPATRICK, Jeremy, Research on mathematical learning and thinking in the United States, *Recherches en didactique des mathématiques*, **2**, 3, 363–379, 1981.

[12] SHUMWAY, Richard (Editor), Research in Mathematics Education, *National Council of Teachers of Mathematics*, (Reston, U.S.A.), 1980.

[13] TOURNEUR, Yvan, Classification des questions d'évaluation en mathématique — Etude de différents modèles hiérarchisés, *Mathematica & Paedagogia*, **56**, 300–307, 1972.

[14] TOURNEUR, Yvan, Taxonomie des objectifs cognitifs en mathématique : étude du modèle de la "National Longitudinal Study of Mathematical Abilities" (NLSMA), *Mathematica & Paedagogia*, **57**, 341–354, 1972.