

**BEN AICHA Habib**

Liège

**25 Août 2017**

# COMMENT FORMER DES CITOYENS CRITIQUES À TRAVERS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES?

---

Ouverture d'une réflexion et pistes

Face à nous, une classe de plus ou moins vingt élèves, un programme composé de plusieurs chapitres à leur enseigner, des interrogations à préparer, des notes à leur attribuer...et surtout une envie que tous ces élèves développent une capacité à prendre leur propre décision et en toute liberté, tout au long de leur vie.

QU'EN EST-IL DANS NOS  
CLASSES?

---

- Comparons  $\frac{8}{9}$  et  $\frac{9}{8}$  ?
- Distribuons  $3x \cdot (7y - 3y) = ?$

$$3x \cdot (7y - 3y) = 3x \cdot 7y - 3x \cdot 3y = 21xy - 9xy = 12xy$$

- Le PGCD de 365 et 366 ?

Le PGCD est 1

- Le problème de l'âge du capitaine

Voici ce que propose Gustave Flaubert, dans une lettre envoyée à sa soeur Caroline en 1841 :

"Puisque tu fais de la géométrie et de la trigonométrie, je vais te donner un problème : un navire est en mer, il est parti de Boston chargé de coton, il jauge 200 tonneaux, il fait voile vers Le Havre, le grand mât est cassé, il y a un mousse sur le gaillard d'avant, les passagers sont au nombre de douze, le vent souffle N.-E.-E., l'horloge marque trois heures un quart d'après-midi, on est au mois de mai... On demande l'âge du capitaine ?"

Ce problème n'a aucune solution

# Que faire?

- Provoquer ces situations
  - Le développement d'un esprit critique chez un élève passe aussi par provoquer chez lui une méfiance vis-à-vis de ce qu'il lui est exposé.
- Proposer en fin de chapitre de vraies questions variées:
  - Des problèmes qui n'ont pas de réponse(s)
  - Des problèmes qui ont plusieurs solutions
  - Des exercices faisant appel à d'autres notions que l'on vient de rencontrer
  - Des questions qui se résolvent par simple bon sens
  - Etc.

- Le danger principal est que la règle que l'on retiendra, la formule que l'on appliquera, la propriété que l'on étudiera un temps, sans en retenir la manière de la (re)démontrer ou la façon la (re)trouver se substitue à la réflexion mathématique.
- Les exemples donnés ont pour but de développer une prise de recul par rapport à l'automatisation d'une procédure.

# EST-CE UNE SIMPLE VOLONTÉ OU UN DEVOIR?

---

Une histoire de décret

# Le décret mission

Parmi les 4 missions du décret, il est demandé à un enseignant de :

- préparer tous les élèves à être des citoyens responsables, capables de contribuer au développement d'une société démocratique, solidaire, pluraliste et ouverte aux autres cultures.

Bof!

# Mais encore ?

Un peu plus loin, dans la partie "De l'éducation à la philosophie et à la citoyenneté":

- "la capacité de développer un questionnement philosophique ou éthique, un discernement éthique, une pensée propre sur des questions de sens et/ou de société (douter, conceptualiser, critiquer, tester, relativiser, rationaliser, argumenter)" ;
- "la participation à des débats, au sein de l'école ou à l'extérieur de celle-ci".

Mais ...

# VERS LE DÉBAT SCIENTIFIQUE

---

Une piste prometteuse

# Le débat scientifique?

- La responsabilité aux élèves
- La rupture du contrat didactique

Des éléments essentiels à respecter:

- Laisser les élèves s'exprimer et se positionner
- Un problème particulier
- Une attitude particulière de l'enseignant

# Des débats pensés et testés

- Trois sujets de débats testés dans six classes
  - Trois classes de la Haute École Galilée
  - Trois classes de 2<sup>ème</sup> secondaire
- Les six débats ont été analysés sous la loupe inspirée de l'objectif du décret:
  - Douter, critiquer, tester, argumenter et changer de point de vue

# La calculatrice, mon amie!

**Consigne.** En utilisant votre calculatrice,  
qu'obtenez-vous pour les deux calculs suivant :

$$345678901^2 - 345678900 \cdot 345678902 = ?$$

$$34567890^2 - 34567889 \cdot 34567891 = ?$$

Les réponses des élèves:

1 ?

0 ?

- 1,18<sup>e</sup>17 ?

-2,59<sup>e</sup>9 ?

Voici quelques extraits du débat:

**Houria.**  $901^2 = 811801$  et  $900 \cdot 902 = 811800$ , donc la différence fait 1.

**Lila.** Mais cela revient au même de ne prendre qu'une partie des nombres ?

**Houria.** Je vais essayer  $2001^2 - 2002 \cdot 2000$ ".

[...]

**Djanet.** Comment vas-tu argumenter ?

**Houria.**  $1^2 - 0 \cdot 2 = 1$  et  $2001^2 - 2000 \cdot 2002 = 1$ .

**Lila.** La calculette de Djanet est plus professionnelle. Elle a mis les parenthèses.

[...]

**Denis.** Mais les calculatrices simplifient.

**Malek.** C'est la machine qui pose problème !

**Julie.** Moi, je n'ai pas appuyé sur la touche " $=$ " à chaque fois.  
[...]

**Farid.** Si on se fait confiance alors, je propose que l'on ne se fie plus à la calculatrice.

**Malek.**  $a^2 - (a - 1) \cdot (a + 1)$  donne 1 !

Malek va au tableau et développe le calcul dans son entièreté.

**Lila.** Beh non, ça ne va pas comme ça, il faut distribuer.

**Houria.** Le "a" c'est n'importe quel nombre ? Et si je prends 6.5 par exemple, cela va marcher ?

**Malek.** Essaie !

**Houria.** J'ai essayé !

**Farid.** Je propose de prendre un nombre compliqué, prenons  $\pi$ , un nombre très très long.

**Clark.** Mais  $\pi$  est une écriture simplifiée.

**Houria.** On a simplifié !

**Enseignant.** C'est quoi qui est simplifié dans  $\pi$  ?

**Clark.** L'écriture 3,1415...

**Enseignant.** Mais le nombre en lui-même c'est  $\pi$ .

[...]

**Farid.** Pour tous les nombres, cela marche ! On obtiendra toujours 1.

**Lila.** Je ne sais pas. Je dirais les deux solutions.

**Houria.** ...

*Un élève, Hamid, souhaitant que tous repartent convaincus se rend au tableau et développe le calcul entièrement. (Argumenter)*

$$A = (345678900 + 1)^2 - (345678900 \cdot 345678900 + 2)$$

[...]

**Hamid.** Et qu'est-ce qui nous reste à la fin ? Il nous reste 1.

**Lila.** Je suis convaincue.

*Houria, elle, n'arrive pas à se défaire du résultat affiché par sa calculatrice.*

# Un outil épistémologique inattendu

- Laisser la responsabilité scientifique aux élèves, c'est se donner l'occasion de les observer d'une autre manière.
- Et là, pour le professeur, c'est découvrir ses élèves sous une autre facette. Les difficultés les plus profondes, en matière de raisonnement logique, de contenus mathématiques, de prérequis, sont exposées.

## Des réactions inattendues:

- Que le calcul  $345678901^2 - 345678900 \cdot 345678902$  nécessiterait des parenthèses, sinon les deux expressions ne donneraient pas le même résultat (et pas seulement avec la calculatrice).
- Que  $\pi$  est l'écriture simplifiée de  $3,1415\dots$  .
- Que la généralisation  $a^2 - (a - 1) \cdot (a + 1) = 1$  ne conviendrait pas pour tous les nombres. Et qu'un élève doit faire le calcul en remplaçant la lettre par 345678901 pour convaincre l'ensemble de la classe. C'est assez incroyable!

ENCORE UNE DERNIÈRE  
RÉFLEXION...

---

# Un moment important

- Entre janvier 2015 et mars de 2016, une série d'attentats ont eu pour effet de paralyser le monde
- Comment des êtres humains, doués de raison, ont-ils pu commettre de tels actes ? Ont-ils grandi dans une société démocratique ? Ne sont-ils pas passés par l'École ? Et pourquoi l'École ?
- Comment un enseignant en mathématiques peut-il rattacher son enseignement à un tel phénomène?
- Sur quel levier pourrait-il jouer afin de former de citoyens responsables, critiques et capables de développer une pensée autonome ?

Face à nous, une classe de plus ou moins vingt élèves, un programme composé de plusieurs chapitres à leur enseigner, des interrogations à préparer, des notes à leur attribuer...

"Bonjour! installez-vous, aujourd'hui vous allez débattre..."

**Je vous remercie**