

Trigonométrie

Marie PIERARD et Valérie HENRY

Congrès de la SBPMef

25 août 2017



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

- 1 Introduction
- 2 Historique
- 3 Trigonométrie et triangles
- 4 Trigonométrie et cercles
- 5 Trigonométrie et unités
- 6 Synthèse
- 7 Références
- 8 Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Introduction



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

● Enquête auprès d'enseignants

- ▶ Radians et fonctions trigonométriques en tête des difficultés
- ▶ Cercle trigonométrique fondamental
- ▶ Trigonométrie dans le triangle maîtrisée
- ▶ Trigonométrie dans le cercle moins bien maîtrisée



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- Enquête auprès d'enseignants
 - ▶ Radians et fonctions trigonométriques en tête des difficultés
 - ▶ Cercle trigonométrique fondamental
 - ▶ Trigonométrie dans le triangle maîtrisée
 - ▶ Trigonométrie dans le cercle moins bien maîtrisée
- Réflexions
 - ▶ Le cercle trigonométrique est source de difficultés.
→ Comment faire pour que les élèves le maîtrisent mieux ?



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

● Enquête auprès d'enseignants

- ▶ Radians et fonctions trigonométriques en tête des difficultés
- ▶ Cercle trigonométrique fondamental
- ▶ Trigonométrie dans le triangle maîtrisée
- ▶ Trigonométrie dans le cercle moins bien maîtrisée

● Réflexions

- ▶ Le cercle trigonométrique est source de difficultés.
→ Comment faire pour que les élèves le maîtrisent mieux ?
- ▶ Le cercle trigonométrique génère des obstacles.
→ Finalement, en a-t-on vraiment besoin ?



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Historique

- Grèce, II^e siècle ACN :
trigonométrie et astronomie

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- Grèce, II^e siècle ACN :
trigonométrie et astronomie
- Inde, V^e siècle :
le sinus

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- Grèce, II^e siècle ACN :
trigonométrie et astronomie
- Inde, V^e siècle :
le sinus
- Monde musulman, IX-XV^e siècle :
trigonométrie du triangle

- Grèce, II^e siècle ACN :
trigonométrie et astronomie
- Inde, V^e siècle :
le sinus
- Monde musulman, IX-XV^e siècle :
trigonométrie du triangle
- Monde occidental, à partir du XVII^e siècle :
branche des mathématiques à part entière, liée à l'analyse complexe

- Grèce, II^e siècle ACN :
trigonométrie et astronomie
- Inde, V^e siècle :
le sinus
- Monde musulman, IX-XV^e siècle :
trigonométrie du triangle
- Monde occidental, à partir du XVII^e siècle :
branche des mathématiques à part entière, liée à l'analyse complexe

→ Dès le début : le cercle **trigonométrique**



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

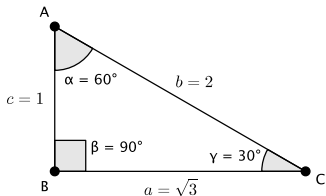
Synthèse

Références

Annexe

Trigonométrie et triangles

Question 1



Entourez la(les) expression(s) correcte(s).

- (1) $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (2) $\sin(\hat{C}) = \frac{1}{2}$
- (3) $\cos(\gamma) = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (4) $\tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Dans la littérature

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Dans la littérature

Le sinus **de l'angle** a est le rapport entre le côté opposé à l'angle et l'hypoténuse.

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Dans la littérature

Le sinus **de l'angle** a est le rapport entre le côté opposé à l'angle et l'hypoténuse.

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968

Soit x le nombre relatif qui est **la mesure en radians** d'un arc quelconque d'origine A , pris sur le cercle trigonométrique. [...] À toute valeur de x correspond une valeur bien déterminée de $\sin x$ [...].

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Dans la littérature

Le sinus **de l'angle** a est le rapport entre le côté opposé à l'angle et l'hypoténuse.

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968

Soit x le nombre relatif qui est **la mesure en radians** d'un arc quelconque d'origine A , pris sur le cercle trigonométrique. [...] À toute valeur de x correspond une valeur bien déterminée de $\sin x$ [...].

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968

Le sinus **de l'angle** orienté α est l'ordonnée du point A représentant α sur le cercle trigonométrique.

DE BOECK - Mathématisons 46 - 1983



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Dans la littérature

Le sinus **de l'angle** a est le rapport entre le côté opposé à l'angle et l'hypoténuse.

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968

Soit x le nombre relatif qui est **la mesure en radians** d'un arc quelconque d'origine A , pris sur le cercle trigonométrique. [...] À toute valeur de x correspond une valeur bien déterminée de $\sin x$ [...].

SCHONS - Traité de trigonométrie rectiligne - 1968

Le sinus **de l'angle** orienté α est l'ordonnée du point A représentant α sur le cercle trigonométrique.

DE BOECK - Mathématisons 46 - 1983

Si M est l'unique point du cercle trigonométrique qui représente l'angle orienté **d'amplitude** θ , alors le sinus de θ est l'ordonnée du point M .

DE BOECK - Mathématiques 4 - 2004



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Dans un triangle rectangle, le sinus de l'angle \hat{A} est le rapport entre la longueur a et la longueur de l'hypoténuse.

Dans un triangle rectangle, le sinus de l'angle \hat{A} est le rapport entre la longueur a et la longueur de l'hypoténuse.

Conventionnellement,
 $\sin(\alpha)$ est le sinus d'un angle de mesure α .



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Quelques appellations

D'après les programmes belges, le sinus est ...

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Quelques appellations

D'après les programmes belges, le sinus est ...

- un rapport trigonométrique
années 1950
- un nombre trigonométrique
années 1970, 1980, 2000 et 2010
- un nombre goniométrique
années 1970
- une fonction trigonométrique
1970, 1980, 2000 et 2010
- une fonction circulaire
1970 et 1980

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

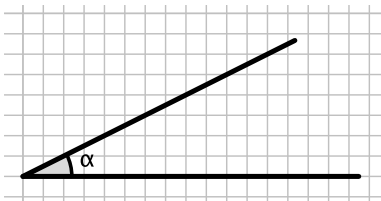
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

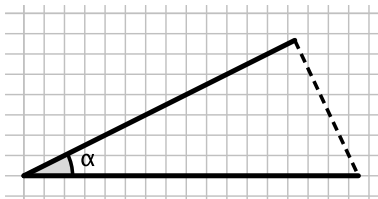




UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?



Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

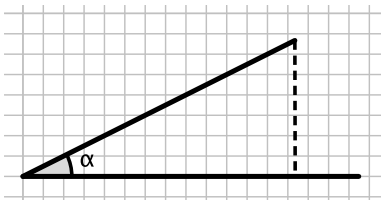
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

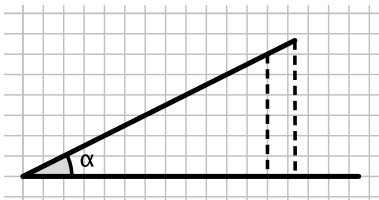
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

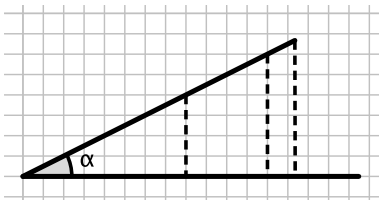
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

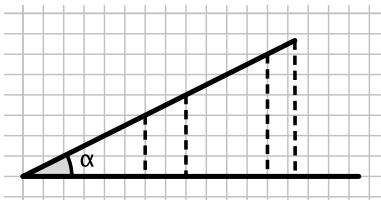
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

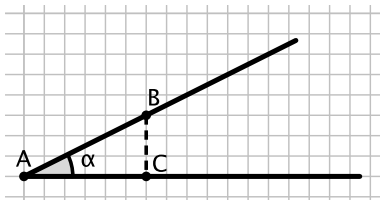
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

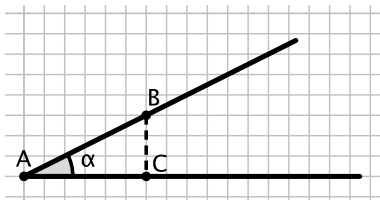




UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?



$$|AB| = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

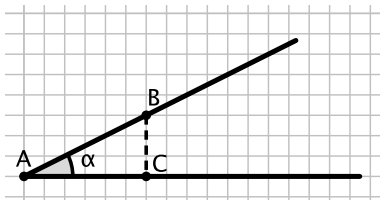
Synthèse

Références

Annexe

Question 2

Que vaut $\sin(\alpha)$?



$$|AB| = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Pourquoi vouloir un triangle ?

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Pourquoi vouloir un triangle ?

Mettons-nous dans la tête d'un élève...

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Pourquoi vouloir un triangle ?

Mettons-nous dans la tête d'un élève...

- Le sinus d'un angle dépend des longueurs de 2 côtés d'un triangle rectangle.



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

**Trigonométrie
et triangles**

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Pourquoi vouloir un triangle ?

Mettons-nous dans la tête d'un élève...

- Le sinus d'un angle dépend des longueurs de 2 côtés d'un triangle rectangle.
- Si on veut changer d'angle, on change forcément de triangle.



Pourquoi vouloir un triangle ?

Mettons-nous dans la tête d'un élève...

- Le sinus d'un angle dépend des longueurs de 2 côtés d'un triangle rectangle.
- Si on veut changer d'angle, on change forcément de triangle.
- Donc le sinus dépend aussi du triangle.

THOMPSON, 2008

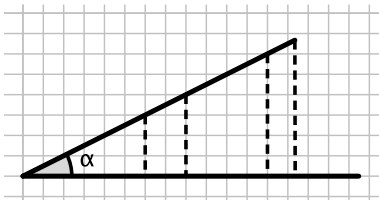
Pourquoi vouloir un triangle ?

Mettons-nous dans la tête d'un élève...

- Le sinus d'un angle dépend des longueurs de 2 côtés d'un triangle rectangle.
- Si on veut changer d'angle, on change forcément de triangle.
- Donc le sinus dépend aussi du triangle.

THOMPSON, 2008

Alors pourquoi vouloir un triangle ? Parce qu'il vient des projections orthogonales.





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Trigonométrie et cercles



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 3

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

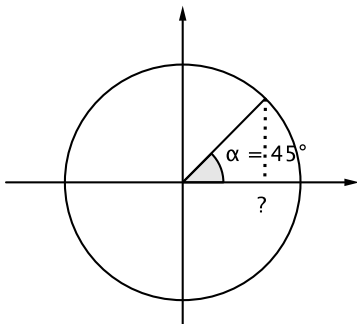
**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



Que vaut « ? » ?

Question 3

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

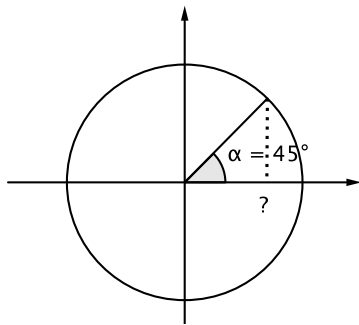
**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



Que vaut « ? » ?

$$\frac{\sqrt{2}}{2}r$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

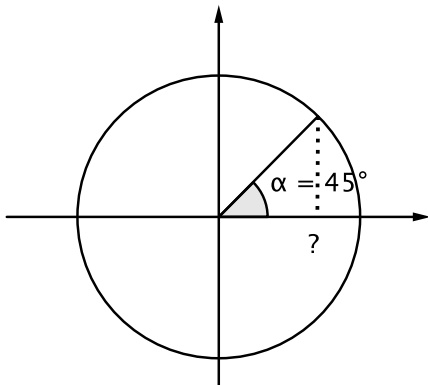
**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

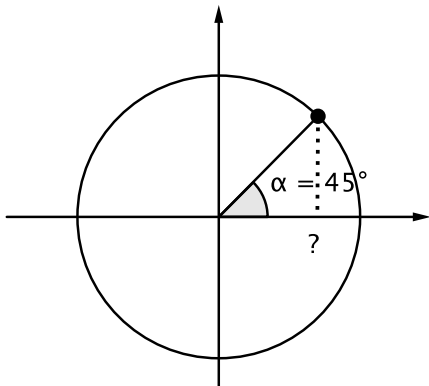
**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

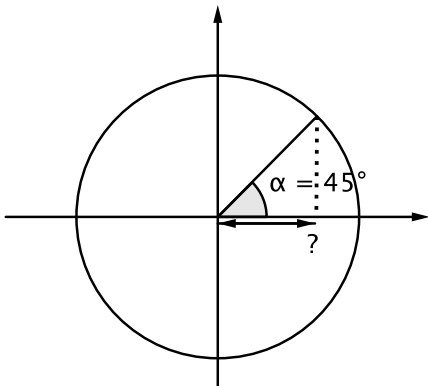
**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Le rayon

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Le rayon

- Dans les triangles rectangles, le rôle de l'hypoténuse est évident.

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Le rayon

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- Dans les triangles rectangles, le rôle de l'hypoténuse est évident.
- Dans un cercle de rayon quelconque, dans une figure géométrique,... on se ramène à des triangles rectangles.



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Le rayon

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- Dans les triangles rectangles, le rôle de l'hypoténuse est évident.
- Dans un cercle de rayon quelconque, dans une figure géométrique,... on se ramène à des triangles rectangles.
- Dans un cercle trigonométrique, le rayon est unitaire.
 - ▶ neutre pour la division → oubli
 - ▶ sinus et cosinus → coordonnées



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Les coordonnées

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Les coordonnées

- On oublie le rôle du rayon.

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Les coordonnées

- On oublie le rôle du rayon.
- On parle des nombres trigonométriques d'un point.

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

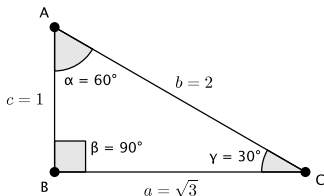
Synthèse

Références

Annexe

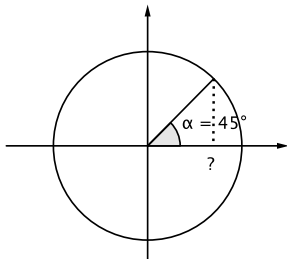
Les coordonnées

- On oublie le rôle du rayon.
- On parle des nombres trigonométriques d'un point.
- Le cosinus est
 - ▶ un rapport de longueurs ?



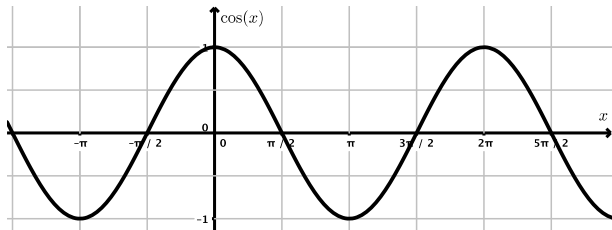
Les coordonnées

- On oublie le rôle du rayon.
- On parle des nombres trigonométriques d'un point.
- Le cosinus est
 - ▶ un rapport de longueurs ?
 - ▶ une abscisse ? une longueur ?



Les coordonnées

- On oublie le rôle du rayon.
- On parle des nombres trigonométriques d'un point.
- Le cosinus est
 - ▶ un rapport de longueurs ?
 - ▶ une abscisse ? une longueur ?
 - ▶ une ordonnée ?





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 4

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

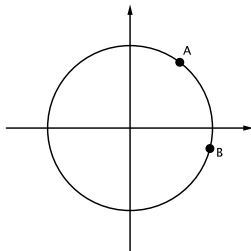
**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

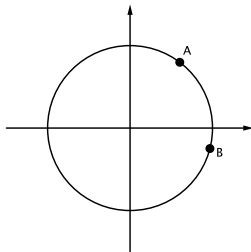
Synthèse

Références

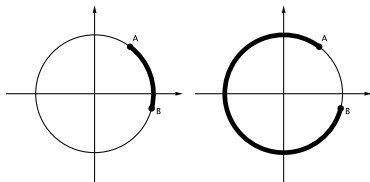
Annexe



Tracez l'arc \widehat{AB} .



Tracez l'arc \widehat{AB} .





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Le « bon » arc

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Le « bon » arc

- On prend le plus petit ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Le « bon » arc

- On prend le plus petit ?
- On prend celui qui fait \odot ?



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

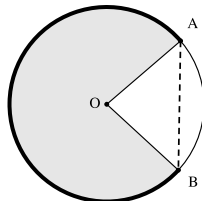
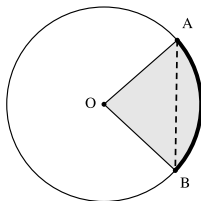
Le « bon » arc

- On prend le plus petit ?
- On prend celui qui fait \odot ?
- On prend celui qui délimite un secteur convexe ?

Le « bon » arc

- On prend le plus petit ?
- On prend celui qui fait \odot ?
- On prend celui qui délimite un secteur convexe ?

→ Par convention, on prend l'arc saillant qui vient du secteur circulaire saillant.





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

L'angle, dans la littérature

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

L'angle, dans la littérature

On appelle angle la **figure** formée par deux demi-droites issues d'un même point.

DALLE & DE WAELE - 1962



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

L'angle, dans la littérature

On appelle angle la **figure** formée par deux demi-droites issues d'un même point.

DALLE & DE WAELE - 1962

*Considérons deux vecteurs partant d'un même point P . Ces vecteurs séparent le plan en deux régions. Chacune de ces **régions**, avec les vecteurs, sera appelée un angle déterminé par les vecteurs.*

LANG & MURROW - 1988



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

L'angle, dans la littérature

On appelle angle la **figure** formée par deux demi-droites issues d'un même point.

DALLE & DE WAELE - 1962

*Considérons deux vecteurs partant d'un même point P . Ces vecteurs séparent le plan en deux régions. Chacune de ces **régions**, avec les vecteurs, sera appelée un angle déterminé par les vecteurs.*

LANG & MURROW - 1988

En géométrie, un angle est défini comme **l'ensemble des points** déterminés par deux rayons, ou demi-droites, qui ont la même extrémité.

SWOKOWSKI & COLE - 1998



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

L'angle, dans la littérature

On appelle angle la **figure** formée par deux demi-droites issues d'un même point.

DALLE & DE WAELE - 1962

*Considérons deux vecteurs partant d'un même point P . Ces vecteurs séparent le plan en deux régions. Chacune de ces **régions**, avec les vecteurs, sera appelée un angle déterminé par les vecteurs.*

LANG & MURROW - 1988

En géométrie, un angle est défini comme l'**ensemble des points** déterminés par deux rayons, ou demi-droites, qui ont la même extrémité.

SWOKOWSKI & COLE - 1998

*Un angle est une **paire de vecteurs** qui ont le même point de départ mais ne se trouvent pas sur la même droite.*

JACOBS - 1974



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

**Trigonométrie
et cercles**

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

LANG & MURROW :

*Considérons deux vecteurs partant d'un même point P . Ces vecteurs séparent le plan en deux régions. Chacune de ces **régions**, avec les vecteurs, sera appelée un **angle déterminé** par les vecteurs.*





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe

Trigonométrie et unités



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

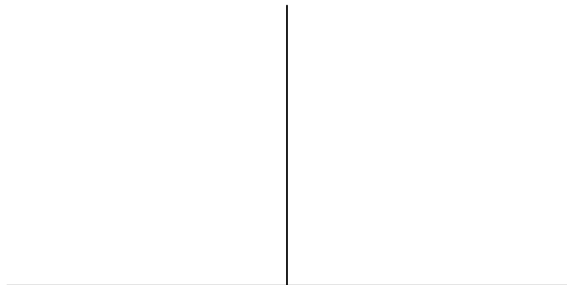
Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

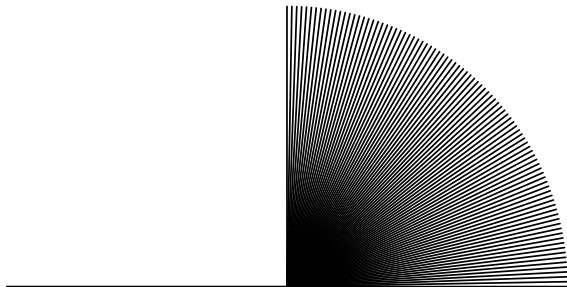
Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

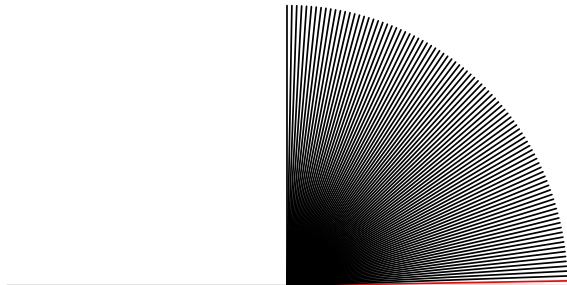
Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?
- Comment définit-on un radian ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

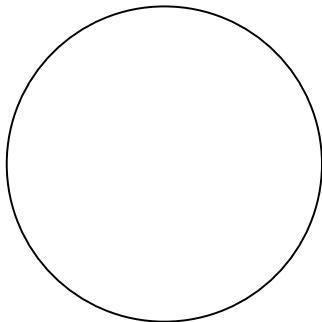
Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 5

- Comment définit-on un degré ?
- Comment définit-on un radian ?



Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

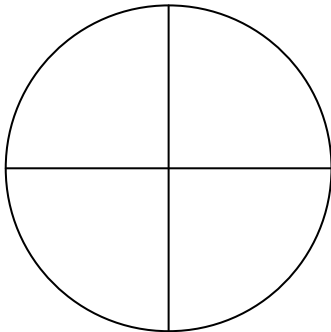
Synthèse

Références

Annexe

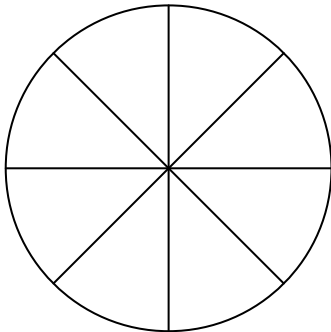
Question 5

- Comment définit-on un degré ?
- Comment définit-on un radian ?



Question 5

- Comment définit-on un degré ?
- Comment définit-on un radian ?



Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

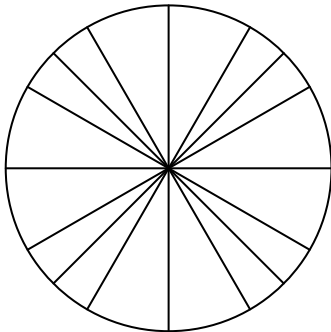
Synthèse

Références

Annexe

Question 5

- Comment définit-on un degré ?
- Comment définit-on un radian ?



Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

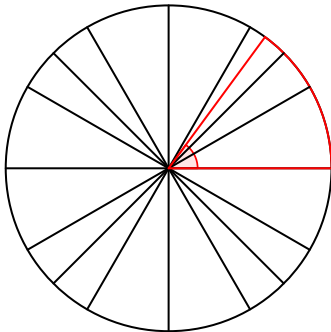
Synthèse

Références

Annexe

Question 5

- Comment définit-on un degré ?
- Comment définit-on un radian ?





UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 6

Pourquoi un élève pourrait-il penser que le radian est une unité de longueur ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

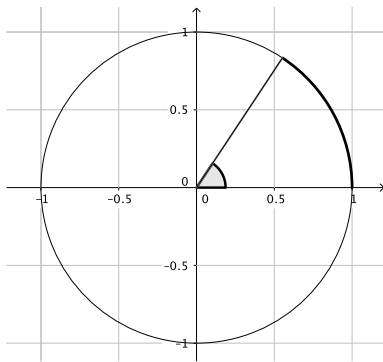
Synthèse

Références

Annexe

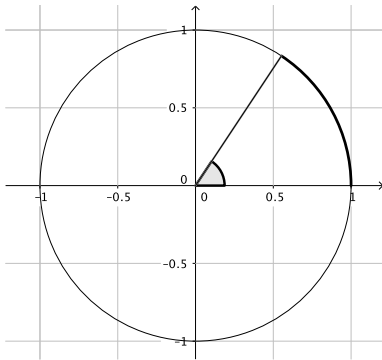
Question 6

Pourquoi un élève pourrait-il penser que le radian est une unité de longueur ?



Question 6

Pourquoi un élève pourrait-il penser que le radian est une unité de longueur ?



$$\sin(x) = 0,8 \text{ rad}$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Question 7

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$$

$$x \mapsto \sin(x)$$

est définie pour x en radians.
Vrai ou faux ? Pourquoi ?

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

**Trigonométrie
et unités**

Synthèse

Références

Annexe

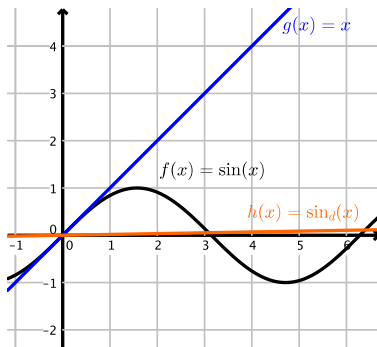
Question 7

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$$

$$x \mapsto \sin(x)$$

est définie pour x en radians.

Vrai ou faux ? Pourquoi ?



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

mais

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin_d(x)}{x} \neq 1$$

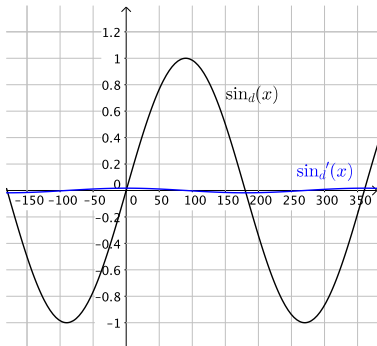
Question 7

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1; 1]$$

$$x \mapsto \sin(x)$$

est définie pour x en radians.

Vrai ou faux ? Pourquoi ?



$$\begin{aligned} g(x) &= \sin\left(x \frac{\pi}{180}\right) \\ &= \sin_d(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g'(x) &= \cos\left(x \frac{\pi}{180}\right) \frac{\pi}{180} \\ &= \sin'_d(x) \end{aligned}$$



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Synthèse



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

- Beaucoup de difficultés rencontrées :
 - ▶ rayon
 - ▶ triangle
 - ▶ coordonnées

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- Beaucoup de difficultés rencontrées :
 - ▶ rayon
 - ▶ triangle
 - ▶ coordonnées
- Beaucoup de sous-entendus, d'imprécisions,... qui peuvent générer des difficultés pour les élèves.
 - ▶ Idem aux USA et en Australie
 - ▶ Très peu de trigonométrie en France, hors géométrie
 - ▶ Chez nous, nombreux aller-retour dans les programmes



- Beaucoup de difficultés rencontrées :

- ▶ rayon
- ▶ triangle
- ▶ coordonnées

- Beaucoup de sous-entendus, d'imprécisions,...
qui peuvent générer des difficultés pour les élèves.

- ▶ Idem aux USA et en Australie
- ▶ Très peu de trigonométrie en France, hors géométrie
- ▶ Chez nous, nombreux aller-retour dans les programmes

→ Réécrire un savoir mathématique

- ▶ contenant les notions du programme
- ▶ cohérent et rigoureux
- ▶ repoussant le plus loin possible le recours au rayon unitaire



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Merci pour votre attention et...
bonne réflexion !



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- ▶ Bloch, I. (2009).
Activité... la mesure des angles en radians au lycée.
Petit x, 80 :47–53.
- ▶ Bressoud, D. (2010).
Historical reflections on teaching trigonometry.
The Mathematics Teacher, 104 (2) :106–112.
- ▶ Chevallard, Y. (1991).
La transposition didactique.
La Pensée Sauvage.
- ▶ CREM (2004).
Pour une culture mathématique accessible à tous, Élaboration d'outils pédagogiques pour développer des compétences citoyennes.
M. Ballieu et M.-F. Guissard coordinateurs.
- ▶ De Kee, S., Mura, R., and Dionne, J. (1996).
La compréhension des notions de sinus et de cosinus chez les élèves du secondaire.
For the Learning of Mathematics, 16 (2) :19–27.
- ▶ Garnir, H. (1963).
Fonctions de variables réelles I.
Librairie Universitaire de Louvain - Gauthier Villars Paris.
- ▶ Gelin, E. (1902).
Précis de trigonométrie rectiligne.
Wesmael-Charlier.
- ▶ Gür, H. (2009).
Trigonometry learning.
New Horizons in Education, 57 (1) :67–80.
- ▶ IREM de Poitiers (2014).
Enseigner les mathématiques en 5^e à partir des grandeurs : les angles.
T. Chevalarias *et al.*



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- ▶ Kendal, M. and Stacey, K. (1996).
Trigonometry : Comparing ratio and unit circle methods.
Technology in mathematics education : proceedings of the 19th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA).
- ▶ Lang, S. and G., M. (1988).
Geometry, a High School Course, volume Second Edition.
Springer-Verlag.
- ▶ Lefort, J. (1998).
Petite histoire de la trigonométrie.
L'Ouvert, (91) :10–16.
- ▶ Looze, A. (2014).
La trigonométrie : une histoire à l'envers tournée vers le ciel.
Diapositives pour une formation CECAFOC.
- ▶ Moore, K., LaForest, K., and Hee Jung, K. (2012).
The unit circle and unit conversions.
Proceedings of the Fifteenth Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education, pages 1–16–1–31.
- ▶ Morlet, M. (1969).
Mathématique, classe de sixième, volume Nouvelle collection Queysanne-Revuz.
Fernand Nathan Editeur.
- ▶ Proulx, J. (2003).
L'histoire de la trigonométrie comme outil de réflexion didactique.
Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, XLIII(3) :13–27.
- ▶ Schons, N.-J. (1968).
Traité de trigonométrie rectiligne - 5^{ème} édition.
La Procure.



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

- ▶ Swokowski and Cole (1998).
Algèbre et trigonométrie, avec géométrie analytique.
DeBoeck Université.
- ▶ Tanguay, D. (2010).
Degrés, radians, arcs et sinusoides.
Petit x, 82 :59–71.
- ▶ Thompson, P. W. (2008).
Conceptual analysis of mathematical ideas : some spadework at the foundation of mathematics education.
Plenary paper presented at the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1 :31–49.
- ▶ Vadcard, L. (2002).
Conception de l'angle chez les élèves de seconde.
Recherches en didactique des mathématiques, 22(1) :77–117.
- ▶ Van Binst, R. (1951).
Notes de trigonométrie rectiligne.
Université du travail Paul - Charleroi.
- ▶ Van Sickle, J. (2011).
A History of Trigonometry Education in the United States : 1776-1900.
<https://doi.org/10.7916/D8G166T7>.



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe

Annexe

Structure du savoir mathématique



UNIVERSITÉ
DE NAMUR

A) Définir les degrés et les radians comme deux mesures d'angles équivalentes.

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

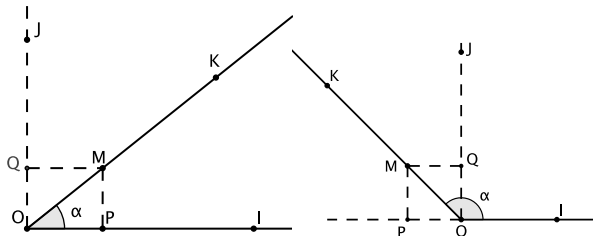
Synthèse

Références

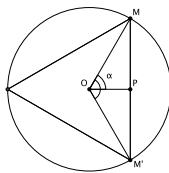
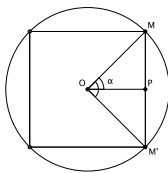
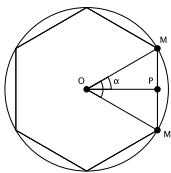
Annexe

A) Définir les degrés et les radians comme deux mesures d'angles équivalentes.

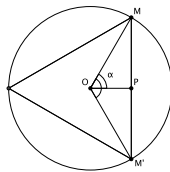
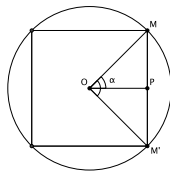
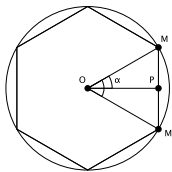
B) Construire les rapports trigonométriques des angles compris entre l'angle nul et l'angle plat, à l'aide de projections orthogonales.



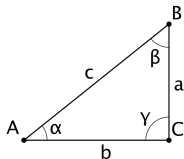
C) Construire les angles remarquables dans des polygones et en déduire des rapports trigonométriques particuliers.



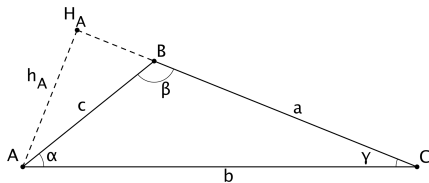
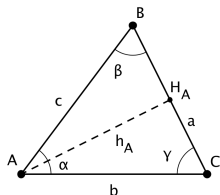
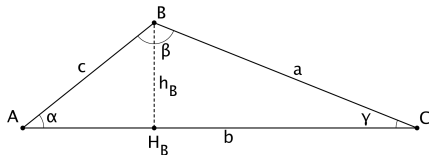
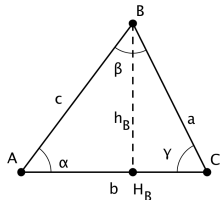
C) Construire les angles remarquables dans des polygones et en déduire des rapports trigonométriques particuliers.



D) Traiter le cas particulier des triangles rectangles.



E) Construire les lois des sinus et des cosinus à l'aide des projections orthogonales.



F) Construire les formules d'addition et de duplication avec les projections.

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

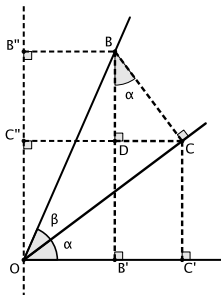
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

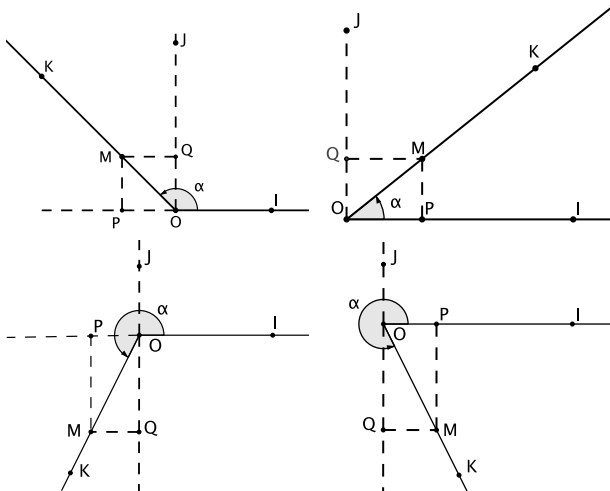
Synthèse

Références

Annexe



G) Définir les angles orientés et construire les rapports trigonométriques des angles supérieurs à l'angle plat.



H) Construire les angles opposés et anti-supplémentaires à l'aide des angles orientés. En déduire les liens entre leurs nombres trigonométriques.

Introduction

Historique

Trigonométrie
et triangles

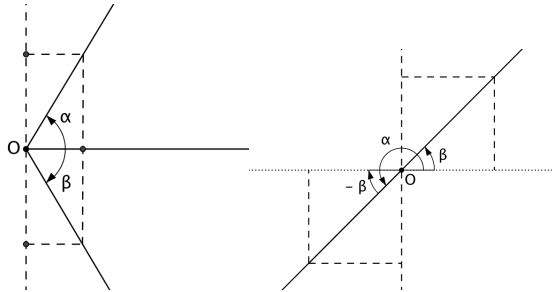
Trigonométrie
et cercles

Trigonométrie
et unités

Synthèse

Références

Annexe



I) Construire le cercle (trigonométrique ?) et définir les angles coterminaux.

