“Mathématique et Citoyenneté”

44e congrès de la Société Belge des Professeurs de Mathématique d’expression française

Jalal Soussi
Création d’un dispositif mathématique en ligne avec Maple-Möbius Assessment-Möbius CourseWare

Support.1

Maple et l’optimisation

Jalal Soussi
jasoussi@gmail.com

Présentation :

Professeur agrégé de mathématiques, Jalal Soussi donne des cours dans l’enseignement supérieur et secondaire supérieur en Belgique. Il intervient également comme formateur en Belgique et à l’étranger dans le domaine des TICE et fait partie-entre autres- du groupe de travail « Transition numérique » dans le cadre du Pacte pour un Enseignement d’ Excellence.

Introduction

Maple est un logiciel (dispositif) mathématique très complet. Ses capacités de calcul formel permettent d’obtenir des solutions exactes à de nombreux problèmes. En outre, Maple est également un puissant outil de calcul numérique et il possède des fonctions et interfaces interactives de visualisation graphique en 2D et 3D, d’Audio, et de Vidéo, très avancées. Ses « packages », ses « MathApps », et ses « Tuteurs » lui permettent d’aborder, illustrer, conjecturer, démontrer et comprendre plusieurs concepts mathématiques.

L’environnement **MAPLE** pourra être complété par un dispositif d’évaluation **Möbius Assessment** et un dispositif de création de cours en ligne **Möbius Courseware** dans lesquels la construction de parcours pédagogiques, de questions éventuellement aléatoires, de différents types, constituent une vraie valeur ajoutée pour l’apprenant. **Möbius Assessment** et **Möbius Courseware** collent parfaitement avec l’idée du dispositif RCD (Remédiation, Consolidation, Dépassement) valorisée dans le Pacte pour un Enseignement d’Excellence. Ils pourront également être des outils performants pour la pratique de pédagogies nouvelles dont les classes inversées sont un exemple.

Maple réunit donc toutes les qualités pour expérimenter les mathématiques, c’est-à-dire pour aborder cette discipline d’une manière originale, stimulante, vivante et propice aux découvertes et aux intuitions.

L’apprentissage de Maple est rapide et l’aide en ligne comme les tutoriels, accessibles en permanence, dispensent quasiment de la lecture du manuel de l’utilisateur.

Cas d’étude : Séquence d’apprentissage de l’optimisation dans l’environnement MAPLE

Le travail avec le logiciel change fondamentalement l’apprentissage de l’optimisation, notion abordée comme application des dérivées en fin de cycle secondaire. Maple en facilite la compréhension, l’enrichit en reliant les différents aspects. Il peut être un levier de motivation pour les apprenants par :

- L’aspect ludique de la manipulation d’objets mobiles,
- La facilité de l’encodage qui s’opère avec une écriture naturelle intuitive,
- Le confort pratique des manipulations mathématiques avec les ‘mathématiques cliquables’: un clic droit sur l’expression permet d’explorer ses aspects numériques, algébriques, et graphiques.
- La possibilté de vérifier un résultat, de détailler un concept grâce à l’outil ‘Tuteurs’,
- La possibilité de s’auto-évaluer avec des retours constructifs sur les erreurs grâce au Maple TA.

I-Les problèmes choisis :

Une vingtaine de problèmes variés parcourant l’ensemble de la thématique ont été choisis. Ils sont accessibles à l’adresse suivante :

https://maple.cloud#doc=5083053287276544&key=A002D-8198CE04EF19A281A5D1C717A1E752985D1CFD849F6BC¬B33A50BEA9971F

On y trouve les fichiers sources Maple associés.

J’ai choisi le problème suivant comme fil conducteur :

« Quelles sont les dimensions du cylindre de volume maximal que nous pouvons inscrire dans une sphère de rayon 4 ? »

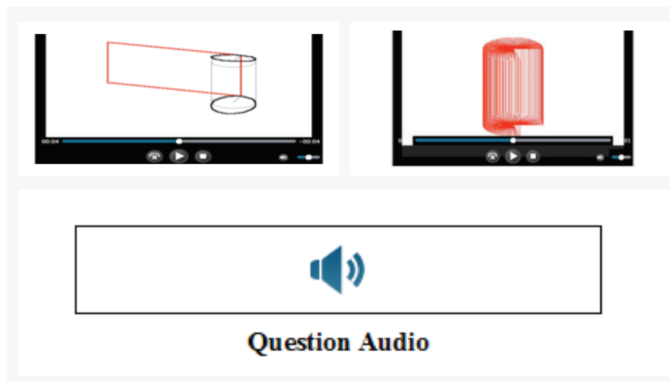
II-Proposition de déroulement de la séquence :

Loin d’être figée, la structure proposée vise une exploration pédagogique des différents environnements du logiciel . Une vidéo illustrant ce travail est accessible via le lien : https://fr.maplesoft.com/products/maple/demo/player/2018/OptimisationavecMaple.aspx

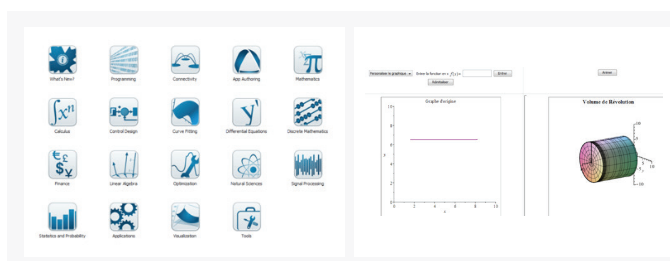
1.Travail préliminaire :

On pourra effectuer ce travail en distanciel et/ou en présentiel selon le schéma suivant :

- Travailler en suivant des consignes vocales autour des propriétés géométriques basiques du cylindre (Patron, Rotation d’un rectangle autour de l’un de ses côtés), pour en tirer les différentes formules (volume, surface,..).

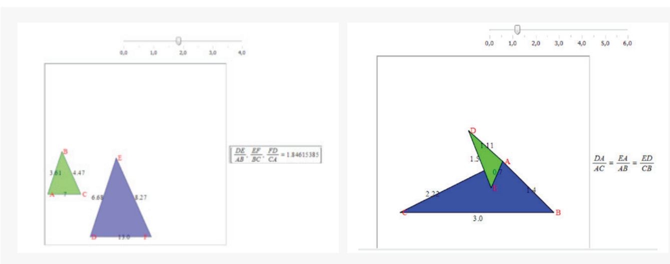


- Travailler d’une manière interactive autour de la notion de solide de révolution, générée par la rotation de la fonction constante autour de l’axe (renvoyer l’apprenant à la librairie des Math Apps). C’est l’occasion d’aborder en présentiel la notion de calcul intégral.
  A noter qu’agir sur le code pour changer la langue de l’interface de l’application est facilement réalisable.



- Dans le même ordre d’idée, renvoyer l’apprenant vers une autre application reliant les deux figures du problème. Approcher d’une manière interactive le volume d’une sphère par des cylindres, est une occasion d’aborder, en présentiel des notions telles que les limites et la convergence de suites.

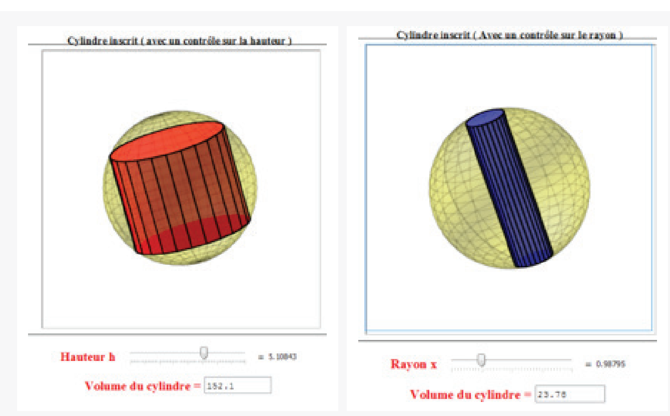
- De manière interactive, rappeler quelques propriétés géométriques (les triangles semblables, par exemple, sont souvent utilisés dans les problèmes d’optimisation).



2. Résolution du problème

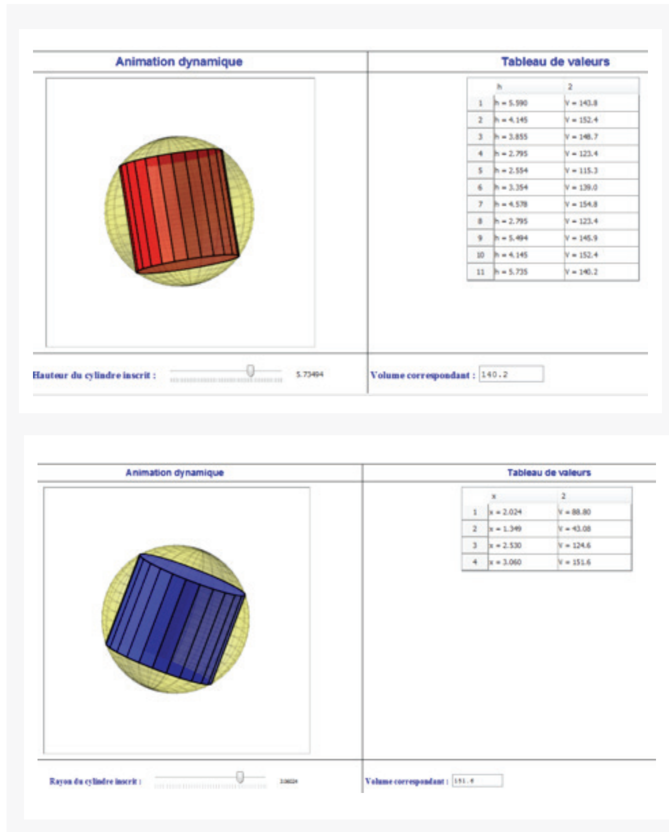
a. Animation dynamique

Créer plusieurs figures mobiles en 3D , contrôlées par les différentes variables du problème (la hauteur et le rayon du cylindre dans notre cas), peuvent améliorer la perception spatiale de ces représentations.



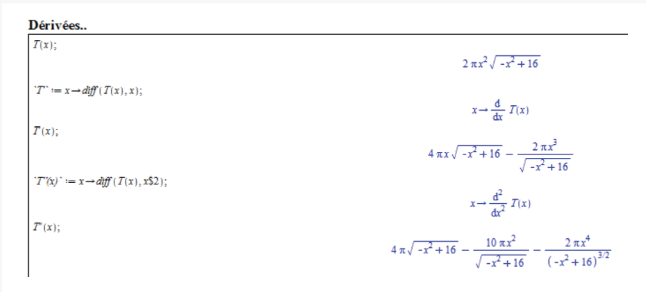
b. Tâtonnement

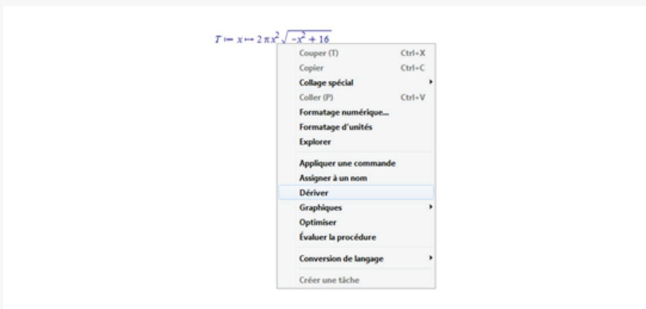
Associer les figures dynamiques à un tableau de valeurs. En contrôlant d’une manière interactive les variables du problème, l’apprenant est dans la capacité d’approcher numériquement la solution optimale.

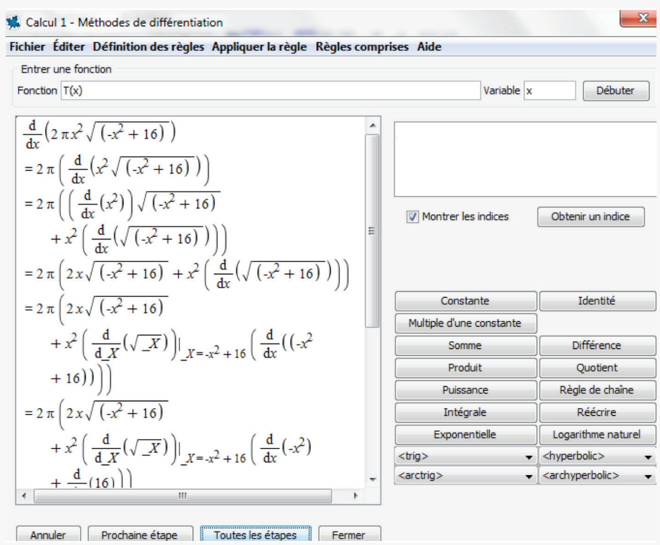


c. Développement analytique

L’analyse complète de la ou des fonction(s) d’optimisation (domaine de définition, dérivées, monotonie, points remarquables, courbe) est possible, quelle que soit la forme de la fonction, soit en appelant les commandes Maple (pour l’apprenant familier avec le logiciel), soit par le processus intuitif des mathématiques cliquables (pour l’apprenant néophyte). L’outil ‘Tuteurs’ permet de vérifier ses différents résultats en toute autonomie.







Par exemple, le choix d'agir sur le rayon du cylindre génère la fonction d'optimisation suivante :

$$x \to 2\pi x^2\sqrt{-x^2+16}$$

A ce stade du développement, un regard critique sur les approches existantes qui utilisent d'autres logiciels s'impose. En effet, devant des situations similaires, la plupart des manuels et documents d'accompagnements pédagogiques stoppent l'exploration ! Voici quelques exemples de passages croisés :

Notons *f(h)* la longueur totale des tuyaux, avec $h \in [0, H]$

$$f(h) = h + 2 \cdot \sqrt{(H-h)^2 + \frac{l^2}{4}}.$$

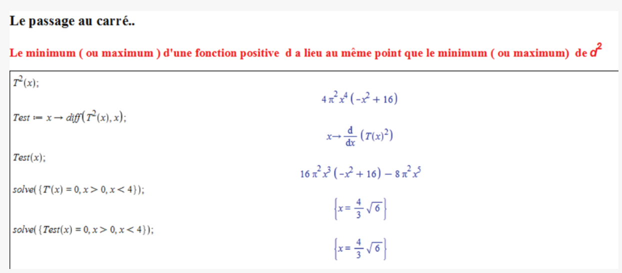
Vérifier analytiquement qu'il s'agit d'un minimum est une tâche ardue. Mais les graphiques obtenus par les élèves nous indiquent qu'il s'agit bien d'un minimum.

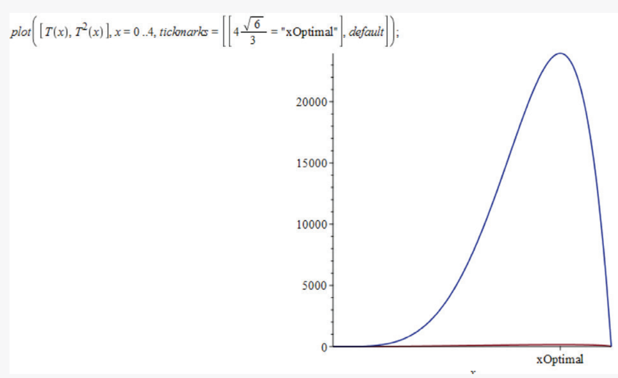
Le volume s'écrit donc comme fonction de la seule variable x

$$V(x) = \frac{1}{3}x^2 \cdot \frac{1}{2x}\sqrt{400 - x^4} = \frac{x\sqrt{400-x^4}}{6}.$$

Comme pour le problème 2, le calcul de la dérivée seconde est ardu, mais le graphique de volume montre qu'il y a bien un maximum.

Plusieurs pistes alternatives facilement explorables avec MAPLE sont possibles. Par exemple, élever la fonction au carré et vérifier graphiquement et analytiquement que son maximum a lieu au même point que le maximum de sa fonction d'origine en est une belle illustration...

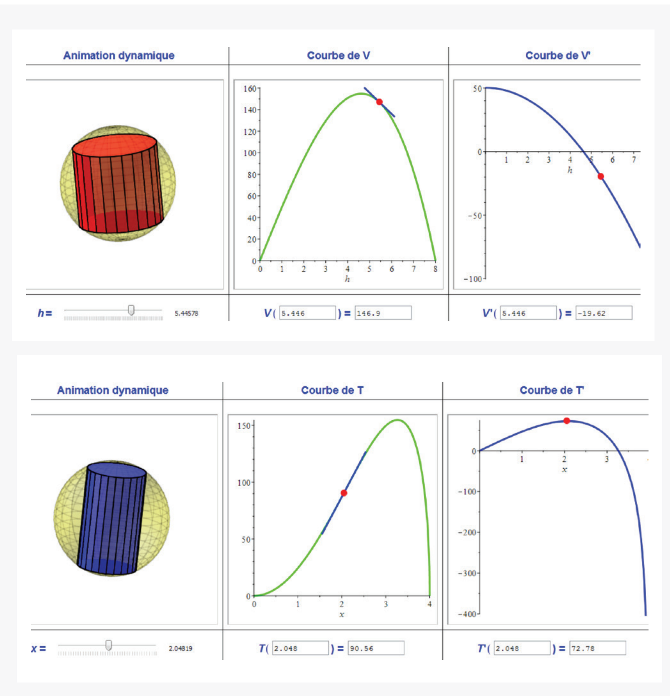


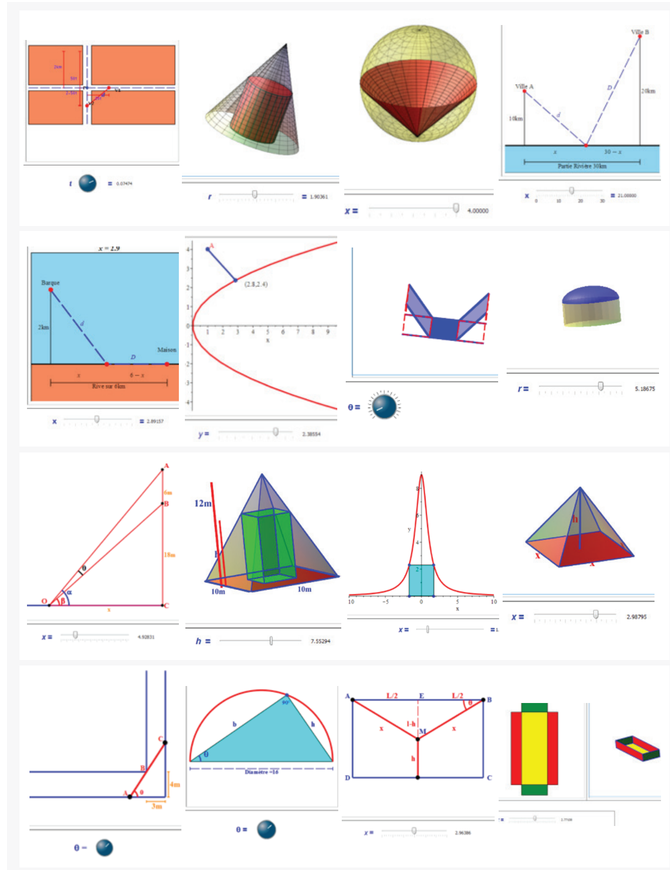


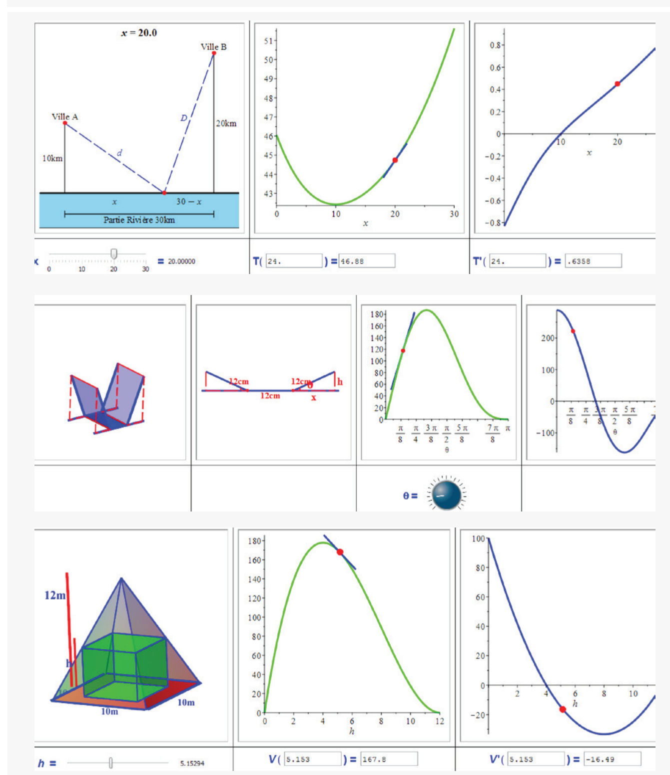
d. Synthèse visuelle

Le graphe d'une fonction est souvent perçu comme un objet statique et son lien avec un phénomène n'est pas toujours facile à établir pour l'apprenant. La panoplie de composants interactifs Maple permet d'agir interactivement sur les différentes variables du problème pour illustrer simultanément plusieurs notions : La tangente (au niveau de la fonction), le signe (au niveau de la première dérivée) et la concavité (au niveau de la dérivée seconde).

composants interactifs Maple permet d'agir interactivement sur les différentes variables du problème pour illustrer simultanément plusieurs notions : La tangente (au niveau de la fonction), le signe (au niveau de la première dérivée) et la concavité (au niveau de la dérivée seconde).







III- Pour finir.. Möbius Courseware

Travailler d'une manière autonome l'ensemble des problèmes est nécessaire à l'apprenant pour la maîtrise de cette matière. Comme la plate-forme Möbius Courseware propose un environnement adapté à la construction de parcours pédagogiques dirigés et évaluables, on pourra donc aisément amener l'apprenant à construire lui-même toutes ces animations avec leurs synthèses visuelles.