

Mercredi 22 août					
9h00					Accueil
10h00					Ouverture du congrès
10h15			<b>Jean Doyen</b>		
			Nombres gigantesques et animaux gigantesques		
11h30					Séance académique
12h00					Apéritif
12h30					Dîner
13h45 à 15h00	<b>Chr. Ginoux (12) et M. Pécheny</b>  Fractionary : méthodologie et généralités	<b>J. Dagenais</b> (tous)  Les mathématiques au Québec	<b>J. Lamon</b> (12)  Construire des compétences numériques à l'aide de jeux	<b>M. Rigo</b> (34)  Le problème de Prouhet	<b>P. Job, A.-Fr. Licot (234) H. Rosseel et M. Schneider</b>  Comment donner du sens aux nombres relatifs et à leurs opérations grâce à un contexte « concret » ...
15h00					Pause café
15h30 à 16h45	<b>Chr. Ginoux (1)</b>  Le Fractionary au fondamental	<b>J.-J. Drolesbeke (234) et C. Vermandele</b>  Les nombres au quotidien	<b>M. Krysinska</b> (2)  Nombres négatifs : construction et opérations	<b>J.-M. Delire</b> (tous)  L'histoire des mathématiques est-elle soluble dans le cours de mathématiques ?	<b>M. Sebille</b> (234)  Mathématiques des jeux vidéo
17h15	Activité culturelle : visite du cœur historique de Liège				

1 : enseignement fondamental ; 2 : secondaire inférieur ; 3 : secondaire supérieur ; 4 : enseignement supérieur

Jeudi 23 août					
8h30	Accueil				
9h00 à 10h15	<b>F. Lucas, N. Van Dijk (1) et Ch. Vanpacherbeke</b> Apprentissage de la numération de 2,5 ans à 12 ans ...	<b>R. Scrève (2)</b> Géométrie des nombres	<b>J. Dagenais (23)</b> La technologie dans les cours de maths	<b>M. Demal (234) J. Dramaix et S. Lafot</b> Pythagore, une histoire de cordes, de noeuds et d'eau	<b>R. Choulet (34)</b> Le dérivé arithmétique d'un nombre
10h15	Pause café				
10h45 à 12h00	<b>Jean-Marie De Ketele</b> L'évaluation de tâches complexes				
12h00	Dîner				
13h45 à 15h00	<b>S. Petit (1)</b> Représentation graphique et résolution de problèmes	<b>J. Poisseroux et al. (12)</b> Les tables de multiplication : au-delà du compte ! un dispositif tutoré de remédiation en ligne	<b>Y. Noël (23)</b> Jeux et nombres	<b>P. Dewaele (tous)</b> Un tableau blanc interactif pourquoi et pour quoi faire ?	<b>P. Lecomte (34)</b> Caractères de divisibilité, systèmes de numération et calculabilité
15h00	Pause café				
15h30 à 16h45	<b>A. Camenisch (1) et S. Petit</b> Albums à compter et apprentissages pluridisciplinaires	<b>Chr. Ginoux (2)</b> Le Fractionary à la fin de l'école primaire et au début du secondaire	<b>J. Dagenais (23)</b> Intégrer un TNI dans ma classe de mathématique	<b>M. Demal, S. Higny (234) et A. Malaguarnera</b> Pythagore dans les triangles rectangles, pas uniquement avec des carrés !	<b>J. Bair (34) et F. Bastin</b> La transition « secondaire-université » dans le cadre du cours de maths : un sujet de réflexion pour tous
17h00	AG et élections				
18h00	Réception à l'Hôtel de Ville				
17h00	Banquet au restaurant « Le labo 4 »				

1 : enseignement fondamental ; 2 : secondaire inférieur ; 3 : secondaire supérieur ; 4 : enseignement supérieur

Vendredi 24 août					
8h30	Accueil				
9h00 à 10h15	<b>CREM</b> (12)  Agrandissements « Math et Manip » pour la transition primaire-secondaire	<b>M. Lartiller</b> (tous)  L'évolution d'un heureux mariage : chiffres et calcul élémentaire (première partie)	<b>J. Bair</b> (34) <b>et D. Justens</b> (Re-)découverte de la démonstration par récurrence	<b>F. Bellot-Rosado</b> (34)  Quelques autres de mes problèmes favoris	<b>H. Rosseel</b> (34) <b>et M. Schneider</b> Ces nombres qu'on dit imaginaires sont-ils vraiment des nombres ?
10h15	Pause café				
10h45 à 12h00	<b>M.-N. Racine</b> (2) <b>F. Bertrand</b>  Nombres, histoires et historiettes	<b>M. Lartiller</b> (tous)  L'évolution d'un heureux mariage : chiffres et calcul élémentaire (deuxième partie)	<b>S. Verspecht</b> (23)  Mathématiques inspirantes, interactives et collaboratives !	<b>G. Cuisinier</b> (3) <b>M.-Fr. Guissard</b>  Engrenages et développantes du cercle	<b>D. Odiet</b> (2)  Clin d'œil à un artiste : M.C. Escher
12h00	Dîner				
13h45 à 15h00	<b>Michel Roelens</b> En marche avec des transformations				
15h00	Verre de l'amitié				

1 : enseignement fondamental ; 2 : secondaire inférieur ; 3 : secondaire supérieur ; 4 : enseignement supérieur

## **Jean Doyen**

### *Nombres gigantesques et animaux gigantesques*

L'exposé comprendra deux parties indépendantes l'une de l'autre, où on s'efforcera de répondre aux questions suivantes :

1. Peut-on écrire simplement des nombres réels tellement grands qu'ils sont au-delà des capacités de compréhension des milliards de neurones de notre cerveau ?
2. Pourquoi les êtres humains adultes ont-ils tous à peu près la même taille ? Faut-il avoir peur de King Kong ?

## **Chr. Ginoux et M. Pécheny**

### *Fractionary : méthodologie et généralités*

Cet exposé présente la méthodologie Fractionary, il sera complété par deux ateliers, l'un présentant des activités pour l'enseignement fondamental, l'autre des activités pour des jeunes du début de l'enseignement secondaire.

Le Fractionary est une méthode éducative et évolutive d'apprentissage des fractions inventée et produite par Marc Pécheny, instituteur à Ottignies. Cette méthodologie dépasse largement le cadre du Fractionary. Elle est adaptable à de très nombreux contextes. La méthodologie du Fractionary permet de poursuivre une multitude d'objectifs grâce à l'utilisation de 65 blocs en bois, d'un plateau d'encastrement, de jeux et de fiches. L'étude du Fractionary commence par la mise en place de compétences en structuration spatiale, dénombrement, équivalences de volumes et fractionnement. Les découvertes des connections spatiales se fait par des explorations tactiles et kinestésiques qui permettent à chacun de construire en lui ses propres pistes explicatives physiques. Ces explorations complètent fondamentalement les connaissances verbales et visuelles. Des défis, des jeux, des brevets, ... complètent les explorations tactiles.

## **J. Dagenais**

### *Les mathématiques au Québec*

Un Québécois au congrès de la SBPMef ??? Et oui ! Il en profitera pour présenter l'enseignement des mathématiques au Québec du primaire (6-11 ans) jusqu'au secondaire (12-17 ans) et avec une petite incursion au collégial et à l'université. Exploration des différents programmes, des notions enseignées, des cadres d'évaluation, la place des technologies, le matériel utilisé, etc. Le but de la présentation n'est pas du tout d'être théorique mais d'être pratique et d'expliquer comment ça se passe chez nous au quotidien dans une classe de mathématique.

## **J. Lamon**

### *Construire des compétences numériques à l'aide de jeux*

Récemment s'est constituée une petite équipe dont l'intérêt commun est de développer l'utilisation des jeux comme outils d'apprentissage et qui souhaite partager ici ses découvertes. Après un regard sur les jeux en général et leur utilité pour construire et renforcer des compétences, nous vous proposerons un pannel de jeux numériques destinés à des élèves allant de la maternelle au secondaire et permettant d'aborder une grande partie des concepts numériques clés. Les participants auront ensuite l'occasion de tester les différents jeux, voire d'en proposer d'autres.

## M. Rigo

### *Le problème de Prouhet*

Si on pense aux nombres, à leur théorie et à l'arithmétique, on fait rapidement face à de nombreuses questions simples à énoncer (elles ne font intervenir que des sommes, des produits ou des puissances de nombres entiers) mais leurs éventuelles solutions peuvent s'avérer redoutables. Dans cet exposé, on s'intéressera à un problème accessible dû à Prouhet (1851) : « partitionner l'ensemble  $\{0, 1, 2, \dots, 2N+1\}$  en deux sous-ensembles  $A$  et  $B$  de même taille de telle sorte que les sommes des éléments de  $A$  et  $B$  soient égales, les sommes des carrés des éléments de  $A$  et  $B$  soient égales, …, les sommes des puissances  $(N-1)$ -ièmes des éléments de  $A$  et  $B$  soient égales ». Par exemple, pour  $N = 3$ , on trouve  $0 + 3 + 5 + 6 = 1 + 2 + 4 + 7$  et  $0^2 + 3^2 + 5^2 + 6^2 = 1^2 + 2^2 + 4^2 + 7^2$ . On en présentera une solution reposant de façon élégante sur les écritures en base 2 et on s'autorisera quelques digressions : produit de sinus, répétition et chevauchement, jeu d'échecs, généralisations, pavages colorés, composition musicale, tours de Hanoï, cubes magiques, … Cet exposé est construit pour être une ballade arithmétique amusante et inattendue, pouvant montrer à des élèves ouverts, un peu comme le prétend André Deledicq, que les mathématiques peuvent être jubilatoires.

Référence : J.-P. Allouche and J. Shallit. The ubiquitous Prouhet-Thue-Morse sequence. in : C. Ding, T. Helleseth, and H. Niederreiter editors, Sequences and their applications, Proceedings of SETA'98, pages 1-16. Springer-Verlag, 1999.

## P. Job, A.-Fr. Licot, H. Rosseel

### et M. Schneider

#### *Comment donner du sens aux nombres relatifs et à leurs opérations grâce à un contexte « concret » et sa modélisation algébrique ?*

Le problème bien connu de l'enseignement des nombres relatifs est celui du choix de modèles appropriés et le débat est toujours d'actualité sur, par exemple, l'efficacité d'une approche basée sur le modèle de la droite graduée. On analysera les potentialités et les limites d'un contexte d'étude de mouvements rectilignes uniformes, en se basant sur une expérience réalisée dans deux classes de première année de l'enseignement secondaire. Les élèves y travaillent de manière articulée des tableaux numériques, des formules algébriques, des droites graduées et des graphiques dans un repère cartésien. Ce qui est visé ici, c'est une intégration d'apprentissages multiples en même temps qu'une justification des fameuses règles du calcul sur les relatifs, trop souvent imposées de manière arbitraire au risque d'éloigner les élèves d'une certaine compréhension des mathématiques. L'expérience peut être faite avec profit lors d'autres années (2ème, 3ème)

- Freudenthal H., Mathematics as an educational task, Dordrecht, The Netherlands : Kluwer, 1973.
- Gallardo A., The extension of the natural-number domain to the integers in the transition from arithmetic to Algebra, *Educational Studies in Mathematics*, n° 49, 2002, pp. 171-192.
- Glaeser G., Epistémologie des nombres relatifs, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 2-3, 1981, pp. 303-346.
- Janvier C., Comparison of models aimed at teaching signed integers. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Utrecht, The Netherlands, vol. I, 1985, pp. 135-139.
- Matheron Y., Mercier A., Schneider M., A propos de l'apprentissage et de l'enseignement des nombres relatifs : un regard didactique outillé par le concept d'extension praxémique, à paraître.

## Chr. Ginoux et M. Pécheny

### *Le Fractionary au fondamental*

Les participants auront l'occasion de réaliser des manipulations, activités, défis, jeux, brevets qui permettent d'installer, à l'école fondamentale, des apprentissages et compétences utiles pour les futurs apprentissages. L'étalon de base du Fractionary est l'hexagone régulier. De par ses caractéristiques géométriques, il a pu être fractionné en trapèzes, losanges, triangles et parallélogrammes qui simultanément se pénètrent, se remplacent et s'associent en 234 combinaisons. Les 7 découpes géométriques de l'hexagone régulier nécessitent un apprentissage de leurs multiples connections spatiales avant de les utiliser en fractions.

## J.-J. Droesbeke et C.

### Vermandele

#### *Les nombres au quotidien*

Le nombre est devenu au cours du temps un élément de travail essentiel dans de nombreux domaines. Nous vivons à une époque où les individus, les groupes et les associations, les entreprises et les nations sont de plus en plus confrontés à la nécessité de gérer de l'information quantitative afin d'analyser une situation, construire une stratégie ou prendre une décision. Présenter de manière claire et pertinente des informations quantitatives est devenu une réelle nécessité de communication dans nos sociétés modernes. Dès les premiers enseignements des mathématiques, il est nécessaire d'attirer l'attention des élèves sur le fait que l'usage des nombres ne peut s'opérer de manière quelconque et repose encore trop souvent sur une pratique assez empirique.

Le but de cet atelier est d'étudier la manière de répondre à quelques questions :

- Quelles sont les caractéristiques intéressantes des nombres dans notre vie quotidienne ?  
Quels sont les atouts et les dangers de leurs usages ?
- Comment appréhender les taux, les pourcentages ? Comment mesurer des accroissements ?
- Comment aborder des données numériques ? Quelles sont les bases d'une stratégie d'analyse ? De quels outils dispose-t-on pour traiter des données numériques, les organiser, les visualiser, les synthétiser, mettre en évidence leurs caractéristiques ?

Les personnes intéressées par cet atelier peuvent apporter des exemples de données numériques ou travailler sur celles proposées par les animateurs.

- Dehon, C., Droesbeke, J.-J. et Vermandele, C. (2008), *Eléments de statistique*, Editions de l'Université de Bruxelles - Ellipses, Bruxelles-Paris, 2008, 5ème édition revue et augmentée, 550 p.
- Droesbeke, J.-J. et Vermandele, C. (2006), *Une expérience centralisatrice et disperse, les Cahiers de l'IREM de Bruxelles*, 3, 47-71.
- Droesbeke, J.-J. et Fine, J. (2010), *Des outils pour l'enseignement et l'interprétation de la statistique dans l'enseignement secondaire*. Dossier pédagogique, Université libre de Bruxelles, disponible sur le site <http://cfies2010.ulb.ac.be>
- STATISTIX, <http://www.statistix.fr>, centre de ressources, créé en juin 2006, lieu de partage et de mutualisation pour l'enseignement de la statistique ; s'adresse aux enseignants des collèges et des lycées de toutes les disciplines (sous la direction de Cl. Schwartz).
- Statistique et Enseignement, <http://statistique-et-enseignement.fr/ojs/index.php/StatEns> Journal Électronique de la Société Française de Statistique, créé en 2010 (rédacteurs en chef : Jeanne Fine et Catherine Vermandele).

## M. Krysinska

### *Nombres négatifs : construction et opérations*

Selon Freudenthal, dans l'histoire des mathématiques, il y avait deux raisons pour manipuler des nombres négatifs : la validité générale des méthodes de solution qui est établie par les formules et qui aboutit au calcul formel ; la validité générale des modèles algébriques pour des relations géométriques, notamment en géométrie analytique. C'est cette deuxième raison qui est la plus convaincante : c'est bien la géométrie analytique qui a contribué au « success story » des nombres négatifs. Dans l'exposé, on proposera l'introduction des opérations sur les nombres négatifs dans le but de disposer d'un modèle algébrique pour toute une droite. La démarche s'inscrit dans la prolongation des activités liées à la production des formules prévues pour la 1ère et la 2ème année.

- H. Freudenthal, *Didactical phenomenology of mathematical structures*, Dordrecht, Reidel, 1983
- IREM de Poitiers, *Les nombres relatifs au collège*, 1996

## J.-M. Delire

### *L'histoire des mathématiques est-elle soluble dans le cours de mathématiques ?*

Nous commencerons par présenter les avantages de la connaissance de l'histoire des mathématiques pour le professeur (les mathématiques sont humaines, leurs origines sont diverses, elles ont du sens) et les obstacles qui existent aujourd'hui à leur utilisation dans l'enseignement. Après quoi, nous montrerons par quelques exemples, choisis pour illustrer le thème du Congrès 2012, comment l'on peut partir de problématiques attestées historiquement pour aboutir à des questions et méthodes actuelles. Nous aborderons ainsi la lecture de textes historiques, permettant d'éclairer le scandale des irrationnels (Pythagoriciens), son interprétation logique (Aristote), son interprétation géométrique (anthyphérèse), et éventuellement son extension aux racines cubiques (Platon, etc.). Puis, en nous inspirant de la division euclidienne, nous rechercherons des expressions « fractionnaires » pour les irrationnels rencontrés, ce qui nous amènera naturellement aux fractions continues, grandes oubliées de l'histoire et des mathématiques. Enfin, nous terminerons par l'exploitation de ces fractions pour enrichir le travail sur les suites de nombres et les équations du second degré.

- Maurice Caveing, *Essai sur le savoir mathématique dans la Mésopotamie et l'Egypte anciennes*, Septentrion, Lille, 1994
- Maurice Caveing, *La figure et le nombre, recherches sur les premières mathématiques des Grecs*, Septentrion, Lille, 1997
- Maurice Caveing, *L'irrationalité dans les mathématiques grecques jusqu'à Euclide*, Septentrion, Lille, 1998
- Jean-Paul Collette, *Histoire des mathématiques*, 2 vol., Vuibert, Montréal, 1973 et 1979
- Ahmed Djebbar, *L'algèbre arabe, genèse d'un art*, Vuibert, 2005
- Richard J. Gillings, *Mathematics in the Time of the Pharaohs*, Dover, 1982
- Denis Guedj, *Le théorème du perroquet*, Seuil, 1998
- Sir Thomas Heath, *A History of Mathematics*, 2 vol., Dover, 1981
- Jens Hoyrup, *L'algèbre au temps de Babylone*, Vuibert, 2010
- Olivier Keller, *Une archéologie de la géométrie*, Vuibert, 2006
- Jean-Claude Martzloff, *Histoire des mathématiques chinoises*, Masson, 1988
- Ivor Thomas, *Selections Illustrating the History of Greek Mathematics*, 2 vol., Loeb Classical Library, 1980
- André Warusfel, *Les nombres et leurs mystères*, Seuil, 1961 (1<sup>e</sup> édition)
- Marco Wolf, *La bosse des maths est-elle une maladie mentale ?*, La Découverte, 1984
- Adolf P. Youschkevitch, *Les mathématiques arabes*, Vrin, 1976

## M. Sebille

*Mathématiques des jeux vidéo*

L'atelier a pour but de montrer quelques liens entre le cours de mathématiques et un sujet attractif aux yeux de nos élèves. Dans une première partie seront présentées des mathématiques que le joueur doit utiliser pour réaliser ce que lui demande le jeu en question. La deuxième partie se concentrera sur des mathématiques dont a besoin le programmeur pour construire un jeu vidéo.

## F. Lucas, N. Van Dijk, et Ch. Vanpachterbeke

*Construire la numération de position décimale en continuité de 2,5 ans à 12 ans pour en assurer une véritable maîtrise au service de la compréhension des nombres et des procédures de calcul*

- Mettre l'accent sur l'approche plurielle des nombres, oser très tôt, les grandes quantités et la question de leur organisation pour pouvoir les exprimer.
- Proposer des matériaux nombreux complémentaires conservateurs puis non conservateurs et favoriser ainsi la généralisation et l'élaboration de solides images mentales.
- Mettre en confrontation la logique des chiffres et celle très différente des mots pour renforcer le sens de chacune.
- Prendre appui sur des numérations autres d'ici et d'ailleurs d'aujourd'hui et d'hier pour aider à la compréhension de notre propre système. S'intéresser à l'histoire des mathématiques.
- Démystifier la numération des grands nombres, la rendre accessible par la référence à des matériaux et des manipulations simples.

## R. Scrève

*Géométrie des nombres*

Les liens entre la géométrie et les nombres sont au cœur de l'évolution des mathématiques dès les premiers balbutiements. Au travers des nombres polygonaux (triangulaires, carrés, rectangles, pentagonaux, hexagonaux, ...), un parcours semé de jolies propriétés algébriques est utile pour les activités mathématiques au premier degré. La manipulation des polyèdres peut assez facilement amener de travailler sur la formule d'Euler-Descartes et un travail sur les nombres naturels. Le travail sur le paradoxe de Fibonacci est aussi intéressant pour obtenir une situation problème sur les alignements de points mais peut être la source de calcul trigonométrique c'est une situation qu'on peut utiliser et réutiliser de la 1R à la 4R de manière spirale. François Drouin vous a déjà fait découvrir le puzzle à trois pièces en 2003 à Forest, à l'aide d'un quadrillage, pourquoi ne pas utiliser les aires pour faire apparaître des nombres rationnels. Le Tangram est aussi un outil qui peut relier la géométrie et les nombres rationnels. Évidemment l'usage du théorème de Pythagore va nous amener les nombres réels dans beaucoup de puzzles mathématiques. Ces liens entre nombres et géométrie me semblent être un des éléments importants de l'enseignement des mathématiques.

- Adler I., *Nombres et Figures*, Éditions des 2 coqs d'or, Paris, 1958
- Fourey E., *Récréations arithmétiques*, Vuibert, Paris, 1899 Nouvelle édition 2001
- Ganeri A., *Les Nombres*, Magnard, Paris, 1997
- Laforest M. et Ross A., *Géométrie des nombres*, dans ACCROMATH, Montréal, Vol 7 hiver-Printemps 2012
- Sainte-Laguë A., *Des nombres et des lignes*, Vuibert, Paris Nouvelle édition 2008
- Stewart I., *Mon cabinet de curiosités mathématiques*, Flammarion, Paris, 2008

## J. Dagenais

### *La technologie dans les cours de maths*

Quels outils sont disponibles ? Comment les utiliser ? Quoi faire avec les élèves au laboratoire et ne pas avoir l'impression de perdre du temps ? Une grande variété de logiciels seront explorés ainsi que l'utilisation des sondes en classe. Aussi, plusieurs applets java et animations Flash : NCTM Illuminations, Phet, NLVM, Conceptua Math, etc. Nous regarderons également quelques pistes d'exploration en mathématique avec le logiciel ActivInspire.

[www.lapageadage.com](http://www.lapageadage.com)

## M. Demal, J. Dramaix et S. Lafot

### *Pythagore, une histoire de corde, de nœuds, et d'eau*

Un simple écoulement d'eau, une corde à 13 nœuds et Pythagore et sa réciproque deviennent spontanément une évidence pour les élèves. Nous aborderons également la détermination de tous les triplets pythagoriciens afin de créer d'autres « cordes à angle droit », de longueur entière. Nous poursuivrons par le problème, nettement moins connu, de l'infinité des triangles rectangles isopérimétriques de longueur  $L$  quelconque non nécessairement entière. Nous terminerons cette première partie, toujours grâce à Pythagore, par la recherche de la figure d'aire maximale parmi des figures isopérimétriques ainsi que par le problème bien Belge des frites light.

## R. Choulet

### *Le dérivé arithmétique d'un nombre*

Qui n'a jamais rencontré cette formule d'élèves :

$$(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

au cours d'apprentissage et d'exercices sur la dérivation ?

Le but de cet atelier est de donner un sens à ce résultat qui a fait bondir plus d'un professeur de mathématiques dans le cadre de la dérivation des fonctions.

C'est dans celui de dérivé arithmétique d'un nombre (quel nombre d'ailleurs ?) que notre indigne formule s'épanouira. Les travaux qui y seront évoqués datent des années 50 (soyons précis 1950 !) et ont amené des études connexes plus récentes mais des prolongements vers de « hautes » mathématiques semblent assez limités. Quoique ! On a vu des choses bien surprenantes.

## Jean-Marie De Ketela

### *L'évaluation de tâches complexes*

Ce qui distingue une approche par compétences bien comprise par rapport aux approches antérieures (approche centrée sur les contenus et approche centrée sur des savoir-faire observables de la pédagogie dite par objectifs ou encore de la pédagogie de maîtrise) réside dans la nécessité d'apprendre aux élèves à mobiliser ces contenus et ces savoir-faire sur certaines familles de tâches complexes ou de résolutions de problèmes. Se posent alors plusieurs questions fondamentales : quelles tâches complexes en rapport avec le niveau d'enseignement ? comment apprendre à mobiliser ce que l'on a appris ? comment évaluer de telles compétences ? Cette dernière question nous semble particulièrement cruciale pour de nombreuses raisons : beaucoup d'enseignants n'ont pas été formés dans ce sens ; les épreuves standards externes (nationales et internationales) sont validées par des modèles mathématiques qui reposent sur le postulat de l'unidimensionnalité de la

chose évaluée alors que la compétence est par nature nécessairement multidimensionnelle. Dans notre intervention, nous discuterons de ces problèmes et tenterons quelques voies de résolution.

## S. Petit

### *Représentation graphique et résolution de problèmes*

Les problèmes dits « additifs », constitués des problèmes pouvant être résolus par une ou plusieurs additions ou soustractions, font partie des premiers problèmes rencontrés par les enfants à l'école fondamentale. Parmi eux figurent les problèmes à une transformation. Certains de ces problèmes, d'apparence simple, sont encore massivement échoués en fin de scolarité fondamentale. Afin d'aider les élèves à les résoudre, il leur est souvent demandé de « faire un dessin », mais, en général, aucun apprentissage spécifique n'est mis en place autour de la manière de représenter la situation donnée. Cette communication proposera une analyse de certaines difficultés rencontrées par les élèves en résolution de problèmes additifs et proposera des stratégies de représentation des données afin d'améliorer les performances des élèves. Parmi celles-ci figure l'utilisation d'un outil graphique qui sera proposé afin de se substituer aux dessins le plus souvent figuratifs demandés aux élèves.

- Camenisch A., Petit S. (2005) Lire et écrire des énoncés de problèmes, Bulletin vert AP-MEP, 456, 7-20.
- Camenisch A., Petit S. (2005) Lire et écrire des énoncés de problèmes, 1-11, in Actes du XXXI-ième colloque COPIRELEM, IREM de Toulouse.
- Camenisch A., Petit S. (2006) Lire et écrire des énoncés de problèmes additifs (2) : la place de la langue, 1-21, in Actes du XXXII-ième colloque COPIRELEM, IREM de Strasbourg.
- Camenisch A., Petit S. (2007) Projets d'écriture en mathématiques, in Actes du XXXIII-ième colloque COPIRELEM, ARPEME.
- Duval R. Sémiotique et pensée humaine. Peter Lang 1995.

## R. Faber, J. Poisseroux, S. Richelot et C. Thirion

### *Les tables de multiplication : au-delà du compte ! Un dispositif tutoré de remédiation en ligne*

Qu'il apprenne à distance ou dans l'enseignement en présentiel, l'élève de primaire doit être capable de construire, restituer de mémoire et utiliser les tables de multiplication. Hélas, si ces réflexes multiplicatifs ne sont pas ancrés, l'application de ces tables mobilisera encore temps et concentration chez le jeune adolescent confronté à des tâches plus complexes. L'Enseignement à Distance de la Fédération Wallonie-Bruxelles propose un module interactif en ligne à tout élève qui ne peut compter sur sa connaissance des tables. De plus, un tutorat personnalisé sera assuré par un professeur à distance et/ou en classe. Ne vous méprenez pas, ce module n'est pas un outil de drill. Par des jeux mathématiques, il fait émerger la structure des tables pour faciliter leur mémorisation. Lors de cet atelier, nous vous inviterons à tester ce dispositif et à découvrir la méthodologie de l'Enseignement à Distance. Nous ferons aussi le point sur les cours téléchargeables à partir de notre site Internet [www.ead.cfwb.be](http://www.ead.cfwb.be).

- Bacquet M., Guérinne-Hess B., Le nombre et la numération. Pratique de rééducation, éditions du Papyrus, ISOSCEL, 1992.
- Baruk S, Comptes pour petits et grands. vol. 1, Pour un apprentissage du nombre et de la numération fondé sur la langue et le sens, éditions Magnard, 1997.
- Baruk S, Comptes pour petits et grands. vol. 2, Pour un apprentissage des opérations, des calculs, et des problèmes fondé sur la langue et le sens, éditions Magnard, 2003.
- Baruk S, Dico de Mathématiques (collège et CM2), éditions Seuil, 2008.
- Guérinne-Hess B., Causse-Mergui A., Romier M-C., Les maths à toutes les sauces. Pour

aider les enfants à apprivoiser les systèmes numérique et métrique, éditions Le Pommier, 2005.

- Combien font  $8 \times 8$ ? Paris, Communiqué de presse, 26 février 2008, URL : [maxicours.com/P/kit-presse/2008\\_02\\_26\\_CP.pdf](http://maxicours.com/P/kit-presse/2008_02_26_CP.pdf)
- Les jeux de Lulu le lutin malin. ... Site de jeux éducatifs en ligne. URL : <http://pagesperso-orange.fr/jeux.lulu%20/index.htm>
- $7 \times 8$  pour apprendre les tables de multiplication. Logiciel pédagogique. P Pradeau. URL : <http://ppradeau.perso.neuf.fr/>

## Y. Noël

*Jeux et nombres*

Un tas de points des programmes peuvent être introduits—réactivés—approfondis à partir de jeux. Citons, sans être exhaustif, le calcul dans les naturels, les entiers, les rationnels, la pratique de la recherche par essai-erreur, la mise en équation, la résolution d'équations et de systèmes d'équation linéaires, la lecture et l'exploitation d'informations données par un tableau à double entrée, etc. Nous utiliserons le logiciel Jeu 2012 (mise à jour du logiciel Jeu 2007 programmé par Guy Noël). Sur un même thème, la création aléatoire de problèmes de niveaux différents permet de personnaliser le travail. L'expérience montre aussi que, dans le travail en commun avec une classe, le caractère aléatoire de l'énoncé crée l'émulation : au départ, personne n'est avantagé, seul l'ordinateur « connaît » la solution du problème. Pour tous, de quoi rater votre gare de destination si vous allumez votre ordinateur dans le train! Des situations curieuses n'utilisant aucun support informatique sont également prévues, par exemple pour rencontrer les décimaux illimités, donc des sommes infinies, ...

- Honclaire B., Lambelin N., Noël G., Noël-Roch Y., Enseignons en jouant, SBPMef, 2007.
- Noël-Roch Y., Modélisation d'un jeu dans les entiers, Losanges n° 2, déc. 2008, pp40—44, SBPMef
- Honclaire B., Lambelin N., Noël-Roch Y., Moyenne arithmétique, Losanges n°4, mars—mai 2009, pp. 11—18, SBPMef.
- Noël-Roch Y., P'icorons de-ci de-là, Losanges n° 12, mars 2011, p. 30, SBPMef.

## P. Dewaele

*Un tableau blanc interactif; pourquoi et pour quoi faire ?*

Le Tableau Blanc Interactif (TBI) fait son entrée dans le monde de l'enseignement. Qu'apporte-t-il de plus que le tableau noir ou le beamer ? Comment peut-on l'exploiter efficacement ? Quelles sont les ressources multimédias exploitables en classe ? Au travers de mes 6 années d'expérience d'utilisateur, je vous présenterai les atouts et les dérives de cette outil appelé par nos collègues québécois « Tableau Blanc Intelligent ».

## P. Lecomte

*Caractères de divisibilité, systèmes de numération et calculabilité*

Il existe des relations fascinantes entre les propriétés arithmétiques des ensembles de nombres et les propriétés syntaxiques de leurs représentations dans un système de numération donné. Il est pour le moins intrigant que des propriétés de la forme de mots soient caractéristiques de propriétés arithmétiques des entités abstraites qu'ils symbolisent. Un exemple très simple, mais frappant, est la caractérisation des nombres pairs en base 10 : ce sont ceux dont l'écriture se termine par une des lettres 0, 2, 4, 6, 8, ou celle des multiples de 5 qui, en base 10 de nouveau, sont les nombres dont l'écriture s'achève par 0 ou 5. A priori la propriété « Le mot se termine par telle ou telle lettre » n'est pas de nature arithmétique. Nul besoin de savoir ce qu'est un

nombre pour l'envisager — on pourrait même dresser un animal à la détecter — et pourtant elle permet de reconnaître si un nombre est pair ou multiple de 5. L'exposé est une invitée à découvrir quelques beaux théorèmes de la calculabilité en les illustrant à propos des caractères de divisibilités et des systèmes de numération. Il ne demande aucun prérequis, ni en arithmétique ni en informatique, et est d'une grande accessibilité.

- Berthé V., Rigo M. (Eds), Combinatorics, Automata and Number Theory, Encyclopedia of Mathematics and its Applications 135, Cambridge University Press (2010).

## A. Camenisch et S. Petit

*Albums à compter et apprentissages pluridisciplinaires*

Les albums à compter sont souvent utilisés dans les classes des écoles maternelles et au début des apprentissages élémentaires. Mais pour quels apprentissages ? Notre communication se propose d'analyser une sélection de ces albums selon trois axes : littéraire, langagier et mathématique. Cette triple analyse visera en particulier à dégager les structures profondes ou récurrentes à ces ouvrages et à montrer les complémentarités et les interactions entre langue, littérature (notamment à travers les systèmes de narration) et mathématiques. Ces analyses aboutiront à des propositions didactiques où une approche littéraire de ces albums peut favoriser certains apprentissages mathématiques et où les mathématiques peuvent contribuer à des apprentissages sur la langue ou devenir le vecteur révélateur de valeurs littéraires implicites.

- Miri, N. et Rabany, A. (2004). Littérature : album et mathématiques, Paris : Bordas.
- Petit, S. et Camenisch, A. (2007). Des albums pour apprendre à compter et à développer la maîtrise de la langue. Bulletin de l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, 471, 574-579.
- Petit, S. et Camenisch, A. (2008). Des albums numériques : pour quels apprentissages en français et en mathématiques ? Dans Expérimentation et modélisation dans l'enseignement scientifique. Actes du 34e colloque international francophone de la COPIRELEM. Troyes : Commission Permanente des IREM sur l'Enseignement Elémentaire.
- Pierrard, A (2003), Des livres à compter. Bibliographie commentée et pistes de travail. Lire écrire à l'école. Grenoble : CRDP.
- Poslaniec, C. (2007). Comment définir la forme littéraire qu'est l'album ? Dans Texte et images dans l'album et la bande dessinée pour enfants, H. Gondrand et F. Massol. Grenoble : Scérén, CRDP, 17-26.
- Valentin, D. (1992-1993). Livres à compter. Grand N, 52, 11-21.

## Chr. Ginoux

*Le Fractionary à la fin de l'école primaire et au début du secondaire*

En début d'enseignement secondaire, de nombreux jeunes ne maîtrisent pas les fractions (simplification, addition, multiplication). On les retrouve en général dans le deuxième degré différencié dans lequel il est nécessaire d'utiliser une méthodologie alternative pour mettre en place des compétences que le jeune aurait du maîtriser plus tôt. Le Fractionary répond parfaitement à ces besoins. Les participants auront l'occasion de réaliser des activités, jeux, défis, ... progressifs aboutissant à la maîtrise des fractions par les enfants de fin de l'école primaire ou du début du secondaire.

## J. Dagenais

### *Intégrer un TNI dans ma classe de mathématique*

Les tableaux numériques feront partie intégrante de nos salles de classes dans les prochaines années au Québec. La mathématique est une discipline très intéressante pour le tableau numérique tant au niveau du matériel de manipulation que des objets d'apprentissage. Quels outils sont disponibles ? Comment les utiliser ? Quels sont les périphériques qui s'ajoutent bien au TNI ? Quels sont les différents types d'activités à exploiter avec un tableau numérique ?

Également, nous regarderons une stratégie d'appropriation à l'intégration du tableau numérique dans l'apprentissage des élèves, les 3-O. Tabl-O, Bur-O et Cerv-O sont les trois lieux où peut (doit) s'effectuer un travail pédagogique en classe. Le rôle de l'enseignant et le rôle de l'élève seront analysés à travers cette stratégie.

[www.lapageadage.com](http://www.lapageadage.com)

## M. Demal, S. Higny et A. Malaguarnera

### *Pythagore dans les triangles rectangles, pas uniquement avec des carrés !*

Dans cette partie « mathématico-artistique », nous découvrirons et démontrerons que si on dessine sur les cotés d'un triangle rectangle trois figures semblables quelconques (des polygones réguliers ou un personnage de bande dessinée par exemple), alors *l'aire de la surface de la figure construite sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des surfaces des figures semblables construites sur les deux autres côtés*. Nous montrerons également comment il est aisé, grâce à GeoGebra, de réaliser de telles illustrations de cette extension du théorème ainsi que des animations qui suggèrent naturellement l'énoncé de cette extension. Enfin, nous prouverons que les célèbres lunules d'Hippocrate de Chios ne sont qu'un cas particulier de cette extension.

## J. Bair et Fr. Bastin

### *La transition « secondaire-université » dans le cadre du cours de maths : un sujet de réflexion pour tous*

Dans le monde éducatif, il est bien connu que le passage d'un système scolaire à un autre peut être délicat et difficile. C'est notamment le cas lorsqu'un étudiant quitte l'enseignement secondaire pour entrer à l'Université : il est confronté à de nombreux changements (environnement, rythme, matière, exigences, ... différents et nouveaux) et au choix d'une orientation qui doit le conduire à une profession. Ce constat, enrichi d'expériences et d'analyses de terrain, a conduit à la constitution d'un groupe composé d'encadrants (professeurs, assistants, assistants pédagogiques, chefs de travaux, pédagogues membres du service « Guidance-Etude ») confrontés à cette problématique de transition, au jour le jour, concrètement. Lors de l'exposé, des membres de ce groupe (nommé TSUM pour « Transition Secondaire-Université en Mathématique ») vont présenter quelques-unes de leurs réflexions et de leurs initiatives pédagogiques récentes.

- M. Frenay, B. Noël, P. Parmentier, M. Romainville, L'étudiant-apprenant : Grilles de lecture pour l'enseignant universitaire, De Boeck Supérieur, 1997.
- K. Houston, Comment penser comme un mathématicien, De Boeck, 2011.

# CREM : M.-F. Guissard, V. Henry, P. Lambrecht, P. Van Geet et S. Vansimpen

*Agrandissements « Math et manip » pour la transition primaire secondaire*

La *Math & Manip* « Agrandissements » s'intéresse à l'influence de la duplication des dimensions d'une figure sur son aire. La mise en place de techniques efficaces de comparaison des aires conduit à la généralisation à d'autres facteurs entiers. Lors de cet atelier, nous aborderons le sujet par des activités de dessin aux instruments, des découpages et des puzzles. Nous montrerons également comment le traiter en utilisant le logiciel de géométrie dynamique *Apprenti Géomètre*. Nous mettrons en exergue les spécificités des compétences développées par l'usage de ce logiciel par rapport à celles qui sont mobilisées par la même activité, en version papier-crayon.

## M. Lartillier

*« L'évolution d'un heureux mariage » : chiffres et techniques de calcul élémentaire (première partie)*

Une aventure illustrée de certaines notations des nombres en montrant leurs avantages et inconvénients ; l'impact d'une notation des nombres sur l'évolution des techniques de calcul élémentaire sera mise en évidence.

## J. Bair et D. Justens

*(Re)-découverte de la démonstration par récurrence*

Dans cet atelier, nous nous proposons de réfléchir sur les fondements et la pratique de la démonstration par récurrence que Poincaré appelait « le raisonnement mathématique par excellence ». Nous comparerons notamment l'induction des mathématiciens de celle exploitée par les autres scientifiques. Nous proposerons aux participants des exemples, mais aussi des contre-exemples, dont nous avons déjà éprouvé l'intérêt lors de diverses formations réalisées auprès d'enseignants.

- C. Chrétien, D. Gaud, Interdisciplinarité mathématiques et philosophie : le raisonnement par récurrence, Repères-Irem, n° 18, 1995, pp. 85 - 103.
- E. Dubinsky, P. Lewin, Reflexive, Abstraction and Mathematics Education : The Genetic Decomposition of Induction and Compactness, The Journal of Mathematical Education, 5, 1986, pp. 55 - 92.
- H. Poincaré, La science et l'hypothèse, Flammarion, 1968
- A. Ross, Preuves par récurrence, Accromath, vol. 3, 2008, pp. 26 - 27.
- N. Rouche, L'axiomatique de Peano pour les nombres naturels, manuscrit non publié.

## F. Bellot-Rosado

*Quelques autres de mes problèmes favoris*

Lors du Congrès 2006, à Namur, j'ai fait un exposé dont le titre était « Quelques uns de mes problèmes favoris ». L'exposé de 2012 est, dans une certaine mesure, une continuation de celui-ci, avec des nouveaux problèmes qui m'ont touché pendant ces 6 dernières années. Entre autres, je voudrais présenter une solution d'un étudiant, donnée pendant l'Olympiade mathématique espagnole 2012, d'un joli problème géométrique original de Sándor Dobos dont une solution projective est incluse dans The Mathematical Gazette, novembre 2011, p.452.

## H. Rosseel, M. Schneider

*Ces nombres qu'on dit imaginaires sont-ils vraiment des nombres ?*

Bien qu'ayant reçu un enseignement des complexes, de nombreux élèves restent dubitatifs quant à l'existence de « nombres dont le carré est négatif » : ce qui n'est pas sans rappeler le scandale que ces nombres ont provoqué dans l'histoire des mathématiques jusqu'au moment où on les a interprétés géométriquement.

Nous proposons ici un enseignement de ces nombres qui s'inspire de l'histoire sans forcément en respecter la chronologie. Les nombres complexes y sont introduits comme couples de réels qui servent à coder certaines similitudes du plan. Et la manière de multiplier ces couples y est justifiée par la composition de ces mêmes similitudes. Cette approche vise ainsi à motiver, d'une manière très simple, ces nombres et leurs opérations. Elle joue conjointement sur des registres géométrique, trigonométrique et prépare les élèves à gérer aussi bien des démonstrations géométriques à l'aide des complexes qu'à résoudre des problèmes à caractère algébrique et trigonométrique.

- Bagni G.-T., History and didactics of mathematics : an experimental research, Bologne : Nucleo di ricerca in didattica della matematica, 1997.
- Ballieu M., Guissard M.-F., Nombres complexes et géométrie, CREM, Nivelles, 2002.
- Flament D., Histoire des nombres complexes. Entre algèbre et géométrie, Paris : CNRS Editions, 2003.
- Rosseel H., Schneider M., Petit X, n° 63, 2003, pp. 53-71.
- Rosseel H., Schneider M., Des nombres qui modélisent des transformations, Petit X, 2004, n° 64, pp. 7-34.
- Rosseel H., Schneider M., Ces nombres que l'on dit imaginaires sont-ils vraiment des nombres ?, Editions de l'Université de Liège, 2011.

## M.-N. Racine et Fr. Bertrand

*Nombres, histoires et historiettes*

À partir de l'étude de quelques textes, nous préciserons l'Histoire de certains nombres ou algorithmes d'opérations. Nous pourrons nous amuser d'anecdotes ou de problèmes numériques délectables. Nous ferons le lien avec certaines œuvres qu'on peut voir au Musée des Beaux-Arts : on imagine aisément que les nombres ont joué un rôle important dans la vie quotidienne de ceux qui nous ont précédés (commerce, agriculture, enseignement, politique, ...) mais on ignore souvent à quel point ils s'inscrivent dans les champs de l'Art : riches en symbolisme, arbitres du nombre des apôtres, des vertus, des anges ou des démons, de l'esthétique d'une composition, ils sont partout ... et ne demandent qu'à être déchiffrés ...

## M. Lartillier

« *L'évolution d'un heureux mariage* » : chiffres et techniques de calcul élémentaire (deuxième partie)

Une aventure illustrée de certaines notations des nombres en montrant leurs avantages et inconvénients ; l'impact d'une notation des nombres sur l'évolution des techniques de calcul élémentaire sera mise en évidence.

## S. Verspecht

*Mathématiques inspirantes, interactives et collaboratives*

L'utilisation de logiciels et calculatrices dans un cours de mathématiques peut inspirer des questionnements et résolutions différents. En effet, l'élève pouvant créer des objets ou modéliser des situations pourra aisément déduire des hypothèses et écarter des cas particuliers en interagissant avec leur situation de départ pour mieux observer les effets.

Mais imaginez maintenant qu'il ne s'agisse plus uniquement d'un lien entre un élève et une situation mais plutôt d'un groupe classe autour d'un même problème. Chaque élève peut donc apporter sa propre vision qui pourra éclairer celle de ses condisciples.

C'est le défi que se propose de relever TI-Nspire Navigator en permettant à chaque élève de s'exprimer sur un problème, une question ou une notion mathématique en parallèle à ses camarades. Il offrira ainsi son point de vue aux élèves et bénéficiera du leur dans un cadre de mathématiques dynamiques et d'interactivité.

L'atelier proposera aux enseignants de participer à différents exemples de collaborations et donnera des pistes d'utilisations efficaces des calculatrices graphiques dans un cours de mathématiques tant dans le degré inférieur que dans le degré supérieur.

## G. Cuisinier et M.-Fr. Guissard

*Engrenages et développantes du cercle*

En observant un engrenage en mouvement, on imagine que la courbe qui constitue le profil des dents est un élément crucial de son fonctionnement harmonieux. Cette courbe est le plus souvent une développante de cercle.

Lors d'un atelier intégrant des manipulations et des constructions, nous décomposerons le mouvement pour analyser les positions successives du point de contact de deux dents et découvrir les propriétés géométriques de cette courbe. Une étude plus approfondie éclairera des aspects de la conception et du fonctionnement des engrenages à denture en développante de cercle. Cette approche inductive basée au départ sur l'observation et l'intuition utilisera ensuite la géométrie synthétique, la trigonométrie et la géométrie analytique.

## D. Odiet

*Clin d'œil à un artiste : M. C. Escher*  
*Comment initier des élèves de 14 – 15 ans à l'art des pavages ?*

Si le revêtement d'un sol de salle de bains à l'aide de carreaux de forme carrée, la construction d'un mur en briques rectangulaires ou encore la forme hexagonale des alvéoles de l'abeille n'ont rien de particulièrement surprenant, les pavages réguliers du plan de M.C. Escher fascinent, étonnent et questionnent. Comment s'y prendre pour « fabriquer » des motifs périodiques permettant de recouvrir uniformément une surface plane lorsqu'ils ne sont pas composés de figures élémentaires telles encore le parallélogramme ou le triangle équilatéral ? Comment construire des pavés figuratifs s'imbriquant sans trou ni superposition ? Quelles sont les différentes isométries en jeu pour pavier le plan avec telle ou telle figure ?

C'est à ces différentes questions que nous tenterons de répondre après une brève incursion dans le monde des pavages de M.C. Escher mais essentiellement au travers du compte rendu d'activités menées en classe avec des élèves de 14 – 15 ans.

Plusieurs travaux d'élèves - étonnantes et fascinantes - seront présentés et commentés.

- M.C. Escher, L'œuvre graphique, Taschen
- Le miroir magique de M.C. Escher, Taschen

## Michel Roelens

*En marche avec des transformations*

Marchons sur le sable mouillé. La transformation qui applique la trace de notre pied droit sur celle de notre pied gauche est une symétrie glissée : la composée d'une symétrie orthogonale avec une translation parallèle à l'axe de la symétrie orthogonale. Dans cet exposé/atelier nous chercherons d'autres façons d'obtenir la symétrie glissée et donc d'autres façons de marcher. En cours de route, nous découvrirons un peu de théorie sur la composition et la décomposition des isométries du plan.