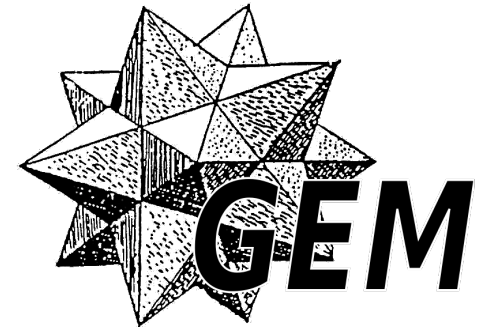


46^e Congrès de la SBPMef – 26 août 2021 – Ottignies



Vivre des débats mathématiques au secondaire, une contribution à l'éducation à la citoyenneté

Habib Ben Aïcha, Thérèse Gilbert et Laure Ninove

habib.benaicha@outlook.com, therese.gilbert@galilee.be, laure.ninove@gmail.com

<https://wp.gem-math.be/>

Avec le soutien de

CRIP*edis*

 **UCLouvain**

 Haute École
Galilée
ISPG
Pédagogie

 Haute École
Léonard
de **Vinci**

 **CeREF**
ÉDUCATION
CENTRE DE RECHERCHE ET DE FORMATION
Haute École Louvain en Hainaut
HELHa
Haute École Louvain en Hainaut

Plan de l'atelier « Débats mathématiques »

1. Des débats mathématiques : quoi, pourquoi, comment ?
2. Un débat à vivre
3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur
4. Prise de recul : bénéfices espérés pour la classe
5. Le chantier « débats mathématiques » : état et perspectives

Plan de l'atelier « Débats mathématiques »

1. **Des débats mathématiques : quoi, pourquoi, comment ?**
2. Un débat à vivre
3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur
4. Prise de recul : bénéfices espérés pour la classe
5. Le chantier « débats mathématiques » : état et perspectives

1. Des débats mathématiques : quoi, pourquoi, comment ?

Un contrat didactique « classique »

Le cours de mathématiques a encore trop souvent la réputation d'être un cours où le professeur pose **la bonne question** pour que les élèves donnent **la bonne réponse**.

$$(2x - 11x) \cdot (6y + 2a) = ?$$

$$\text{PGCD}(354 ; 355) = ?$$

Comparer $11/12$ et $12/11$?

Tout un tas d'énoncés donnés aux élèves après l'introduction d'une nouvelle notion (et même plus tard dans l'année) peuvent permettre d'observer que le contrat didactique classique prend parfois le dessus sur la réflexion de l'élève.

Un débat mathématique, qu'est-ce que c'est ?

Une question d'ordre mathématique est posée à l'ensemble des participants.

Chacun·e est amené·e, à travers des échanges entre pairs, à se forger une opinion personnelle et à présenter ses arguments dans le but de valider collectivement une réponse à la question.

Une structure habituelle pour un débat mathématique

1. Présentation de l'**objet du débat**
2. Petit temps de **réflexion individuelle**

3. Débat privé

Vous pouvez discuter brièvement du sujet avec qui vous voulez.

3. Propositions de réponse - Vote

Vous vous déterminez personnellement en fonction des réponses proposées, en étant capable de justifier votre choix.

4. Débat public

Vous défendez votre point de vue en donnant vos arguments à vos collègues, pour les convaincre.

Le débat privé est alors interdit.

Quelques règles pour le débat



Quelques règles pour un premier débat

- Chacun peut (mais personne ne doit) prendre la parole, mais tout le monde doit participer, fut-ce en débat privé et par des hochements de tête.
- Chacun s'adresse à l'ensemble du groupe, et non au formateur.
 - On s'exprime pour être entendu de tous, en se tournant et regardant le groupe.
 - On annonce sa thèse (« Je pense que. . . ») avant de l'argumenter (« Voilà mes raisons. . . »).
- Chacun est soucieux de connaître l'avis des autres.
 - On écoute avec respect celui qui prend le risque de s'exprimer (pas de débat privé, pas de lecture, ...).
 - On se tourne et regarde le locuteur.
 - On réagit sans détour mais avec respect (« Je ne comprends pas tel argument... », « Je ne suis pas d'accord avec telle affirmation », « Je me trompe peut-être, mais... »)
- On s'interdit les arguments d'autorité (« Moi, en tant que..., je vous dis que... »).
- On peut aller au tableau pour s'expliquer.

Plan de l'atelier « Débats mathématiques »

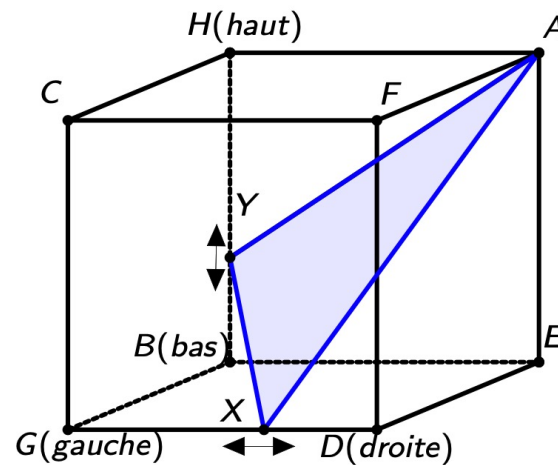
1. Des débats mathématiques : quoi, pourquoi, comment ?
2. **Un débat à vivre**
3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur
4. Prise de recul : bénéfices espérés pour la classe
5. Le chantier « débats mathématiques » : état et perspectives

2. Un débat à vivre

Un triangle dans un cube : conjecturer-débattre-chercher

La figure ci-dessous représente un cube. Le point X est situé sur l'arête $[GD]$ et le point Y sur $[BH]$.

Conjecturez à propos de la nature du triangle AXY .



Quelques conjectures (par des étudiants AESS)

- (1) Si $Y = B$ et $X = D$, alors le triangle est isocèle.
- (2) Si $Y = B$ et $X = D$, alors le triangle est équilatéral.
- (3) Si $Y = B$ et $X = D$, alors le triangle est rectangle.
- (3b) Si $Y = B$ et $X = G$, alors le triangle est rectangle.
- (4) Si $Y = H$ et $X = D$, alors le triangle est rectangle.
- (5) Si $Y = H$ et $X = G$, alors le triangle est rectangle.
- (6) Si X est le milieu du segment $[GD]$ et $Y = H$, alors le triangle est isocèle.
- (7) Si $X = G$, alors le triangle est rectangle.
- (8) Tous les triangles sont acutangles. (Sous-entendu : pour chaque choix de Y et X , le triangle sera acutangle.)
- (9) Il n'y a pas de triangle obtusangle. (Sous-entendu : quel que soit le choix de Y et X , on ne pourra jamais former un triangle obtusangle.)
- (10) Si Y est le milieu du segment $[HB]$ et $X = G$, alors le triangle est isocèle.

Quelques réflexions (géométriques) entendues (correctes ou non)

- Si deux droites sécantes appartiennent à des plans orthogonaux, elles sont perpendiculaires.
- Si une droite est perpendiculaire à un plan, elle est orthogonale à toute droite de ce plan.
- Si les deux côtés de même longueur d'un triangle isocèle sont plus longs que le troisième, ce triangle est isocèle.
- Si le cube est bien dessiné, ses diagonales ont même longueur ...

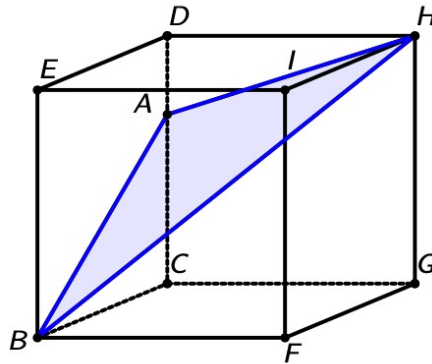
Quelques démarches

- Refuser un raisonnement erroné menant à une conclusion vraie.
- Invalider une proposition grâce à un contre-exemple.
- Invalider une proposition (fausse, mais qui appliquée dans un certain cas donne une conclusion correcte) en l'appliquant à un cas où elle donnerait une conclusion fausse.
- Prendre des exemples chiffrés.
- Préciser une proposition en ajoutant des quantificateurs.
- Distinguer réciproque et contraposée.

Une variante de l'énoncé

La figure¹ ci-dessous représente un cube. Le point A est situé sur l'arête $[DC]$. Où placer le point A pour que le triangle ABH soit

- équilatéral ?
- isocèle ?
- rectangle ?



1. GEM, 2020.

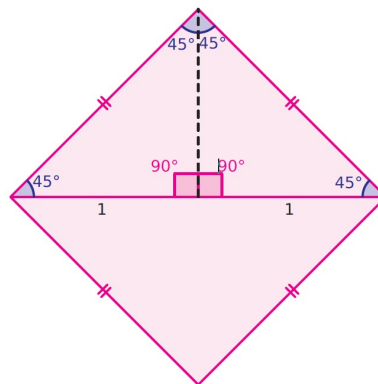
Plan de l'atelier « Débats mathématiques »

1. Des débats mathématiques : quoi, pourquoi, comment ?
2. Un débat à vivre
- 3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur**
4. Prise de recul : bénéfices espérés pour la classe
5. Le chantier « débats mathématiques » : état et perspectives

3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur

Consigne. Construisez un carré dont l'aire vaut 2 et déterminez la mesure de la longueur du côté de ce carré.

Un groupe d'élèves propose une méthode assez particulière. En partant d'une base de 2 cm et en élevant une hauteur de 1 cm au milieu du segment, on construit un triangle isocèle dont l'aire vaut 1 cm^2 . En dédoublant ce triangle, on obtient ainsi un carré dont l'aire vaut 2.



En voici le récit...

Plan de l'atelier « Débats mathématiques »

1. Des débats mathématiques : quoi, pourquoi, comment ?
2. Un débat à vivre
3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur
4. **Prise de recul : bénéfices espérés pour la classe**
5. Le chantier « débats mathématiques » : état et perspectives

4. Prise de recul – Bénéfices espérés pour la classe

Type et nature des arguments

- Des questions essentielles émergent « naturellement » : questions de logique, précision d'une proposition, que faut-il pour démontrer...
- arguments variés pour éclairer et pour convaincre : exemples et contre-exemples, s'appuyer sur le connu, faire référence au concret, procéder par images, par déduction, s'appuyer sur des exemples chiffrés, des calculs...;
- apprentissage de la complexité : nuancer, voir des similarités, examiner des cas limites, des cas particuliers ;

Argumenter, ça s'apprend !

Quels changements pour l'élève et l'enseignant ?

Du point de vue de l'élève

- a) Qu'est-ce qu'un élève peut apprendre dans un débat ?
- b) Qu'est-ce que ça implique au niveau de la posture attendue des élèves ?

Du point de vue de l'enseignant

- c) Qu'est-ce qu'un enseignant peut apprendre dans un débat ?
- d) Qu'est-ce que ça implique au niveau de sa posture?

a) Qu'est-ce qu'un **élève peut apprendre** dans un débat ?

- Des éléments d'ordre mathématique ;
- des démarches cognitives ;
- des compétences relationnelles ;
- des compétences citoyennes.

b) Qu'est-ce que ça implique au niveau de la **posture attendue des élèves** ?

- Changements par rapport au contrat didactique « classique » ;
- Bousculement du rapport « habituel » aux mathématiques.

c) Qu'est-ce qu'un **enseignant peut apprendre** dans un débat ?

Via la parole des apprenants durant le débat, possibilité d'avoir accès à leur chemin de pensée et leurs représentations.

d) Qu'est-ce que cela implique au niveau de la **posture de l'enseignant** ?

Changements dans l'attitude de l'enseignant par rapport au contrat didactique « classique »
... mais rôle non nul !

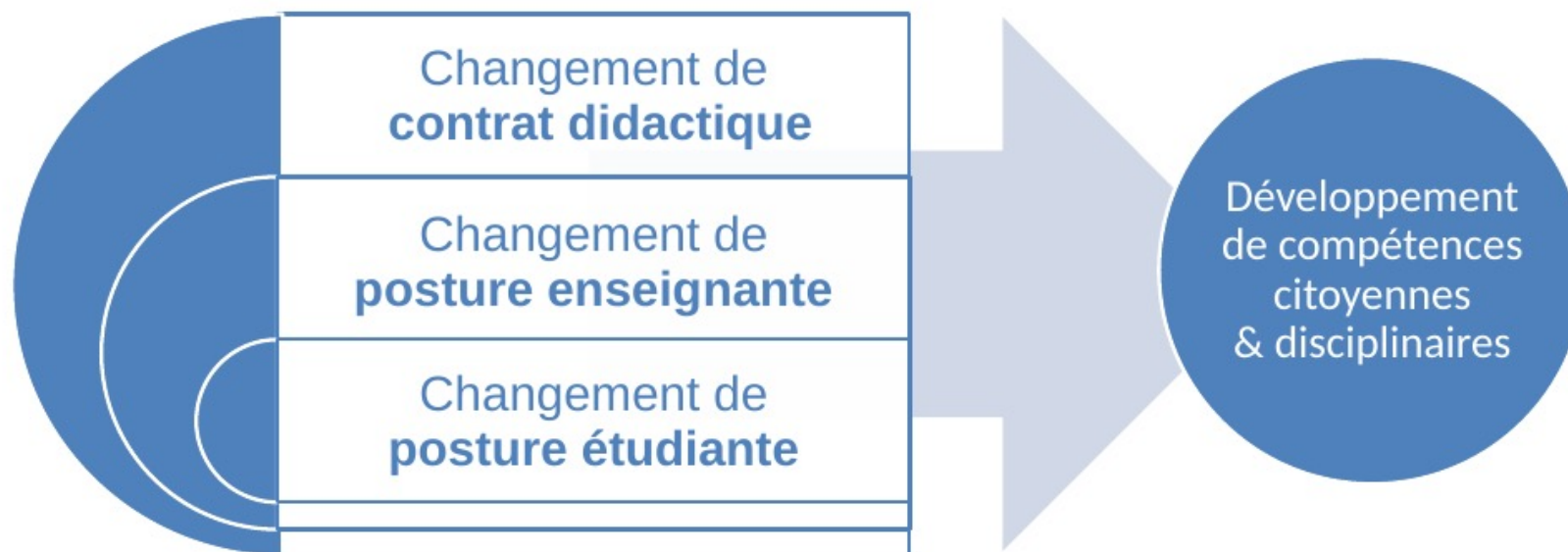
Un rôle parfois difficile...

Plan de l'atelier « Débats mathématiques »

1. Un débat mathématique, qu'est-ce que c'est ?
2. Deux débats à vivre
3. Narration d'un débat vécu au secondaire inférieur
4. Prise de recul : bénéfices espérés pour la classe
5. **Le chantier « débats mathématiques » : état et perspectives**

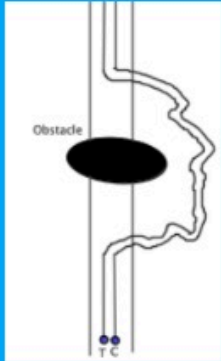
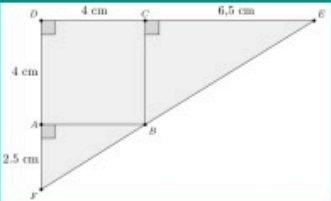
5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

a) L'enjeu majeur à nos yeux



5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

b) Diversité de débats : d'un point de vue de l'**organisation**, du scénario pédagogique

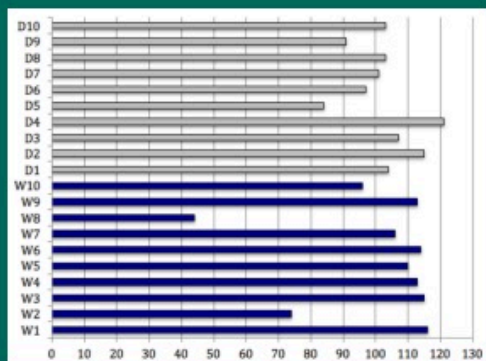
Un débat qui commence par une recherche de conjectures	Un débat qui suit une résolution de problème ouvert	Un débat qui débouche sur une résolution de problème	Un problème qui fait débat	Une question sous forme de joute																					
<p>J'ai deux nombres en tête. Si on veut fabriquer le plus grand nombre, vaut-il mieux les multiplier ou les additionner ?</p>	<p>Construisez un carré uniquement à l'aide d'une équerre.</p>	<p>Qui court le plus ?</p> 	<p>Calculez l'aire de la figure ci-dessous</p> 	<p>Quelle classe a le mieux réussi ?</p> <table border="1"><thead><tr><th>A</th><th>B</th><th>C</th></tr></thead><tbody><tr><td>8</td><td>2</td><td>7</td></tr><tr><td>9</td><td>3</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>6</td><td>8</td></tr><tr><td>9</td><td>7</td><td>9</td></tr><tr><td>9</td><td>9</td><td>9</td></tr><tr><td>10</td><td>10</td><td>0</td></tr></tbody></table>	A	B	C	8	2	7	9	3	8	9	6	8	9	7	9	9	9	9	10	10	0
A	B	C																							
8	2	7																							
9	3	8																							
9	6	8																							
9	7	9																							
9	9	9																							
10	10	0																							

5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

b) Diversité de débats : d'un point de vue du **type d'énoncé**

Un problème
sans solution unique

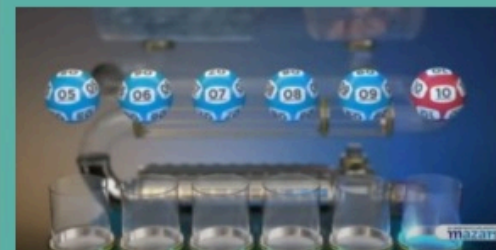
Quelle est la meilleure
marque de piles ?



Vrai ou faux

Si une fonction a une
dérivée toujours
positive,
cette fonction tend
vers l'infini quand x
tend vers l'infini.

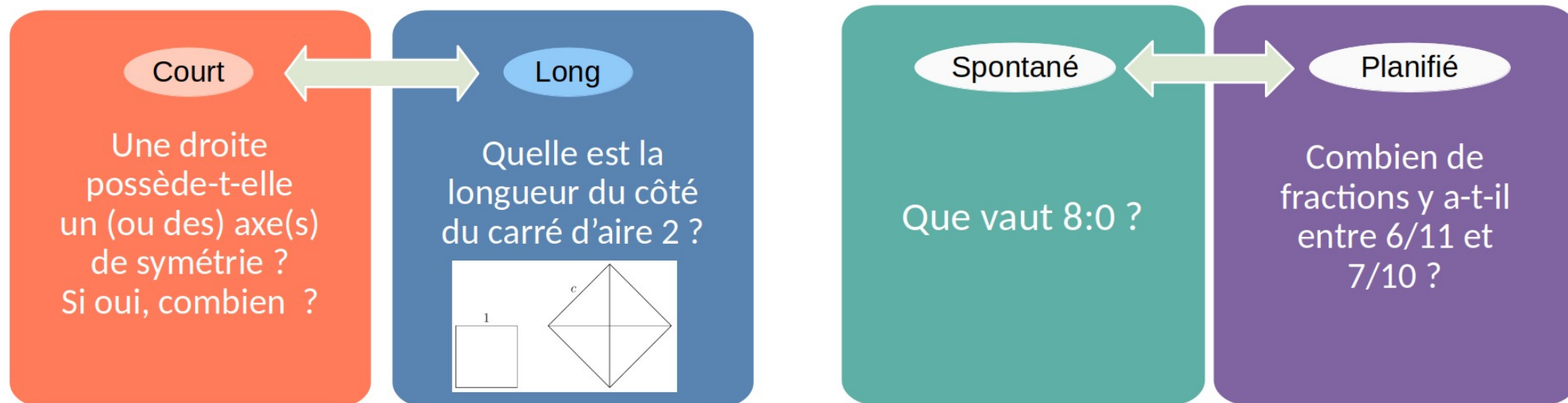
À partir de photos



etc.

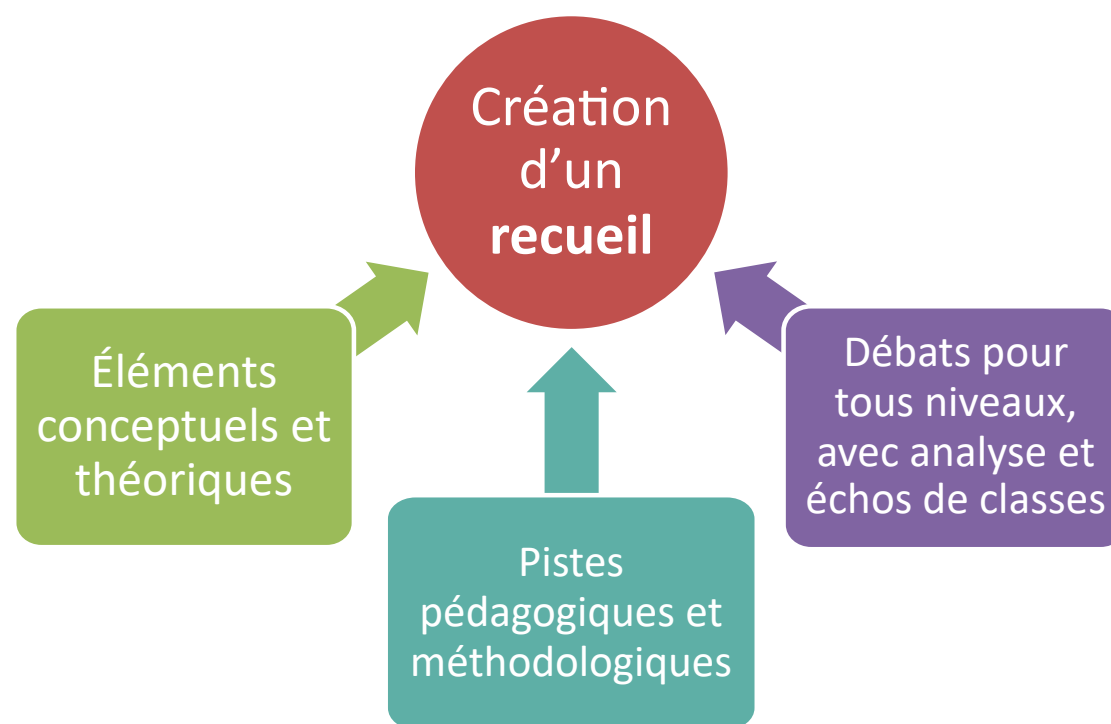
5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

b) Diversité de débats : d'un point de vue **temporel** ou de l'**intention** de l'enseignant



5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

c) Suite envisagée pour le chantier



5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

d) Des questions à creuser

- Comment faire en sorte que tous les élèves participent ?
Ou au moins s'assurer que tous bénéficient positivement du dispositif ?
- Comment les élèves évoluent-ils ?
Le dispositif a-t-il des impacts à long terme ? et en dehors du cours de maths ?
- Quel impact le dispositif peut-il avoir concernant les questions liées aux inégalités sociales ?
- Le dispositif peut-il avoir des effets positifs par rapport aux questions liées au genre ou au contraire a-t-il des effets négatifs qu'il faut veiller à corriger ?
- Etc.

5. Le chantier « Débats mathématiques » : état et perspectives

e) Contribuer au chantier...

Relayer à l'équipe des **idées** de débats,
des situations qui ont fait débat

Tester des débats dans vos classes et
nous envoyer récits/vidéos des débats

Nous **accueillir** dans vos classes

Références bibliographiques (1)

Ouvrages de référence sur le débat scientifique

- ERMEL, *Vrai ? Faux ? ... On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3*, Institut national de recherche pédagogique, Paris, 1999.
- M. Legrand, *Désir de démocratie et d'humanisme authentiques et nécessité d'opérer une révolution dans notre façon de concevoir le savoir et son partage à l'école, La construction collective d'un sens profond*, Forum de l'Education Sfax, mars 2017.
- M. Legrand, Th. Lecorre, L. Leroux, A. Parreau, *Principe du « Débat scientifique » dans un enseignement*, Pré-tirage du Tome I, Journées nationales de l'APMEP Grenoble, novembre 2011, IREM de Grenoble.
- L. Leroux, Th. Lecorre, *Le « Débat scientifique » en classe, Comment donner à l'élève une responsabilité scientifique réelle en cours de mathématiques ?*, APMEP - PLOT n° 19.
- H. Di Martino, Th. Lecorre, M. Legrand, L. Leroux et A. Parreau, *Une activité en or*, in https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/une-activitee074_1576160998403-pdf.
- SeGEC, *Programme d'Éducation à la philosophie et à la citoyenneté, 1er degré*, SeGEC, D/2017/7362/3/03, <http://admin.segec.be/documents/8498.pdf>.

Références bibliographiques (2)

Recueils de débats et problèmes

- G. Arzac et M. Mante, *Les pratiques du problème ouvert*, Coll. Repères pour agir, Scéren, 2007.
- H. Ben Aïcha, Aux arguments, citoyens !, in *Traces de changements*, n° 241, mai et juin 2019 (en annexe).
- H. Ben Aïcha, Des élèves dignes de grands mathématiciens !, in *Traces de changements*, n° 241, mai et juin 2019, (en annexe).
- H. Ben Aïcha, Th. Gilbert, Quatre débats pour éveiller l'esprit critique, in <https://changement-egalite.be/Quatre-debats-pour-eveiller-l> , 2019.
- D. Gaud, N. Minet et l'équipe « lycée » de l'IREM de Poitiers, Parcours d'étude et de recherche en géométrie pour la classe de seconde, in *Petit x*, no 79, 2009.
- Le Groupe d'Enseignement Mathématique, Th. Gilbert, L. Ninove (dir.), *Le plaisir de chercher en mathématiques, De la maternelle au supérieur : 40 problèmes*, Coll. CRIPEDIS, Presses Universitaires de Louvain, Louvain-la-Neuve, 2017.
- Th. Gilbert, Comparaison de carrelages et d'ensembles infinis, in *Losanges*, n°49, 2020.
- Th. Gilbert, Apprendre à débattre et à animer un débat mathématique, *Au fil des maths*, à paraître.