

S'exprimer, argumenter et convaincre en mathématiques à tout âge

Organisateurs

Ibrahim KALLOUCH, Jamal JALIL MEZRAUI, Habib BEN AICHA, Enseignants du secondaire inférieur.

Description de l'atelier

Dans un cours de mathématiques, la notion de vérité semble trop souvent être réservée à l'enseignant, à qui l'on demande de valider (ou pas) les réponses des élèves. « Monsieur, c'est juste ? », « La réponse est 24 ? ».

Ce contrat didactique entre l'enseignant et l'élève restreint parfois la possibilité de développer des compétences citoyennes et notamment la capacité de penser par soi-même, d'avoir un esprit critique, d'écouter la position d'un autre et de pouvoir en discuter.

Qu'en est-il de l'argumentation ? Comment peut-on laisser plus de place aux échanges entre élèves ? Peut-on déléguer cette « responsabilité de solutions » et en débattre en classe pour se convaincre les uns les autres ?



1 Un constat

1. $(2x - 11x) \cdot (6y + 2a) = ?$

2. PGCD (105; 106) = ?

3. Comparez $-\frac{13}{14}$ et $-\frac{14}{13}$

4. $(-5x - (-3y)) \cdot (3y + 5x) = ?$

5. $\int_1^3 (4x^2 - 12x + 9) dx = ?$

Qu'attendons-nous de nos élèves lorsque nous leur proposons ce type de questions ?
--

Le danger principal est que l'automatisation des procédures prennent le pas sur la réflexion mathématiques.

L'idée est donc de déléguer aux élèves, un moyen de prendre du recul, de se positionner, de faire des choix et de s'engager dans la réflexion mathématique pour se convaincre les uns, les autres. Le débat en est un outil.

2 Règles, dispositions et organisation d'un débat

2.1 Pour un échange démocratique

Voici une liste non exhaustive de règles qui peuvent être proposées à des élèves :

- S'adresser à l'ensemble de la classe ;
- Écouter activement et avec une oreille attentive pour comprendre les points de vue des autres.
- Regarder la personne qui parle ;
- Être bienveillant ;
- S'exprimer le plus clairement possible ;
- Utiliser le tableau si cela peut aider à se faire comprendre ;
- Donner son opinion avant son argument ;
- Ne pas dénigrer l'argument de quelqu'un ou la personne mais plutôt contredire un argument en commençant sa phrase par : "Je ne suis pas d'accord avec ... car ..." ;
- Ne pas hésiter à poser des questions si on ne comprend pas le raisonnement de quelqu'un ;
- Remettre ses propres arguments en question ;
- Ne pas hésiter à demander d'avoir un temps de réflexion individuelle ;
- Exploiter au maximum une piste.

Autres idées :

- Être critique par rapport à des idées, pas à des individus. Nous pouvons tous apprendre quelque chose les uns des autres, même si nos points de vue ne s'alignent pas nécessairement.
- Éviter les hypothèses sur un membre de la classe ou les généralisations sur les groupes sociaux.
- Ne pas blâmer, spéculer ou utiliser un langage incendiaire.
- Laisser la parole à chacun.
- Nous sommes responsables de nos paroles et de leur impact.

2.2 Pour un échange de qualité

La disposition en autobus¹

Avantages

- Disposition habituelle donc pas de perte de temps.
- Le tableau est facilement visible par tous les élèves.
- Les échanges à deux sont favorisés.
- On peut passer à une disposition en îlots facilement.

Inconvénients

- Tous les élèves ne se regardent pas forcément.
- La personne qui prend la parole ne parle pas à tout le monde.
- On risque de retomber dans un échange frontal.

La disposition en autobus est la plus répandue dans nos classes. On la retrouvera probablement plus dans des débats courts où le temps est compté. L'enseignant devra répéter plus souvent aux élèves de se regarder. S'éloigner du tableau lui permettrait également de favoriser la discussion entre élèves. Cela favorise la venue au tableau de certains élèves. Nous considérons que si les élèves se retournent pour former des sous-groupes, on aura une disposition en îlots.

La disposition en îlots

Avantages

- Les échanges en groupe sont favorisés.
- Le déplacement de l'enseignant est facilité.
- Les plus silencieux pourraient plus prendre la parole.
- L'utilisation de panneau est adéquate.

Inconvénients

- Cela prend du temps de déplacer les bancs.
- Le tableau n'est pas facilement visible par tous.
- Les élèves écoutent moins ceux des autres groupes.
- On favorise moins l'engagement individuel.

1. J. JALIL MEZRAUI . *Quels sont les éléments qui favorisent le débat scientifique et quels sont ceux qui l'entravent ?* [TFE], 2021, p. 17-19

La disposition en îlots apporte une autre dynamique au débat. En effet, les échanges en groupe peuvent faire émerger moins d'arguments différents. Une partie des arguments sont probablement traités en groupe. L'enseignant devra, là aussi, répéter plus souvent aux élèves de se regarder.

La disposition en U

Avantages

- Les échanges par deux ou trois sont favorisés.
- Le déplacement de l'enseignant est facilité.
- Le tableau est facilement visible pour tous les élèves.
- Tous les élèves se regardent plus lors des prises de parole.

Inconvénients

- Cela prend du temps de déplacer les bancs.
- Elle nécessite une classe spacieuse.
- On risque de retomber dans un échange frontal.

La disposition en U encourage l'utilisation du tableau et permet aux élèves de se regarder facilement. L'enseignant devra par contre s'éloigner du tableau.

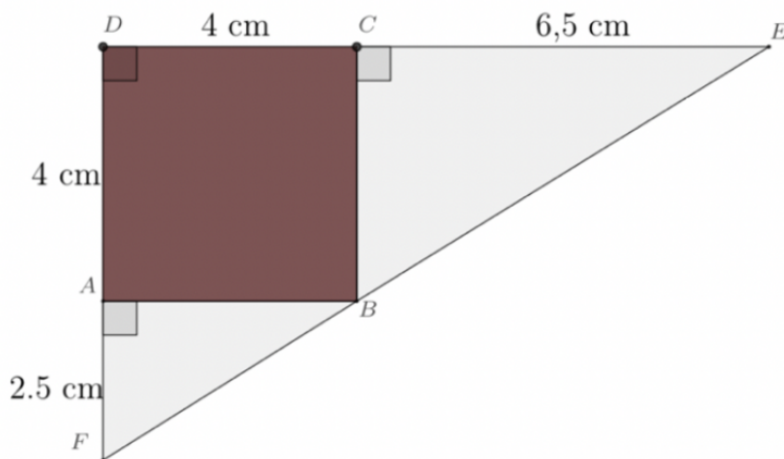
Une meilleure disposition ?

Il n'existe pas de disposition idéale. Elles ont toutes des avantages et des inconvénients. Cependant, certaines dispositions seront plus adaptées. Par exemple, si on veut amener les élèves à travailler en sous-groupes avec des panneaux, la disposition en îlots est la plus adaptée. Néanmoins, si l'utilisation du tableau est recommandée, les deux autres dispositions seront plus appropriées. Il n'est pas exclu de passer de l'une à l'autre. La disposition en autobus permet facilement de passer en îlots et ainsi travailler en groupe.

3 Les sujets de débats

3.1 Une histoire d'aire

Consigne. Sur la figure ci-dessous², on a assemblé un carré et deux triangles rectangles. **CALCULEZ** l'aire de la figure obtenue.



3.2 C'est qui qui gagne ?

Consigne. Je dispose de deux nombres dans ma tête. Quelle opération dois-je réaliser pour obtenir le plus grand résultat ?

Variante. Je dispose du nombre 1000 et d'un nombre dans ma tête. Quelle opération dois-je réaliser pour obtenir le plus grand résultat ?

2. La question est inspirée du puzzle de Lewis Carroll. Il en existe plusieurs versions. On peut en trouver une analyse dans J. F. Zucceta, « Quand un devoir peut devenir un sujet de réflexion », Bulletin APMEP n° 39, décembre 1993.

3.3 La calculatrice, mon amie !

Consigne. En utilisant votre calculatrice, qu'obtenez-vous pour les deux calculs suivants³ :

$$\begin{aligned}345678901^2 - 345678900 \cdot 345678902 &= ? \\34567890^2 - 34567889 \cdot 34567891 &= ?\end{aligned}$$

3.4 Multiple de ... et multiple de ...

Consigne. Si un nombre est multiple de ... alors il est multiple de ... **REMPLEZ** les "..." par 6, 15 ou 30.

3.5 Combien de nombres ?

Consigne. TROUVEZ un nombre entre $-\frac{6}{11}$ et $-\frac{7}{10}$. Combien de nombres y a-t-il entre ces deux nombres ?⁴

3. Extrait et modifié de : H. DI MARTINO, T.LECORRE, M. LEGRAND, L. LEROUX et A. PARREAU, *Une activité en or*, in

http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/IMG/pdf/une_activitee074.pdf, mise à jour non citée, consulté le 10 mai 2017.

4. Ce problème a été proposé par Jordan Detaille au GEM et développé dans Th. Gilbert, L. Ninove (dir.) et le GEM, *Le plaisir de chercher en mathématiques, de la maternelle au supérieur*, 40 problèmes, PUL, 2017.

4 Une responsabilité enseignante

4.1 Le décret "Missions" ⁵

Quels sont les missions et les devoirs d'un enseignant ? Regardons de plus près les objectifs généraux de l'enseignement fondamental et de l'enseignement secondaire.

"Article 6. - La Communauté française, pour l'enseignement qu'elle organise, et tout pouvoir organisateur, pour l'enseignement subventionné, poursuivent simultanément et sans hiérarchie les objectifs suivants :

1. promouvoir la confiance en soi et le développement de la personne de chacun des élèves ;
2. amener tous les élèves à s'approprier des savoirs et à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle ;
3. préparer tous les élèves à être des citoyens responsables, capables de contribuer au développement d'une société démocratique, solidaire, pluraliste et ouverte aux autres cultures ;
4. assurer à tous les élèves des chances égales d'émancipation sociale."

Ce que l'on en retient, c'est que quatre grands axes sont ainsi mis en avant dans ce décret.

Ce qui peut sembler étonnant, c'est qu'il est mentionné par les termes "simultanément et sans hiérarchie", qu'un enseignant se doit "d'enseigner les mathématiques" au même titre que "préparer des citoyens responsables"(mission 2^o et 3^o) ⁶.

5. CFWB. *Décret définissant les missions prioritaires de l'enseignement*. http://www.gallilex.cfwb.be/document/pdf/21557_023.pdf. consulté le 18 juin 2021

6. H. BEN AÏCHA. *Comment former des citoyens critiques à travers l'enseignement des mathématiques ?* [TFE], 2017, p. 6

4.2 Les compétences citoyennes EPC⁷

Dans le réseau libre confessionnel catholique, les compétences de l'éducation à la philosophie et à la citoyenneté (EPC) sont travaillées à travers différents cours. Dans le programme publié par la FESeC, on retrouve différentes situations d'apprentissages dans lesquelles, on illustre les manières d'acquérir ces compétences. Le cours d'EPC a donc pour objectif que chaque élève puisse "approfondir la connaissance de soi, de poursuivre l'exercice d'une pensée critique et autonome, de s'ouvrir davantage aux autres et de grandir en tant que citoyen en s'engageant déjà à l'école dans la vie sociale et l'espace démocratique"⁸

Cependant, le cours de mathématiques, notamment, n'a pas été englobé dans cette nouvelle vision de l'enseignement. Suite à cette publication, une réflexion émerge : "Ne croyez-vous pas qu'on puisse travailler l'éducation à la philosophie et à la citoyenneté au cours de mathématiques et ainsi atteindre l'objectif du cours d'EPC de manière transversale?".

Nous avons constaté qu'à travers certains débats, nous avons pu travailler certaines compétences :

- recourir à l'imagination pour élargir le questionnement,
- construire un raisonnement logique,
- évaluer la validité d'un énoncé,
- prendre position de manière argumentée,
- écouter l'autre pour le comprendre,
- élargir sa perspective,
- se préparer au débat,
- débattre collectivement.
- évaluer la validité d'un énoncé,
- décider collectivement,
- coopérer,
- assumer des responsabilités individuelles et collectives.

7. J. JALIL MEZRAUI . *Quels sont les éléments qui favorisent le débat scientifique et quels sont ceux qui l'entravent ?* [TFE], 2021, p. 6

8. FESeC. Cours de philosophie et de citoyenneté 1er degré de l'enseignement secondaire. http://www.gallilex.cfwb.be/document/pdf/21557_023.pdf. consulté le 18 juin 2021.

5 Aspects pratiques et comportement de l'enseignant lors d'un débat

5.1 Attitude du professeur⁹

Au niveau de l'attitude du professeur :

- L'enseignant doit faire en sorte que tout le monde puisse s'exprimer dans un cadre respectueux.
- L'enseignant doit constamment demander aux élèves de se regarder lorsqu'ils confrontent leurs arguments. Ce n'est pas un débat où les élèves doivent convaincre l'enseignant.
- L'enseignant doit absolument se retenir d'intervenir lors de "mauvaises" réponses des élèves.
- L'enseignant doit avoir une attitude "naïve" vis-à-vis du problème. Il ne doit rien laisser transparaître sur sa connaissance de la solution.

Cependant, à la fin du débat, l'enseignant devra revenir sur les différentes interventions et remettra de l'ordre dans la matière où il aura repéré certaines erreurs.

5.2 Le vote¹⁰

À différentes phases du débat, il peut être intéressant de laisser les élèves réfléchir individuellement. Ils peuvent confronter leurs avis à ceux des autres sans aucune pollution sonore. Après quoi, un vote s'avère pertinent pour organiser le débat. C'est parfois l'occasion pour les élèves d'apprendre que la majorité n'a pas forcément raison.

L'enseignant peut structurer le débat en laissant parler la minorité. Celle-ci s'exprime avant que la majorité ne puisse influencer l'avis de chacun juste par le nombre. On peut également laisser les personnes indécises s'exprimer les premières. Elles apportent des arguments contradictoires et n'arrivent pas à s'engager dans une opinion franche. Elles peuvent dès lors amener un point de vue nuancé qui permettra de relancer la réflexion.

9. H. BEN AÏCHA. *Comment former des citoyens critiques à travers l'enseignement des mathématiques ?* [TFE], 2017, p. 22

10. J. JALIL MEZRAUI . *Quels sont les éléments qui favorisent le débat scientifique et quels sont ceux qui l'entravent ?* [TFE], 2021, p. 26

Toutefois, les personnes réputées "meilleures de classe" peuvent influencer le vote. On peut réfléchir à un vote anonyme au détriment de l'engagement public qu'un vote induit. Cet engagement va être source d'un raisonnement plus rigoureux dont l'élève va faire preuve. C'est aussi une compétence requise dans le développement citoyen de nos élèves. On peut également demander aux élèves de proposer des solutions intéressantes même si elles sont fausses. Une autre alternative est d'interroger les élèves qui vont amener une conjecture ou un raisonnement faux. Dès lors, il est important d'observer ses élèves lors de la phase individuelle.

Lors d'un vote, laisser l'opportunité aux élèves de répondre "je ne sais pas" s'avère intéressant quand c'est justifié. Cela pourrait servir d'échappatoire pour ceux qui ne veulent pas travailler mais en demandant de justifier leur choix, on peut limiter ce biais.

Conclusion

Débattre en classe peut être une expérience enrichissante pour les élèves et aussi pour le professeur. En effet, il peut moduler sa classe selon l'objectif qu'il souhaite réaliser. L'enseignant confie cette responsabilité de savoir aux élèves. Le contrat didactique classique est rompu.

Le débat est un outil épistémologique. En étant animateur, l'enseignant entend les arguments de ses élèves. Souvent, il entend des préconceptions erronées (plus difficile à cibler dans un autre exercice où lorsqu'on pose la bonne question, on s'attend à la bonne réponse).

Le fait de prendre du recul sur un argument, pouvoir se recentrer, changer de point de vue... permet le développement d'une pensée autonome. En échangeant avec ses pairs, les élèves travaillent leurs capacités d'argumentation et se construisent, petit à petit, en futurs citoyens de plus en plus critiques.

Dans les missions qui lui sont confiées, l'enseignant tente alors, à sa modeste échelle, de contribuer au développement d'une société démocratique.

Dans un cours de mathématiques, c'est déjà une tout autre ouverture.