

**Société Belge des Professeurs de
Mathématiques
d'expression française**



**Programmes de mathématiques de
l'enseignement secondaire durant la
période 1950 – 1968**

2019

Table des matières

Avant-propos	1
I Programmes de l'enseignement officiel	4
1 Degré inférieur	7
1.1 Considérations générales	
Directions méthodologiques	7
1.2 Classes de sixième (toutes sections)	10
1.2.1 Directions méthodologiques	10
1.2.2 Arithmétique	10
1.2.3 Géométrie	14
1.3 Programme	17
1.3.1 Arithmétique	17
1.3.2 Géométrie intuitive	18
1.4 Classes de cinquième (toutes sections)	19
1.4.1 Directions méthodologiques – Considérations générales	19
1.4.2 Arithmétique	19

1.4.3	Algèbre	21
1.4.4	Géométrie	22
1.5	Programme	26
1.5.1	Arithmétique et algèbre	26
1.5.2	Géométrie	27
1.6	Classes de quatrième (toutes sections)	28
1.6.1	Directions méthodologiques	28
1.6.2	Géométrie	28
1.6.3	Arithmétique	31
1.6.4	Algèbre	31
1.7	Programme	33
1.7.1	Arithmétique et algèbre	33
1.7.2	Géométrie	34
2	Degré supérieur	37
2.1	Directions méthodologiques – generalités	37
2.1.1	Arithmétique	41
2.1.2	Algèbre	41
2.1.3	Géométrie	45
2.1.4	Compléments de géométrie en section scientifique	47
2.1.5	Géométrie dans l'espace	48
2.1.6	Géométrie analytique	50
2.2	Programmes	52
2.2.1	Classes de troisième latin-mathématiques et scientifique	52
2.2.1.1	Arithmétique	52

Table des matières	v
2.2.1.2 Algèbre	53
2.2.1.3 Géométrie	55
2.2.1.4 Trigonométrie	57
2.2.2 Classes de secondes latin-mathématiques et scientifique	58
2.2.2.1 Arithmétique	58
2.2.2.2 Algèbre	58
2.2.2.3 Géométrie	59
2.2.2.4 Introduction à la géométrie analy- tique	61
2.2.2.5 Trigonométrie	62
2.2.3 Classes de première latin-mathématiques et scientifique	62
2.2.3.1 Arithmétique	62
2.2.3.2 Algèbre	63
2.2.3.3 Géométrie	63
2.2.3.4 Géométrie analytique	63

II Programmes de l'enseignement catholique 66

3 Introduction générale 69

3.1 Humanisme chrétien	69
3.2 Le nouveau programme	71
3.3 Nova et Vetera	76

4 Directives générales 83

4.1	L'Algèbre	83
4.2	La Trigonométrie	86
4.3	La Géométrie	86
4.4	Les géométries spéciales en humanités scientifiques	89
4.5	L'Arithmétique	90
5	Humanités scientifiques et latin-mathématiques	93
5.1	Sixième - première moyenne	93
5.1.1	Arithmétique	93
5.1.2	Géométrie intuitive	94
5.2	Cinquième - deuxième moyenne	95
5.2.1	Arithmétique	95
5.2.2	Algèbre	95
5.2.3	Géométrie	96
5.3	Quatrième - troisième moyenne	97
5.3.1	Arithmétique	97
5.3.2	Algèbre	97
5.3.3	Géométrie	98
5.4	Troisième	100
5.4.1	Algèbre	100
5.4.2	Géométrie	101
5.4.3	Trigonométrie	102
5.5	Seconde	103
5.5.1	Arithmétique	103
5.5.2	Compléments d'algèbre	104
5.5.3	Géométrie	105

5.5.4	Compléments de géométrie	106
5.5.5	Trigonométrie	106
5.6	Première	106
5.6.1	Arithmétique	106
5.6.2	Algèbre	107
5.6.3	Géométrie – Trigonométrie sphérique	107
5.6.4	Géométrie descriptive	107
5.6.5	Géométrie analytique	107

Avant-propos

Lorsque la seconde guerre mondiale se termina, le monde de l'enseignement, de tous les réseaux, se trouva aux prises avec des problèmes qui se profilaient dès la fin des années 30 mais avaient été mis au frigo, vu les circonstances. Et la guerre avait ajouté aux problèmes d'ordres pédagogique et organisationnel d'autres problèmes au moins aussi graves.

Sur le plan humain, il fallait compenser la disparition d'un certain nombre d'enseignants victimes de leur participation aux combats ou à la résistance.

Sur le plan pédagogique, le Ministère de l'Instruction Publique avait publié en 1936 un Plan d'études pour les écoles primaires qui encourageait les instituteurs à pratiquer avec leurs élèves la méthode des centres d'intérêt et l'étude du milieu par l'observation active. Les premières années d'application de ce plan d'études étaient encourageantes. Qu'en était-il ensuite advenu ?

D'autres changements pédagogiques étaient en cours. La première loi organique de l'enseignement technique avait été votée en 1934. Elle organisait — enfin — cet enseignement dont l'existence était récente. Il ne dépendait pas du Ministère de l'Education mais du Ministère des Affaires Économiques, ce qui indique dans quel esprit il avait été créé.

Avec le retour de la paix, une nouvelle génération d'enseignants encouragea les autorités administratives à remettre en cause les structures des enseignements et les programmes des cours. Par ailleurs, on constata un afflux considérable d'élèves dans l'enseignement secondaire. Dans tous les réseaux, les infrastructures existantes s'avéraient insuffisantes.

C'est dans ce contexte que le Ministre de l'Instruction Publique, institua en 1946 un Secrétariat à la réforme de l'enseignement moyen dont une des tâches fut de rédiger de nouveaux programmes, notamment en mathématiques, pour les écoles officielles. Les programmes en vigueur à cette époque dataient de 1929. Le Ministre demandait qu'ils tiennent désormais compte de la composante psychologique de l'enseignement. Ces nouveaux programmes furent introduits au fil des années 1951 – 1956.

L'enseignement catholique avait ses propres problèmes. À cette époque, il existait à peu près autant d'enseignements catholiques que de congrégations religieuses s'occupant d'enseignement. Chacune avait son personnel, ses inspecteurs, ses programmes. LE programme de mathématiques de l'enseignement catholique n'existait donc pas. D'aucuns souhaitaient unifier tout ce petit monde, mais, bien entendu, il y avait des résistances. Les évêques parvinrent néanmoins à mettre sur pied une Fédération Nationale de l'Enseignement Moyen Catholique qui publia en 1953 UN programme de cours pour les écoles ayant adhéré à cette fédération.

La SBPMef estime qu'il est bon que les professeurs de mathématiques d'aujourd'hui aient accès aux programmes de cours mis au point dans les années 1950 et restés en vigueur jusqu'en 1968, année de mise en application des programmes dits de mathématique moderne. Elle a donc réuni ces programmes en un seul volume. Afin de ne pas épaissir démesurément le fascicule, elle s'est néanmoins limitée aux programmes destinés aux sections d'humanités qui avaient les cours de mathématiques dits « forts ».

Pour clore cette introduction, mentionnons encore que le programme de l'enseignement catholique comporte aussi les grilles horaires des différentes sections, ainsi qu'un « Système-type » pour la répartition des devoirs à domicile et des examens, la quotation (sic) des examens, le minimum de points permettant le passage à une classe supérieure et le minimum de points requis pour être admis à un examen de passage.

Enfin, rappelons que jusqu'à la période dite de « l'enseignement rénové », c'est-à-dire jusqu'en 1970, les années scolaires de l'enseignement secondaire général étaient numérotées de 6 à 1 et non de 1 à 6.

Première partie

Programmes de l'enseignement officiel

MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE

Direction de l'Enseignement moyen

Instructions provisoires
concernant la réforme de l'enseignement moyen

MATHEMATIQUES

1. Degré inférieur

1.1 Considérations générales Directions méthodologiques

L'enseignement des mathématiques à l'athénée et à l'école moyenne, s'il est bien conçu, a une haute valeur formative. Sa valeur utilitaire n'est pas moins grande, si l'on considère la contribution que les mathématiques apportent à l'étude des autres sciences et le développement incessant de celles-ci.

Sans toutefois négliger l'importance du second objectif, la réforme en cours entend sauvegarder avant tout la vraie formation de l'esprit. Son but fondamental est de rendre le jeune humaniste apte à traiter objectivement et avec méthode toute question qu'il aura à résoudre, non seulement dans l'enseignement supérieur, accessible à une faible minorité, mais surtout dans la vie courante. Nous devons, en conséquence, éveiller son esprit critique et développer en lui les précieuses qualités d'analyse et de synthèse. Un bon enseignement mathématique doit être plus en profondeur qu'en surface et faire appel plus au jugement qu'à la mémoire. La somme des connaissances exigées ne peut sortir des limites raisonnables au détriment de la vraie formation. Il faut donc dépouiller notre programme de ce qu'il avait de trop livresque, et accorder une plus large part aux applications qui, seules, mettent en jeu d'une manière effective la

personnalité des élèves. Le choix de celles-ci sera du reste fait avec le plus grand discernement. Trop souvent le professeur n'obéit à aucune idée directrice dans leur dosage, dans leurs rapports immédiats avec la théorie récemment étudiée, dans leur gradation, dans leur adaptation à la vie pratique. Elles seront simples au début, afin de permettre à l'élève de concentrer suffisamment son esprit sur le fait mathématique nouveau qu'il s'agit d'appliquer.

Au sujet des méthodes, partant du fait que nos idées ont leur origine dans le domaine du concret, nous devons, dans l'acquisition de toute notion nouvelle, éviter de recourir immédiatement à l'abstraction. Au contraire, celle-ci sera précédée de considérations concrètes qui lui serviront d'introduction. Les notions abstraites seront d'autant mieux comprises qu'elles auront été assises sur des bases intuitives plus simples et plus solides. Le professeur s'apercevra du reste souvent de la nécessité de retremper dans le concret telle connaissance qu'il croyait définitivement acquise et fixée. Ces importantes recommandations s'appliquent spécialement au cycle inférieur, où l'intuition doit jouer un rôle de premier plan.

Au cours de ses leçons, le professeur évitera la méthode dogmatique. Celle-ci, en effet, fait un appel très restreint à l'activité de l'auditoire. Pour faire sortir celui-ci de son rôle purement passif, on aura recours à la méthode socratique qui, par une succession de questions bien ordonnées, éveille dans l'esprit des élèves les liens de dépendance existant entre les données et la conclusion, et les amène naturellement à découvrir le procédé qui conduit à la solution. Une telle façon de faire met dans la classe la vie indispensable ; elle renforce la confiance des élèves en eux-mêmes, stimule leur ardeur et aiguise leur sens de la recherche.

Le professeur aura soin également de dégager au fur et à mesure les principaux procédés de recherche, de les classer, de les comparer et de montrer que leur nombre est en définitive plutôt limité. L'élève acquerra ainsi la conviction que la solution d'une question

1.1. Considérations générales*Directions méthodologiques*9

de mathématiques, loin d'être l'effet d'un heureux hasard, n'est au contraire qu'une opération logique de l'esprit se rattachant aux procédés qui auront été mis en valeur. A l'occasion de la solution d'une même question par plusieurs méthodes, il y a lieu de confronter celles-ci au point de vue de l'élégance et du rendement.

Un bon enseignement des mathématiques doit aussi, sans attendre l'âge des classes supérieures, profiter de toutes les occasions pour imprégner l'esprit des élèves des importantes idées de symétrie et d'analogie.

Le maître aura recours aux récapitulations fréquentes, aux synthèses après chaque théorie, aux rapprochements entre théories similaires, Chaque leçon, du reste, doit être l'occasion de retours incessants sur la matière précédente. Il montrera également que les diverses branches des mathématiques ne doivent pas être séparées par des cloisons étanches, qu'elles se compénètrent et que leurs disciplines respectives s'aident mutuellement. La mémoire sera fortement soulagée si on lui donne des bases rationnelles solides, et les connaissances, groupées autour d'idées fondamentales, acquerront plus d'unité.

Enfin, les sciences mathématiques, en raison même de leur esprit de rigueur, demandent l'emploi d'un langage précis, Or, chacun s'accorde à déplorer l'inaptitude presque générale de nos élèves à exprimer correctement leur pensée, ainsi que l'indigence de leur vocabulaire. Ces graves défauts doivent être combattus avec énergie dès la sixième et la discipline mathématique peut participer très efficacement à cette lutte. Le maître éveillera donc le goût et le souci de la précision en exigeant le mot propre, des définitions et des énoncés corrects, des réponses sobres. claires et complètes. A ce propos, il est utile que les notions d'abord bien assimilées se retiennent sous forme de règles concrètes et précises, Mais il est bien entendu que le maître ne peut, dans leur énonciation, soumettre les

élèves à un automatisme rigide qui, ne s'adressant qu'à la mémoire, exclut tout concours du jugement.

Il leur laissera, au contraire, une certaine liberté d'expression, tout en exigeant l'exactitude mathématique et la correction de la forme.

1.2 Classes de sixième (toutes sections)

1.2.1 Directions méthodologiques

La tâche du professeur de mathématiques en sixième est particulièrement délicate. Elle consiste à reprendre les connaissances acquises à l'école primaire, à les classer, à les élargir en ouvrant graduellement la voie aux disciplines de l'enseignement moyen.

Le maître évitera de donner à son cours un caractère trop théorique et mettra surtout l'accent sur l'intuition et le calcul, tant écrit que mental : celui-ci doit du reste constituer, dans cette classe, le pivot de l'enseignement. Il procédera avec lenteur, en ayant soin de diviser les difficultés ; en outre, tout en restant simple, il ne sacrifiera jamais la rigueur. En principe, chaque théorie doit être éclairée par des applications et, dans le choix de celles-ci, on aura le souci constant de rapprocher l'école de la vie. Il ne faut pas non plus perdre de vue qu'on ne peut, en sixième, retenir trop longtemps l'attention des enfants sur un sujet déterminé. Le professeur veillera donc, dans le déroulement des leçons, à varier ses procédés d'enseignement. Il évitera notamment les longues leçons de théorie, qui engendrent fatalement la monotonie.

1.2.2 Arithmétique

L'étude de la numération se bornera à une connaissance pratique de la formation des nombres : la nécessité d'un système de numération sera justifiée intuitivement.

Au sujet des n°2 et 3 du programme, il y a lieu d'observer que l'enfant qui entre en sixième sait appliquer les règles des quatre opérations fondamentales sur les nombres entiers et les nombres décimaux. A l'école primaire, son attention a été attirée plutôt sur le résultat de l'opération que sur son mécanisme ; il appartiendra au professeur de sixième de revenir sur l'explication de ce mécanisme et d'en dégager les propriétés des opérations. Ces propriétés ayant été ainsi suggérées au moyen d'exemples concrets, on en donnera ensuite une explication intuitive et même une démonstration, si l'on juge celle-ci accessible aux élèves.

Pour éviter toute confusion, il n'est peut-être pas inutile de préciser quelles sont les propriétés à envisager :

Propriétés commutative et associative des sommes et des produits ;

Produit d'une somme et d'une différence par un nombre et inversement ;

Produit d'une somme par une somme ; produit d'un produit par un nombre et inversement ; produit d'un produit par un produit ;

Division d'une somme ou d'une différence par un nombre ; division d'un produit par un de ses facteurs et par un nombre qui divise un des facteurs ; division d'un produit par un produit.

Le professeur évitera de donner une théorie systématique des produits de facteurs. Chacune de ces propriétés sera immédiatement appliquée au calcul écrit et au calcul mental. Ce dernier occupera huit à dix minutes de chaque leçon d'arithmétique, sous la forme utilisée notamment en Hollande et appelée : « *Commando-rekenen* ». En principe, cette méthode consiste à faire exécuter mentalement par les élèves une suite d'opérations dont ils ne transcrivent que les résultats, les uns sous les autres, dans leur cahier ; les élèves additionnent ces résultats par écrit. Cette somme communiquée au professeur, permet à ce dernier d'en contrôler l'exactitude.

Ces exercices, à condition d'être bien conduits par le professeur, sont très profitables. Ils créent dans la classe un climat d'émulation et permettent un contrôle rapide des résultats. Ils sont surtout l'occasion de rappeler les propriétés appliquées. Ces recommandations s'inspirent d'un des buts essentiels assignés au cycle inférieur des humanités : faire acquérir aux élèves une technique suffisante du calcul arithmétique et du calcul algébrique afin que, libérés des entraves inhérentes à tout calcul laborieux, ils puissent aborder avec aisance les études plus abstraites du cycle supérieur.

L'étude des caractères de divisibilité se déduira de la considération d'une somme de deux termes dont l'un est divisible par le nombre considéré. La preuve par 9 de la multiplication sera donnée sans démonstration.

A propos du n°5, en se fondant sur la règle de division d'un produit par un produit, le professeur peut amener intuitivement les enfants à former un diviseur d'un nombre, puis les communs diviseurs de plusieurs nombres jusqu'au plus grand. Il tirera alors la règle de formation de celui-ci. Une marche analogue sera suivie pour le plus petit commun multiple.

Le professeur consacrera tous ses soins à l'étude des fractions. Il fera usage de celles-ci pendant toute l'année scolaire, notamment dans les différents genres de problèmes qu'il abordera ; cette remarque s'applique également aux nombres décimaux.

La résolution des problèmes doit évidemment s'échelonner sur les trois trimestres. L'explication de chaque genre nouveau se fera sur un énoncé débarrassé de toute complication supplémentaire et ne comportant que des nombres très simples. De cette façon, l'attention des élèves pourra être retenue presque exclusivement sur le mécanisme de la solution. C'est seulement lorsque le raisonnement aura été bien compris que le professeur greffera de légères complications, en veillant à ce que les élèves continuent à pouvoir distinguer l'idéemère du problème-type.

Il faut se garder surtout de faire étudier systématiquement les problèmes types et de considérer ceux-ci comme des modèles à suivre mécaniquement. Cet automatisme est nuisible à la formation des élèves. Ceux-ci sont trop souvent enclins à commencer immédiatement les calculs, négligeant d'envisager tout d'abord le processus de la solution. Aussi devront-ils être initiés à la recherche par des travaux dirigés à raison d'une heure par semaine.

Les énoncés des problèmes doivent s'inspirer des réalités économiques des milieux local, régional et national. Le professeur devra profiter de l'occasion pour préciser et étendre les connaissances des élèves sur les sujets pratiques traités : tares, bonifications, pourcentages, intérêt, paiements au comptant et à terme. escompte, mélanges, etc. Ainsi, par exemple, à propos des paiements au comptant et à terme, il donnera des explications simples sur l'usage du chèque, du virement, de la lettre de change et du billet à ordre ; il ne manquera pas de montrer quelques documents originaux. De même, les problèmes d'escompte seront accompagnés de notions élémentaires sur la négociation d'un effet de commerce.

Le système métrique, notamment, peut donner lieu à des applications aussi variées qu'utiles pour la formation générale des enfants : mesure pratique d'une aire au moyen de la chaîne, avec notions élémentaires d'arpentage ; détermination d'une distance à l'aide de la carte ; mesure de l'aire et du volume d'un solide construit par les élèves ; problèmes sur les poids spécifiques ; problèmes simples sur le mouvement uniforme, sur les déplacements dans le même sens ou en sens contraire, etc. Ces derniers problèmes ne peuvent manquer d'intéresser vivement les élèves s'ils portent sur des questions telles que le déplacement d'avions, de trains, etc. Il est utile de signaler que, pour ces genres de problèmes, une représentation schématique de l'énoncé simpose au nom des méthodes intuitives.

Le professeur ne puisera du reste pas les énoncés exclusivement dans les livres. Il en constituera d'après les ressources fournies par le

milieu et l'époque, et fera appel au concours des élèves en utilisant les matériaux et les renseignements qu'ils auront recherchés.

Au cours de la résolution de ces différentes questions, il est nécessaire de leur faire acquérir des habitudes d'ordre dans la disposition de leurs calculs et « self-control » au sujet des résultats obtenus. Un bon enseignement, du reste, réclame un appel permanent au bon sens et à la raison.

Trop souvent, on abuse de la méthode de réduction à l'unité, et son application prend alors un caractère routinier complètement opposé au but formateur des mathématiques. Quand on le peut, il faut recourir à d'autres procédés, moins lourds, plus expéditifs, et qui s'adressent plus directement à l'intelligence.

Enfin, dans l'indication de la mesure d'une aire ou d'un volume, il y a lieu d'uniformiser les notations et la terminologie. Des instructions ultérieures fourniront à ce sujet des indications complémentaires.

Nous avons l'intime conviction que si les professeurs de sixième mettent leur compétence au service de méthodes bien adaptées au niveau psychologique et intellectuel des enfants de douze ans, ils auront atteint un objectif fondamental : ouvrir la voie à l'étude d'une branche des mathématiques singulièrement délaissée de nos jours et qui constitue cependant la base de toutes les autres.

1.2.3 Géométrie

L'étude des notions de géométrie en sixième doit être essentiellement intuitive et pratique. Elle doit tendre à développer l'esprit d'observation et servir en même temps d'introduction à la géométrie démontrée.

Il faut savoir amener l'élève à observer dans son milieu les figures planes et les figures de l'espace qui l'entourent, lui en donner ensuite une connaissance aussi complète et aussi multiple que possible en

les lui faisant manier et, mieux encore, en les lui faisant construire, soit en vraie grandeur, soit à une échelle donnée⁽¹⁾

En même temps, le professeur fera dégager graduellement les notions théoriques contenues dans le programme et qui doivent servir de base à la géométrie *axiomatique*. S'il y met de la bonne volonté, il trouvera, dans l'étude de chaque forme, matière à des suggestions et à des recherches intéressantes pour les élèves. Ces leçons doivent être vivantes : elles doivent mettre à contribution l'activité intellectuelle des enfants, éveiller leurs réactions et développer leur imagination. Elles doivent être dépourvues de tout dogmatisme. Le maître remarquera le parallélisme qui préside à la distribution de la matière des n°2, 3 et 5 de cette géométrie intuitive. Il s'en inspirera pour faire d'utiles rapprochements et mettre de l'ordre dans les idées des élèves.

En principe, toutes les notions de comparaison, de mesure, de somme et différence contenues dans ces trois numéros doivent avoir une base concrète. Dans l'étude des angles en particulier, l'élève disposera de modèles en carton qui lui permettront de réaliser les opérations de comparaison, de coïncidence et de rapprochement dont la description dans les manuels ne s'adresse qu'à son imagination trop inexperte encore. L'étude analogue pour les arcs pourra se faire au moyen de bouts de fil de fer courbés suivant le même rayon. L'étude, du n°5 devra conduire, en outre à un usage raisonné du rapporteur.

L'acquisition de toutes ces notions doit être accompagnée d'applications faisant appel au calcul et au dessin.

Exemples — Faire vérifier une règle ; tracer deux segments dont on donne la somme et la différence en centimètres et liés par une

1. Ce caractère constructif donné à l'enseignement de la géométrie, tout en familiarisant peu à peu les élèves avec les propriétés des figures, les met à même de se servir habilement des instruments de dessin : règle, équerre, fausse équerre, compas et rapporteur.

relation simple ; faire vérifier sur plusieurs triangles que la somme des angles vaut deux droits ; faire vérifier la propriété des angles à la base d'un triangle isocèle par pliage, élever ou abaisser la perpendiculaire d'un point à une droite ; faire vérifier une équerre ; faire vérifier la propriété de tout point de la médiatrice d'un segment ; par pliage, vérifier que les médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point O et faire constater la propriété de ce point ; faire trouver le lieu des points distants d'une droite d'un nombre donné de centimètres ; faire trouver un point distant de longueurs données de deux droites données ; faire découvrir le lieu des points équidistants de deux droites données ; faire construire quelques angles remarquables, sans l'aide d'un rapporteur : 45° , 60° , 30° ; faire calculer les angles d'un triangle isocèle dont l'un est donné ; faire calculer la valeur des angles d'un triangle équilatéral, etc.

Le professeur fera aussi exécuter, sur le développement des solides, des applications qui sortent naturellement du cadre du cycle primaire et qu'il est utile d'associer à l'enseignement du système métrique.

Exemple — Faire construire une boîte dont on donne la surface totale, la surface latérale et une dimension.

Le professeur fera aussi acquérir à ses élèves, par le moyen de l'intuition, des notions géométriques importantes telles que la similitude, la symétrie, la génération d'une ligne par le mouvement d'un point, d'une surface par le mouvement d'une ligne, d'un solide par le mouvement d'une surface, etc.

Ainsi, par exemple, à l'occasion de la reproduction, à une échelle donnée, de surfaces et de solides, il est aisé de faire naître dans leur esprit l'idée de similitude, l'expression « rapport de similitude » étant remplacée par l'échelle. Le calcul des aires et des volumes des figures ainsi construites permettra également de faire vérifier la propriété du rapport des aires ou des volumes de deux figures semblables. Partant de là, et y associant des problèmes d'arithmé-

tique, on trouvera matière à des applications très intéressantes et très formatives.

De même, le maître fera constater les symétries du carré, du rectangle, du cube. du cercle, de la sphère. Il attirera également l'attention des élèves sur le nombre d'arêtes et de faces des solides étudiés, sur leur disposition autour d'un sommet et sur les différentes manières de grouper ces éléments. Afin d'éviter une perte de temps considérable, le cours de géométrie constructive sera mis en rapport avec les cours de dessin et de travaux manuels. Des instructions ultérieures fixeront les modalités de cette coordination.

1.3 Programme

1.3.1 Arithmétique

1. Numération des nombres entiers.
2. Addition, soustraction et multiplication des nombres entiers ; propriétés et formules littérales traduisant ces propriétés. Produit de plusieurs facteurs ; propriétés. Application au calcul rapide et au calcul mental.
3. Puissances. Table des carrés parfaits ; son utilisation pour la recherche de quelques racines carrées.
4. Division des nombres entiers ; révision des règles ; constatation des relations fondamentales ($a = bq + r, : r < b$). Propriétés.
5. Caractères de divisibilité par 10, 100, 1000 ... ; 2 et 5 ; 4 et 25 ; 8 et 125 ; 9 et 3. Preuve par 9 de la multiplication.
6. Règles pratiques pour la décomposition d'un nombre en facteurs premiers et pour la recherche du p.g.c.d. et du p.p.c.m. de deux ou de plusieurs nombres.
7. Fractions ordinaires : définitions, fractions égales ou inégales ; simplification des fractions ; réduction au même dénomina-

teur ; comparaison des fractions ; applications. Opérations sur les fractions.

8. Nombres décimaux : définitions et opérations. Application au calcul rapide et au calcul mental (par exemple. à la multiplication et à la division par 5, 25, 50... ; 0,5 ; 0,05...)
9. Moyenne arithmétique.
10. Revision des bases du système métrique. Problèmes relatifs au calcul de longueurs, d'aires et de volumes.
11. Problèmes simples et concrets empruntés à la vie quotidienne,

1.3.2 Géométrie intuitive

Reproduction en vraie grandeur ou à échelle donnée de figures géométriques concrètes (carrés, rectangles. parallélogrammes, losanges, triangles. circonférences, cubes, parallélépipèdes, tétraèdres, cylindres, cônes, sphères, etc.)

Etude du rectangle, du cube. du cylindre. A l'occasion de cet enseignement, on dégagera les notions suivantes :

1. Solide-volume, surface-aire, ligne-longueur, point.
2. Ligne droite, demi-droite, segment de droite, comparaison des segments, milieu d'un segment, somme et différence de segments, mesure d'un segment. Plan.
3. Angle, comparaison des angles, bissectrice, angles adjacents, somme et différence d'angles, angle plat, angle convexe et angle concave, angle droit, angle aigu et angle obtus, angles complémentaires et supplémentaires. Mesure d'un angle. Division de l'angle droit en 90 degrés.
4. Médiatrice d'un segment.
5. Circonférence : circonférences égales : arcs, comparaison des arcs de circonférences égales. somme et différence d'arcs de

circonférences égales ; angle au centre et arc correspondant ; mesure d'un arc, quadrant, degré d'arc, usage du rapporteur.

1.4 Classes de cinquième (toutes sections)

1.4.1 Directions méthodologiques – Considérations générales

C'est au professeur de cinquième qu'est confiée la tâche délicate de ménager la transition du concret à l'abstrait. Dans cette classe, en effet, le calcul numérique évolue vers le calcul algébrique. alors qu'en géométrie. la méthode déductive se substitue progressivement à la vérification expérimentale- des propriétés des figures.

De cette difficile initiation dépend, pour une bonne part. la formation mathématique tout entière de nos élèves.

Il incombe également au professeur d'assurer la coordination indispensable entre les différentes branches des mathématiques, notamment entre l'algèbre et l'arithmétique ainsi qu'entre les mathématiques et les autres branches,

1.4.2 Arithmétique

En sixième, et parfois à l'école primaire, les enfants ont déjà utilisé des formules pour exprimer des mesures d'aires et de volumes, pour calculer l'intérêt et pour traduire des propriétés simples. Ces expressions littérales apparaissent alors comme une économie de langage et d'écriture. Ce n'est qu'à partir de la cinquième qu'on emploie, d'une manière systématique des lettres pour représenter les nombres.

L'initiation au symbolisme littéral requiert quelques précautions. On n'obtiendra de bons résultats qu'en tenant compte du

sens inné du concret chez l'enfant et en introduisant intuitivement les démonstrations générales par des vérifications dans des cas numériques. Il est conseillé de placer ces deux développements vis-à-vis l'un de l'autre, Ainsi, le concret éclairant l'abstrait, le jeune élève se familiarisera mieux avec l'esprit de la représentation littérale. Par exemple, les propriétés des égalités peuvent être saisies aisément par intuition et offrent une excellente occasion d'appliquer les considérations précédentes.

De même, les premières notions sur les inégalités porteront uniquement sur les inégalités numériques déduites d'une inégalité ou de plusieurs inégalités de même sens et s'étendront à leur expression littérale.

Il est superflu de signaler que l'étude des puissances doit être précédée d'une révision soignée des propriétés des produits de facteurs. Dans ce chapitre, on établira le carré de la somme et de la différence de deux nombres ainsi que le produit de la somme de deux nombres par leur différence. L'importante théorie des produits et des puissances sera, en algèbre, intimement associée à la notion de monôme.

Dans l'étude des fractions généralisées, on se limitera au strict minimum, c'est-à-dire à la définition et à la propriété fondamentale. On admettra, sans démonstration, que les propriétés des opérations sur les fractions ordinaires s'appliquent aux fractions généralisées. Le temps ainsi gagné sera consacré à de nombreux exercices.

Le cinquième point du programme traite des deux systèmes de relations fondamentales de la division de deux nombres entiers ; la démonstration de leur équivalence est reportée en quatrième. Pour que les élèves aient une vision claire du sens de ces relations, il est recommandé d'en faire l'interprétation graphique par la représentation, sur un axe, de D et des multiples du diviseur. On se bornera à une explication intuitive de l'algorithme de la division.

Une place prépondérante reste réservée en cinquième au calcul numérique, spécialement sous forme de calcul mental. Le professeur saisira toute occasion d'entraîner ses élèves à cet exercice. C'est pourquoi le choix des applications numériques doit être judicieux.

Comme en sixième, on doit résoudre des problèmes pendant toute la durée de l'année. Les autres indications données à ce sujet sont également valables pour la cinquième. Insistons cependant sur l'opportunité de choisir des nombres simples comme données numériques afin de rester dans le domaine de la vie courante et d'éviter les calculs trop longs.

Avant la recherche de la solution exacte, il est bon parfois d'arrondir les données pour permettre aux élèves de prévoir mentalement l'ordre de grandeur du résultat. On les habitue à contrôler la vraisemblance de leurs réponses.

1.4.3 Algèbre

On introduira le cours d'algèbre par la résolution de problèmes simples conduisant à une équation linéaire à une inconnue. En traitant quelques-uns de ces problèmes simultanément par l'algèbre et par l'arithmétique, on fera ressortir combien, de ces deux méthodes, la première est la plus aisée, la plus générale et la plus puissante.

En principe, le professeur peut choisir la voie qui lui convient pour l'introduction de la notion du nombre algébrique.

Il nous paraît cependant recommandable de partir de la considération de grandeurs mesurables dans les deux sens : gain et perte, altitude par rapport au niveau de la mer, température, etc.

De la sorte, on ne manquera pas d'exemples concrets permettant de justifier les règles des opérations sur les nombres qualifiés.

En établissant l'échelle de grandeur des nombres relatifs, il faut insister sur le rôle de zéro et la définition des nombres opposés si

utiles pour la soustraction et si souvent confondus par les élèves avec les nombres inverses.

Il faut signaler aussi les divers rôles que peut remplir le signe – (moins) placé devant un nombre : il peut servir de signe fonctionnel. de signe opératoire ou encore indiquer la présence du facteur -1 .

Il est indispensable que les élèves acquièrent une grande habileté dans le maniement du calcul algébrique en même temps que de rigoureuses habitudes d'ordre dans son écriture et dans le déroulement de ses opérations,

Toutefois, les exercices portant sur les formes trop compliquées doivent être rejetés.

De la sorte, dans les questions qu'ils auront à traiter ultérieurement, le calcul ne constituera plus qu'un obstacle secondaire et ils pourront concentrer toute leur attention sur les autres difficultés.

1.4.4 Géométrie

En sixième, le cours de géométrie a pour objectif de donner aux élèves, en collaboration avec le cours de dessin et de travaux manuels, une connaissance intuitive des figures les plus usuelles du plan et de l'espace. Ce but est atteint par la reproduction de ces figures en vraie grandeur ou à l'échelle donnée, l'analyse de leurs éléments et la vérification de certaines de leurs propriétés par des procédés actifs tels que pliage et mesurages. Parallèlement, on dégage les notions préliminaires de la géométrie.

Le cours de cinquième aborde dans le même esprit la construction et l'étude de nouvelles figures plus compliquées mais tout aussi répandues dans la vie courante. Cette partie du programme, jointe à la révision du cours de sixième, fournira l'occasion de reprendre les notions générales, de les fixer et de les élargir tout en introduisant déjà des démonstrations simples comme celles de l'égalité des angles

opposés par le sommet et de la perpendicularité des bissectrices de deux angles adjacents supplémentaires.

C'est en effet en cinquième que la méthode déductive fait son apparition, Progressivement, elle prendra le pas sur les méthodes intuitives et expérimentales pour devenir finalement la voie normale des acquisitions en géométrie.

Mais il y a lieu de faire, au sujet de son application, des réserves et des recommandations valables aussi pour la plupart, en quatrième.

On évitera la démonstration de propositions dont l'énoncé paraît aux élèves d'une évidence telle qu'ils ne sentent pas le besoin d'une justification. (Citons par exemple le théorème d'existence de la perpendiculaire menée d'un point à une droite, celui de l'unité de la bissectrice d'un angle, etc). La nécessité d'établir des propriétés qui leur paraissent évidentes rebute les débutants et est pour eux une source de désillusions. On attendra que leur formation leur permette d'apercevoir que de telles propositions ne sont pas logiquement évidentes et qu'une démonstration s'impose.

Le temps gagné de la sorte permettra d'entamer rapidement l'étude du triangle, domaine plus concret et plus fertile en applications intéressantes.

L'enseignement des vérités géométriques ne peut avoir un caractère sèchement axiomatique et abstrait. Il doit se rattacher au monde sensible, prendre comme point de départ l'intuition et l'observation. C'est pourquoi l'étude de la géométrie constructive sera, pour un maître avisé, un précieux auxiliaire. Par exemple, en proposant à ses élèves de reproduire en vraie grandeur un triangle donné, il leur fera découvrir les éléments qui sont « suffisants » pour résoudre ce problème. Il créera ainsi l'illusion encourageante de leur avoir fait découvrir les cas d'égalité des triangles. Après cela, seulement, interviendra la démonstration classique.

A propos de la notion d'égalité de deux figures, il est utile de distinguer l'égalité directe de l'égalité inverse en partant de figures très simples telles que lettres d'imprimerie, etc.

De même, on ne manquera pas de faire appel aux figures de l'espace mentionnées au programme pour illustrer les matières enseignées, compléter certains développements et élargir ainsi l'horizon des élèves sur le simple plan de l'observation. Par exemple, les figures formées de deux droites sécantes ou parallèles appellent, en complément, le système de deux droites gauches qu'on repérera sur les solides étudiés. Des sections planes établiront également qu'on peut, à partir de ces solides, obtenir les figures rencontrées dans le cours théorique.

Le professeur n'oubliera pas qu'il ne peut agir efficacement sur les élèves s'il n'éveille leur intérêt. Aussi, l'enseignement de la géométrie doit-il être placé, avant tout, sous le signe de l'invention, de la recherche, et stimuler la curiosité des enfants par le passage actif du connu à l'inconnu.

Une démonstration ne s'expose pas ; elle doit constituer pour la classe un exercice de découverte.

Il semble que l'énoncé préalable des conclusions allège généralement la tâche des débutants. Il appartient au maître de les mettre sur le chemin de la démonstration par un usage habile de la mise en action de leurs facultés d'observation et de raisonnement.

Mais ce procédé ne doit pas retenir exclusivement l'attention du professeur. Quand la question traitée s'y prête, il partira d'une figure sur laquelle les hypothèses se traduisent nettement, en dirigera l'analyse, coordonnera progressivement les résultats acquis, pour finalement parvenir à la conclusion. Il fera alors dégager l'énoncé de la nouvelle proposition par les élèves eux-mêmes. C'est une méthode très efficace pour les habituer à observer et à poser correctement des conclusions.

Ainsi conduite, cette initiation à la méthode déductive convaincra les débutants que la démonstration est une opération naturelle de l'esprit. Ils ne s'efforceront plus de la retenir mot à mot, mais bien de la rétablir à partir d'un minimum d'idées confiées à la mémoire et assises sur une base rationnelle.

Le professeur évitera de grouper inutilement les définitions : il vaut mieux les introduire au fur et à mesure des besoins. Il exigera des élèves des énoncés rigoureux et précis. De la sorte, il éveillera chez eux le souci constant du terme propre et de la correction du langage.

Le programme de cinquième traite plus spécialement des propriétés des triangles et des quadrilatères. Néanmoins, les théorèmes établis conduiront souvent à des corollaires relatifs à la circonférence. S'il le désire, le professeur peut développer les points tels que : cordes égales d'une circonférence, circonférence passant par deux points, circonférence passant par trois points, médiatrice d'une corde, positions relatives d'une droite et d'une circonférence, circonférence inscrite dans un triangle. etc.

La notion de symétrie par rapport à une droite et à un point, déjà abordée en sixième, sera reprise et appliquée chaque fois que l'occasion s'en présentera. Dans cet ordre d'idées, le professeur ne manquera pas de grouper les figures qui dérivent l'une de l'autre par symétrie : par exemple, le triangle rectangle, le triangle isocèle et le losange. La démonstration de leurs propriétés en sera considérablement simplifiée. Il insistera sur la liaison qui existe entre le rectangle et le triangle rectangle. Pour ce dernier, il fixera soigneusement la propriété fondamentale de la médiane correspondant à l'hypoténuse et la propriété diamétrale de celle-ci.

Enfin, le développement du cours de géométrie en cinquième se complétera par la résolution de nombreuses applications. La maîtrise du professeur apparaîtra dans son habileté à dégager les principes généraux des méthodes de résolution. Comme couronnement,

il intéressera les élèves à quelques constructions simples en faisant appel aux lieux géométriques fondamentaux rencontrés jusque là : médiatrice d'un segment, bissectrice d'un angle, circonférence, couple de droites parallèles à une droite donnée à une distance donnée. Les tracés de l'ellipse et de la parabole qui figurent au programme se rattacheront à l'étude des lieux géométriques. Il est bon que l'élève groupe ses notes sur les lieux géométriques. Ceux-ci, quoique traités séparément, formeront ainsi un ensemble très utile à étudier sous forme récapitulative.

Nous insistons tout spécialement sur la nécessité d'une collaboration sincère et totale entre les professeurs de travaux manuels et de mathématiques. Le succès de l'initiation à la géométrie en dépend.

1.5 Programme

1.5.1 Arithmétique et algèbre

1. Arithmétique.

1. Egalités : propriétés. Notions sur les inégalités.
2. Revision des propriétés relatives aux opérations fondamentales sur les nombres entiers. Extension de ces propriétés aux fractions : leur expression littérale.
3. Puissances d'un nombre. Opérations. Expression littérale des règles de calcul.
4. Fractions généralisées : transformation en fractions ordinaires. Calcul d'expressions où interviennent des fractions généralisées
5. Quotient de deux nombres entiers à moins d'une unité près. Définitions. Les deux systèmes de relations fondamentales. Explication intuitive des règles de la division.

6. Quotient approché de deux nombres à moins d'une unité décimale près.
7. Exercices de calcul mental. Opérations sur les nombres qui expriment des mesures d'angles, d'arcs et de temps. Méthode des hypothèses et méthode rétrograde. Mélanges et alliages : intérêt simple et escompte. Problèmes empruntés aux autres cours et à la vie courante. Usage de diagrammes.

2. Algèbre,

1. Problèmes simples conduisant à des équations numériques du premier degré à une inconnue.
2. Nombres relatifs. Opérations : règles et propriétés fondamentales. Comparaison des nombres relatifs. Echelle des nombres. Fractions algébriques.
3. Expressions algébriques. Valeur numérique. Addition, soustraction et multiplication des monômes et des polynômes. Produits remarquables. Division d'un monôme et d'un polynôme par un monôme.

1.5.2 Géométrie

Reproduction en vraie grandeur ou à l'échelle donnée de figures géométriques telles que : polygones réguliers, ellipse, parabole, hélice, prismes réguliers, pyramides régulières, troncs de pyramide réguliers, cône et tronc de cône droits (à réaliser au cours de travail manuel).

Ces figures seront étudiées au cours de géométrie en ce qui concerne les points suivants : analyse de leurs éléments caractéristiques, de leurs propriétés et en particulier de leurs éléments de symétrie.

Pour les solides, faire ressortir les sections intéressantes, par exemple : section du cylindre par un plan quelconque, décomposition du cube en trois pyramides égales.

En liaison avec ce qui précède, on reverra, en les complétant. les notions théoriques acquises en sixième et on étudiera les points suivants : Cas d'égalité des triangles quelconques. Propriétés du triangle isocèle et du triangle équilatéral. Perpendiculaires et obliques. Cas d'égalité des triangles rectangles. Inégalités dans un triangle. Droites parallèles. Somme des angles d'un polygone convexe. Le quadrilatère et ses cas particuliers. Points remarquables d'un triangle. Premières notions sur les lieux géométriques.

1.6 Classes de quatrième (toutes sections)

1.6.1 Directions méthodologiques

1.6.2 Géométrie

Dans la classe de quatrième, le cours de géométrie, tout en continuant à faire appel à l'intuition, acquiert un caractère plus nettement rationnel. Les applications prennent de l'ampleur, se compliquent et exigent des élèves plus de réflexion et de sagacité.

Le professeur reverra les points principaux du programme de cinquième, notamment les lieux géométriques, en les éclairant d'aspects nouveaux et plus généraux.

L'étude de la circonférence conduit à de nouveaux lieux géométriques très importants :

- Lieu des points d'où l'on voit un segment de droite sous un angle donné (ensemble de deux arcs de cercle) ;
- Lieu des centres des circonférences vérifiant deux conditions : être tangentes à une droite ou à une circonférence et avoir un rayon donné ; être tangentes à une droite ou à un cercle en un point donné ; :

- Lieu des milieux des cordes de longueur donnée dans une circonférence donnée : lieu des milieux des cordes d'une circonférence passant par un point fixe, etc.

La connaissance d'un certain nombre de lieux élémentaires ouvre la voie aux problèmes de construction, notamment aux constructions de triangles et de circonférences. Dans ces questions, l'essentiel est la méthode employée. Il faut amener les élèves à procéder à une analyse attentive sur une figure tracée avec soin et faisant ressortir judicieusement les données du problème. La discussion des conditions de possibilité pourra déjà être envisagée si elle se ramène à envisager l'intersection d'une droite et d'une circonférence ou de deux circonférences.

On fera ressortir l'importance de l'étude des angles et des quadrilatères inscrits dans une circonférence par la résolution d'applications nombreuses et intéressantes.

L'étude du traditionnel livre III a été réduite à ses points fondamentaux. A la classe de troisième est réservé le rôle de les compléter en les intégrant dans une large synthèse de la géométrie plane.

La théorie de la similitude requerra l'attention particulière du professeur. Les définitions seront introduites d'une manière intuitive en liaison avec les notions élémentaires développées en sixième et cinquième au sujet de la reproduction d'une figure à une échelle donnée. Il conviendra de faire un parallèle entre le cas d'égalité et de similitude des triangles. A titre d'exercice, les élèves rechercheront les conditions de similitude de figures usuelles telles que : triangles isocèles ou rectangles parallélogrammes, rectangles, losanges. La propriété fondamentale du rapport des aires de deux figures semblables sera mise en évidence et appliquée à des problèmes tels que : construction d'une figure semblable à une figure donnée et dans un rapport numérique donné, partage d'un triangle en deux parties équivalentes par une parallèle à l'un des côtés, etc.

Le professeur montrera encore que le calcul d'un rapport d'aires se ramène finalement à celui de rapports de longueurs. Quelques problèmes simples de partage d'aires empruntés à la topographie couronneront l'étude de cette importante théorie.

Il faudra attirer l'attention sur l'homogénéité des relations métriques. Les constructions classiques du livre III mèneront à des déterminations d'aires et de segments donnés par une formule simple. Les élèves seront ainsi exercés à découvrir avec aisance à quelles constructions élémentaires ils doivent se référer.

Dans le but d'aider à la compréhension du cours de physique et de donner aux élèves qui se limitent au cycle inférieur quelques notions utiles de trigonométrie, le programme envisage l'étude élémentaire des rapports trigonométriques ($\sin$, $\cos$, $\tan$) d'un angle aigu et l'usage des tables des valeurs naturelles de ces fonctions. Les applications au triangle rectangle auront un caractère exclusivement numérique et pratique : problèmes simples de distances empruntés à la topographie, calculs relatifs aux plans inclinés, etc. Le calcul des éléments des polygones réguliers fournira l'occasion de déterminer les valeurs des rapports trigonométriques des angles de 30° , 45° et 60° .

Quant aux notions de géométrie de l'espace mentionnées au programme, elles se réduisent à des connaissances succinctes et purement intuitives, relatives aux points suivants : positions relatives de deux droites (en particulier, position d'orthogonalité), de deux plans, d'une droite et d'un plan, perpendicularité d'une droite et d'un plan, de deux plans, propriétés de la perpendiculaire et des obliques d'un point à un plan, notions de dièdres (dièdre droit), de trièdres (trièdre trirectangle). On tirera ces notions de l'étude des solides faite précédemment et de l'observation. On les fera suivre de calculs d'éléments de solides mettant en œuvre les relations métriques.

1.6.3 Arithmétique

La diversité des points figurant à ce programme résulte du souci de reporter en quatrième des matières estimées trop difficiles pour les classes inférieures.

Le deuxième point du programme demande la démonstration de l'équivalence des deux systèmes de relations fondamentales de la division.

Pour la recherche du p.p.c.m., on se borne à la méthode de décomposition en facteurs premiers (sans démonstration) et à l'emploi de la relation (à démontrer) $ab = D(a, b) \times \text{p. p. c. m.}(a, b)$.

Pour illustrer la notion de la racine carrée d'un nombre entier à moins d'une unité près, on fera des exercices au moyen d'une table des carrés des nombres naturels de 1 à 100.

On se bornera à une explication intuitive de la règle d'extraction. La table des carrés servira également à la recherche de la racine carrée des nombres décimaux à moins d'une unité décimale près. Les tables donnant *un* et *un* suffisent pour les problèmes d'intérêt composé.

1.6.4 Algèbre

Il est utile de commencer le cours par la résolution d'exercices judicieusement choisis en vue de constituer une revision approfondie du calcul algébrique de cinquième.

Pour le deuxième point du programme, il est conseillé de se borner à la division d'un polynôme entier $P(x)$ par le binôme $(x \pm a)$.

Dans les exercices de décomposition en facteurs, on peut s'arrêter au quadrinôme.

Quand on traite un polynôme $P(x)$, il sied d'attirer l'attention sur l'égalité entre son degré et le nombre de facteurs linéaires résultant d'une décomposition complète.

En quatrième, les élèves doivent acquérir des notions claires et précises sur la signification des termes suivants : identité, équation et systèmes d'équations, racine d'une équation à une inconnue, solutions d'une seule équation à plusieurs inconnues et solution d'un système linéaire à plusieurs inconnues.

La technique de résolution des équations et des systèmes d'équations linéaires doit être parfaitement acquise par les élèves. Il n'y a pas lieu de démontrer les principes d'équivalence ; il suffit de les énoncer et de les vérifier succinctement.

Sans doute, l'idée de fonction n'est pas étrangère aux élèves qui abordent la quatrième. Ils ont déjà rencontré, notamment dans les cours de géographie et de sciences, de nombreux diagrammes empiriques.

Mais, c'est en quatrième que s'introduit nominativement la notion de fonction mathématique qu'on limitera d'ailleurs à des cas simples relevant d'une seule variable indépendante, et qu'on rattachera toujours à des exemples concrets.

Voici quelques cas à étudier :

$y = ax$, exprimant le rapport constant de deux variables telles que le poids et le volume d'un corps, l'espace et le temps dans le mouvement uniforme.

$y = \frac{a}{x}$, exprimant le produit constant de deux variables telles que les dimensions d'un rectangle d'aire constante, la pression et le volume d'un gaz, à température constante.

$y = ax^2$, variable proportionnelle au carré d'une autre variable comme l'aire du cercle et son rayon, l'espace et le temps dans le mouvement uniformément accéléré, la projection d'un côté de l'angle droit sur l'hypoténuse supposée fixe d'un triangle rectangle variable.

Pour étudier ces fonctions, on dressera d'abord un tableau comportant un certain nombre de correspondances numériques entre x

et y . Ensuite, on en tirera, sur un papier millimétré, le tracé par points du diagramme.

Celui-ci servira à résoudre graphiquement le problème de la recherche de la valeur de y correspondant à une valeur donnée de x et réciproquement. Mais son utilisation la plus importante sera la lecture des variations de grandeur de la fonction. Les élèves seront ainsi à même d'analyser un diagramme, tout comme ils le sont de lire un plan ou une carte.

1.7 Programme

1.7.1 Arithmétique et algèbre

1. Arithmétique.

1. Rapport de deux nombres et de deux grandeurs. Mesure d'une grandeur. Proportions : définition et propriétés. Suites de rapports égaux ou inégaux : propriétés. Grandeurs directement et inversement proportionnelles.
2. Division de deux nombres entiers : revision des relations fondamentales. Théorèmes relatifs à la division et à la divisibilité avec démonstration.
3. Etude raisonnée de la recherche du plus grand commun diviseur par la méthode des divisions successives ; propriétés. Le plus petit commun multiple. Relation entre le plus grand commun diviseur et le plus petit commun multiple de deux nombres.
4. Usage d'une table des carrés des nombres entiers. Racine carrée exacte, racine carrée à moins d'une unité entière ou décimale près : règles sans démonstration.
5. Problèmes variés faisant appel aux méthodes étudiées dans les classes précédentes. Problèmes de partages proportionnels. Intérêts composés, usage des tables.

2. Algèbre.

1. Calcul algébrique : revision.
2. Division d'un polynôme par un binôme. Constatation de la loi du reste et de la loi du quotient lorsque le diviseur est de la forme $(x \pm a)$.
3. Décomposition en facteurs. Recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple. Fractions rationnelles.
4. Identités et équations : définitions. Résolution d'une équation linéaire à une inconnue. Problèmes.
5. Inégalités et inéquations du premier degré à une inconnue.
6. Résolution des systèmes d'équations linéaires. Problèmes d'application.
7. Opérations simples sur les radicaux d'indice deux.
8. Notions de variable indépendante et de fonction introduites à partir de problèmes empruntés à la géométrie et à la physique. On se limitera aux fonctions : $y = ax$; $y = \frac{a}{x}$; $y = ax^2$ dans lesquelles a est positif et numérique. Représentations graphiques.

1.7.2 Géométrie

1. Revision des points fondamentaux du cours de cinquième avec applications.
2. Le cercle : revision des notions étudiées dans la classe précédente. Intersection d'une droite et d'un cercle. Tangente au cercle. Arcs et cordes. Positions relatives de deux cercles. Mesure des angles. Problèmes graphiques sur la droite et le cercle. Lieux géométriques. Constructions de triangles.
3. Longueurs proportionnelles. Similitude des triangles et des polygones. Aires. Relations métriques dans le triangle rectangle. Constructions. Rapports trigonométriques d'un angle

aigu ; emploi des tables des valeurs naturelles. Résolution des triangles rectangles.

4. Inscription dans le cercle des polygones réguliers de 4, 8, 6, 3 côtés. Calcul de leurs éléments en fonction du rayon. Notions élémentaires sur le rapport de la circonférence au diamètre.
5. Notions de géométrie dans l'espace ; calculs simples d'éléments de solides réguliers.

2. Degré supérieur

2.1 Directions méthodologiques – généralités

Une idée directrice a guidé l'élaboration du nouveau programme de mathématiques du cycle supérieur : diminuer la quantité de matière sans tomber en dessous des exigences raisonnables de l'enseignement supérieur. Par là, on espère réserver plus de temps aux exercices et applications et ménager à l'élève plus de possibilités de travail personnel. On a réduit, voire supprimé l'étude de certains points d'intérêt secondaire figurant à l'ancien programme. La trigonométrie sphérique, par exemple, est ramenée en section scientifique à l'établissement des trois formules principales et à leur extension aux triangles rectangles.

Il est donc recommandé aux professeurs de limiter à l'essentiel le développement des matières théoriques. Ils faciliteront, chez les élèves, l'effort d'acquisition en attirant leur attention sur la charpente des démonstrations plutôt que sur les détails. Au lieu de recourir aux artifices et aux subtilités, ils ramèneront les questions à traiter dans la voie des grandes méthodes. Le rôle de la mémoire se trouvera ainsi diminué et les connaissances de base seront mieux assises et mieux assimilées.

Mais pour réaliser une économie de temps et de forces, on a surtout compté sur l'efficacité d'une nouvelle répartition et d'une meilleure coordination des matières.

Pour lier dans une chaîne continue les notions étroitement apparentées, pour différer jusqu'à l'acquisition d'une maturité suffisante l'étude des questions les plus difficiles, supprimer les redites et les retours à un même objet, on n'a pas hésité à ouvrir des brèches dans les cloisons artificielles qui séparent les diverses disciplines des mathématiques.

Par souci d'unité, l'enseignement de certaines branches se limitait jusqu'ici à une classe déterminée. En l'amorçant dès la classe antérieure, on cherche à ménager une période d'initiation et d'adaptation ; en l'étendant dans le temps, on veut obtenir que l'esprit des élèves s'imprègne de ces notions.

Le programme d'algèbre prévoit fréquemment le recours aux représentations graphiques, soit pour l'étude des équations et des inéquations, soit qu'il s'agisse de déterminer la variation de signe et de grandeur des fonctions. Mais dans toutes les branches des mathématiques, un grand nombre de questions ressortissent, en fin de compte, à l'une ou à l'autre de ces rubriques.

La représentation graphique est donc promue à un rôle de premier plan. Aussi faut-il amener les élèves à l'intégrer dans leurs réflexes, afin qu'ils l'utilisent spontanément chaque fois que l'opportunité s'en présente.

* * *

Chaque théorie nouvelle doit être immédiatement illustrée par des applications simples et directes qui en précisent la portée et la signification.

Toutefois, on ne peut perdre de vue que le but lointain et supérieur du cours de mathématiques est le développement de l'esprit

logique, de la faculté d'analyse et d'observation, et l'exercice de l'imagination créatrice.

Pour atteindre cet objectif, il est indispensable de faire résoudre par les élèves un certain nombre d'applications d'une complexité assez grande et d'un niveau de difficulté suffisamment élevé. La préférence sera donnée à celles qui feront appel simultanément aux ressources de plusieurs disciplines. La résolution complète d'un triangle en trigonométrie, avec discussion et interprétation géométrique, est le prototype de pareils exercices.

Ce travail de haute qualité requiert une habile initiation. Ainsi, au cours de séances de recherche collective, le professeur donnera la mesure de son talent didactique en dirigeant les efforts de chacun sans étouffer l'esprit d'initiative.

Il est toujours utile d'examiner d'abord tous les aspects de la question à traiter. On découvrira, par exemple, que le problème proposé présente des analogies avec tel autre, résolu antérieurement ; ou bien, s'il s'agit de l'étude d'une figure, que celle-ci possède certains éléments de symétrie ; ou encore, dans le cas d'une expression algébrique ou trigonométrique, qu'elle est symétrique par rapport à certaines lettres, etc. Ces remarques préliminaires sont propres à faire découvrir les voies les plus sûres conduisant à la solution.

Au départ, il convient également de dresser le tableau des données du problème et de souligner, en cours de résolution, le moment où chacune d'elles est employée. On sait, en effet, que pour dégager l'élève d'une impasse, il suffit bien souvent de lui faire constater qu'il a négligé de traduire une partie de l'hypothèse.

Les critères de la valeur du professeur de mathématiques sont, d'une part son habileté à faire découvrir, par ses élèves, une démonstration ou une solution, d'autre part, la somme de connaissances précises qu'il leur inculque et les améliorations qu'il apporte à leur méthode de travail.

En outre, pour remplir complètement sa mission, il doit saisir les occasions que lui offre son enseignement de promouvoir la formation de l'esprit mathématique et d'enrichir la culture de l'élève. Il est souhaitable qu'il couronne par un commentaire approprié, l'étude de toute question importante. Il pourra, par exemple, la sortir de son isolement, en la confrontant avec d'autres, en montrant qu'elle est un cas particulier d'un problème plus général ou encore, qu'elle comporte elle-même des cas particuliers intéressants. Généralisant davantage, il fera ressortir les liaisons profondes des diverses branches des mathématiques, dégagera la structure du raisonnement, caractérisera la valeur des vérités mathématiques, indiquera les grandes lignes de l'histoire de la science des nombres : telle est la richesse et la variété de ces échappées, dont le caractère occasionnel ne diminue pas leur importance fondamentale. C'est à peine s'il est nécessaire d'ajouter que la sobriété s'impose en ce domaine.

Ces dernières recommandations concernent tout spécialement la classe de première qui, par son programme et par la maturité des élèves qui la composent, doit prendre le caractère d'une classe de synthèse.

Les devoirs à domicile les mieux choisis n'auront d'efficacité que si la correction en classe est bien conduite. Il convient de souligner et de redresser les erreurs de méthode, de comparer les diverses réponses des élèves à une même question, et enfin de dégager la meilleure solution au cours d'un travail collectif.

Enfin, on ne peut trop insister sur la nécessité de cultiver chez les élèves le souci d'un langage correct et précis, la préoccupation constante de l'expression exacte, la seule adéquate, selon le mot célèbre de La Bruyère. Tel est l'un des principaux objectifs que se propose d'atteindre l'enseignement des humanités. Le cours de mathématiques, où doit dominer la rigueur, apportera sa précieuse contribution aux efforts convergents des autres disciplines.

2.1.1 Arithmétique

Par sa finesse et sa subtilité, l'enseignement de l'arithmétique contribue éminemment à la formation de l'esprit mathématique.

Dans cette discipline, la découverte des voies conduisant de l'hypothèse à la thèse réclame un haut degré de maturité. Aussi, les questions les plus délicates sont-elles désormais réservées à la classe de première afin qu'elles puissent être étudiées en profondeur et illustrées par des exercices d'un niveau suffisamment élevé.

Dans l'esprit du nouveau programme de physique, les notions élémentaires sur les erreurs deviennent des connaissances de base.

Il sied d'en assurer l'assimilation par des exercices simples, empruntés notamment à la physique.

2.1.2 Algèbre

Dans le cycle supérieur des humanités, l'enseignement de l'algèbre est nécessairement orienté vers l'abstraction et la déduction. En effet, la notion de nombre se généralise graduellement et les symboles littéraux représentent des concepts de plus en plus étendus. Aussi la plupart des questions demandent le recours à la discussion. Il faudra donc que l'élève acquière certaines habitudes indispensables. Par exemple, il contrôlera la légitimité des transformations qu'il effectue; dans la résolution d'un problème, il délimitera les intervalles de variation de paramètres pour que les solutions soient en accord avec l'esprit de l'énoncé, et ainsi de suite.

A mesure que les théories se développent, le calcul s'enrichit de techniques de plus en plus efficaces. Il faut éviter que l'élève n'en retienne que le mécanisme sans les rattacher aux idées fondamentales qui leur ont donné naissance.

Dans son ensemble, le cours d'algèbre revêtira le caractère rigoureux de l'enseignement des autres branches des mathématiques. Cependant quelques matières échappent à cette exigence, notam-

ment les nombres irrationnels, les limites et les dérivés : l'étude en profondeur de ces questions n'est accessible que dans l'enseignement supérieur et nos programmes ne peuvent leur accorder qu'un développement intuitif dépourvu de toute prétention.

Dans cette partie du cours, les définitions et les énoncés des théorèmes conserveront certes toute leur rigueur, mais les démonstrations seront remplacées par des commentaires explicatifs.

La portée de ces restrictions doit encore être accentuée quand il s'agit des notions de calcul différentiel et intégral dans les sections latin-grec et latin-sciences.

Dans toutes les sections, le cours d'algèbre se développe suivant une même ligne principale allant de la divisibilité d'un polynôme entier en x par $(x + a)$ jusqu'à l'étude des fonctions. Cette chaîne englobe successivement : la décomposition en facteurs de polynômes entiers en x , la résolution des équations et des inéquations entières à une inconnue, la variation de signe et de grandeur de certaines fonctions ainsi que leur représentation graphique. Il convient de rendre perceptible aux élèves l'unité qui se dégage de l'ordonnance et de l'enchaînement de ces matières. Il faudra notamment mettre en évidence que, à partir du second degré, pour résoudre une équation ou une inéquation, il faut l'amener préalablement à la forme $A \times B \times C \dots = 0$ ou $A \times B \times C \dots > 0$ (ou < 0). On attirera ainsi l'attention sur l'importance de la « forme produit » et des opérations qui y conduisent. A cette occasion, on rappellera combien les opérations du calcul algébrique se simplifient quand elles s'appliquent à des produits de facteurs. On insistera également sur l'identité du degré d'un polynôme en x et du nombre maximum de facteurs linéaires en lesquels il se décompose.

Le tracé du graphique d'une fonction $y = f(x)$ n'est pas en soi un but suffisant : il faut encore en exploiter les ressources. Par exemple, on fera rechercher sur le diagramme les valeurs de x satisfaisant à telle ou telle des conditions suivantes : $f(x) = 0$, $f(x) = A$,

$f(x) > 0$, $f(x) > B$, $C < f(x) < D$, $f(x)$ croissant, décroissant, etc.

L'étude des fonctions est l'objet principal de l'algèbre et Van-
nery l'exprime admirablement dans les considérations suivantes :

« On ne commence à savoir ce que sont les mathématiques, on ne soupçonne leur extension extraordinaire, la nature des problèmes qu'elles posent et résolvent que lorsqu'on sait ce qu'est une fonction, comment on étudie une fonction donnée, comment on la regarde croître et décroître, comment on la représente par une courbe, comment l'algèbre et la géométrie se viennent mutuellement en aide, comment le nombre et l'espace s'éclairent mutuellement, comment on détermine une tangente, une surface, un volume, comment on en arrive à créer de nouvelles fonctions, de nouvelles courbes, à en étudier les propriétés. C'est de ces notions et de ces méthodes que l'on a besoin pour lire des ouvrages techniques auxquels s'appliquent les mathématiques. Elles sont indispensables pour quiconque veut comprendre quoi que ce soit du mouvement scientifique qui se développe à une vitesse croissante. »

Il ne faut pas se borner à l'étude de fonctions directement données. Un grand nombre de problèmes simples puisés dans la géométrie, la physique ou l'arithmétique et comportant deux variables liées par une seule équation, conduisent à des fonctions d'autant plus intéressantes que leur étude se prolonge par une interprétation dans le concret.

A propos de la fonction $y = ax + b$, on fera apparaître la signification géométrique des coefficients a et b et les transformations géométriques qui accompagnent leur variation. On n'omettra pas de signaler que l'équation $y = ax$ traduit que deux grandeurs sont directement proportionnelles et que $y = ax + b$ exprime la proportionnalité des accroissements de x et de y .

Les professeurs pourront se procurer à la filmothèque du Département de l'Instruction publique, un film intitulé *Familles de*

droites qui apporte une illustration frappante de la théorie de la droite.

La liaison entre l'étude de la variation de grandeur du binôme $(ax+b)$ et la représentation graphique de l'équation $Ax+By+C=0$ ne s'impose pas naturellement à l'esprit des élèves et demande à être mise soigneusement en lumière. D'autre part, le graphique obtenu revêt, sur un autre plan, une signification essentielle : il représente le lieu géométrique des points dont les coordonnées sont les solutions d'une équation linéaire à deux inconnues. A ce titre, il se pose en prototype de la traduction géométrique des équations de la forme $f(x, y) = 0$.

Pour obtenir la représentation graphique du binôme du second degré, il est conseillé d'adopter la marche suivie pour le binôme du premier degré. Partant de la fonction $y = x^2$, on passe successivement aux fonctions $y = ax^2$, $y = a(x - \alpha)^2$, $y = (x - \alpha)^2 + \beta$ en dégageant, à chaque opération, la signification géométrique de la transformation de la courbe.

A partir de la troisième, la résolution des équations et des systèmes d'équations exige le recours aux principes d'équivalence. Ceux-ci ne demandent pas à être démontrés dans les sections latin-grec et économique ; on peut se borner à les vérifier sur des exemples numériques.

Enfin, en section scientifique, au moment d'aborder la géométrie analytique, il convient de synthétiser les conclusions que l'on peut tirer de la comparaison entre le nombre des équations d'un système et le nombre des inconnues.

La partie du programme relative à la théorie de l'élimination englobera les principaux cas qui se rencontrent en géométrie analytique. Il est recommandé de ne pas s'en tenir seulement aux procédés techniques, mais bien d'imprégner les élèves de la signification de l'éliminant.

2.1.3 Géométrie

La géométrie, surtout dans les classes supérieures, doit contribuer de façon décisive à la formation de la pensée logique et au développement de l'esprit d'observation et de recherche créatrice.

De plus, ses vertus lui permettent d'intervenir dans l'étude de maints problèmes relevant des autres branches des mathématiques et d'y introduire de la simplicité et de l'élégance.

En sixième et au début de la cinquième, une période de pré-axiomatisation fait acquérir à l'élève, en partant du concret, une connaissance globale des formes géométriques, de leurs éléments et du vocabulaire indispensable pour les décrire. Conjuguant les figures de l'espace et du plan, cet enseignement intuitif s'est révélé une excellente préparation à la géométrie déductive.

Dans le cycle supérieur, l'éveil de la faculté d'abstraction et du besoin de généralisation chez l'adolescent détermine une nouvelle orientation de l'enseignement de la géométrie.

Aussi, en troisième, le programme prévoit une révision et un re-classement des matières étudiées antérieurement. Progressivement, on amènera les élèves à scruter plus profondément les faits géométriques, les théories et les méthodes de recherche, pour les rattacher à quelques idées fondamentales. Ainsi, le professeur attirera occasionnellement l'attention sur la signification des axiomes et des postulats dans la structure de la géométrie. Il mettra en évidence la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante, analysera le contenu logique d'une définition et montrera qu'elle renferme en puissance toutes les propriétés de l'être géométrique auquel elle s'applique. Il fera distinguer les divers types de démonstrations et, à l'occasion, en fera comparer la valeur en les appliquant à l'étude d'une même question. La méthode de réduction à l'absurde, difficilement accessible aux élèves du cycle inférieur, sera l'objet d'une attention toute particulière.

La recherche des lieux géométriques est soumise à une méthode dont la structure demande à être mise au point en troisième. Il sera utile de traiter d'une manière plus rigoureuse quelques-uns des principaux lieux déjà étudiés en cinquième et en quatrième. On profitera de cette révision pour faire apparaître les rapports logiques unissant un théorème à sa réciproque et ceux-ci à leurs contraires.

La construction d'une figure plane se ramène en définitive à des constructions de points. Dans l'analyse du problème proposé, il est essentiel d'établir que chacun de ces points est déterminé par l'intersection de deux lieux géométriques.

En cinquième, lors de la représentation en vraie grandeur d'un triangle donné, le professeur attire l'attention de l'élève sur le nombre minimum de mesures à effectuer. En examinant les déformations d'un parallélogramme, d'un carré, ou en général, d'une figure articulée, on effleure à nouveau le problème du nombre des éléments nécessaires et suffisants pour déterminer une figure. A l'occasion des constructions géométriques, il importe d'habituer l'élève à considérer cet aspect essentiel de la question ; en effet, il annonce et prépare un problème important de géométrie analytique : l'évaluation du nombre de paramètres nécessaires pour déterminer une conique.

En troisième, la première partie du cours est consacrée à la révision et au développement des matières des classes antérieures. Le professeur fera grouper par les élèves les théorèmes se rapportant à un même objet : l'égalité de deux segments de droite ou de deux angles, parallélisme de deux droites, égalité ou similitude de deux figures, rapport de deux aires, condition pour que quatre points soient concycliques, mesure des angles, mesure des aires des polygones et du cercle, etc.

Des applications soigneusement choisies, des lieux géométriques et des constructions illustreront cette récapitulation. On puisera, notamment dans les géométries du triangle, des propriétés caractéristiques et l'on traitera des séries d'exercices liés entre eux. L'utili-

sation de la notion de puissance d'un point par rapport à une circonférence est très féconde et se recommande par les solutions simples et directes qu'elle apporte dans maints problèmes de constructions et applications.

Même en section scientifique, le programme ne prévoit pas le calcul de π . Cependant, on ne peut se passer d'indiquer sommairement, par référence à la méthode dite « des périmètre », la manière dont on peut déterminer ce nombre.

2.1.4 Compléments de géométrie en section scientifique

L'étude des compléments est répartie entre les trois classes supérieures ; elle est ainsi mieux adaptée aux différents stades de la maturité croissante des élèves.

Le premier point développé ⁽¹⁾ est d'une importance capitale car il constitue à la fois la base de départ de la trigonométrie et de la géométrie.

Le théorème de Chasles, la relation de Stewart, les relations métriques des triangles quelconques présentent un caractère de généralité sur lequel il importe d'attirer soigneusement l'attention des élèves. On leur montrera qu'en mettant l'algèbre au service de la géométrie, on confère aux énoncés une unité qu'on ne pourrait atteindre en considérant uniquement la valeur absolue des segments.

Le programme ne mentionne pas l'étude systématique de la transformation des figures par translation et par rotation. Toutefois, de façon occasionnelle, il sera utile de souligner l'emploi de ces méthodes qui apparaissent dans maintes questions.

En seconde et en première, où l'on aborde l'étude de nombreuses transformations de figures (homothétie, inversion, polaires réciproques, projection d'une ponctuelle, section d'un faisceau de

1. Voir le programme de géométrie en troisième, n°2.

droites) ou de formes algébriques (changements d'axes coordonnés, en géométrie analytique), on ne manquera pas de mettre en évidence l'invariant de la transformation et de montrer qu'il en conditionne l'emploi. A l'occasion de la théorie des pôles et polaires, on mentionnera l'existence du principe de dualité et on l'illustrera, par exemple au moyen des théorèmes de Pascal et de Brianchon.

2.1.5 Géométrie dans l'espace

Le premier contact avec cette discipline présente pour plus d'un élève une difficulté majeure : « ils ne voient pas dans l'espace ». Aussi, le programme du cycle inférieur, en vue d'aplanir cet obstacle, aborde l'étude intuitive de certains corps solides.

Néanmoins, au début de la troisième, on s'efforcera encore de concrétiser les figures envisagées par des assemblages rudimentaires de points, droites et plans. De plus, on entraînera les élèves à en tracer une représentation en perspective qui soit suffisamment suggestive.

Il ne faudra pas attendre que le cours dit théorique ait atteint un certain développement pour aborder les exercices. Au contraire, en faisant résoudre immédiatement des applications simples et bien choisies, on accélérera la cristallisation de « la vue de l'espace ».

Au fur et à mesure des possibilités, on transposera dans l'espace les lieux géométriques fondamentaux rencontrés en géométrie plane : points équidistants de deux ou trois points donnés, de deux ou trois droites données ; points distants d'un plan ou d'une droite d'une longueur donnée ; points d'un plan distants d'un point extérieur d'une longueur donnée, etc.

Enfin, des problèmes de construction simple mettront en œuvre ces lieux géométriques.

En section scientifique, tout particulièrement, il convient de dépasser le stade des exercices détachés, indépendants l'un de l'autre.

Il faut essayer de susciter chez les élèves l'état d'esprit du chercheur qui, partant d'une idée, en poursuit les développements, sous l'impulsion de son imagination créatrice. Par exemple, après avoir déterminé les familles de plans équidistants de deux points donnés, on stimulera les élèves à traiter des questions connexes telles que : plans équidistants de 3 points, de 4 points, etc. ; plans équidistants de 3 points donnés et passant par un autre point donné, etc. On les amènera encore à se demander comment les solutions de ces problèmes se modifient quand les données occupent des positions particulières : les 3 points sont les sommets d'un triangle équilatéral, les 4 points sont les sommets d'un tétraèdre régulier, etc.

Des considérations identiques entraînent le groupement des questions suivantes :

1. Droite passant par un point et s'appuyant sur deux droites gauches ;
2. Droites s'appuyant sur 3 droites gauches deux à deux ;
3. Ensemble de droites s'appuyant sur deux droites gauches ;
4. Dans cet ensemble, droite parallèle à une direction donnée ;
5. Droites parallèles à un plan donné, perpendiculaires à l'une des droites gauches données, perpendiculaire aux deux droites gauches (plus courte distance), etc.

Cette méthode de travail, hautement formatrice, confère à l'enseignement de la géométrie un intérêt de curiosité et lui procure un caractère dynamique propre à susciter l'ardeur, voire l'enthousiasme des élèves.

Dans l'étude des polyèdres, la géométrie du tétraèdre fournit la matière d'une rubrique spéciale ; on groupera quelques-unes de ses propriétés les plus caractéristiques en les comparant à des propriétés similaires de la géométrie du triangle. D'ailleurs, dans de nombreux cas, les rapprochements entre la géométrie du plan et

celle de l'espace, sont riches d'enseignements et facilitent le travail de mémorisation.

Enfin, une innovation du programme de seconde consiste à établir d'une part, la liaison des notions sur les points, droites et plans avec les premiers éléments de la géométrie descriptive, d'autre part, le groupement des trièdres, des triangles sphériques et des formules fondamentales de la trigonométrie sphérique. L'économie de temps et d'efforts qui doit résulter de là se conjugue avec le bénéfice d'une coordination rationnelle de ces matières.

2.1.6 Géométrie analytique

En section scientifique, le cours de géométrie analytique a pour objet l'étude de la droite et des sections coniques poussée jusqu'à la recherche des lieux géométriques relatifs à des familles de courbes du second ordre. Mais un second objectif très important est l'acquisition d'une nouvelle méthode d'investigation dans le domaine de la géométrie.

Au sujet de cette méthode, on oublie trop souvent que le substantif « géométrie » est le terme prépondérant dans la dénomination « géométrie analytique ».

Pour traiter la plupart des questions relevant de cette discipline, le recours immédiat et sans discernement à la traduction analytique des énoncés contraint souvent à des calculs laborieux.

Au lieu de ce travail mécanique, il est beaucoup plus avantageux de procéder d'abord, sur le plan de la géométrie, à un examen approfondi du problème à résoudre, travail d'approche qui mène aussi loin que possible sur la voie de la solution. Cette préparation conduit à un choix plus judicieux des axes de référence, des données et des paramètres et, en définitive, à une économie de temps et de travail.

Certaines démonstrations, certaines recherches de lieux géométriques peuvent être menées entièrement à bien par la géométrie. La simplicité et l'élégance de telles solutions les recommandent tout spécialement à l'attention des élèves.

Les propriétés focales des coniques, par exemple, offrent un choix très riche d'applications entrant dans cette catégorie.

Il est essentiel, quand on a établi l'équation d'un lieu géométrique, de le tracer et d'en commenter les particularités géométriques.

La géométrie analytique doit étendre le champ des connaissances en géométrie. Elle se prête tout particulièrement à l'étude de propriétés du triangle et du quadrilatère dont l'accès par la géométrie élémentaire est malaisé ou impossible.

Les considérations qui précèdent ne signifient nullement qu'il faille négliger de mettre en lumière le rôle de la géométrie analytique comme instrument de représentation des équations $f(x, y) = 0$ du premier et du second ordre (interprétation graphique des équations et inéquations, des systèmes d'équations et d'inéquations, etc.).

Par sa concision, le programme laisse aux professeurs une certaine liberté pour apprécier le développement à donner aux diverses rubriques et pour en fixer l'ordre de succession.

Cependant, il leur est enjoint de limiter les notions théoriques à ce qui est rigoureusement indispensable et de faire, dès le début du cours, une très large place aux applications.

Il convient d'enseigner la géométrie analytique à un rythme suffisamment rapide pour que, en première, vers la fin du mois de mars, les matières essentielles aient été traitées. Le troisième trimestre doit en effet rester disponible pour permettre de résoudre des applications récapitulatives et d'élaborer une synthèse du cours qui permettra d'en dégager la structure et les idées maîtresses.

En principe, on utilisera comme synthèse de référence les axes coordonnés cartésiens obliques. Cependant, pour les propriétés métriques où interviennent des angles et des distances, il est préférable de se limiter aux coordonnées cartésiennes rectangulaires (cercle, normales, axes, foyers et directrices de coniques, etc.).

Les coordonnées cartésiennes homogènes demandent à être envisagées assez tôt, car leur emploi se recommande dans tous les problèmes d'intersection par l'unité et la clarté qu'elles introduisent (intersection de deux droites, d'une droite et d'une conique, de deux coniques ; les tangentes aux coniques, etc.).

Quant aux coordonnées polaires, il faut au moins connaître leur définition, les formules de transformation en coordonnées cartésiennes rectangulaires, et l'équation focale des coniques rapportées à un foyer et à un axe de symétrie. On les emploiera utilement à la recherche du lieu d'un point mobile sur une droite tournant autour d'un point fixe.

Enfin, les élèves doivent avoir une notion de la signification des coordonnées de droite et de l'équation tangentielle d'un point ou d'une courbe.

Si le professeur dispose d'assez de temps et s'il le juge opportun, il pourra utiliser ces coordonnées pour l'étude de certaines questions où elles se révèlent particulièrement efficaces.

2.2 Programmes

2.2.1 Classes de troisième latin-mathématiques et scientifique

2.2.1.1 Arithmétique

1. Revision avec développement des théorèmes relatifs à la multiplication et à la division des nombres entiers.

2. Valeur approchée d'un nombre à moins de $\frac{1}{n}$ près.

Démonstration de l'extraction de la racine carrée d'un nombre entier à moins d'une unité près. Extraction de la racine carrée d'un nombre quelconque à moins $\frac{1}{n}$ près.

2.2.1.2 Algèbre

1. Division d'un polynôme entier en x , par $x \pm a$; démonstration de la loi du reste et du quotient.

Divisibilité par $(ax + b)$. Quotients remarquables.

Revision de la décomposition en facteurs et exercices sur les fractions rationnelles.

2. Coordonnées rectangulaires d'un point. Fonctions d'une variable. Représentation graphique. Notions intuitives de fonction croissante, de fonction décroissante dans un intervalle, d'un maximum et d'un minimum.

3. Théorèmes sur l'équivalence des équations.

4. Revision et extension aux nombres relatifs des propriétés des inégalités.

Théorèmes sur l'équivalence des inéquations.

5. Etude algébrique et graphique de la fonction $y = ax + b$; résolution et discussion de $ax + b = 0$ et $ax + b > 0$ (ou < 0). Interprétation graphique. Variations de signe d'un produit de facteurs linéaires et de certaines fractions rationnelles.

Représentation de l'équation $ax + by + c = 0$; équation de la droite.

Applications : mouvement uniforme ; graphiques des chemins de fer ; problèmes à données littérales, discussion.

6. Equivalence des systèmes d'équations (appliquée à des systèmes d'équations linéaires).

Résolution algébrique et graphique et discussion d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues ; résolu-

tion d'un système de trois équations linéaires à trois inconnues et généralisation. Systèmes particuliers. Notions sur un système indéterminé ou impossible, conditions de compatibilité. Problèmes à deux ou trois inconnues, entre autres sur les mobiles. Discussion de quelques problèmes à données littérales empruntés à la géométrie et à la physique (deux inconnues). Résolution de systèmes d'inéquations à une inconnue.

7. Revision des opérations sur les radicaux d'indice deux. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction (radicaux d'indice deux). Résolution et discussion de l'équation du second degré à une inconnue ; somme et produit des racines, application de ces propriétés à la discussion des racines.

Transformations simples de l'équation de second degré : équation ayant pour racines $x \pm h$, hx , $-x$, $\frac{1}{x}$, $\frac{h}{x}$; problèmes.

8. Etude algébrique et graphique de la fonction $y = a^2 + bx + c$. Variations de signes et de grandeur. Interprétation graphique de la résolution et de la discussion de l'équation du second degré. Résolution algébrique et graphique de l'inéquation $ax^2 + bx + c > 0$ (ou < 0).

Applications. Discussion des racines de l'équation du second degré dont les coefficients dépendent d'un même paramètre. Position d'un nombre ou de deux nombres par rapport aux racines d'une équation du second degré. Applications. Problèmes du second degré avec discussion.

9. Equations réductibles au second degré : équations bicarrées, équations réciproques, équations irrationnelles simples. Résolution algébrique et graphique de systèmes d'équation de la forme :

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = d^2 \\ ax + by + c = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ lx + my + n = 0 \end{cases}$$

Résolution de systèmes de deux équations du second degré dont l'une au moins est décomposable.

10. Progressions arithmétiques et progressions géométriques. Applications. Calcul des radicaux d'indice n . Définition de l'exposant fractionnaire, de l'exposant négatif.
11. Introduction élémentaire à la théorie des logarithmes. Règles de calcul ; logarithmes vulgaires, usage des tables. Calculs logarithmiques. Formule de l'intérêt composé, valeur acquise d'une annuité. Usage de la règle à calcul.

2.2.1.3 Géométrie

1. Revision des théorèmes figurant au programme des classes précédentes et groupés de manière à faire apparaître les principales méthodes de recherche de la géométrie élémentaire. Relations métriques dans un triangle quelconque ; segments proportionnels déterminés par une circonférence sur deux sécantes ou sur une sécante et une tangente. Produit de deux côtés d'un triangle. Quadrilatère inscrit.

Nombreuses applications, en particulier sur les lieux géométriques, la construction de figures et de formes algébriques, le tracé de circonférences, le partage des figures, le calcul d'éléments d'un triangle, etc.

2. Axe, valeur algébrique et module d'un segment, relation de Chasles, abscisse d'un point, valeur algébrique d'un segment en fonction des abscisses de ses extrémités, valeur algébrique de la projection orthogonale d'un segment sur un axe.

Unification des théorèmes relatifs au carré d'un côté d'un triangle quelconque. Somme et différence des carrés de deux côtés d'un triangle et lieux géométriques dérivés.

Théorème de Stewart.

Rapport de section, représentation graphique des variations.

Points conjugués harmoniques par rapport à deux points fixes.

Théorème sur les bissectrices d'un angle d'un triangle. Cercle d'Apollonius. Théorèmes de Ménélaüs et de Céva. Puissance d'un point par rapport à une circonférence. Axe radical, centre radical. Applications.

3. Polygones réguliers convexes. Problème de la corde de l'arc double et de l'arc moitié d'un arc donné. Relations entre c , r , R . Calcul de c_4 , c_8 , c_6 , c_3 , c_{10} , c_5 de R . 4
4. Longueur de la circonférence, longueur d'un arc de cercle, radian, aire du secteur circulaire, aire du cercle (sans calcul de π).
5. Géométrie de l'espace.
 - (a) Plan, détermination, génération. Intersection de deux plans.
 - (b) Positions relatives de deux droites ; parallélisme de deux droites.
 - (c) Positions relatives d'une droite et d'un plan ; droite parallèle à un plan ; droite perpendiculaire à un plan. Perpendiculaire et obliques menées d'un point à un plan, théorème des trois perpendiculaires. Projection orthogonale sur un plan d'un point, d'une droite, d'un segment. Angle d'une droite et d'un plan.
 - (d) Positions relatives de deux plans ; parallélisme de deux plans. Projection sur une droite d'un point ou d'un segment parallèlement à un plan. Conservation d'un rapport de section par projection sur une droite parallèlement à un plan. Angle dièdre ; plans perpendiculaires, définition d'un angle polyèdre.
 - (e) Applications : lieux géométriques et constructions simples

2.2.1.4 Trigonométrie

1. Mesure arithmétique des arcs et des angles, unités, changement d'unité. Cercle trigonométrique et plan orienté, mesure algébrique des arcs et des angles, relations de Chasles.
2. Notions élémentaires sur les projections orthogonales. Définition des rapports trigonométriques d'un arc ou d'un angle. Les fonctions trigonométriques $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$; leurs variations avec représentation graphique. Relations entre les rapports trigonométriques des arcs et des angles associés.
3. Relations entre les rapports trigonométriques d'un même arc. Leur expression en fonction de l'un d'eux.
4. Calcul des rapports trigonométriques de quelques arcs remarquables. Utilisation des tables des valeurs naturelles des rapports trigonométriques. Résolution de quelques équations trigonométriques simples. Représentation des solutions sur le cercle trigonométrique.
5. Revision des formules relatives au triangle rectangle. Résolution des triangles rectangles par l'emploi des tables des valeurs naturelles. Relations entre les côtés et les angles d'un triangle quelconque. Résolution des triangles quelconques (cas simples) par l'emploi des tables des valeurs naturelles. Applications topographiques.
6. Addition et soustraction des arcs : $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\operatorname{tg}(a \pm b)$.
Multiplication et division des arcs : rapports trigonométriques des arcs $2a$, $3a$, $\frac{a}{2}$. Expression de $\sin a$, $\cos a$, $\operatorname{tg} a$ en fonction de $\operatorname{tg} \frac{a}{2}$.
7. Formules $\sin p \pm \sin q$; $\cos p \pm \cos q$.
Transformations simples de sommes en produits en vue du calcul logarithmique. Emploi des tables de logarithmes des fonctions trigonométriques. Quelques relations trigonométriques remarquables entre les angles d'un triangle.

8. Résolution et discussion d'équations trigonométriques et de systèmes d'équation à deux inconnues (cas simples).

2.2.2 Classes de secondes latin-mathématiques et scientifique

2.2.2.1 Arithmétique

1. Conversion des fractions ordinaires en fractions décimales. Conditions pour qu'une fraction irréductible soit convertible en nombre décimal. Fractions décimales périodiques ; génératrices.
2. Notions élémentaires sur la théorie des erreurs : erreurs sur une somme, une différence, un produit, un quotient.

2.2.2.2 Algèbre

1. Revision des points principaux du cours précédent.
2. Théorèmes relatifs aux polynômes équivalents et identiques.
Applications :
 - (a) Divisibilité d'un polynôme par $(x - a)(x - b)(x - c)$;
 - (b) Méthode des coefficients indéterminés.
3. Analyse combinatoire (groupements simples, applications, binôme de Newton pour un exposant entier et positif ; applications) .
4. Déterminants : définition des déterminants à 4 et à 9 éléments ; Propriétés.
Application à la résolution et à la discussion des systèmes d'équations linéaires.
5. Théorie élémentaire de l'élimination : conditions de compatibilité de plusieurs équations linéaires.
Cas d'un système de deux équations à une inconnue dont l'une au moins est du second degré.

6. Notions simples concernant : une fonction définie dans un intervalle, les fonctions explicites et implicites, algébriques et transcendantes, les fonctions périodiques. Fonction inverse d'une fonction donnée ; représentation graphique.
7. Limites : définitions, théorèmes (sans démonstrations).
Calcul des vraies valeurs.
Asymptotes d'une courbe.
Limites des racines d'une équation du second degré, dont les coefficients sont des fonctions d'un même paramètre.
8. Continuité : définition, fonction croissante et décroissante, maximum et minimum.
9. Dérivée : définition de la dérivée en un point, interprétation géométrique. Equation de la tangente en un point d'une courbe d'équation $y = f(x)$. Interprétation cinématique de la dérivée. Fonction dérivée. Calcul de la dérivée d'une somme, d'un produit, d'une puissance entière, d'un quotient, d'une puissance quelconque (sans démonstration, exception faite pour la racine carrée), d'une fonction de fonction. Dérivation des fonctions trigonométriques.
10. Application de la théorie de la dérivée à l'étude de la variation de quelques fonctions algébriques et de quelques fonctions trigonométriques simples ; construction des courbes représentatives et de la tangente en un point. Problèmes relatifs à des questions de géométrie et de physique.

2.2.2.3 Géométrie

1. Revision des points principaux de géométrie de l'espace du cours de troisième.
2. Projection sur un plan parallèlement à une direction d'un point, d'une droite, d'un segment de droite ; conservation du rapport de deux segments de même direction. Projection

orthogonale d'un angle droit sur un plan. Distance de deux droites gauches.

3. Symétrie par rapport à un plan, à un point, à une droite.
4. Polyèdres : prisme, pyramide ; sections par un plan parallèle au plan de base.
5. Surfaces de révolution : définitions. Quelques exemples. Cylindre et cône de révolution : sections parallèles au plan de base.

Sphère : la sphère et la droite, la sphère et le plan, pôles : intersection de deux sphères. Détermination d'une sphère ; détermination du rayon d'une sphère par une construction plane. Trièdre central et triangle sphérique correspondant, correspondance entre leurs éléments. Trièdres symétriques et triangles sphériques symétriques. Propriétés des trièdres et des triangles sphériques. Trièdres supplémentaires et triangles polaires. Cas d'égalité et de symétrie des trièdres et des triangles sphériques.

Relations fondamentales entre les éléments d'un triangle sphérique :

$$\cos a = \dots$$

$$\frac{\sin a}{\sin A} = \dots$$

$$\cotg a \sin b = \cos A = \text{Application aux triangles rectangles.}$$

6. Aire et volume du prisme, de la pyramide, du tronc de pyramide à bases parallèles, du tronc de pyramide triangulaire. Aire et volume du cylindre, du cône et du tronc de cône de révolution. Aire de la zone sphérique, de la sphère et du triangle sphérique.

Volume de la sphère, de l'anneau sphérique, du segment sphérique.

Rapport des aires et des volumes de deux solides semblables. Applications.

7. Rapport anharmonique de quatre points d'une ponctuelle et de quatre rayons d'un faisceau ; propriétés. Quaternes harmoniques de points ; relations d'harmonie. Quaternes harmoniques de droites. Propriétés harmoniques du quadrangle et du quadrilatère complets. Polaire d'un point par rapport à un couple de droites et par rapport à un cercle. Propriétés. Applications.

Groupement des méthodes pour démontrer que trois points sont en ligne droite ou que trois droites sont concourantes. Applications : triangles homologues, théorèmes de Pascal et de Brianchon.

8. Notions de géométrie descriptive : représentation par la méthode de Monge et en projections cotées du point, de la droite et du plan. Problèmes concernant les positions relatives de ces éléments, les intersections de droites, de plans d'une droite et d'un plan en projection de Monge.

2.2.2.4 Introduction à la géométrie analytique

1. Etude en axes cartésiens quelconques : coordonnées d'un point, coordonnées d'un point divisant un segment dans un rapport de section donné. Expression analytique du rapport anharmonique de quatre points d'une droite. Relations d'harmonie.

Axe : coefficients de projection.

Droite : paramètres directeurs et coefficient angulaire ; parallélisme de deux droites ; droite passant par deux points ; conditions pour que trois points soient en ligne droite.

Droite passant par un point et ayant une direction donnée ; faisceau des droites de direction donnée ; faisceau des droites passant par un point donné. Intersection de deux droites. Conditions pour que trois droites soient concourantes. Régions d'une droite. Inéquations et systèmes d'inéquations linéaires à deux inconnues.

2. Etude en axes rectangulaires :
 - (a) Distance de deux points, angle de deux droites, condition de perpendicularité de deux droites.
 - (b) La circonférence : équation, coordonnées du centre et rayon. Circonférence rapportée à deux diamètres perpendiculaires : équations paramétriques, intersection avec une droite, tangente en un point, tangentes de direction donnée. Puissance d'un point par rapport à un cercle : axe radical.
 - (c) La parabole, l'ellipse et l'hyperbole : équation de ces courbes rapportées à leurs axes de symétrie ; forme et construction par points

2.2.2.5 Trigonométrie

1. Revision des points principaux du cours précédent.
2. Calcul des éléments remarquables d'un triangle quelconque. Résolution de triangles dont les données ne sont pas toutes des côtés et des angles. Discussion et interprétation géométrique.
3. Relations simples entre les éléments d'un quadrilatère.
4. Définition des fonctions trigonométriques inverses : $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$. Graphiques. Applications simples.
5. Application de la trigonométrie à des problèmes empruntés à la géométrie et à la physique.

2.2.3 Classes de première latin-mathématiques et scientifique

2.2.3.1 Arithmétique

Théorie de la divisibilité des nombres entiers ; méthode générale pour la recherche des caractères de divisibilité. Théorie du P. G. C. D. Théorie des nombres premiers entre eux et des nombres premiers.

Nombre des diviseurs d'un nombre.

Théorie du P.P. C. M. Applications. Théorème de Fermat

2.2.3.2 Algèbre

1. Récapitulation des extensions successives de la notion de nombre. Nombres irrationnels : nécessité de leur introduction comme mesures de grandeurs. Suites des valeurs décimales approchées d'un nombre irrationnel. Théorie des radicaux arithmétiques. Propriétés des exposants fractionnaires et négatifs. Nombres complexes : définition, opérations, forme trigonométrique, représentation géométrique, formule de Moivre. Racines n èmes d'un nombre, équations binômes.
2. Limite de $(1 + \frac{1}{n})^n$ lorsque n tend vers l'infini. Fonction exponentielle : définition, continuité, représentation graphique. La fonction logarithmique considérée comme fonction inverse de la fonction exponentielle, ses variations. Propriétés des logarithmes. Systèmes de logarithmes : bases, logarithmes népériens, module relatif. Résolution d'équations exponentielles et logarithmiques simples.

2.2.3.3 Géométrie

1. Cercles orthogonaux et faisceaux de cercles. Transformation des figures par homothétie et inversion. Applications.
2. Géométrie descriptive : rabattements, changements de plans, rotations ; distances et vraies grandeurs. Sections planes des polyèdres.

2.2.3.4 Géométrie analytique

1. Coordonnées cartésiennes : changements d'axes coordonnés.
2. Revision avec développements de la théorie de la droite. Coordonnées homogènes. Éléments à l'infini.

3. Compléments de la théorie du cercle. Intersection de deux cercles, éléments imaginaires, points cycliques, droites isotropes.
4. Faisceaux de droites : équation quadratique de deux droites ; rapport anharmonique du quaterne des droites. $a = 0$; $b = 0$; $a + kb = 0$; $a + k'b = 0$. Conditions pour que deux couples de droites passant par l'origine forment un quaterne harmonique.
5. Méthodes de recherche des lieux géométriques ; applications.
6. Intersection d'une courbe du second degré et d'une droite ; équation quadratique des droites joignant l'origine aux intersections d'une courbe du second degré et d'une droite. Directions asymptotiques et classification des courbes du second degré. Discussion générale de l'équation du second degré. Identification des courbes du second degré et des sections coniques. Régions déterminées dans le plan par une conique.
7. Tangente à une conique.
 - (a) En un point de la conique.
 - (b) Par un point extérieur ; équation quadratique des tangentes issues de ce point.
 - (c) Parallèlement à une direction donnée ; équation quadratique.

Normale en un point d'une conique (axes rectangulaires).
8. Théorie des asymptotes ; équation quadratique. Applications.
9. Pôles et polaires : éléments conjugués par rapport à une conique. Applications.
10. Théorie du centre ; réduction au centre ; diamètres et diamètres conjugués ; axes de symétrie et sommets. Réduction de l'équation générale du second degré.

11. Foyers et directrices ; propriétés.
12. Intersection de deux coniques. Faisceaux ponctuels de coniques. Equations de coniques soumises à certaines conditions. Applications.
13. Théorèmes de Pascal et de Brianchon ; cas particuliers. Application à la construction de coniques dont certains éléments sont donnés.
14. Etude particulière des coniques.
15. Coordonnées polaires. – Equation de quelques courbes : droite, conique, cissoïde, strophoïde. Etude élémentaire de ces deux dernières.

Deuxième partie

Programmes de l'enseignement catholique

FÉDÉRATION NATIONALE
DE
L'ENSEIGNEMENT MOYEN CATHOLIQUE

*

PROGRAMME

PRÉFACE

DE

SON ÉMINENCE LE CARDINAL VAN ROEY

ARCHEVÊQUE DE MALINES

ET DE

LEURS EXCELLENCES LES ÉVÊQUES

DE BELGIQUE

3. Introduction générale

3.1 Humanisme chrétien

Dans notre monde transformé par les découvertes scientifiques et les progrès de la machine, peu de sujets apparaissent aussi d'actualité que l'humanisme et les humanités.

Humanisme nouveau, humanisme technique, humanisme ouvrier, crise de l'humanisme, critique de l'humanisme, urgence de l'humanisme, autant de titres de livre et d'article dont la simple énumération remplirait des pages.

Réjouissons-nous de ces discussions. Ces dialogues, parfois passionnés et souvent anxieux, nous prouvent le souci de ne pas voir seulement dans l'homme le technicien, le spécialiste, le professionnel, mais avant tout l'être raisonnable, appelé à une destinée supérieure et digne du respect de ses semblables.

Par quoi se distingue l'homme cultivé ? Les réponses ne manquent pas et aboutissent toutes à mettre en relief les mêmes éléments : le goût des idées, des idées claires et distinctes, la notion du relatif et de la nuance, le sens critique et le sentiment de, la qualité.

L'Enseignement moyen catholique veut travailler à la formation d'hommes semblables qui développeront toutes leurs virtualités, non dans un but de jouissance égoïste, mais pour les mettre au service du prochain et du Christ.

Le vrai chrétien, fruit de l'éducation chrétienne, écrivait Pie XI, est l'homme surnaturel qui pense, juge, agit, avec constance et avec esprit de suite, suivant la droite raison éclairée par la lumière surnaturelle des exemples et de la doctrine du Christ ...⁽¹⁾

La perspective du service de Dieu à la lumière des doctrines de l'Évangile, dans laquelle se place l'Enseignement moyen catholique, ne l'empêche pas de chercher à faire de ses élèves des hommes complets. Au contraire, plus parfait sera l'instrument, plus efficace sera l'action de la grâce et plus visible l'hommage rendu à Dieu par sa créature.

Il s'agit donc de conduire les jeunes à voir, à penser et à sentir, à parler et à exprimer leurs idées dans des formes adéquates, à envisager leur carrière sous l'angle du service d'autrui, toute leur vie en harmonie avec les doctrines apportées par le Christ et prêchées par l'Église aux générations qui se succèdent.

Les moyens d'atteindre ce résultat sont multiples. Aux mains d'un maître capable toutes les disciplines peuvent servir à éveiller les esprits et à enthousiasmer les cœurs. Pour être aujourd'hui de type divers, les humanités, si elles veulent rester dignes de ce nom, n'en doivent pas moins mettre à leur base le souci primordial de la formation de l'homme. Les humanités anciennes ne négligent pas l'étude de la langue maternelle, des langues vivantes, de l'histoire, des mathématiques et des sciences, mais elles tiennent à mettre d'abord les élèves en contact avec les langues et les littératures de la Grèce et de Rome et elles tâchent de procurer ainsi aux esprits ces qualités qui s'appellent précision, équilibre et profondeur. Les humanités modernes poursuivent le même but par une étude plus approfondie des langues modernes et des mathématiques, elles veillent à ne pas laisser la culture littéraire s'étioler sous le poids toujours grandissant des connaissances scientifiques.

1. Encyclique *Divini illius Magistri*, 31 décembre 1929.

À la fin du XVIII^e siècle Goethe éprouvait la nostalgie du monde grec. Beaucoup de nos contemporains refusent de s'engager sur cette route. L'ancienne civilisation grecque leur apparaît bien comme une ruine éloquente, des colonnes inébranlées qui témoignent d'une grandeur périmée, mais elle leur semble tellement éloignée et suffisamment évoquée par l'histoire.

Nous serons d'accord avec M. P.-H. Simon pour dire que : *le véritable humanisme n'est ni une formule close sur une expérience limitée, ni un vague milieu sans définitions intellectuelles et morales ; il est pour chaque époque et chaque culture la somme des expériences et des réflexions qui donnent à l'homme ce sans quoi il ne peut y avoir ni littérature, ni art, ni société, ni civilisation : une idée positive de la dignité de son essence et du sens de sa vie.* (2)

Mais nous pensons qu'un retour aux sources antiques, à ce patrimoine jalousement conservé par l'Église et remis en valeur à la Renaissance, reste une méthode excellente pour former les hommes de notre temps. Conscient des bienfaits de la formation mathématique, convaincu de la nécessité d'initier les élèves aux sciences et aux langues modernes, l'Enseignement moyen libre conserve sa foi dans les méthodes héritées du XVI^e siècle et perfectionnées depuis, il souhaite maintenir à la base de tout enseignement cet esprit qui a animé des générations de professeurs, ce souci de préparer le chrétien en éveillant l'homme.

3.2 Le nouveau programme

Le Conseil de Perfectionnement de la F.N.E.M.C. offre au corps enseignant un nouveau programme, conforme à la tradition séculaire de l'Enseignement catholique dans notre pays et mis au point grâce à la collaboration de quelque deux cents personnes. Tel qu'il est présenté, le programme reprend de nombreux points acquis de-

2. L'homme en procès, 1950.

puis longtemps et y introduit quelques innovations. À une époque d'évolution aussi rapide que la nôtre, les matières et les méthodes de l'enseignement doivent être adaptées en temps voulu.

Lacunes dans l'enseignement ?

Qui n'a entendu ces derniers temps des critiques émises à l'adresse de l'enseignement moyen. L'Université constate avec regret la connaissance imparfaite de la langue maternelle, le manque d'esprit de synthèse et d'imagination des étudiants. Elle cherche des causes à ces déficiences et elle croit les trouver dans les tendances encyclopédiques de nos professeurs et dans l'insuffisance de leur préparation pédagogique.

Les parents se plaignent de la surcharge des programmes et des prestations scolaires imposées à leurs enfants. Le père de famille qui suit d'un peu près le travail de ses enfants, est atterré devant l'ampleur de la matière ; il est mécontent de voir ses enfants obligés de consacrer leurs soirées à leurs études et il proteste contre ces perpétuelles atteintes à la vie familiale.

De l'avis des psychologues, les matières d'enseignement restent en dehors du champ d'intérêts des élèves et leur sont imposées par des professeurs qui n'ont pas reçu la formation pédagogique voulue pour comprendre les réactions des adolescents et diriger leur évolution.

Toutes ces critiques sont peut-être fondées. Elles marquent une réaction contre des imperfections, des déficiences, des exagérations.

Les hommes d'âge regrettent la sobriété des anciens programmes et voudraient en revenir aux conceptions d'autrefois :

— à l'école primaire les élèves devraient apprendre l'orthographe, l'analyse, les opérations fondamentales de l'arithmétique ;

— dans les classes d'humanités — des humanités anciennes surtout — les élèves devraient atteindre, grâce à un enseignement parfaitement adapté et gradué, cette formation culturelle désintéressée

qui ouvre leur âme à la vérité, à la beauté et les prépare aux études universitaires.

Les jeunes voudraient un renouvellement qui serait une projection des transformations mondiales en cours. On ne construit plus actuellement comme il y a vingt ans ; les appartements sont autrement disposés. Le programme et les méthodes aussi bien que les constructions scolaires devraient tenir compte des réalités de la vie moderne.

Il n'est pas facile d'indiquer avec précision les causes de la baisse du niveau culturel dont tout le monde parle. Loin de nous de rejeter uniquement la responsabilité sur la famille, l'école primaire ou les théories pédagogiques en vogue. L'Enseignement moyen catholique est prêt à un examen de conscience qui serait le point de départ d'un redressement, pourvu qu'on ne lui demande pas l'impossible. L'ambiance de la vie moderne, distractions multiples, facilités des communications etc. ne favorise peut-être pas le recueillement et la concentration d'esprit qui étaient possibles autrefois.

N'avons-nous pas un peu perdu le sens des proportions, l'art de distinguer l'essentiel et l'accessoire ? Il se trouve encore des éducateurs qui confondent toutes les valeurs et se perdent en un jeu compliqué de détails. Le souci du travail achevé et parfait est-il encore dominant ? Faute de persévérance dans l'effort certains professeurs ne créent pas autour d'eux cette ambiance de ferveur intellectuelle et de générosité morale dont l'adolescent a besoin pour s'élever au-dessus de la médiocrité.

Les rapports entre maîtres et élèves s'inspirent-ils toujours du respect de l'individu et de la souplesse indispensable à toute vraie collaboration ?

Les professeurs de l'enseignement moyen catholique s'inspireront, dans leur autocritique, du but élevé de l'éducation chrétienne. Outre une large érudition et la domination parfaite du métier, outre la vision chrétienne du monde, ils tâcheront d'acquérir cette jeu-

nesse d'âme et cette finesse psychologique auxquelles les jeunes sont sensibles et sans lesquelles le travail éducatif serait vain.

Esprit du programme

Un programme ne produit pas les qualités psychologiques ; il les présuppose. Du programme pourtant se dégage un esprit qui assurera l'efficacité des méthodes.

Un programme peut être considéré comme une espèce de tracé. Dans la construction des routes et des canaux, les architectes suivent une direction déterminée, une ligne axiale, nommée le tracé ; s'ils ne le font pas, les conditions du terrain peuvent présenter tant d'obstacles que la poursuite des travaux devient impossible. Le tracé, basé sur l'étude du sol et sur la destination de la route ou du canal, est une ligne sûre.

Les matières d'enseignement seront réparties en suivant la ligne sûre du programme de la Fédération Nationale de l'Enseignement Moyen Catholique, ligne tracée dans le respect de la tradition et de l'expérience mais avec le souci des exigences des temps nouveaux. On ne peut s'avancer sur cette ligne sans posséder le sens pédagogique requis, sans jouir de cette vision des hommes et des choses qui nous a été révélée par le Christ, seule vision complète en matière d'enseignement et d'éducation. Faute de quoi l'échec serait inévitable.

Supposons un instant que nous ne bénéficions pas des leçons de tant de siècles d'enseignement catholique, que nous devons chercher pour les élèves une voie dans le patrimoine culturel du monde civilisé et leur offrir sur cette voie les moyens les meilleurs d'assurer l'éducation de toute leur personnalité.

Sur la première page de notre programme devrait être inscrit en grandes lettres le but de l'éducation, à savoir le développement progressif de tout l'homme, racheté par le Christ, en vue d'une prise de position personnelle face aux hommes et au monde. Cette

idée fondamentale commanderait le choix des langues, des auteurs, des disciplines scientifiques, bref, tout l'entraînement nécessaire au développement de l'esprit et du cœur.

Mais nous ne nous trouvons pas devant une page blanche ; notre livre porte au contraire de nombreuses inscriptions, les résultats des expériences pédagogiques et religieuses des siècles précédents. Un danger nous menace cependant, danger qui résulte peut-être de la richesse même des apports culturels de nos traditions. Un équilibre harmonieux entre le corps et l'esprit est déjà un but difficile à réaliser, l'initiation aux beautés artistiques et littéraires demande beaucoup de temps. Mais nous ne cherchons pas à multiplier les athlètes, les esthètes et les intellectuels, nous visons à former des chrétiens pour qui toutes les valeurs humaines, toutes réelles qu'elles soient, doivent être considérées dans la perspective des rapports entre Dieu et l'homme par le Christ.

Deux erreurs sont possibles : ne suivre aucun programme, devenir l'esclave de son programme. Avant de critiquer un programme, il faut l'étudier et le comprendre ; avant d'essayer des méthodes nouvelles, il faut tâcher d'entrer dans l'esprit des anciennes. Le professeur n'est pas seul, il a des collègues. Chacun doit s'insérer dans une œuvre d'ensemble et contribuer pour sa part au but commun. Ce souci de l'unité et de la continuité dans l'application des méthodes d'enseignement est une des meilleures garanties de succès.

L'Enseignement moyen catholique va-t-il donc fixer des horaires et des programmes qui ligoteront la liberté du professeur et engendreront la sclérose de l'enseignement ? Il n'y a aucune crainte à avoir. La F.N.E.M.C. ne songe pas à tracer des lignes rigides et à tout réglementer.

D'ailleurs les lois sur la collation des grades académiques et sur l'enseignement moyen ne donnent qu'une énumération des branches. Elles laissent aux responsables des deux réseaux de l'enseignement moyen national les mains libres en ce qui concerne les méthodes

à appliquer, les initiatives à prendre et l'adaptation aux situations changeantes. La loi subordonne la répartition des matières de l'enseignement entre les deux degrés, inférieur et supérieur, à l'avis d'une commission mixte. Le caractère propre des deux secteurs de l'enseignement national sera respecté.

Les horaires et programmes établis par le Conseil de Perfectionnement sont un moyen terme qui n'entrave ni l'indispensable initiative du professeur, ni le maintien du caractère spécifique des différents groupes de la F.N.E.M.C. Dans la ligne du programme les professeurs pourront se mouvoir librement, en tenant compte des directives de l'inspection. La formation d'un professeur n'est jamais terminée. L'étude restera toujours son principal devoir et la source de son bonheur⁽³⁾

3.3 Nova et Vetera

Le nouveau programme apporte-t-il au professeur et à l'élève la simplification tant attendue et l'adaptation souhaitée, à la psychologie de l'élève ?

Des partisans de la simplification ont proposé d'en revenir à l'étude des branches principales, qui seraient pour les humanités anciennes : la religion, le grec, le latin, la langue maternelle, la deuxième langue, les mathématiques ; pour les humanités modernes : la religion, la langue maternelle, la deuxième langue, les mathématiques et les sciences. Toutes les autres branches devraient être réduites à un minimum ou disparaître du programme.

3. La bibliographie annexée au programme de chaque branche fournit aux professeurs des indications très utiles pour des études ultérieures. L'Inspection détermine quels manuels il faut employer. Voir également les listes des manuels éditées par la S. A. Joseph VAN IN & Cie, Lierre, en 1946. La Fédération Nationale de l'Enseignement Moyen Catholique publiera annuellement le catalogue des ouvrages soumis à la Commission « Livres classiques ».

Qu'il suffise de faire remarquer l'apport culturel de l'histoire, de la géographie et des sciences. Peut-on ignorer sa propre vie, son époque et le monde où nous vivons ? Nos élèves n'ont-ils pas le droit d'être initiés à l'histoire des siècles passés et à leurs activités de demain ? Il ne s'agit pas, notons-le bien, de programmes exhaustifs ou de nomenclatures à apprendre de mémoire, mais d'un choix de questions et de problèmes au contact desquels les esprits s'éveilleront et les vocations se découvriront.

À chaque professeur de chercher la bonne proportion et d'attribuer, de commun accord avec ses collègues et avec l'avis de son directeur, à chaque branche la place qui lui revient dans la formation générale de l'élève. Les "laudatores temporis acti" abondent ; ils devront pourtant reconnaître, en comparant p. ex. les manuels d'autrefois et ceux d'aujourd'hui, que la présentation des matières d'enseignement a fait d'immenses progrès et ils admettront que les méthodes actuelles, tout imparfaites qu'elles soient, sont mieux adaptées aux âges psychologiques.

Les branches prévues dans le nouveau programme ont toutes leur importance pour l'enseignement et pour l'éducation.

La répartition des heures attribuées à chaque matière a été faite au terme de longues discussions, compte tenu de nos traditions et des exigences de l'humanisme moderne. Aux professeurs de faire leur choix intelligemment dans les matières proposées, s'inspirant des directives de l'inspection.

Le programme de religion est précédé de directives détaillées, plus étendues que pour toute autre branche. Ces directives se rapportent autant au contenu du message qu'aux méthodes d'enseignement. Elles cherchent à faire la synthèse des nombreux progrès réalisés en matière d'enseignement religieux et à tracer une ligne de conduite, dont tous les professeurs pourraient tirer parti. Les débutants y trouveront une orientation sûre pour leurs premiers pas

et les maîtres chevronnés ne perdront pas leur temps en comparant les résultats atteints et les directives nouvelles.

Inspiratrice de vie et d'action, la doctrine religieuse, adaptée aux étapes successives de la croissance, doit être " le fondement et le couronnement de tout l'enseignement à tous les degrés, non seulement élémentaire, mais moyen et supérieur." (4)

Dans l'enseignement des langues anciennes, l'étude de la grammaire et les exercices grammaticaux sont orientés vers la lecture des auteurs et le contact avec les anciennes civilisations. La lecture des auteurs est le but, la grammaire un moyen indispensable, mais un moyen. Le programme veille à assurer chez les élèves une meilleure compréhension de la vie des anciens. Parmi les auteurs proposés, le professeur fera le choix qui lui paraîtra le mieux convenir aux possibilités de ses élèves.

L'importance de la langue maternelle, langue véhiculaire de l'enseignement et de l'éducation, n'échappe plus à personne. Le temps n'est plus où les classes de français apparaissaient comme chose facile et à la portée de n'importe qui.

Convaincus de la richesse des civilisations antiques, ne perdons pas de vue la valeur formative de la langue et de la littérature françaises.

Le nouveau programme a veillé à graduer la formation littéraire et à mieux répartir la lecture des auteurs entre les différentes classes. Nos élèves doivent être mis en possession des moyens d'expression, art d'écrire et art de parler ; ils ne peuvent ignorer l'aboutissement contemporain des tendances littéraires d'autrefois.

Les essais de renouvellement des méthodes dans l'enseignement des langues modernes n'ont pas manqué ces dernières années. Ils n'ont pas tous produit les résultats escomptés, faute de persévérance

4. Pie XI, Encyclique *Divini illius Magistri*.

peut-être ou de l'oubli d'établir solidement la base indispensable à tout progrès.

Les vieilles grammaires, les manuels d'exercices un peu savants ont été remplacés par des synthèses plus agréables, plus pratiques et mieux adaptées. La méthode systématique, employée trop exclusivement autrefois, conserve sa place dans la méthodologie des langues modernes. Une langue s'apprend d'abord par l'usage mais le parler ne deviendra aisé, correct et élégant que par la réflexion et le passage des cas particuliers aux règles abstraites et à leur application.

Le nouveau programme demande une initiation progressive à l'usage de la deuxième langue au cours du degré inférieur. Durant ces années, l'étude du langage courant a le pas sur l'initiation à la langue littéraire.

De divers côtés des directives ont été demandées pour l'enseignement de la troisième et de la quatrième langue. Satisfaction a été faite à cette demande dans le programme. Les professeurs d'anglais et d'allemand pourront du reste s'inspirer des directives données pour l'étude de la seconde langue.

Dans le domaine des mathématiques une simplification et une meilleure répartition des matières s'imposaient. Il n'est pas possible d'ajouter toujours de nouveaux chapitres sans dépasser l'horaire prévu et imposer aux élèves une charge qui dépasserait leurs forces. La connexion entre les différentes branches des mathématiques a été davantage étudiée et mise en relief.

Des tractations sont en cours en vue d'un allègement du programme de mathématiques. Elles ne peuvent aboutir qu'avec l'accord de l'enseignement supérieur, de l'enseignement moyen de l'État et de l'enseignement moyen catholique. Dès que la F.N.E.M.C. pourra introduire la simplification souhaitée, le présent programme sera modifié.

Les sciences obtiennent la place qui leur revient : la biologie est réservée au degré inférieur ; la physique et la chimie au degré supérieur. Les cours de sciences forment un ensemble logiquement coordonné.

Une attention spéciale a été accordée au programme d'histoire. Une conception saine du cours d'histoire exige un cadre chronologique solide dans lequel seront évoquées les civilisations du passé et l'enchaînement des principaux événements. Il n'échappe pas aux professeurs qu'ils doivent présenter la matière aux élèves des classes inférieures d'une façon intuitive et rendre progressivement ces jeunes esprits capables de comprendre le jeu des causes et effets. Après nombre de discussions et d'enquêtes le Conseil de Perfectionnement a décidé de prévoir deux programmes : le premier répartit la matière selon un cycle unique de six ans, le second selon un cycle double. Les deux synthèses ont leur valeur et permettent de donner une excellente formation historique. Dans les deux programmes une large place est réservée à notre histoire nationale.

L'étude de la géographie s'engage sur de nouveaux chemins. Il n'est plus question de se borner à l'énumération de fleuves et de villes. Les phénomènes d'ordre physique sont mis en relation avec les activités humaines. Les élèves seront invités à réfléchir sur les conditions dans lesquelles se développe la vie humaine.

Les leçons de sciences économiques ne commencent qu'en quatrième. Les élèves ne sont pas capables d'assimiler plus tôt avec fruit les éléments de l'économie, de l'arithmétique commerciale et de la comptabilité. Dans la répartition de la matière sur les quatre années d'études, on s'est efforcé d'atteindre le plus de clarté possible dans la multitude de notions que cette discipline requiert inévitablement.

La formation de l'élève des humanités ne serait pas complète sans une initiation à l'esthétique. La formation du sens esthétique des élèves incombe à tous les professeurs, mais spécialement aux titulaires des deux classes supérieures. Il ne s'agit pas d'entasser

des connaissances encyclopédiques sur les courants artistiques, mais bien de former le goût par l'étude approfondie d'un choix d'œuvres d'art.

L'éducation musicale peut être donnée tant dans l'horaire ordinaire des classes qu'en dehors de celui-ci. Dans les classes inférieures des humanités, les élèves seront initiés aux techniques musicales fondamentales, dans les classes supérieures, à l'appréciation des grandes œuvres. Le professeur trouvera dans le programme la répartition de la matière et les directives méthodologiques.

Les travaux féminins sont insérés dans l'enseignement des humanités en guise d'introduction à la formation ménagère des jeunes filles. Utiles et de nature à mettre dans le programme une note reposante, ces activités contribueront à créer une atmosphère familiale en classe.

L'éducation physique requiert aujourd'hui l'attention de tous les éducateurs. Nous vivons une époque de plein air et de sports. La croissance physique de nos élèves doit être guidée à travers les différentes étapes de leur jeunesse; ils doivent être trempés physiquement pour résister aux tensions de la vie moderne. Le professeur trouvera dans le programme nombre d'indications précieuses et quelques modèles de leçons.

Un programme de politesse et de savoir-vivre n'a pas été prévu. Les directeurs chercheront un manuel approprié et veilleront avec les professeurs titulaires à répartir la matière entre les différentes classes.

Ce bref aperçu des nouveaux programmes aura fourni la preuve, espérons-nous, de notre attachement à la tradition consacrée des humanités, de notre sympathie à l'égard des acquisitions de la culture moderne et de notre décision d'engager l'enseignement moyen catholique dans les voies nouvelles mieux adaptées aux besoins psychologiques et sociaux de la jeunesse.

Cet engagement résolu se fait à la lumière de la vision chrétienne du monde et de l'homme.

4. Directives générales

Les mathématiques constituent un élément indispensable de la formation des humanités. Elles forment l'esprit au raisonnement rigoureux et à l'expression exacte en éliminant l'imprécision, l'illogisme, l'incohérence et l'arbitraire.

Dans le cadre de l'enseignement des humanités, elles devront donc être enseignées moins pour elles-mêmes qu'en vue des habitudes mentales à développer chez les élèves.

4.1 L'Algèbre

Dans l'enseignement de l'algèbre, il faut tenir compte de deux éléments essentiels :

1. la connaissance des symboles et des signes ainsi que de la technique du calcul algébrique ;
2. l'emploi de méthodes spécifiques de raisonnement. L'emploi des méthodes de raisonnement ne sera fructueux qu'après un entraînement préalable à la technique du calcul algébrique. Cet entraînement lui-même suppose une connaissance parfaite des symboles particuliers de l'algèbre.

L'apprentissage de cette symbolique et de cette technique, disons en un mot : de cette « grammaire », est d'une importance

fondamentale et constitue l'objectif principal à poursuivre dans le premier cycle des humanités. Sa valeur formative vient surtout de ce qu'elle nécessite une concentration vigoureuse et constante de l'esprit. L'élève doit faire sans cesse attention aux signes dont un seul, fautif, entraîne la ruine de tout l'édifice ; il doit observer le jeu des parenthèses, appliquer exactement les formules d'opération et de produits remarquables et transformer à bon escient les systèmes d'équations. Ce travail de concentration sera plus aisé, si le professeur exige l'ordre et la formation soignée des chiffres, des lettres, des signes.

Les notions élémentaires de nombre relatif, de coefficient, de puissance, etc. gagneraient à être enseignées en traduisant en langage algébrique des expressions courantes comme « le double produit de deux nombres, augmenté du quotient de deux autres » ; de même, en faisant correspondre aux nombres 2, 3, 4, 5, etc. respectivement 7, 10 ; 13, 16, etc., on amènerait l'élève à découvrir la loi de formation, puis à exprimer qu'un nombre quelconque y de la seconde suite vaut $3x + 1$, x représentant un nombre correspondant de la première.

A cette espèce de « thème » algébrique succéderait alors la « version » en langage ordinaire de formules littérales, par exemple celles des surfaces et volumes de corps connus ou même de quelques relations simples de la physique. En substituant des nombres à certaines lettres de ces formules, on pourrait déduire la valeur numérique de l'inconnue restante et l'on arriverait ainsi de façon toute naturelle à la théorie des équations. Il serait souhaitable qu'une partie des équations proposées traduisent des problèmes aisés, pour que l'élève, familiarisé avec la « mise en équation », ne soit pas dérouté par les applications du cours de physique au cycle supérieur.

Les produits remarquables seront exposés de préférence sous forme de tableaux clairs. La décomposition en facteurs a une importance particulière, non seulement à cause de sa valeur formative

mais aussi en raison des nombreuses applications que l'on devra en faire dans la suite.

Cette gymnastique de précision assurera à l'élève de troisième le maniement aisé d'un outil algébrique et de méthodes qui lui permettront d'aborder avec fruit le thème fondamental du cycle supérieur des humanités : la *théorie des fonctions*. Il pénétrera dans le domaine étendu et divers des fonctions, il entamera l'étude de leurs variations et de leur représentation graphique, il passera en revue les nombreuses possibilités qu'elles offrent et les applications variées auxquelles elles se prêtent. Ce n'est qu'ensuite qu'il commencera à s'élever au-dessus du domaine aride des exercices purement mécaniques pour gagner les régions infiniment plus agréables du raisonnement analytique ; il y trouvera l'avant-goût des richesses de la pensée mathématique.

L'étude des fonctions débute en troisième par celles du premier degré ; elle s'amplifie avec celle des inégalités, des fonctions du second degré et de leurs nombreuses applications ; elle trouve enfin son couronnement dans la théorie des limites, des dérivées et des variations de fonctions de degré supérieur. Cette partie constitue non seulement une belle synthèse de toutes les notions apprises précédemment mais une porte ouverte sur les horizons lointains des mathématiques supérieures. Toutefois les variations des fonctions n'éveilleront vraiment l'esprit d'analyse chez l'élève que si loin de se contenter d'une pure technique, il se trouve obligé à réfléchir et à justifier sa méthode de travail.

Pour ce qui regarde les premières notions du calcul différentiel et intégral, il ne peut être question ici d'un exposé rigoureusement scientifique. Le professeur se bornera à l'intégration de quelques fonctions très simples. En partant de cette base, il expliquera brièvement le mécanisme des principales méthodes d'intégration. La signification de l'intégrale définie pourra être explicitée au moyen de calculs très simples de surfaces ou de quelques volumes. Le but de

cette dernière partie est uniquement de mettre les élèves en contact avec les moyens les plus féconds des mathématiques supérieures et de la physique moderne.

4.2 La Trigonométrie

La trigonométrie n'est au fond que l'application des méthodes algébriques à la résolution de problèmes géométriques. Il n'est donc pas nécessaire d'établir une cloison étanche entre ces deux disciplines. Les notions élémentaires de sinus, cosinus et tangente d'un angle aigu peuvent fort bien être enseignées au cours de géométrie, notamment à propos des triangles rectangles et des notions sur les projections. Ces éléments permettent, d'ailleurs, de faire quelques applications, telle que la résolution des triangles rectangles.

Après avoir établi les formules fondamentales, on procédera à de nombreux exercices, pour lesquels on emploiera les tables des valeurs naturelles et celles des logarithmes des rapports trigonométriques.

4.3 La Géométrie

« Entre esprits égaux et toutes choses pareilles, disait Pascal, celui qui a de la géométrie l'emporte et acquiert une vigueur toute nouvelle. »

Cette vigueur, c'est avant tout la logique serrée, opposée au désordre et à la confusion. Le professeur combattrait d'abord le pur travail de mémoire qui n'établit aucun lien logique. D'après une enquête récente, 40% des élèves ne dépasseraient pas le stade d'une mémorisation brutale. Pour prévenir cette funeste habitude, il faudra éviter à tout prix un enseignement trop livresque des débuts de la géométrie. On retournera aux sources matérielles historiques, c'est-à-dire qu'on munira les élèves de règle, compas, rapporteur ;

sans revenir au pliage et au coup de ciseau de l'école primaire, on leur fera tracer les figures géométriques pour en découvrir et mesurer les propriétés. De cette manière, à toute notion géométrique sera associée une figure concrète qui suggérera automatiquement ses caractères spécifiques. Le but de cette géométrie intuitive, qui est au programme des classes de sixième, n'est pas, on le voit, d'apprendre à calculer certains éléments d'une figure ou d'un volume ; il s'agit plutôt de familiariser les élèves avec la structure et les propriétés de quelques figures géométriques, de les amener à regarder celles-ci avec attention et à en distinguer les divers éléments, enfin de leur inculquer, à partir de ces formes, certaines notions générales comme celles de congruence, d'équivalence, de similitude, de symétrie. Même plus tard, au début de l'explication du cinquième livre, si pénible à ceux qui manquent de vision spatiale, il est tout indiqué de concrétiser les plans, les dièdres et les trièdres par des moyens concrets, par exemple, des murs de la classe.

Les démonstrations proprement dites entreront progressivement en ligne ; elles enseigneront la logique en jetant un pont entre l'hypothèse et la thèse, nettement séparées au préalable. Si l'élève ne sent pas la nécessité de démontrer, par exemple, que d'un point on peut ne mener qu'une perpendiculaire à une droite, on s'adaptera pédagogiquement à cette faiblesse en remettant ce théorème à plus tard.

L'esprit qui, faute de génie, ne lirait pas spontanément la thèse dans la proposition d'hypothèse, portera son attention successivement vers les deux bouts à réunir. L'hypothèse d'abord : que de son énoncé concis se dégagent naturellement toutes les richesses qui y sont accumulées : autant de bras qui se tendent vers la thèse. Celle-ci surtout est à examiner : étant l'enjeu de la démonstration, elle doit déterminer un choix judicieux parmi les éléments de l'hypothèse. Facilement alors et sans recourir à des constructions trop

artificielles, le pont est jeté et l'élève comprend que la solution est un jeu pour qui consent à réfléchir.

Untel exposé répugne à tout dogmatisme et se prête très bien à la méthode socratique : les élèves, guidés par des questions bien posées, trouveront presque par eux-mêmes l'agencement des idées. Pour aiguillonner le travail de raisonnement, le professeur supprimera au besoin telle donnée ou telle construction et demandera où, sans l'aide de celle-ci, s'arrêterait la démonstration. Il exigera la rigueur de l'enchaînement jusque dans l'expression verbale et, mieux encore, écrite de la preuve. En regard d'un schème lapidaire, un élève pourra être chargé de rédiger le texte complet et sa version sera soumise aux critiques de tous. Ce genre de composition est bien dans la ligne de l'humanisme et pourrait faire l'objet d'un travail à domicile : il s'agirait de rédiger sous une forme définitive les résultats des exercices dirigés.

Ce même travail de synthèse logique se ferait utilement aussi pour plusieurs théorèmes successifs : que de propositions, du second livre par exemple, pourraient n'être que des corollaires d'une vérité primordiale. Que de théorèmes du troisième livre découlent de la simple considération des triangles semblables. Comme le cinquième livre aussi gagnerait en clarté si, de l'encombrement des moindres détails d'érudition, on parvenait à dégager les définitions essentielles et les conditions nécessaires et suffisantes qui les remplacent dans la pratique.

L'esprit géométrique peut devenir un esprit faux lorsqu'il emploie la logique abstraite des déductions là où elle ne s'applique pas, là où la vérité échappe aux prises du raisonnement. Tel est le cas dans les dédales de la vie morale, littéraire ou artistique, où le tact et le souci des nuances règnent en maîtres. Il faudra que l'intelligence des jeunes élèves soit assez souple pour passer avec aisance, selon les cas, de l'esprit de géométrie à l'esprit de finesse et vice versa.

4.4 Les géométries spéciales en humanités scientifiques

Si les cours de géométrie et d'arithmétique sont à proprement parler des cours d'humanités, puisqu'ils s'achèvent en dernière année, la géométrie analytique et la géométrie descriptive, au contraire, commencent en première et se terminent à l'université; ces géométries spéciales ont un but de préparation, elles doivent initier l'étudiant au maniement correct d'une méthode nouvelle, soit analytique, soit descriptive.

La pédagogie qui régit ces deux disciplines doit s'inspirer de ce caractère qui leur est propre, sans négliger, du reste, l'apport inestimable de leur précision rigoureuse et de leur puissante synthèse.

L'esprit *analytique* s'acquiert avant tout par de multiples exercices. L'exposé de la théorie sera clair et bref. L'enseignement, établi d'abord sur un exemple simple et concret, puis généralisé par le professeur sous la forme de l'équation canonique, sera reproduit par l'élève au moyen d'autres exemples et, au besoin, avec d'autres notations; cette manière de procéder dégage vraiment l'âme de la méthode.

Les recherches de lieux géométriques seront intensifiées et porteront de préférence sur des coniques peu compliquées et que certaines valeurs concrètes et simples du paramètre puissent réduire à des équations classiques; ainsi des points remarquables du lieu apparaîtront et pourront être vérifiés sur l'équation trouvée. Ce contact constant avec la figure géométrique elle-même suggérera souvent d'intéressantes génératrices du lieu et déterminera un choix heureux des axes de coordonnées.

Cette vision géométrique évitera en outre à l'élève des calculs laborieux et souvent inextricables; elle l'empêchera heureusement de faire appel aux formules toutes faites, appliquées brutalement.

Une méthode semblable fera acquérir l'esprit de la géométrie descriptive. Ici aussi la théorie sera réduite au strict minimum : une claire vision des droites, des plans et surtout des éléments projetants ; un maniement aisé, grâce à des exemples simples, des problèmes d'intersection et des points de percée ; enfin, l'usage des méthodes de simplification. Par contre, les exercices seront abondants et les éléments de profil et de second bissecteur y interviendront souvent. Parallèlement à ces applications dirigées, des épures plus générales de solides apprendront à l'élève le calme et la précision dans le dessin.

4.5 L'Arithmétique

C'est la reine des mathématiques ; n'empruntant aux sens que la seule idée de quantité, elle est la science la plus abstractive, la vraie philosophie du nombre. Aussi ne peut-on vraiment comprendre les théories subtiles de la division et des nombres premiers qu'au moment où l'esprit de l'étudiant réalise au maximum son pouvoir d'abstraction, c'est-à-dire dans les deux dernières classes.

Au cycle inférieur on préparera cet épanouissement. L'esprit de l'enfant n'est pas assez mûr pour faire systématiquement de l'arithmétique raisonnée et l'on se contentera d'établir solidement les opérations sur les nombres entiers et sur les fractions en faisant beaucoup d'exercices écrits, en recourant aussi au calcul mental auquel on consacra souvent quelques instants. Toutefois, il faut dépasser le stade de l'école primaire qui se contente d'effectuer des opérations sans faute ; on abordera déjà l'explication du mécanisme de celles-ci, on risquera même les théorèmes élémentaires relatifs au calcul des fractions et aux caractères de divisibilité.

Quant aux problèmes, ils seront fréquents dès le début. Nous ne parlons pas de ces séries ennuyeuses d'un même type et qui supposent une routine sans valeur formative ; il ne s'agit pas davantage

de ces espèces de rébus qui découragent de bons élèves et les font croire à la nécessité d'un don spécial pour réussir en mathématiques, vieux préjugé à combattre sans répit. Plutôt que de reprendre indéfiniment le même type -de problème, on le disséquera par le raisonnement. On habituera l'élève à résoudre correctement des questions comme celles-ci : Quelles sont les données du problème ? Quel chemin peut les relier à l'inconnue ? Quel ordre de grandeur doit-on trouver ? Comment poser le problème de façon que les données primitives deviennent objet de recherche ? Quel est, par exemple dans les problèmes de courriers et d'alliages, le type fondamental ? Comment, à partir de ce canevas essentiel, composer un problème et en rendre les données progressivement plus implicites ? etc. En vidant ainsi un seul problème, l'étudiant se forme bien plus efficacement et il en tire plus de satisfaction personnelle.

Cette préparation permettra de saisir mieux les vraies démonstrations arithmologiques qui sont réservées à dessein aux dernières classes des humanités scientifiques. L'élève pourra alors remplacer progressivement par des lettres les nombres concrets des théorèmes. Au lieu de craindre la mise en formule d'une théorie, il saura apprécier la grande utilité de ces notations abstraites. Il suivra volontiers son maître lorsque celui-ci lui proposera, par exemple, de remplacer le produit des n premiers nombres naturels par une factorielle ou quand il lui demandera l'influence précise de telle partie d'hypothèse sur le déroulement d'une démonstration. Sachant qu'une condition nécessaire et suffisante peut toujours être substituée à une définition, il sera heureux de choisir lui-même l'une ou l'autre et l'hypothèse, ainsi vivifiée, présentera les tentacules les plus aptes à saisir la thèse. Habitué à raisonner, c'est-à-dire à approfondir, l'étudiant trouvera le plus grand commun diviseur bien plus commode à retenir par sa qualité essentielle de n'être qu'un reste de division. Quel plaisir aussi de comparer les différentes théories, de chercher le théorème qui soutient tous les autres, par exemple dans les nombres premiers.

Cette méthode en profondeur est aussi la plus rapide ; les exercices s'y placent d'eux-mêmes, surtout à l'occasion des caractères de divisibilité, des nombres premiers et des fractions. Cette méthode est enfin la plus attrayante. Seule, la duperie des mots favorise l'aridité de l'étude.

5. Humanités scientifiques et latin-mathématiques

5.1 Sixième - première moyenne

5.1.1 Arithmétique

1. Numération des nombres entiers.
2. Addition, soustraction, multiplication. Étude raisonnée des opérations. Théorèmes généraux. Application au calcul mental. Puissances. Racine carrée (tables).
3. Division ; rappel des règles, sans démonstration.
4. Multiples. Diviseurs. Divisibilité par 2 et 5, 4 et 25, 8 et 125, 3 et 9, 11. Démonstrations sur des nombres concrets. Preuve par neuf de la multiplication (sans démonstration).
5. Nombres premiers et nombres premiers entre eux (définitions). Décomposition en facteurs premiers ; application à la recherche du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple.
6. Fractions ordinaires ; opérations.
7. Nombres décimaux ; opérations.
8. Calcul rapide : multiplication et division par 5, 25, 75, 125, par leurs multiples et sous-multiples décimaux.

9. Méthodes de résolution des problèmes (réduction au même coefficient, règle conjointe, méthode des fausses hypothèses, etc.). Questions de partage, de pourcentage (prix d'achat, de vente). Applications pratiques de la règle de trois simple, composée. Recherche de l'intérêt, du capital, du taux, du temps. Mélanges et alliages.
10. Système métrique ; applications.

5.1.2 Géométrie intuitive

1. Dédire de la considération d'un solide (cube ou prisme) les notions suivantes : corps (volume), surface (aire), ligne (longueur), point.
2. Segments de droite. Opérations sur les segments : addition et soustraction ; multiplication et division par un nombre entier. Mesure d'un segment. Milieu d'un segment.
3. Angles ; espèces d'angles ; angles complémentaires et supplémentaires. Opérations sur les angles. Bissectrice. Mesure d'un angle. Emploi du rapporteur.
4. Perpendiculaire ; médiatrice. Droites parallèles.
5. Le cercle. La circonférence ; arcs et cordes. Angle au centre. Quadrant.
6. Notions élémentaires sur les triangles, le carré, le rectangle, le parallélogramme ; le losange, le trapèze. Reproduction, sur échelle, de ces figures. Introduction des notions de congruence, d'égalité, de similitude et de symétrie.
7. Notions élémentaires sur le cube, le prisme, la pyramide, le cylindre et le cône. Construction de ces corps.
8. Construction de quelques polygones réguliers : triangle, carré, octogone, hexagone.

5.2 Cinquième - deuxième moyenne

5.2.1 Arithmétique

1. Égalités et inégalités.
2. Démonstration des opérations fondamentales sur les nombres entiers (sauf la division), sur les fractions et sur les nombres décimaux.
3. Quotient à 0,1, 0,01, etc. près.
4. Revision des caractères de divisibilité, avec démonstration.
5. Preuve des opérations, avec démonstration.
6. Rapports et proportions ; propriétés.
7. Extraction (sans démonstration) de la racine carrée et de la racine cubique.
8. Problèmes sur les grandeurs proportionnelles. Règle de trois composée. Applications.
9. Intérêts simples. Méthodes commerciales.
10. Échéance moyenne et échéance commune.
11. Mélanges et alliages ; formules du prix et du titre moyens. Élévation et abaissement d'un titre.

5.2.2 Algèbre

1. Généralisation des problèmes par l'emploi d'énoncés littéraires.
2. Thème et version algébriques.
3. Introduction des nombres relatifs ; règles de calcul ; propriétés fondamentales.
4. Expressions algébriques.
5. Les quatre opérations sur les monômes, les polynômes.

6. Produits remarquables — applications à l'arithmétique — ; décomposition en facteurs, basée sur les formules fondamentales.
7. Simplification et réduction des fractions.
8. Résolution de l'équation du premier degré.
9. Mise en équation et résolution de problèmes numériques du premier degré. Généralisation de quelques problèmes d'arithmétique

5.2.3 Géométrie

Livre I

1. Ligne droite, demi-droite, segment de droite.
2. Angles ; angles adjacents. Droite perpendiculaire. Angles opposés par le sommet.
3. Triangles. Triangles isocèles. Cas d'égalité.
4. Perpendiculaire et obliques ; triangles rectangles ; cas d'égalité.
5. Définition du lieu géométrique. Médiatrice. Bissectrice.
6. Droites parallèles. Angles formés par deux droites parallèles et une sécante.
7. Somme des angles intérieurs d'un triangle, d'un polygone convexe.
8. Étude du parallélogramme, du rectangle, du losange, du carré, du trapèze.
9. Droites remarquables du triangle.

5.3 Quatrième - troisième moyenne

5.3.1 Arithmétique

1. Revision des opérations fondamentales y compris la division. Quotient à $\frac{1}{10^n}$ près.
2. Recherche du plus grand commun diviseur de deux ou plusieurs nombres par la méthode des divisions successives.
3. Théorèmes relatifs aux nombres premiers entre eux. Nombres premiers absolus ; décomposition d'un nombre en facteurs premiers.
4. Recherche des diviseurs d'un nombre, du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple de deux ou de plusieurs nombres.
5. Étude complète des fractions ; réduction des fractions ordinaires en nombres décimaux.
6. Racine carrée et cubique à $\frac{1}{10^n}$ près.
7. Escompte commercial (en dehors).
8. Escompte en dedans ; raisonnement ; formules. Différence des deux escomptes ; applications à l'échéance moyenne et à l'échéance commune.
9. Revision des méthodes de résolution des problèmes (réduction au même coefficient ; règles de trois ; règle conjointe ; méthode des fausses hypothèses, etc.).
10. Problèmes sur les mélanges et les alliages ; problèmes sur les courriers.

5.3.2 Algèbre

1. Revision des opérations fondamentales. Produits remarquables
2. Division d'un polynôme entier en x par $x \pm a$. Reste et loi du quotient.

3. Quotients remarquables.
4. Décompositions en facteurs présentant certaines difficultés. Méthode des diviseurs binômes. Méthode des groupements. Emploi simultané de différentes méthodes.
5. Fractions algébriques. Radicaux arithmétiques.
6. Identités et équations. Résolution des équations et systèmes d'équations du premier degré. (Énoncer les principes d'équivalence, les faire comprendre sans exiger la démonstration). En résolvant des systèmes, les élèves écriront toujours, quelle que soit la méthode d'élimination, la suite des systèmes équivalents jusqu'au système qui est la solution cherchée.
7. Équations et systèmes indéterminés ou impossibles à deux Inconnues.
8. Problèmes du premier degré.
9. Discussion de l'équation $ax + b = 0$.
10. Principes généraux sur les inégalités du premier degré. Inéquations du premier degré à une inconnue.

5.3.3 Géométrie

Livre II

1. Circonférence. Arcs et cordes.
2. Tangentes. Normales. Position relative de deux circonférences.
3. Mesure de l'angle au centre (dans le cas où les arcs sont commensurables).
4. Mesure de l'angle inscrit, de l'angle formé par une tangente et une corde issue du point de contact, etc. Quadrilatère inscrit.
5. Problèmes. Lieux géométriques.

Livre III

1. Segments proportionnels déterminés par des droites parallèles. Propriétés des bissectrices dans un triangle. Lieu géométrique des points dont le rapport des distances à deux points fixes est constant.
2. Similitude des triangles, des polygones.
3. Équivalence des figures rectilignes. Aire du rectangle, du parallélogramme, du triangle, du trapèze et de polygones quelconques.
4. Relation entre les aires de deux figures semblables.
5. Relations métriques dans le triangle rectangle (théorème de Pythagore), dans les triangles quelconques et dans le quadrilatère inscrit (théorème de Ptolémée). Relation de Stewart.
6. Segments proportionnels déterminés par une circonférence sur des droites concourantes. Cas limite (tangente et sécante).
7. Aire du triangle en fonction des côtés.
8. Problèmes : quatrième et troisième proportionnelles ; moyenne et extrême raison (section dorée). Lieux géométriques.

Livre IV

1. Polygones réguliers convexes. Propriétés générales.
2. Formules pour le calcul, en fonction du rayon du cercle circonscrit, du côté et de l'apothème du carré, de l'hexagone, du triangle, du décagone et du pentagone.
3. Polygones circonscrits.

5.4 Troisième

5.4.1 Algèbre

1. Revision de la division par x ; revision de la décomposition en facteurs et exercices sur les fractions rationnelles.
2. Opérations sur les radicaux d'indice deux. Rendre rationnel le dénominateur d'une fraction.
3. La notion de fonction. Étude de la fonction linéaire. Représentation graphique.
4. . Théorèmes sur l'équivalence des équations et des systèmes d'équations. Revision de la résolution et de la discussion de $ax + b = 0$. Discussion des systèmes de deux équations linéaires à deux inconnues. Interprétation graphique. Résolution des systèmes linéaires à trois et à plus de trois inconnues. Artifices de calcul. Systèmes impossibles et systèmes indéterminés. Compatibilité de $(n + 1)$ équations à n inconnues.
5. Inéquations du premier degré à une ou deux Inconnues. Résolution graphique.
6. Équation du second degré. Propriétés des racines.
7. Étude des variations de signe du trinôme du second degré. Inéquations. Applications. Position de 1 ou 2 nombres par rapport aux racines d'une équation du second degré. Applications.
8. Équation bicarrée ; résolution ; discussion. Équations irrationnelles. Transformation d'un radical double. Équations réciproques. Systèmes d'équations de degré supérieur au premier.
9. Problèmes du second degré avec discussion.
10. Progressions arithmétiques et géométriques.

11. Introduction élémentaire à l'étude des logarithmes. Règles de calcul ; logarithmes décimaux ; usage des tables. Applications au calcul des intérêts composés et des annuités.

5.4.2 Géométrie

Compléments

1. Revision, sous forme d'applications, des théorèmes du troisième livre.
2. Axe, valeur algébrique et module d'un segment. Relation de Möbius-Chasles. Abscisse d'un point. Valeur algébrique d'un segment en fonction des abscisses de ses extrémités.
3. Valeur algébrique de la projection orthogonale d'un segment sur un axe. Théorème unifié relatif au carré d'un côté d'un triangle quelconque. Somme et différence des carrés de deux côtés d'un triangle et lieux géométriques dérivés. Théorème de Stewart.
4. Rapport de section. Représentation graphique des variations. Lieu géométrique des points tels que $\alpha.MA^2 + \beta.MB^2 = k$. Théorèmes de Ménélaüs et de Céva.
5. Théorie du rapport anharmonique et du rapport harmonique. Propriétés harmoniques du quadrangle et du quadri-latère complet.

Livre IV

1. Polygone régulier. Ligne polygonale régulière. Propriétés. Similitude des polygones réguliers. Construction de polygones réguliers inscrits et circonscrits à un cercle.
2. Monographie de polygones réguliers : carré, hexagone, triangle, décagone et pentagone (convexe et étoilé). Revision de la division d'un segment de droite en moyenne et extrême raison. Pentadécagone : convexe et étoilé.

3. Problèmes généraux sur les polygones réguliers.
4. Mesure d'un arc de circonférence et des aires circulaires (cercle, secteur, segment). Rapport de la longueur de la circonférence au diamètre. Calcul de π (méthode des isopérimètres).

Livre V

1. Plan et ligne droite. Postulats du plan. Détermination d'un plan. Intersection de deux plans.
2. Droite perpendiculaire au plan ; critère de perpendicularité ; possibilité des constructions ; propriétés de la perpendiculaire et des obliques menées d'un point à un plan. Théorème des trois perpendiculaires.
3. Droites et plans parallèles ; droites parallèles entre elles et perpendiculaires à un plan ; critère de parallélisme. Plans parallèles (possibilité, propriétés, problèmes).
4. Dièdres ; leur mesure par leurs rectilignes.
5. Projection d'une droite sur un plan, d'un angle droit sur un plan. Perpendiculaire commune à deux droites. Angle d'une droite et d'un plan.
6. Plans perpendiculaires entre eux ; critère de perpendicularité. Propriétés.

5.4.3 Trigonométrie

1. Vecteurs ; angles et arcs. Relations de Chasles. Unités d'angles et d'arcs, Conversion.
2. Définition des rapports trigonométriques. Variations et représentation graphique des fonctions trigonométriques. Calcul de quelques valeurs particulières.
3. Relations entre les rapports trigonométriques d'angles (arcs, arguments) associés. Réduction au premier quadrant.

4. Inversion des fonctions trigonométriques.
5. Relations entre les rapports trigonométriques d'un même angle. Expression en fonction de l'un d'eux.
6. Emploi des tables de valeurs naturelles des rapports trigonométriques.
7. Résolution des triangles rectangles et des triangles quelconques (cas simples) par l'emploi des valeurs naturelles.
8. Calcul de $\sin(a \pm b)$, $\cos(a \pm b)$, $\operatorname{tg}(a \pm b)$; $\sin 2a$, $\cos 2a$, $\operatorname{tg} 2a$. Expression de $\sin a$, $\cos a$ et $\operatorname{tg} a$ en fonction de $\operatorname{tg} a/2$.
9. Transformation de sommes en produits : $\sin p \pm \sin q$; $\cos p \pm \cos q$; $\operatorname{tg} p \pm \operatorname{tg} q$. Quelques relations trigonométriques remarquables entre les angles d'un triangle.
10. Emploi des tables des logarithmes des rapports trigonométriques. Problèmes. Applications topographiques.
11. Résolution et discussion d'équations trigonométriques simples.

5.5 Seconde

5.5.1 Arithmétique

1. Somme et produit de nombres entiers. Propriétés des quotients entiers. Théorie des restes. Principes de numération.
2. Théorie des opérations sur les nombres entiers, y compris l'extraction de la racine carrée et de la racine cubique.
3. Théorie de la divisibilité.
4. Théorie du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple.
5. Nombres premiers et nombres premiers entre eux.
6. Théorie des fractions ordinaires et des fractions complexes.
7. Rapports et proportions.
8. Problèmes.

5.5.2 Compléments d'algèbre

1. Analyse combinatoire. Groupements simples et avec répétitions. Binôme de Newton. Puissance même d'un polynôme.
2. Coefficients indéterminés. Applications.
3. Déterminants. Définition et propriétés des déterminants à quatre et à neuf éléments. Applications à la résolution et à la discussion des systèmes d'équations linéaires. Équations linéaires homogènes.
4. Notions sur les nombres irrationnels. Définition ; opérations fondamentales. Calcul des radicaux arithmétiques ; exposants fractionnaires, irrationnels et négatifs.
5. Nombres complexes. Équations binômes. Équations à coefficients complexes.
6. Limites. Théorèmes sur les limites (sans démonstration). Limite des fonctions algébriques et trigonométriques se présentant sous forme indéterminée. Vraies valeurs. Limite des racines d'une équation de second degré. Limite de $(1+l/m)^m$, quand m tend vers l'infini. Le nombre e .
7. Continuité. Fonctions croissantes et fonctions décroissantes. Maximum et minimum. Théorèmes généraux sur la variation des fonctions. Revision de la variation du binôme du premier degré. Variation du trinôme du second degré. Étude de la fonction homographique.
8. Étude de la fonction exponentielle ; définition, variation, représentation graphique. Résolution de quelques équations exponentielles.
9. Fonctions inverses ; fonction logarithmique considérée comme fonction inverse de la fonction exponentielle. Variation de la fonction logarithmique. Représentation graphique. Module absolu et relatif d'un système logarithmique. Bases. Logarithmes népériens.

10. Dérivées. Définition ; règles ; dérivée des fonctions circulaires ; dérivée d'une fonction de fonction. Dérivée d'une fonction implicite du second degré. Interprétation géométrique et cinétique de la dérivée. Notion de la dérivée seconde.
11. Application des dérivées à l'étude des variations des fonctions.
12. Maximums et minimums absolus.
13. Fractions continues. Applications. Résolution exponentielle.
14. Analyse indéterminée.

5.5.3 Géométrie

Livre VI

1. Polyèdres ; éléments ; espèces. Surface prismatique. Prisme : définition, espèces, construction. Parallépipède. Aire latérale et volume du prisme.
2. Pyramide : généralités ; aire latérale et volume. Tronc de pyramide. Tronc de prisme.
3. Similitude des polyèdres. Tétraèdres ; cas de similitude. Rapport des volumes de deux polyèdres semblables.
4. . Figures symétriques. Symétrie par rapport à une droite, à un point, à un plan.

Livre VII

1. Cylindre de révolution : aire latérale, volume. Cône de révolution : aire latérale, volume.
2. Sphère : généralités. Position relative d'une sphère et d'un plan. Pôles et angles. Aire et volume de la sphère.
3. Secteur sphérique, anneau sphérique, segment sphérique.

5.5.4 Compléments de géométrie

1. Revision de la théorie du rapport anharmonique et du rapport harmonique.
2. Puissance d'un point par rapport à une circonférence. Axe radical, centre radical. Applications.
3. Pôles et polaires par rapport à une circonférence. Transformation par polaires réciproques. Théorèmes de Pascal et de Brianchon.
4. Circonférences orthogonales. Étude des transformations géométriques.
5. Translation, rotation, symétrie, homothétie, similitude, Inversion. Applications.

5.5.5 Trigonométrie

1. Revision des parties principales du cours précédent. Résolution des triangles avec discussion des cas d'ambiguïté.
2. Construction des tables trigonométriques.
3. Transformations logarithmiques simples. Calcul logarithmique.
4. Résolution et discussion des équations trigonométriques et des systèmes d'équations trigonométriques. Inéquations.
5. Calcul des éléments remarquables d'un triangle.
6. Résolution des triangles dans les cas non classiques.
7. Application aux quadrilatères et à la géométrie dans l'espace. Applications topographiques.

5.6 Première

5.6.1 Arithmétique

1. Revision de la théorie des nombres. Diviseurs d'un nombre (nombre, somme, produit).

2. Théorèmes de Fermat et de Wilson.
3. Fractions décimales. Nombres décimaux. Opérations. Quotients approchés et racines approchées à moins de p/q ou de $1/10^n$ près.
4. Nombres décimaux périodiques. Génératrices. Propriétés.

5.6.2 Algèbre

Ce qui n'aurait pas pu être étudié en seconde

5.6.3 Géométrie – Trigonométrie sphérique

1. 1. Théorie des trièdres.
2. LIVRE VIII : Étude des figures sphériques. Propriétés des polygones sphériques. Égalité des triangles sphériques. Triangles polaires. Triangles isocèles, triangles quelconques. Aire du triangle sphérique. Formules relatives aux triangles sphériques quelconques et rectangles.
3. Formules de Delambre et analogies de Neper.
4. Résolution des triangles rectangles et quelconques.
5. Formules concernant l'excès sphérique. Calcul des éléments auxiliaires.

5.6.4 Géométrie descriptive

1. Point, droite, plan.
2. Rabattement. Changement de plan de projection. Rotation.
3. Problèmes de distances et d'angles.
4. Sections planes des polyèdres.

5.6.5 Géométrie analytique

1. Vecteurs. Angles. Projections. Coordonnées du point. Transformation. Problèmes sur le point.

2. Représentation des lignes planes. Théorie de la droite. Problèmes. Inéquations du premier degré à une et deux inconnue.
3. Coordonnées homogènes. Éléments à l'infini. Éléments imaginaires. Étude de l'équation homogène du second degré à deux variables. Emploi des équations abrégées.
4. Étude du faisceau $\alpha + \lambda\beta = 0$.
5. Notions sur les lieux géométriques. Méthodes de recherche. Parties parasites. Lieux singuliers.
6. Théorie de la circonférence.
7. Intersection d'une courbe du second degré et d'une droite. Équation quadratique des droites joignant l'origine aux points d'intersection d'une droite et d'une courbe. Directions asymptotiques.
8. Classification des coniques. Discussion de l'équation générale du second degré. Régions.
9. Tangentes à une conique. Normales à une conique.
10. . Théorie des asymptotes.
11. Pôles et polaires. Éléments conjugués par rapport à une conique. Applications
12. Théorie du centre, des diamètres, des diamètres conjugués. Axes.
13. Théorie des foyers et des directrices. Propriétés. Invariants.
14. Réduction de l'équation générale du second degré. Détermination de coniques. Nombreux lieux géométriques relatifs aux coniques.
15. Théorèmes de Pascal et de Brianchon. Application à la construction des coniques.
16. Étude des propriétés de l'ellipse, de l'hyperbole et de la parabole sur leurs équations réduites. Théorèmes de Dandelin.

- 17. Homothétie et similitude.
- 18. Notions sur les coordonnées polaires.