Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française

Programmes de mathématiques dans les Athénées royaux durant la période 1929 – 1950

2021

Table des matières

Avertissement

Les textes que nous reproduisons ci-dessous sont extraits de deux fascicules différents.

Le premier, [8], est intitulé *Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les Athénées royaux.* Il s'agit là de ce que, plus tard, on a appelé les *Directives méthodologiques.* Nous possédons un exemplaire de ce fascicule et nous avons donc pu le reproduire fidèlement. Bien que le titre ne mentionne pas les Écoles moyennes de l'état, les instructions sont également valables pour celles-ci car à partir de 1924, les Écoles moyennes ont donné accès aux trois dernières années des humanités modernes des Athénées royaux. Précisons néanmoins que les Écoles moyennes n'étant pas mixtes, leurs programmes de cours n'étaient pas les mêmes pour les garçons et pour les filles. Cela concernait notamment les programmes de mathématiques : dans une école de filles, les élèves de deuxième année avaient une heure de mathématiques (par semaine) en moins que les élèves des écoles de garçons (elles avaient à la place une heure de « travaux ménagers »). À l'époque, l'enseignement secondaire supérieur organisé par l'État n'était pas vraiment destiné aux filles…

Le second fascicule, intitulé *Horaire et programme des études dans les Athénées royaux*, [4] contient en particulier les programmes de mathématiques des six années de l'enseignement secondaire. Malheureusement, nous n'avons pu nous en procurer un exemplaire. Heureusement, nous en avons trouvé une traduction anglaise dans un document américain entièrement consacré à l'enseignement en Belgique, intitulé *Education in Belgium, par James F.* Abel*, Bulletin 1932 N°5*, [1]. Ce document a été lui-même incorporé dans un « Google book » intitulé *Educational Directory, 1932 N°1, United States Government printing office, Washington.* Les textes des programmes que nous soumettons à votre lecture aux chapitres 3 et 4 sont donc le résultat d'une traduction. De plus, le vocabulaire utilisé est celui de l'époque. Nous assumons l'entière responsabilité des erreurs éventuelles.

Par souci d'éviter un document trop volumineux, nous ne reproduisons que les programmes de la section latin-mathématiques des Athénées.

Rappelons aussi que dans les Athénées, les années étaient numérotées de 6 à 1, mais de 1 à 3 dans les Écoles moyennes.

G. Noël

Première partie

Les directives méthodologiques

MINISTÈRE DES SCIENCES ET DES ARTS

INSTRUCTIONS

relatives à l'enseignement des mathématiques dans les Athénées royaux

LIÉGE
IMPRIMERIE GEORGES THONE
—
1929

1 Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les Athénées royaux

L'enseignement des mathématiques doit contribuer à réaliser un des buts principaux de l'enseignement secondaire, c'est-à-dire la culture générale de l'esprit, tout en fournissant I'ensemble des connaissances indispensables, comme base scientifique des études supérieures, dans les diverses facultés universitaires.

Malheureusement, surtout au point de vue de la culture générale, cet enseignement manque d'efficacité pour un trop grand nombre d'élèves parce que, dans les méthodes employées, prédomine encore souvent l'abstraction immédiate.

Les instructions générales prescrivent que les professeurs tiendront pendant les cinq premières années d'enseignement de tout cours nouveau, un cahier de préparation. Mais quelque capable que soit un maître, et quelle que soit son expérience, un professeur ne doit jamais se présenter dans sa classe sans avoir préparé sa leçon ; car, dans l'enseignement, rien ne doit être laissé au hasard et l'on ne doit jamais oublier que même dans la partie élémentaire des mathématiques les procédés et les méthodes évoluent et se perfectionnent constamment.

Il importe avant tout que le jeune professeur étudie minutieusement le programme qu'il aura à enseigner et répartisse convenablement la matière de chaque branche entre les différentes leçons, Il se demandera quels sont les points d'importance capitale qui mériteront une étude plus approfondie, qui feront l'objet de répétitions systématiques et d'applications intéressantes. Il groupera ainsi I'enseignement dans chaque classe autour de quelques idées fondamentales qui serviront de centres d'intérêt.

En citant de temps à autre un détail historique, en consacrant parfois quelques minutes à une récréation mathématique, il donnera un démenti éclatant à ceux qui, avec Stendhal, prétendent que la mathématique est la patrie du baillement et du raisonnement triste.

La question des méthodes qu'il convient de suivre est très importante ; c'est d'elles que dépendent en ordre principal la nature et I'étendue des résultats obtenus. Aussi a-t-elle fait déjà l'objet de maintes recommandations officielles. Toutes ces instructions tendent à préconiser une marche lente et intuitive, divisant les difficultés théoriques, accordant une attention continuelle aux considérations concrètes pour établir les principes et pour ménager les transitions. Elles imposent aussi des applications simples permettant, au début, une vérification aisée et des références nombreuses aux notions déjà acquises dans les diverses branches des mathématiques. En un mot, elles recommandent un appel permanent au bon sens et à la raison, plutôt qu'un vain dressage de la mémoire, soit verbal , soit mécanique ou technique.

Certes l'aisance et même l'habileté dans l'emploi des procédés de calcul et des propriétés des figures sont précieuses. Elles doivent fixer pour ce motif l'attention des maîtres et des élèves, Mais, dans nos athénées, elles ne seront acquises qu'après une compréhension nette et complète des théories dont elles sont en quelque sorte le couronnement. Rien ne s'oppose évidemment à ce que les notions bien comprises, rendues vivantes par l'observation et I'application pratique, se résument et se retiennent sous forme de règles correctes et précises dont les termes appartiennent au vocabulaire, propre ou acquis, du jeune élève.

La nécessité de savoir reproduire facilement les règles et les notions enseignées n'implique pas, pour les élèves, l'emploi obligé d'une formule stéréotypée imposée par le maître ou par le manuel. Une certaine latitude doit leur être laissée, pourvu que les faits restent exacts et que l'expression soit correcte.

De même, la faculté d'abstraction ne peut être postulée dès le début ; cette faculté se développera d'une façon d'autant plus ferme et plus sûre que ses bases concrètes seront plus claires et plus multiples, L'abstrait sera donc une généralisation progressive du concret et, à la moindre défaillance, il devra, pour retremper ses forces, revenir aux réalités tangibles.

Il n'existe pas de plan unique de leçon . Le schéma dépend avant tout de la nature du sujet et de l'âge des élèves auxquels on s'adresse. Alors que, dans les classes supérieures, il n'y a aucun inconvénient à consacrer toute une heure à l'étude d'une question de théorie, un pareil procédé présenterait un très grand inconvénient dans les classes inférieures : l'attention des élèves n'y résisterait pas et ferait place à l'ennui. Il convient donc qu'en préparatoire et en sixième, chaque leçon comporte de la théorie, du calcul mental et des problèmes, dosés suivant les circonstances. En cinquième et en quatrième, il est à conseiller de diviser les leçons en deux parties, dont la première soit la répétition de la leçon précédente par plusieurs élèves pris au hasard et interrogés successivement, et dont la seconde soit consacrée à l'exposition de matières nouvelles ou à des travaux dirigés. À partir de la troisième, on pourra faire préparer, à l'école ou à domicile, la leçon par les élèves, On s'assurera par l'un on l'autre moyen que cette préparation a été, faite ; on reprendra les subtilités de la question et on traitera, sons forme d'exercice dirigés, des applications bien graduées qui illustreront I'importance de la théorie étudiée et feront ressortir ses liens avec les autres parties du cours.

On fera travailler le plus possible tous les élèves à la fois quand il s'agit d'effectuer un calcul qui se présente au cours de la leçon. On les fera intervenir pour rappeler des propositions ou des règles de calcul, pour établir des rapprochements et des comparaisons, pour tirer des conclusions et traduire en langage ordinaire des formules. Ce n'est que lorsqu'il s'agit d'une thécorie toute nouvelle, trop difficile pour être préparée par les élèves sans le secours du professeur, que la forme expositive sera employée.

*
* *

De toutes les branches mathématiques, la première et la plus importante est l'arithmétique : elle est la hase de toutes les autres, et sa connaissance pratique est indispensable à cause de la multitude de ses applications usuelles.

Pendant les deux premières années d'études, en préparatoire et sixième, le calcul mental aussi bien que chiffré doit rester le pivot de l'enseignement et même scientifique en général. On ne saurait attacher trop d'importance au calcul mental. C'est un moyen de familiariser les élèves avec les propriétés des opérations sur les nombres et de les entraîner à I'observation des particularités de chacun. Un excellent moyen pour faire acquérir par les élèves une grande habileté dans le calcul numérique consiste à faire à chaque leçon, pendant sept à huit minutes, des exercices de calcul désignés en Hollande sous le nom de *commando rekenen* et consistant en une succession de calculs à effectuer mentalement, les résultats étant notés et finalement additionnés ; chaque opération portant sur le dernier nombre écrit. Exemple : Ecrivez 83, ajoutez (mentalement) 27, soustrayez (mentalement) 48, multipliez (mentalement) par 15, divisez (mentalement) par

31, prenez (mentalement) les 5/6. Additionnez (par écrit). Les élèves auront donc écrit dans leur cahier :

$$\begin{array}{r} 83 \\ 110 \\ 62 \\ 930 \\ 30 \\ 25 \\ \hline 1240 \end{array}$$

Cette méthode de calcul rend les élèves très actifs et permet un contrôle très rapide. Dans l'étude des propriétés fondamentales des opérations, le professeur fera d'abord vérifier la propriété, puis il en donnera une démonstration intuitive avant de passer à la démonstration abstraite. Si cette dernière lui paraît trop difficile pour les élèves de sixième, il la réservera pour la cinquième ou la quatrième.

Tout genre nouveau de problèmes sera introduit avec des données très simples, pour que les calculs puissent être faits mentalement ou sans effort sensible et que toute l'attention se porte sur la suite des raisonnements. Après que toute hésitation a disparu dans la succession des arguments, des nombres plus grands et de légères complications viendront augmenter la difficulté et empêcheront les solutions de devenir routinières. Il ne s'agit pas, en effet, de faire étudier des problèmes-types, en nombre plus ou moins considérable, et de les indiquer comme modèle à imiter : la mémoire remplacerait bien vite le jugement, et l'exercice cesserait d'être profitable. Il est bien entendu — l'on ne saurait assez y appuyer, et les manuels laissent encore trop souvent à désirer sur ce point — que les exercices doivent porter sur des données réelles et non factices. D'autre part, il vaut mieux que les enfants acquièrent des connaissances précises de peu d'étendue que des idées vagues sur des sujets très variés. Lorsque le professeur parlera d'intérêt et d'escompte, il ne négligera pas de donner aux élèves une notion fort simple de la traite ; il leur soumettra quelques documents. Il n'est pas nécessaire que la méthode de réduction à l'unité soit appliquée invariablement ; d'autres procédés donnent parfois plus rapidement le résultat désiré. Les élèves emploient trop souvent cette méthode d'une manière purement machinale ; c'est un écueil à éviter. Le professeur pourra, à propos des problèmes sur les mélanges. les alliages et le système métrique, donner des notions intéressantes présentant la plus grande utilité pratique ou scientifique.

Dans les notions de géométrie intuitive, il s'agit de montrer et non de démontrer. L'élève apprendra à déterminer l'aire du parallélogramme, dlu losange, du triangle, du trapèze, des polygones et du cercle, le volume du prisme, du cylindre, de la pyramide, du cône et de la sphère. Dans cet enseignement le dessin sera d'un secours continuel ; les découpages feront admettre pratiquement l'équivalence d'un parallélogramme et d'un rectangle de mêrne base et de même hauteur, d'un triangle et d'un demi-parallélogramme etc. Une bande de papier enroulée autour de disques divers et bien faits ou autour de cylindres bien dressés apprendra que le rapport de la circonférence au diamètre est constant et égal à 3,14 approximativement.

L'étude de ces formes géométriques n'est pas seulement une excellente préparation à l'étude de la géométrie raisonnée qui commence en cinquième, mais elle donne encore lieu à des applications du plus haut intérêt. Les élèves pourront notamment déterminer le poids en grammes d'un centimètre cube ou le poids en kilogrammes d'un décimètre cube d'un corps avant une forme géométrique bien déterminée que le professeur leur soumet ; il leur suffira de peser ce corps et d'en mesurer les dimensions, Ils auront ainsi trouvé, sans le savoir, le poids spécifique de ce corps. Ils peuvent même déterminer le volume et par suite le poids spécifique d'un corps qui a une forme tout à fait irrégulière, d'un caillou par exemple. Il Ieur suffira pour cela d'appliquer le principe d'Archimède ; une simple balance, Roberval ou autre, et un petit vase leur permettront de mener la solution à bonne fin. Rien n'empêche que le professeur emploie la balance hydrostatique ou tout autre appareil élémentaire pour faire constater par Ies élèves l'exactitude du principe d'Archimède.

Il est évident que ces mesures et ces calculs ne fourniront que des résultats approximatifs, mais ils devront être considérés comme satisfaisants étant donné le but que l'on se propose d'atteindre. Ces notions ainsi bien acquises, les élèves détermineront facilement le poids de chacun des deux métaux composant un lingot, lorsque les poids spécifiques de ces métaux sont donnés. Ils auront ainsi résolu le fameux probIème de l'illustre géomètre de Syracuse. Le professeur d'arithmétique peut donc enseigner occasionnellement bien des notions utiles. Dans de petits entretiens scientifiques, appuyés d'expériences simples, il trouvera notamment les sujets d'une foule de problèmes.

En cinquième et dans les classes supérieures, l'enseignement de I'arithmétique doit prendre une allure plus abstraite. Non pas que toute intuition puisse en être bannie. Le professeur ne perdra pas de vue que I'arithmétique doit préparer l'élève à l'étude de I'algèbre. Les extensions successives de la notion de nombre seront donc traitées avec un soin particulier. Il ne suffira pas d'établir les propriétés fondamentales des opérations sur les nombres entiers et de passer sous silence la démonstration de ces propriétés pour les nombres fractionnaires, puis dans la suite pour les nombres négatifs, les nombres irrationnels et les nombres imaginaires. Si le professeur estime que certaines démonstrations sont trop subtiles pour les élèves, il aura soin de les prévenir qu'on laisse provisoirement subsister une lacune qui sera comblée plus tard.

Le programme d'arithmétique de la quatrième moderne comporte toutes les propriétés de la théorie des nombres dont les démonstrations, quoique élémentaires, sont d'une élégance parfaite, mais que les élèves retiennent assez difficilement, parce que, très souvent, elles n'ont entre elles qu'un lien subtil. Pour se familiariser avec cette partie de l'arithmétique. les exercices sont indispensables. D'ailleurs, c'est souvent à ce moment que se révèlent chez les élèves les aptitudes mathématiques, et le goût pour la partie élémentaire de la théorie des nombres est comme la mesure de ce qu'ils seront capables de faire.

En troisième scientifique, pour stimuler l'esprit de recherche et d'initiative personnelle, il y a lie-u de traiter des applications plus complexes et d'intérêt plus spéculatif, qui exigent une attention et une analyse pIus délicates et plus pénétrantes. La comparaison des solutions diverses d'un même exercice fera surgir naturellement la notion d'élégance mathématique.

La théorie des nombres décimaux périodiques a été inscrite au programme de la seconde scientifique pour les motifs indiqués dans *Mathesis* (année 1927, pp 209–211). Il n'est pas possible de rendre familiers aux élèves, en deux ou trois leçons, la théorie des erreurs et les opérations abrégées. Il faut y mettre le temps voulu et graduer les difficultés. Aussi s'en occupera-t-on dès le début de l'année.

*
* *

Le cours d'algèbre proprement dit sera précédé d'une partie intuitive consistant dans la résolution de problèmes simples conduisant à une équation du 1er degré, afin de montrer l'utilité de l'emploi des lettres pour représenter les nombres inconnus. Tout en laissant au professeur une grande liberté dans le choix de la méthode pour l'étude des nombres relatifs, il est à conseiller de suivre plutôt la méthode qui définit les nombres positifs et négatifs an moyen de grandeurs mesurables susceptibles de sens, que la méthode basée sur le principe de permanence.

Il importe que les élèves acquièrent une grande habileté dans le calcul algébrique. Les jeunes gens ne pourront pas saisir l'esprit d'un raisonnement un peu compliqué, lorsque le mécanisme du calcul absorbe seul toute leur attention. Il faudra donc que le professeur prévienne cette difficulté en donnant beaucoup d'opérations à faire à ses élèves, en les accoutumant à y mettre de l'ordre, seul moyen de soulager I'attention et d'en reculer les bornes, parce qu'il permet d'interrompe le calcul et de le reprendre à volonté. On évitera pourtant de faire des exercices de calcul sur des expressions trop compliquées qui ne sont d'aucune utilité dans la suite.

Dès la quatrième, les élèves possèderont des notions très nettes sur les équations et les systèmes d'équations. Les mots : racine, solution, équivalent, résoudre auront un sens bien précis pour eux. Si on n'exigera pas encore que les élèves sachent reproduire toutes les démonstrations des théorèmes sur l'équivalence, au moins peuvent-ils connaitre les énoncés de ces théorèmes et se rendre compte de toutes les transformations des équations et des systèmes d'équations.

On apportera un soin tout spécial dans Ie choix des problèmes à discuter. Ce n'est pas le grand nombre des problèmes qui importe, mais bien leur choix judicieux. Il est à conseiller de traiter, par exemple, le problème des mobiles de deux manières : 1^o en considérant les grandeurs qui y entrent sans signe ; 2^o en affectant ces grandeurs de signe. Ainsi on fera ressortir la grande utilité et la simplicité de la considération des grandeurs dirigées.

En troisième scientifique, on fera une étude approfondie de la notion d'équivalence. La théorie des inégalités et des inéquations fixera particulièrement l'attention. La discussion des problèmes du 1er du 2^e degré doit montrer aux élèves que cette discussion se ramène, en réalité, à la résolution d'un système formé, d'une ou de plusieurs équations et d'une ou pIusieurs inéquations. Il convient que le professeur discute des équations et des problèmes dans lesquels intervient un paramètre variable, afin d'apprendre aux élèves à classer les valeurs du paramètre et de reconnaître comment la solution se modifie suivant la valeur du paramètre. On apprendra à dresser un tableau de discussion ; ce procédé, donne à l'esprit des habitudes d'ordre et de soin. Mais on n'abusera pas de ce genre d'exercices qui au fond ne se justifient que par leur valeur éducative, mais dont l'importance pratique est minime. En tous cas, dans ce genre d'exercices, on évitera l'automatisme irréfléchi.

La variation des fonctions sera étudiée avec un soin tout particulier. Ainsi que le dit J. TANNERY dans la préface de son admirable petit livre *Notions de mathématiques*, « *On ne sait un peu ce que sont les mathématiques, on ne soupçonne leur extraordinaire extension, la nature des problèmes qu'elles posent et qu'elles résolvent, que lorsqu'on sait ce que c'est qu'une fonction, comment on étudie une fonction donnée, comment on suit ses variations, comment on représente son allure par une courbe, comment l'algèbre et la géométrie s'aident rnutuellement, comment le nombre et l'espace s'éclairent l'un l'autre, comment on détermine une tangente, une aire, un volume, comment on est amené à créer de nouvelles fonctions, de nouvelles courbes, à en étudier les propriétés. Ce sont ces notions et ces méthodes dont on a besoin pour lire les livres techniques où les mathématiques interviennent. Elles sont indispensables à celui qui veut comprendre quelque chose à ce mouvement scientifique qui s'accélère, à ces applications des sciences qui se multiplient, et qui, de jour en jour, tendent à modifier plus profondément notre façon de penser et de vivre.* »

*
* *

L'enseignement de la géométrie doit aussi attirer toute l'attention du maître. C'est une croyance trop répandue qu'il faut avoir « la bosse » de la géométrie nour arriver à résoudre des applications, la plupart des élèves éprouvant de sérieuses difficultés dans la résolution des problèmes.Le bon professeur réussit assez rapidement à convaincre les élèves que la géométrie n'est ni difficile, ni artificielle. En faisant appel à l'intuition et à l'expérience, il rendra les débuts faciles, il mettra l'élève en confiance et il éveillera sa curiosité, enfin il lui montrera très rapidement qu'il est capable de découvrir. L'enchaînement logique des propositions et la perfection des démonstrations frapperont alors l'intelligence des moins doués, parce que malgré le caractère abstrait des notions élémentaires de la géométrie, l'esprit trouve un point d'appui dans les figures où se marquent les diverses étapes du raisonnement. Enseigné'e d'une manière convenable, la géométrie stimule l'attention, la réflexion, le jugement ; elle donne au jeune homme l'habitude de la certitude et par là même la fermeté d'esprit.

Mais pour atteindre ce but, on n'enseignera que ce qui peut être cornpris par les jeunes gens. Ainsi, dans les classes inférieures, on passera sous silence les démonstrations des théorèmes où interviennent des grandeurs incommensurables. Toutes ces démonstrations sont, en effet, dépourvues de sens pour les élèves de quatrième, attendu que ceux-ci, ignorant les nombres irrationnels, ne possèdent pas la notion de rapport de deux grandeurs incommensurables.

Il serait bon qu'à propos des égalités auxquelles conduisent les lignes proportionnelles, la forme géométrique et la forme numérique fussent nettement distinguées l'une de I'autre ; I'emploi de notations différentes pour représenter la grandeur et sa mesure y contribuerait singulièrement ; on choisirait par exemple une majuscule pour désigner la grandeur et une minuscule pour désigner sa mesure. Les applications théoriques de géométrie comptent parmi les exercices qui développent le plus complètement l'initiative personnelle et l'esprit de recherche. Le professeur apportera donc tous ses soins à faire un choix judicieux de théorèmes à démontrer, de lieux géométriques à chercher ou de problèmes à résoudre. Cette dernière partie surtout constitue un exercice de premier ordre. Généralement elle comporte d'abord une analyse sur une figure tracée à la main, le problème étant supposé résolu. Lorsque le point de départ et la marche de la solution sont ainsi dégagés, la construction est faite de la façon la plus exacte possible au moyen de la règle et du compas dans un cahier de dessin de format convenable. Ces exercices demandent souvent beaucoup de temps ; aussi le professeur doit se borner à en faire un nombre limité au tableau noir. Ils constituent d'excellents sujets de devoirs. Il est même souhaitable que les élèves en fassent un certain nombre au cours de dessin. Il est évident que les problèmes de construction comportent finalement la recherche des conditions de possibilité. Le professeur fera aisément trouver celles-ci par les élèves, en reprenant successivement, une à une, les constructions à effectuer et en examinant dans quel cas elles sont possibles.

En section scientifique le professeur tâchera d'obtenir des élèves une certaine habileté dans la résotion des problèmes de géométrie. Il traitera avec eux des questions qui illustrent les différentes méthodes à employer : symétrie, translation, rotation, similitude, etc. La méthode analytique sera employée, non seulement pour les problèmes de construction, mais aussi pour la démonstration de théorèmes s'il y a lieu. Il existe suffisamment de bons ouvrages dans lesquels le professeur trouvera tous les matériaux nécessaires à cet enseignement (Petersen, Lemaire, Brasseur, Derksen, Versluys-Wydenes, etc.)

En seconde scientifique, il convient de ne pas attendre jusqu'au troisième trimestre pour enseigner les notions de géométrie moderne. Dès le commencement de l'année, le professeur abordera cette partie très intéressante du programme, de manière à familiariser les élèves, par des applications bien choisies avec la notion de transformation géométrique. Il les convaincra en même temps de la fécondité de cette méthode dans l'étude des propriétés des figures.

Certains élèves ont de la peine à se représenter les figures de l'espace d'après la figuration au tableau. Pour vaincre cette difficulté, il suffit d'utiliser, au commencement du cours de stéréométrie, les représentations matérielles qui permettront de fixer l'attention et donneront un support à l'idée abstraite.

*
* *

La géométrie descriptive n'étant qu'une application directe des théorèmes de la stéréométrie, il est indispensable que l'élève voie dans l'espace les droites et les plans sur lesquels il raisonne, et qu'il cherche dans l'espace la solution générale du problème qu'il doit résoudre. Ce n'est qu'après avoir trouvé cette solution qu'il passera à l'exécution des constructions que la descriptive lui enseigne.

Certains professeurs continuent à se servir de la ligne de terre. Il n'y a pas d'inconvénient à le faire au début, à condition de ne pas attribuer aux traces un rôle privilégié qui ne leur revient pas ; à condition aussi de choisir des notations convenables.

On a introduit également au programme, à titre facultatif, la géométrie cotée, dont l'importance pour le futur ingénieur est indéniable.

*

* *

Le programme de trigonométrie est suffisamment explicite pour montrer dans quel esprit il a été conçu. Il importe que les élèves sentent le plus vite possible l'utilité de la trigonométrie ; dans ce but , on a essayé d'arriver rapidement à la résolution des triangles, en se servant des tables de valeurs naturelles des fonctions circulaires. On ne parlera pas de la construction des tables, mais il est essentiel de familiariser le plus tôt possible les élèves avec leur emploi.

Si le professeur estime que la démonstration du théorème d'addition, basée sur la théorie des projections, est trop difficile pour les élèves de troisième scientifique, il peut fournir une démonstration plus élémentaire de ce théorème et réserver la théorie des projections pour plus tard.

Le professeur profitera de la souplesse des formules de trigonométrie pour imposer encore de nombreux exercices de calcul, afin d'assurer aux élèves l'habileté, chose absolument nécessaire pour la suite de leurs études mathématiques. Afin de contrôler la mémoire et d'en restreindre l'effort, on habituera les élèves à vérifier les formules générales sur des exemples particuliers.

Les équations trigonométriques, la résolution des triangles, d'autres questions de géométrie plane et solide, montreront les ressources variées de la trigonométrie. On aura soin d'accompagner ces questions d'exemples numériques. Le calcul devient intéressant, lorsqu'il se présente comme application et comme contrôle d'une formule qui a coûté de la peine.

Quoique le programme de trigonométrie sphérique ne prescrive pas de méthode, il est à conseiller d'établir d'abord, par la méthode des projections, les formules qui lient. dans un triangle quelconque, trois côtés et un angle. puis d'en déduire les autres formules du triangle quelconque, pour finir par celles du triangle rectangle. Si l'on dispose d'un temps suffisant, il est intéressant de reprendre la trigonométrie sphérique par la méthode de M. Cesaro.

*

* *

L'étude de la variation des fonctions et de sa représentation graphique. commencée en troisième et continuée en seconde scientifique facilite singulièrement celle de la géométrie analytique. Mais afin de donner à cette dernière toute sa généralité, il est nécessaire d'introduire les éléments à l'infini et les éléments imaginaires. Il sera donc avantageux d'exposer le plus tôt possible la théorie des coordonnées homogènes.

On évitera tout ce qui tend à faire tourner la géométrie analytique autour de la recherche de lieux géométriques artificiels, qui ne sont que jeux d'écriture. A cet effet on traitera de préférence des questions qui sont susceptibles en même temps d'une solution géométrique élégante ; on mettra ainsi en parallèle les modes de raisonnement propres à l'analyse et à la géométrie pure. Au commencement surtout on aura soin de traiter des applications numériques nombreuses. Il est à recommander de ne jamais employer d'autres moyens d'élimination que les procédés généraux, et de ne jamais rejeter sans examen une solution sous la dénomination de solution étrangère.

D'excellents esprits ont prétendu qu'on peut, dès le début, mettre en relief l'analogie analytique existant entre le point et la droite ainsi que la corrélation des théorèmes qui s'y rapportent et ils en ont déduit qu'on doit étudier simultanément les deux modes de représentation du point et de la droite, en coordonnées ponctuelles et tangentielles. Si, pour des élèves particulièrement bien doués, une telle méthode est défendable, elle ne peut se justifier, au point de vue pédagogique, dans nos établissements d'enseignement secondaire, où l'on doit tenir compte aussi d'élèves moins bien doués. L'emploi des coordonnées tangentielles exige de I'expérience, on ne peut le nier. On ne peut donc les introduire dans l'enseignement secondaire qu'avec beaucoup de prudence et de ménagement. Pourtant, certains établissements d'enseignement supérieur du pays exigeant, à l'examen d'admission, la connaissance des coordonnées tangentielles, cette théorie a été introduite à titre facultatif.

Pour gagner un temps précieux, on peut faire suivre chaque théorie générale de son application aux formes réduites des équations des trois coniques, dont l'étude se fera ainsi parallèlement.

Deuxième partie

Les programmes

UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR
RAY LYMAN WILBUR, Secretary

OFFICE OF EDUCATION
WILLIAM JOHN COOPER, Commissioner

EDUCATION IN BELGIUM

By

JAMES F. ABEL

Chief, Division of Foreign School Systems
Office of Education

BULLETIN 1932, No. 5

UNITED STATES
GOVERNMENT PRINTING OFFICE
WASHINGTON : 1932

FOR SALE BY THE SUPERINTENDENT OF DOCUMENTS, WASHINGTON, D. C.

2 Degré inférieur

2.1 Classe de sixième

Arithmétique

Activités pratiques : Revision et application du travail effectué en cinquième et sixième années d'école primaire. Problèmes usuels concernant les poids spécifiques de solides et de liquides, moyennes, mélanges et alliages ; méthode de réduction à l'unité ; parties proportionnelles, pertes et gains, bénéfices et pertes exprimés en pourcents, intérêts simples et composés.

Théorie : Dans l'étude des procédures d'addition, soustraction, multiplication et division, le professeur commencera toujours par montrer la vérité de la procédure à l'aide d'exemples ; ensuite, il donnera une démonstration intuitive du théorème et plus tard il passera à une démonstration abstraite. Si celle-ci semble trop difficile pour des élèves de première année (sixième), il la réservera pour les deux années suivantes. Dans un travail mobilisant plusieurs opérations, il insistera sur l'ordre correct de leurs exécutions.
Les quatre opérations fondamentales, d'abord avec des nombres entiers, sont ensuite étendues aux fractions ordinaires et aux nombres décimaux.
Parties aliquotes.
Calculs simples sur des nombres concrets tels que des temps, des arcs et angles, etc.

Géométrie intuitive

Ligne droite et plan, segments ; cercles, arcs, mesure centrale de l'angle, emploi de la règle, de la règle graduée, carré, compas, rapporteur.

Étude simple et intuitive de formes géométriques.

Aires du carré, du rectangle, du parallélogramme, du losange, du trapèze, de polygones et du cercle.

Volumes du prisme, du cylindre, de la pyramide, du cône et de la sphère.

2.2 Classe de cinquième

Arithmétique

Théorie : Révision de l'année précédente. Égalités et inégalités ; puissances ; division de deux nombres entiers ; fractions généralisées ; rapport de deux nombres ; proportions numériques ; proportion directe et inverse.

Activités pratiques : Problèmes gradués de l'année précédente ; algèbre intuitive conduisant à l'équation du premier degré ; résolution de problèmes par la méthode des proportions ; intérêt simple et remise commerciale pour développer la formule permettant de

1. trouver la valeur de l'un des paramètres du problème ;
2. trouver une méthode pratique de calculer l'intérêt et la remise.

Applications.

Géométrie

Notions élémentaires, axiomes ; angles ; triangles ; perpendiculaires et obliques ; triangles rectangles ; définition d'un lieu géométrique ; lieu des points équidistants de deux points ou de deux droites ; droites parallèles ; somme des angles d'un triangle ou d'un polygone convexe. Applications.

Les points suivants figurent au programme des Athénées mais non des Écoles moyennes.

Le rectangle, le losange, le carré et le trapèze ; les « lois » du triangle.

La symétrie par rapport à un point ou une droite ; applications.

2.3 Classe de quatrième

Arithmétique

Principaux théorèmes relatifs à la division ; quotient de deux nombres entiers à $\frac{1}{n}$ près ; cas particulier quand n est une puissance de 10 ; plus grand commun diviseur ; diviseurs et nombres premiers ; plus petit commun multiple ; racine carrée d'un nombre entier, d'un nombre fractionnaire, d'un nombre décimal. Applications.

Les points suivants figurent au programme des Athénées et des Écoles moyennes pour garçons mais non à celui des Écoles moyennes pour filles.

Problèmes variés sur le plus petit commun multiple, les assurances, les coopératives, les emprunts d'état, les obligations et actions de sociétés, les caisses d'épargne, les intérêts composés et les annuités, l'emploi de tables.

Le théorème suivant figure au programme des Athénées mais non à celui des Écoles moyennes.

Le produit de deux nombres est égal au produit de leur ppcm par leur pgcd.

Algebre

Programme d'algèbre pour la classe de quatrième des Athénées :

Révision de la multiplication des polynômes ; Division des polynômes ; factorisation ; plus grand commun diviseur et plus petit commun multiple ; fractions rationnelles ; équations et inéquations du premier degré à une inconnue ; solutions ; systèmes d'équations du premier degré à deux ou plus de deux inconnues ; problèmes ; calcul de radicaux d'indice 2 ayant des applications en géométrie.

Programme d'algèbre pour la troisième année des Écoles moyennes pour garçons :

Multiplication et division de polynômes, factorisation, diviseurs et multiples ; fractions rationnelles, équations à une inconnue ; systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues, ou plus ; méthodes de résolutions ; systèmes impossibles ; idées simples pour calculer deux radicaux.

Programme d'algèbre pour la troisième année des Écoles moyennes pour filles :

Révision des opérations fondamentales en utilisant des formules littérales ; nombres relatifs, échelles numériques, fractions algébriques ; calcul algébrique, monômes, polynômes ; les quatre opérations fondamentales avec des quantités algébriques ; égalités, identités, équations du premier degré et règles de résolution dans le cas où il n'y a qu'une quantité inconnue.

Géométrie

Programme de géométrie pour la classe de quatrième des Athénées :

Longueurs proportionnelles ; segments ; division harmonique.

Figures planes semblables ; aires équivalentes ; triangles rectangles comparés à des triangles quelconques.

Segments proportionnels d'une circonférence ; quatrième proportionnelle et moyenne proportionnelle ; division en moyenne et extrême raison. Arpentage.

Programme de géométrie pour la troisième année des Écoles moyennes pour garçons :

Cercle. Intersection d'une droite et d'un cercle, tangentes, arcs, cordes, mesure des angles, problèmes graphiques ; proportionnalité ; triangles et polygones semblables ; figures équivalentes ; théorème de Stewart ; segments proportionnels ; quadrilatère inscrit ; problèmes graphiques de proportionnalité ; figures semblables et équivalentes ; lieux géométriques ; arpentage, emploi des instruments, mise à niveau.

Il est précisé que le travail doit être aussi pratique que possible.

Programme de géométrie pour la troisième année des Écoles moyennes pour filles :

Les figures planes, figures symétriques par rapport à un point ou une droite ; cercles, intersections de droites, tangentes, arcs, cordes, problèmes graphiques, lieux géométriques.

3 Degré supérieur

3.1 Classe de troisième

Arithmétique

Révision et développement de la théorie de la multiplication et de la division des nombres entiers. Théories du plus grand commun diviseur et du plus petit commun multiple. Développement de la théorie des fractions. Conditions pour qu'une fraction irréductible puisse être convertie exactement en un décimal. Théories de la racine carrée et de la racine cubique.

Algèbre

Formes différentes de division d'un polynôme ; calcul de radicaux d'indice 2 ; équivalence d'équations et de systèmes d'équations ; propriétés de systèmes d'inégalités ; axes d'orientation et coordonnées rectangulaires ; fonctions et leurs représentations graphiques ; équations du second degré à une inconnue, propriétés des racines ; trinômes, inéquations du second degré en une inconnue, variations du trinôme ; progressions arithmétiques et géométriques et leurs applications.

Géométrie

Révision des trois premiers livres, applications nombreuses, constructions, polygones réguliers convexe et étoilés ; figures inscriptibles, côté et apothème en fonction du rayon ; polygones circonscrits, aires ; cercles, calcul de π, aire du cercle, d'un segment de cercle, d'un secteur de cercle.

Plans et droites ; intersection de plans, parallélisme, angles diédraux, projections orthogonales.

Trigonométrie

Mesure des arcs et des angles, abscisse curviligne, fonctions circulaires et leurs relations, valeurs particulières de ces fonctions, résolution de triangles rectangles ou quelconques, applications topographiques.

Projections orthogonales et leurs solutions trigonométriques ; opérations fondamentales appliquées aux arcs, transformation de sommes et différences en produits.

Logarithmes ; résolution d'équations trigonométriques simples ; résolution de triangles à l'aide de logarithmes.

3.2 Classe de seconde

Algèbre

Nombres irrationnels ; Analyse combinatoire, binôme de Newton ; fractions continues ; analyse indéterminée,[1] déterminants ; théorèmes relatifs

1. De nos jours, on dirait « Equations diophantiennes de degré 1 »

aux limites ; continuité ; fonctions exponentielles et leurs inverses ; dérivation, maximum et minimum absolus ; nombres complexes.

Arithmétique

Nombres décimaux illimités ; erreurs absolues et relatives.

Géométrie

Révision du cinquième livre (abordé en troisième) ; symétries ; angles polyédraux, polyèdres ; aire et volume du cylindre, du cone et de la sphère.

Rapports harmoniques et anharmoniques.

Trigonométrie

Révision, formules remarquables relatives au triangle, résolution d'équations et de systèmes d'équations trigonométriques, résolution de triangles, applications à la géométrie de l'espace.

3.3 Classe de première (rhétorique)

Révision

Révision approfondie des extensions successives de la notion de nombre ; extension aux grandeurs incommensurables des théorèmes géométriques établis pour des grandeurs commensurables.

Rappel insistant du concept d'équivalence d'équations et de systèmes d'équations ainsi que de l'élimination et des propriétés des inégalités.

Des applications bien choisies devraient montrer la beauté des méthodes de transformation en géométrie.

Géométrie analytique

Révision des vecteurs, angles, projections et des rapports harmoniques et anharmoniques.

Coordonnées homogènes, points, droites, éléments à l'infini ; éléments imaginaires, faisceaux de droites, équation du cercle, lieux géométriques, intersections, courbes, tangentes, asymptotes, pôles et polaires. Coniques, centre, coordonnées polaires, nombreuses applications.

Trigonométrie sphérique

Formules relatives aux triangles, leur résolution. L'excès sphérique.

Géométrie descriptive

Point, droite et plan, projection de segments de longueurs variables, sections.

4 Un allègement du programme

En 1935, une circulaire ministérielle (datée du 16 novembre) allège le programme de mathématiques jugé trop lourd, [3].

Deux sujets sont ainsi éliminés (en classe de seconde) : les fractions continues et l'analyse indéterminée (équations diophantiennes de degré 1).

De plus, en 1938, une circulaire ministérielle cherche « à éviter toute confusion » :

Il est utile de préciser

1. *que le programme de 1929 constitue un maximum qui ne peut absolument pas être dépassé ;*
2. *que le programme, résultant des modifications apportées par la circulaire ministérielle du 16 novembre 1935, est un programme minimum qui suffit, notamment, pour l'admission à l'École Militaire et auquel les professeurs, en général, peuvent se limiter.*

Mais certains examinateurs des jurys d'admission aux Écoles Spéciales des Universités exigent, pour les mathématiques, la connaissance de matières que la circulaire ministérielle du 16 novembre 1935 a supprimées. Il est donc nécessaire que les cours d'Athénée qui préparent à ces examens tiennent compte des desiderata respectifs des examinateurs.

Ceci entraîne deux réflexions de notre part :

— Les examens d'entrée aux Facultés de Sciences appliquées des Universités ont le droit de faire porter ces examens sur des sujets non enseignés dans le secondaire.

— Après 1935, l'enseignant des classes supérieures pouvait « choisir son programme » entre un minimum et un maximum.

Pour en savoir plus

[1] Abel J. L., *Education in Belgium.* United states, Government printing office, Washington, Bulletin 1932, N°5. 1932.

[2] Bauwens L., *Code de l'enseignement moyen et de l'enseignement normal moyen.* Albert Dewit, Bruxelles, 1929.

[3] de Marchin R. et Bosteels G., *Compléments d'algèbre.* Wesmael.Charlier, Namur, 1960.

[4] Ministère des sciences et des arts, *Horaire et programme des études dans les Athénées royaux.* Arrêté Ministériel du 15 avril 1929. Georges Thone, Liège, 1929.

[5] Ministère des sciences et des arts, *Horaire et programme des études dans les écoles moyennes pour garçons et pour jeunes filles.* Arrêté Ministériel du 15 avril 1929. Georges Thone, Liège, 1929.

[6] Ministère des sciences et des arts, *Horaire et programme des études dans les sections commerciales annexées aux écoles moyennes pour garçons et pour jeunes filles.* Arrêté Ministériel du 15 juillet 1929. Georges Thone, Liège, 1929.

[7] Ministère des sciences et des arts, *Instructions générales adressées au personnel enseignant des écoles moyennes et des Athénées royaux.* Georges Thone, Liège, 1929.

[8] Ministère des sciences et des arts, *Instructions relatives à l'enseignement des mathématiques dans les Athénées royaux.* Georges Thone, Liège, 1929.

[9] Ministère des sciences et des arts, *Règlement d'ordre intérieur des Athénées royaux.* Arrêté Ministériel du 15 avril 1929. Georges Thone, Liège, 1929.

[10] Ministère des sciences et des arts, *Règlement d'ordre intérieur des écoles moyennes de l'État.* Georges Thone, Liège, 1929.

[11] Ministère des Sciences et des arts, *Règlement organique des Athénées royaux.* Moniteur belge, Bruxelles, 1929.

[12] Ministère des Sciences et des arts, *Règlement organique des écoles moyennes de l'État.* Moniteur Belge, Bruxelles, 1928.