

Le Monde Perdu

Philippe TILLEUIL

Collège Sainte Marie - Mouscron

S.B.P.M. — 27 août 2014

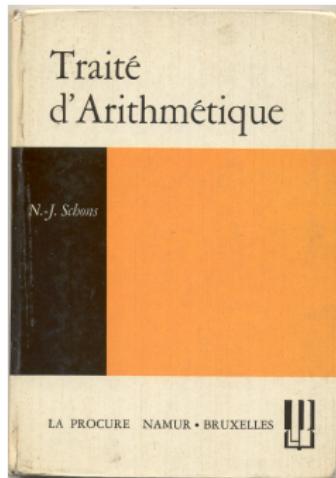
Le Monde Perdu

L'enseignement de l'arithmétique n'est plus au programme (depuis longtemps) dans les dernières années du secondaire.

Est-ce là vraiment un monde perdu, ou reste-t-il encore des chemins qui y mènent ?

I. L'arithmétique n'est plus au programme... .

... Mais elle l'a été :



... et avec quelques sujets élémentaires : la divisibilité, le P.G.C.D., le P.P.C.M., les nombres premiers, les théorèmes de Fermat et Wilson, les fractions continu(é)es, l'« analyse indéterminée », ...

II. ... Mais l'arithmétique n'est pas morte !

Qu'est-ce que l'arithmétique — ou **théorie des nombres** — *moderne* ?

- C'est l'étude des propriétés de certains ensembles de « nombres », analogues aux nombres entiers.
- Un état des lieux raisonnablement complet des problèmes, et de leurs solutions (souvent partielles ...) est hors de portée ...
- ... Mais une bonne part des théories qui en ont résulté ont des sources *élémentaires*.

« *Au cœur de la théorie élémentaire des nombres, consacrée aux nombres entiers rationnels, se trouvent d'une part le théorème de la décomposition unique en facteurs premiers, et d'autre part, la loi de réciprocité quadratique.* »

H. Hasse (1898-1979)

N.B. : La loi de réciprocité quadratique concerne les propriétés des carrés parfaits dans certains ensembles de « nombres », analogues aux nombres entiers rationnels.



Un *résumé* du *résumé* de l'histoire, en bref :

- La préhistoire.

Euclide (~ 300 av. J.-C.), Diophante (200/214 - 284/298),
Brahmagupta (598 - 668), etc.

- Les pères fondateurs.

P. de Fermat (1605/1608 - 1665), L. Euler (1707 - 1783), J.-L.
Lagrange (1736 - 1813), A.-M. Legendre (1752 - 1833).

- C.-F. Gauss (1777 - 1855) ...

- ... Et G. F. B. Riemann (1826 - 1866) ...

- ... et leurs continuateurs ...

C. G. J. Jacobi (1804 - 1851), G. P. L. Dirichlet (1805 - 1859), E. E. Kummer (1810 - 1893), G. Eisenstein (1823 - 1852), L. Kronecker (1823 - 1891), J. W. R. Dedekind (1831 - 1916), D. Hilbert (1862 - 1943), H. Minkowski (1864 - 1909), ...

- ... Jusqu'à (peu près) nos jours.

... T. Takagi (1875 - 1960), E. Artin (1898 - 1962), H. Hasse, (1898 - 1979), A. Weil (1906 - 1998), E. Hecke (1887 - 1947), C. L. Siegel (1896 - 1981), A. Selberg (1917 - 2007), ...

- En tout cas, aujourd'hui, ce *n'est pas du tout* un « monde perdu » !
J.-P. Serre (1926 -), J. Tate (1925 -), P. Deligne (1944 -).
 - Et il n'y a pas que le *cercle des abélisés* ...
G. Shimura (1930 -), R. P. Langlands (1936 -), J. Arthur (1944 -),
B. Mazur (1937 -), A. Wiles (1953 -), ...
 - Et il y a toujours des progrès, amenés par des nouveaux venus ...
M. Bhargava (1974 -), Y. Zhang (1955 -), ...
- ... Et la place a manqué pour (au moins) une centaine d'autres, (très) anciens ou plus récents.

III. Pourquoi parler d'un *enseignement* de l'arithmétique ?

- **Ça ne sert à rien !**

L'arithmétique (et l'astronomie) ne ser(vaien)t à rien ! Jusqu'à maintenant ...

- **On n'a pas le temps !**

Les cours de « préparation aux études supérieures » en 5^{ème} et en 6^{ème} laissent des occasions.

Il y a moyen — comme Mr. Jourdain — de faire de l'arithmétique, sans le savoir !

- C'est difficile ? Non, mais c'est *vraiment* mathématique !

L'arithmétique comme « reine et servante » : la résolution des questions d'arithmétique demande souvent d'utiliser toutes les ressources des mathématiques (algèbre, géométrie, fonctions, ...)

La *méthode expérimentale* est souvent une bonne arme !!!

Mais ne produisant que des conjectures, elle *impose* aussi des démonstrations !

- Ça fait du bien, et pour tout le monde !

En théorie des nombres, nous sommes tous des ignares, **moi le premier !**

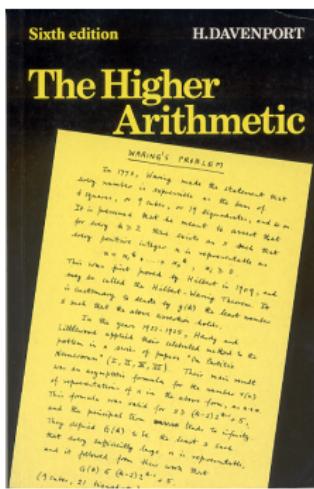
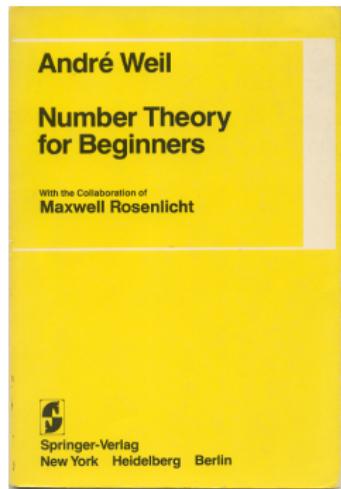
Et cela peut faire beaucoup de bien de se retrouver dans la situation de l'élève...

IV. De quoi sera-t-il question dans la suite ?

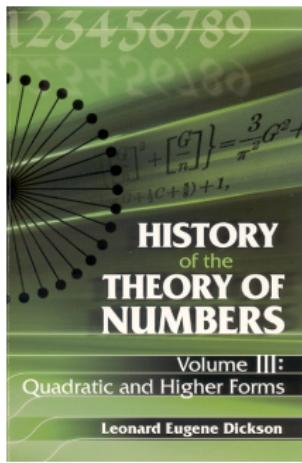
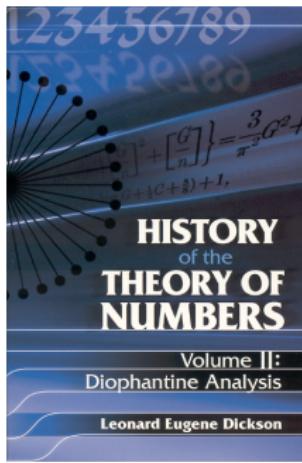
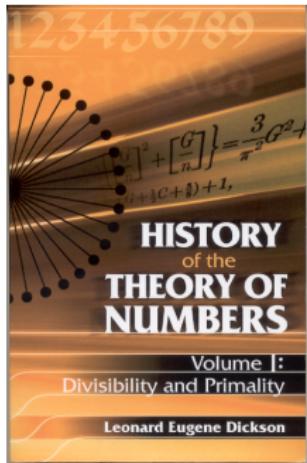
- Fournir des énoncés d'exercices ou problèmes, ou même des résultats « parfumés à l'arithmétique », mais qui peuvent s'insérer dans un cours dans lequel il n'y a pas (trop) d'arithmétique.
- Les deux grands thèmes (incontournables?) :
 - la décomposition en facteurs premiers,
 - les racines carrées et la loi de réciprocité quadratique,et comme applications :
 - un tout tout petit peu d'approximation diophantienne,
 - quelques équations diophantiennes élémentaires.
- Passer en revue quelques points d'histoire, ou à tout le moins, les introduire.

V. L'arithmétique coule de source(s)

- Très élémentaires, et superbes !



- Une bible historique



- Et si ça ne suffit pas ...

