



Géométrie, mouvement et variations

Ginette Cuisinier, ginette.cuisinier@gmail.com

Thérèse Gilbert, t.gilbert@ephec.be

Présentation de l'exposé

- 1. Faire varier pour ne pas se planter**
- 2. Mouvement pour saisir une notion, une propriété**
- 3. Mouvement comme instrument de pensée**
- 4. Activités pour susciter le mouvement**
- 5. Transformer une activité pour y inclure le mouvement**



1. Faire varier pour ne pas se planter

Trois premiers exemples

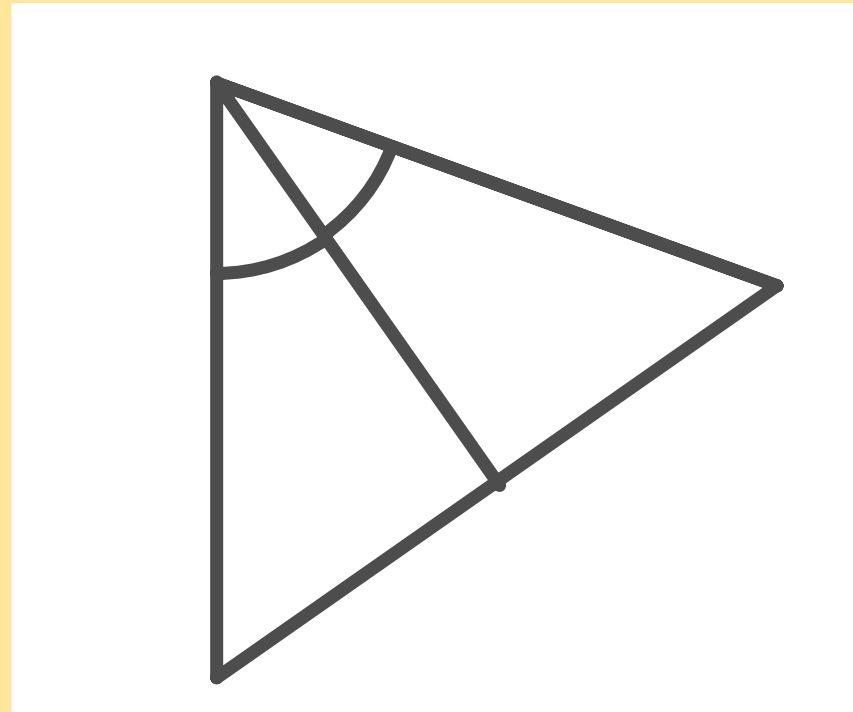
- Le (faux) théorème de la bissectrice
- La (fausse) trisection de l'angle
- Quatre triangles de même aire

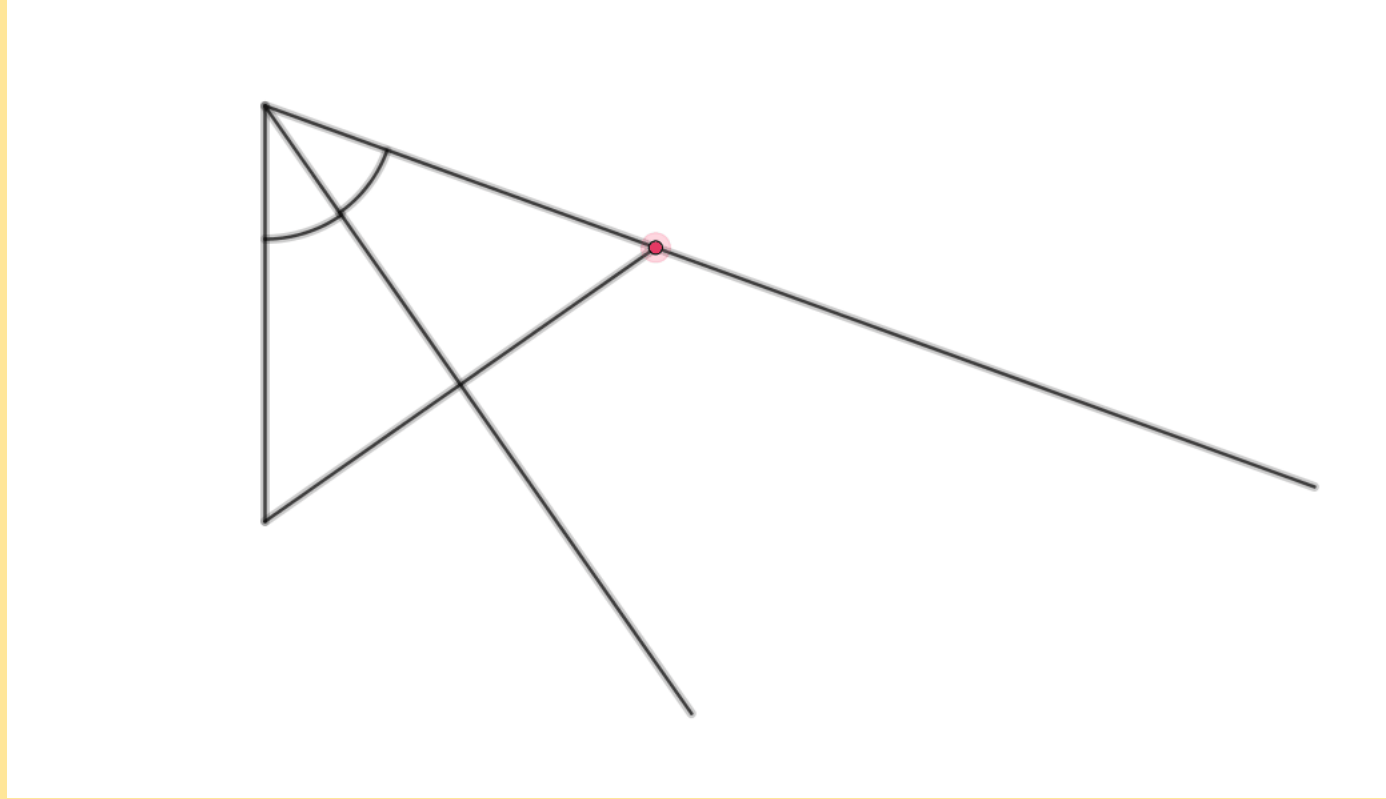
Une activité

- Une activité avec des bâtonnets

Le (faux) théorème de la bissectrice

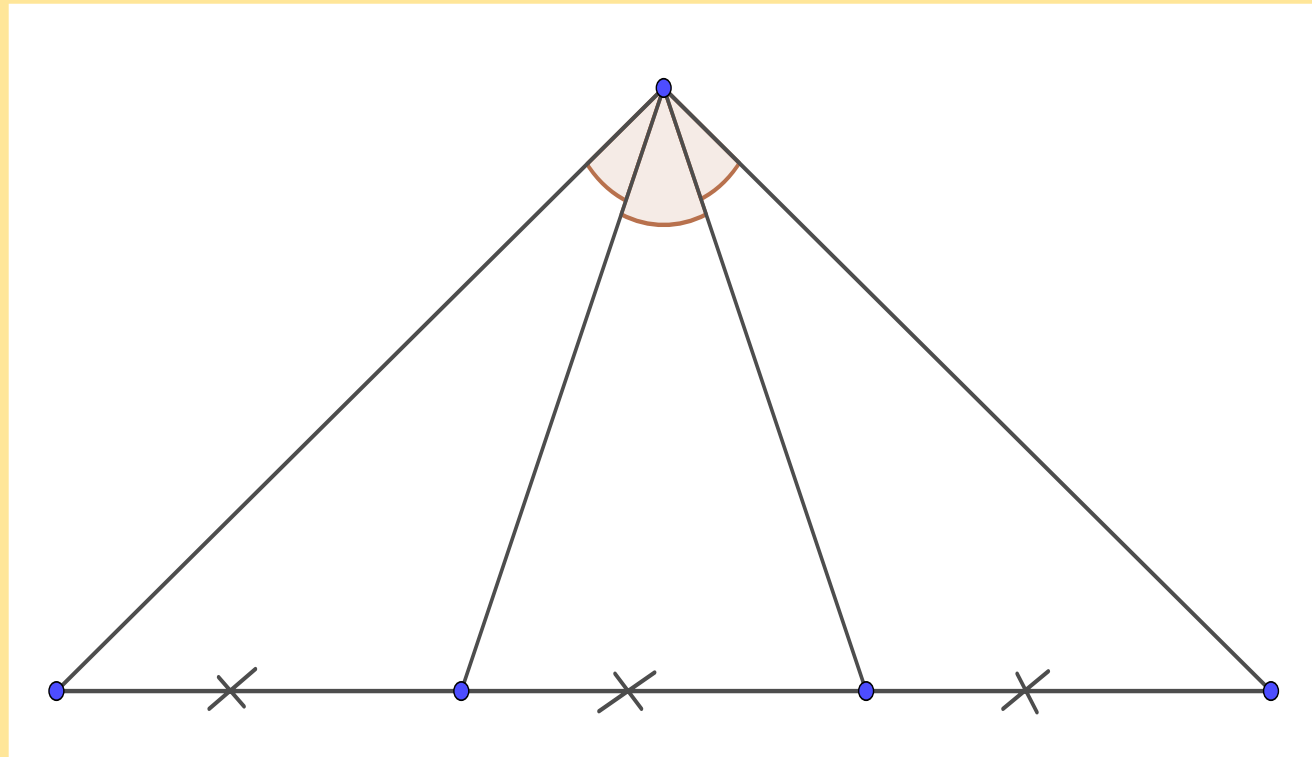
Dans un triangle, la bissectrice d'un angle partage le côté opposé en deux segments de même longueur.

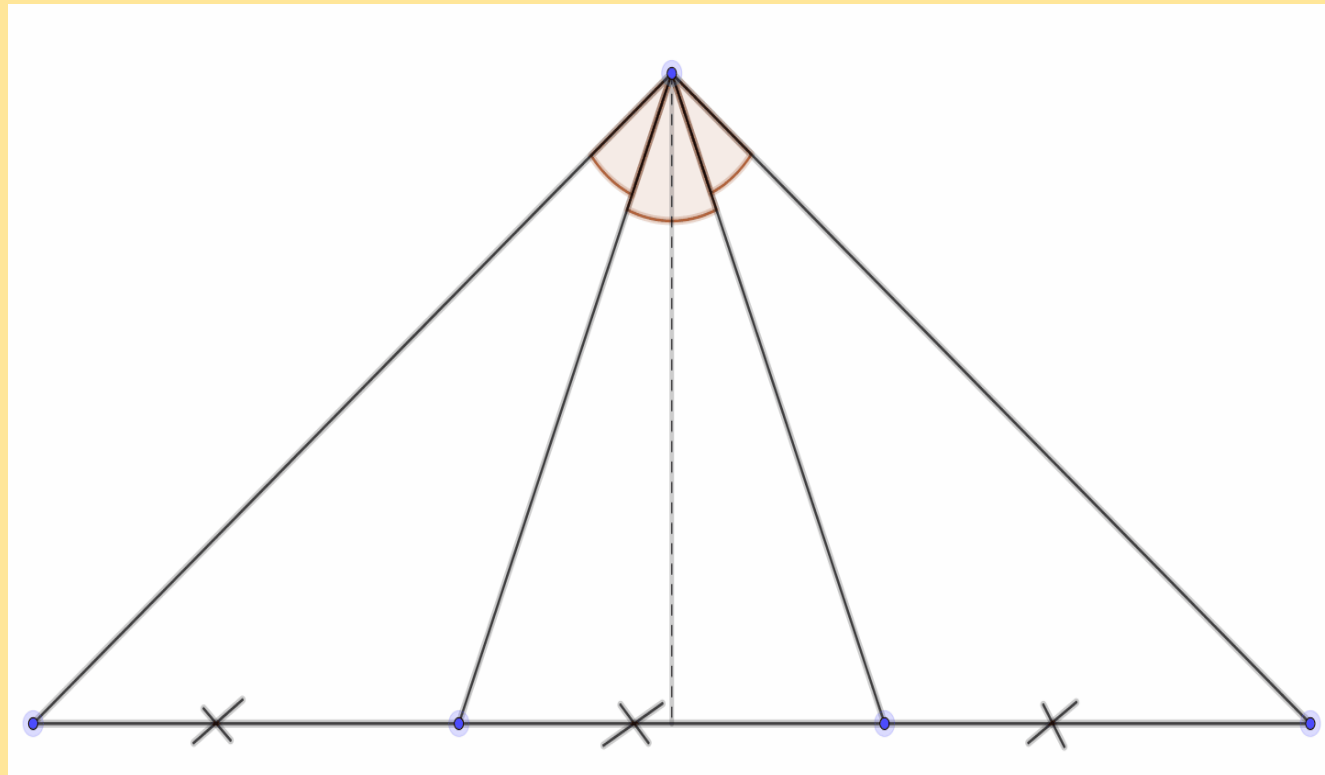




La (fausse) trisection de l'angle

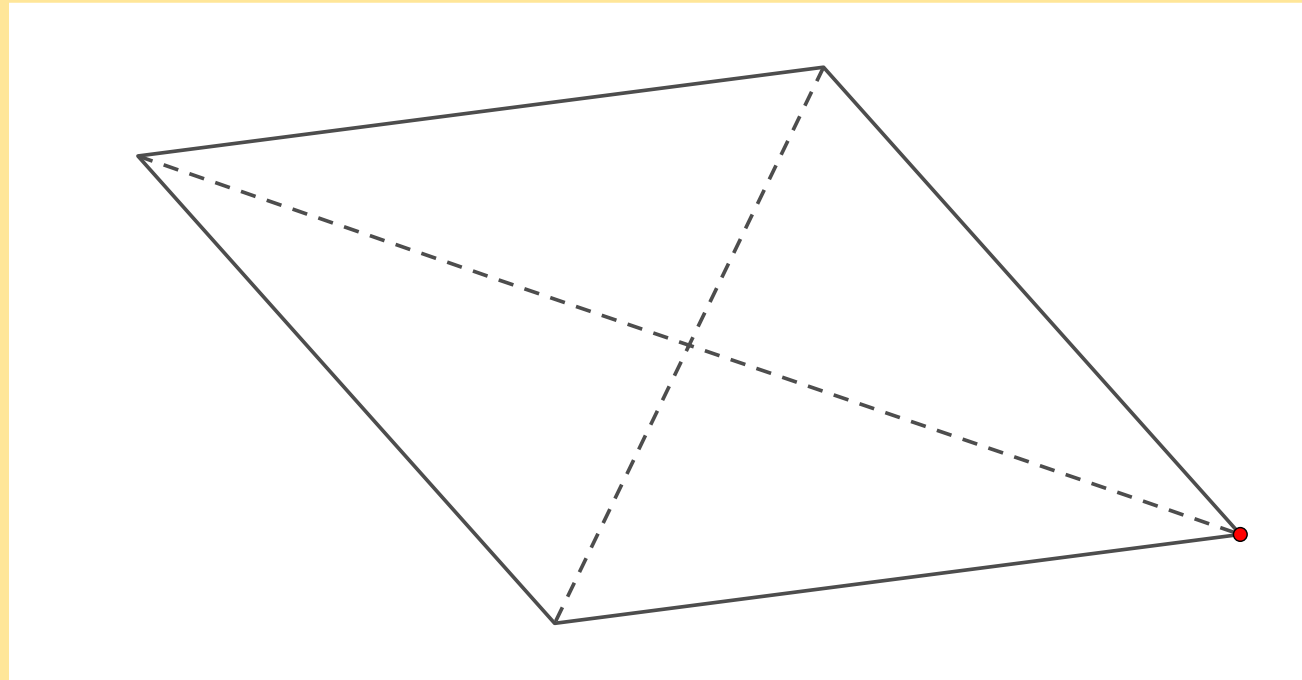
Pour trisecter un angle, il suffit de le compléter pour former un triangle isocèle et de partager le côté opposé en trois parties égales.

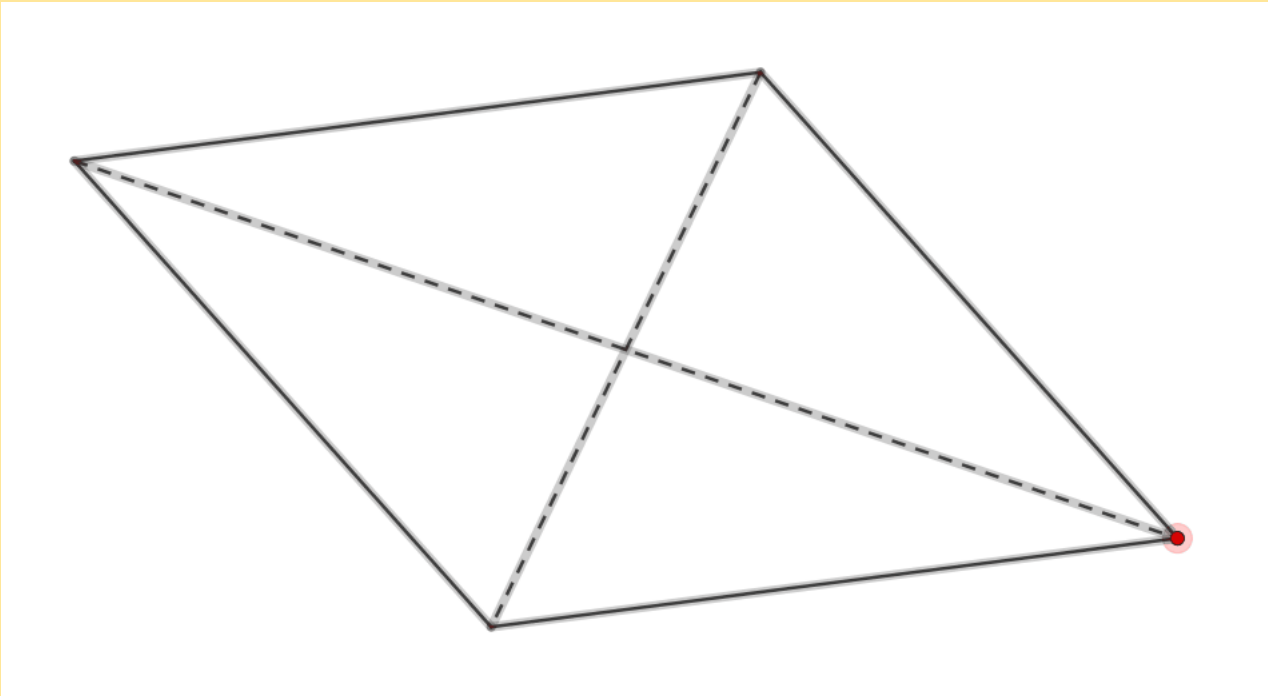




Quatre triangles de même aire

Les deux diagonales d'un parallélogramme partagent-elles celui-ci en quatre triangles isométriques ?





Activité avec des bâtonnets

On donne trois bâtonnets de couleur (bleu, vert et rouge) et des piques à brochettes.

Disposez les bâtonnets et piques de manière à représenter une longueur x telle que :

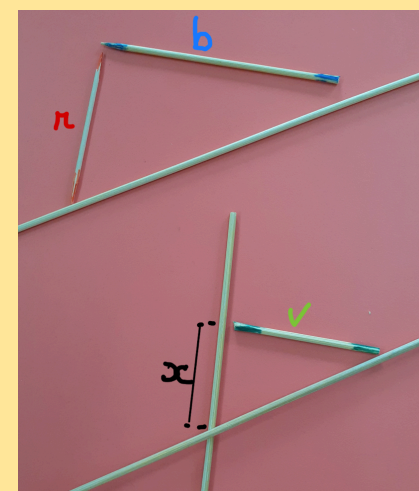
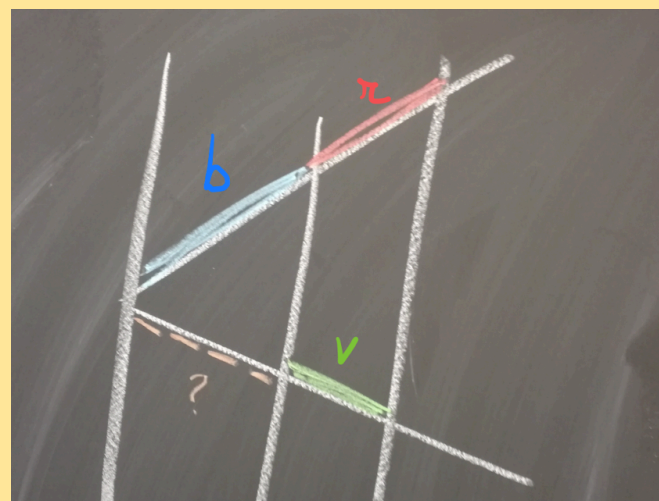
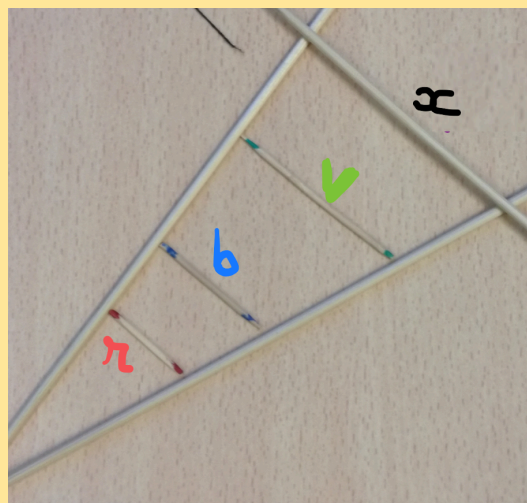
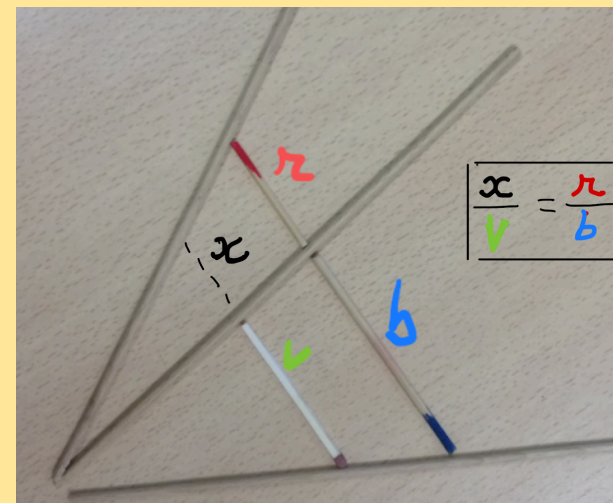
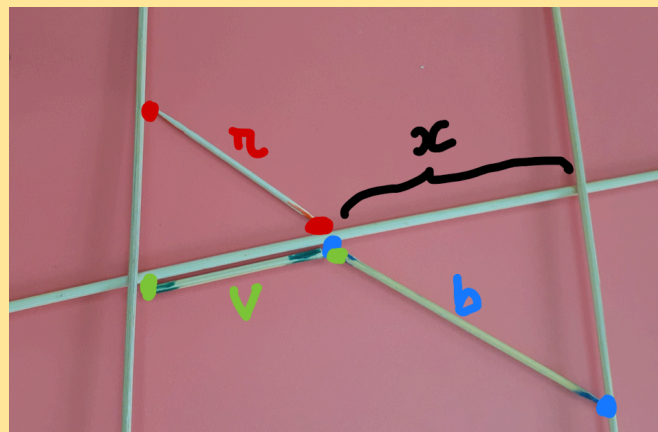
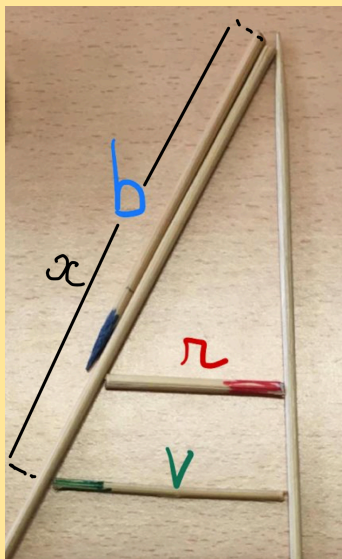
$$\frac{b}{r} = \frac{x}{v}$$

La disposition doit pouvoir être adaptée pour toutes longueurs b, r, v .

Source : D. Netik, *Descartes et sa règle glissante*, TFE, HE Galilée, 2019.

Exemples de réponses d'étudiants

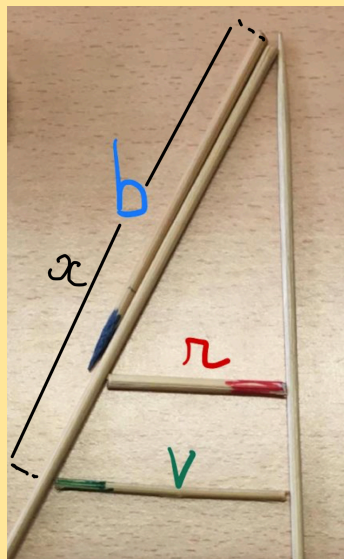
$$\frac{b}{r} = \frac{x}{v}$$



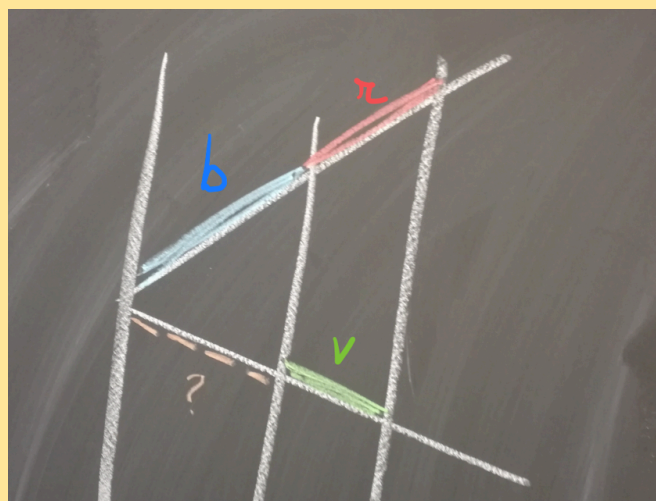
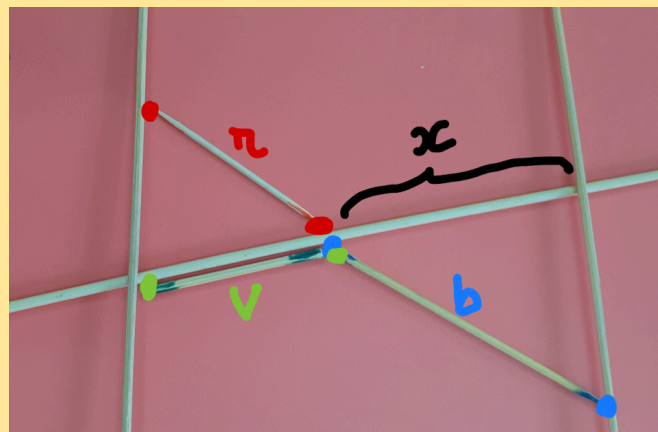
<- Les piques sont parallèles et on a deux angles droits

Exemples de réponses d'étudiants

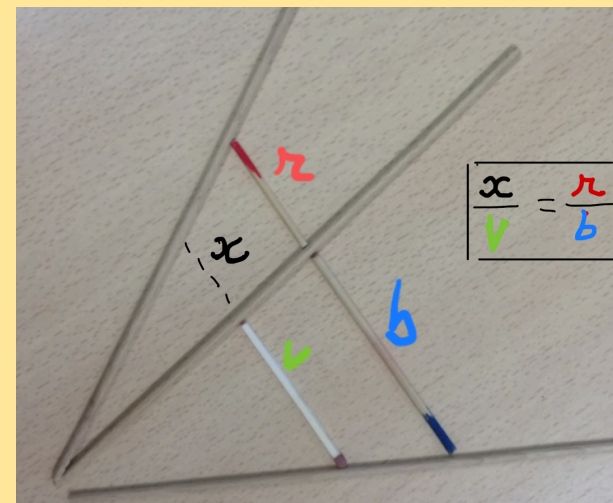
$$\frac{b}{r} = \frac{x}{v}$$



Triangles semblables ou
conséquence du
théorème de Thalès



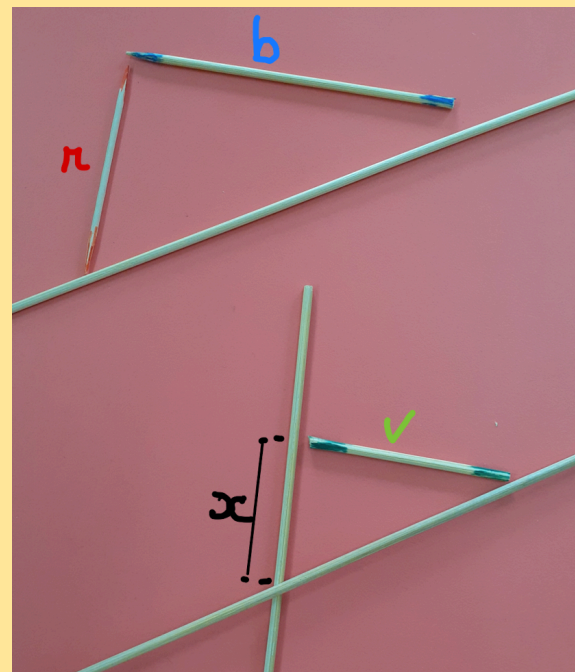
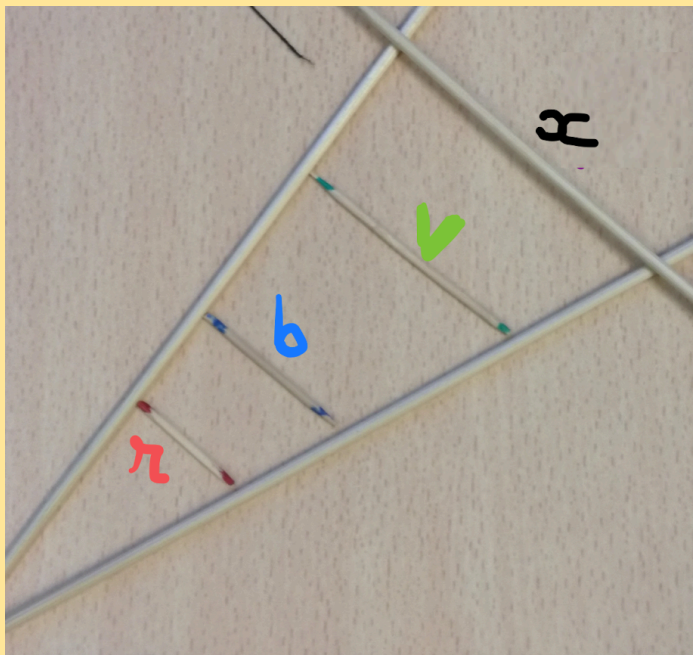
Théorème de Thalès



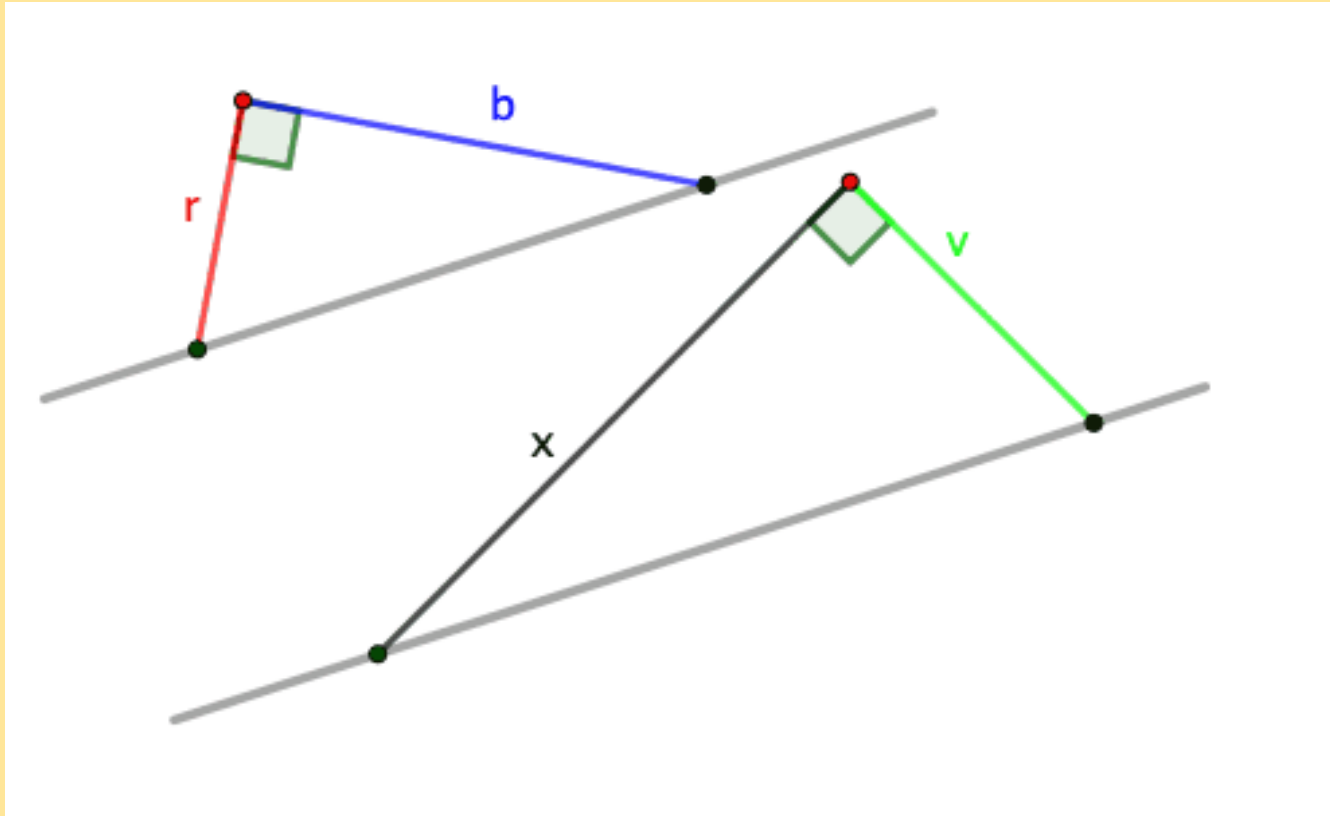
Projection centrale

Exemples de réponses d'étudiants

$$\frac{b}{r} = \frac{x}{v}$$



<- Les piques sont parallèles et on a deux angles droits



Les piques sont
parallèles et on a deux
angles droits

2. Mouvement pour saisir une notion, une propriété

2.1 Des figures géométriques engendrées par un mouvement

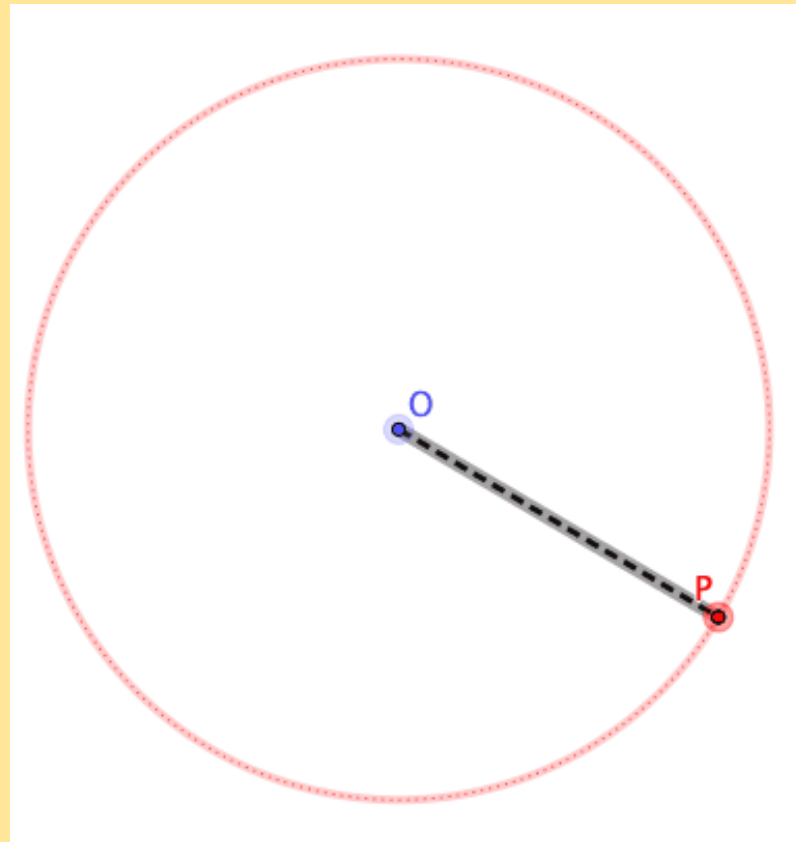
2.2 Des notions directement liées à un mouvement

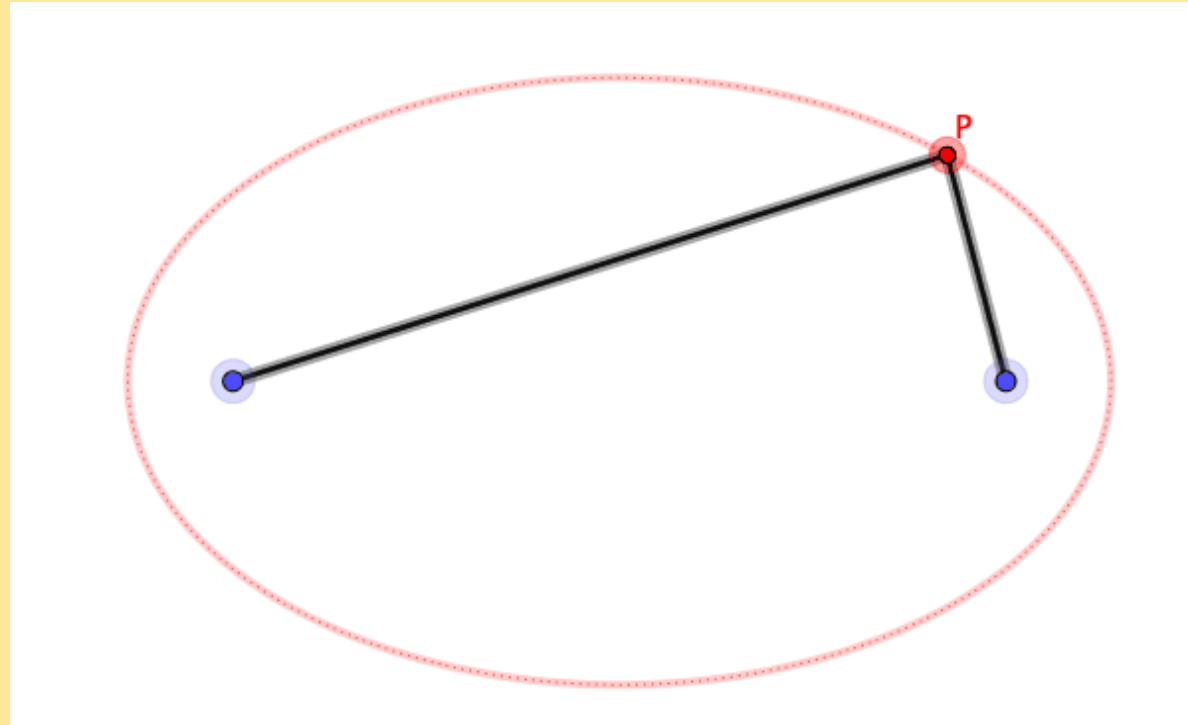
2.3 Faire varier pour mieux percevoir une notion

2.4 Des familles de figures engendrées par un mouvement

Une activité...

2.1 Des figures engendrées par un mouvement





2.2 Des notions directement liées au mouvement

Vitesse, taux de variation ...

Vitesse instantanée, tangente à une courbe, dérivée ...

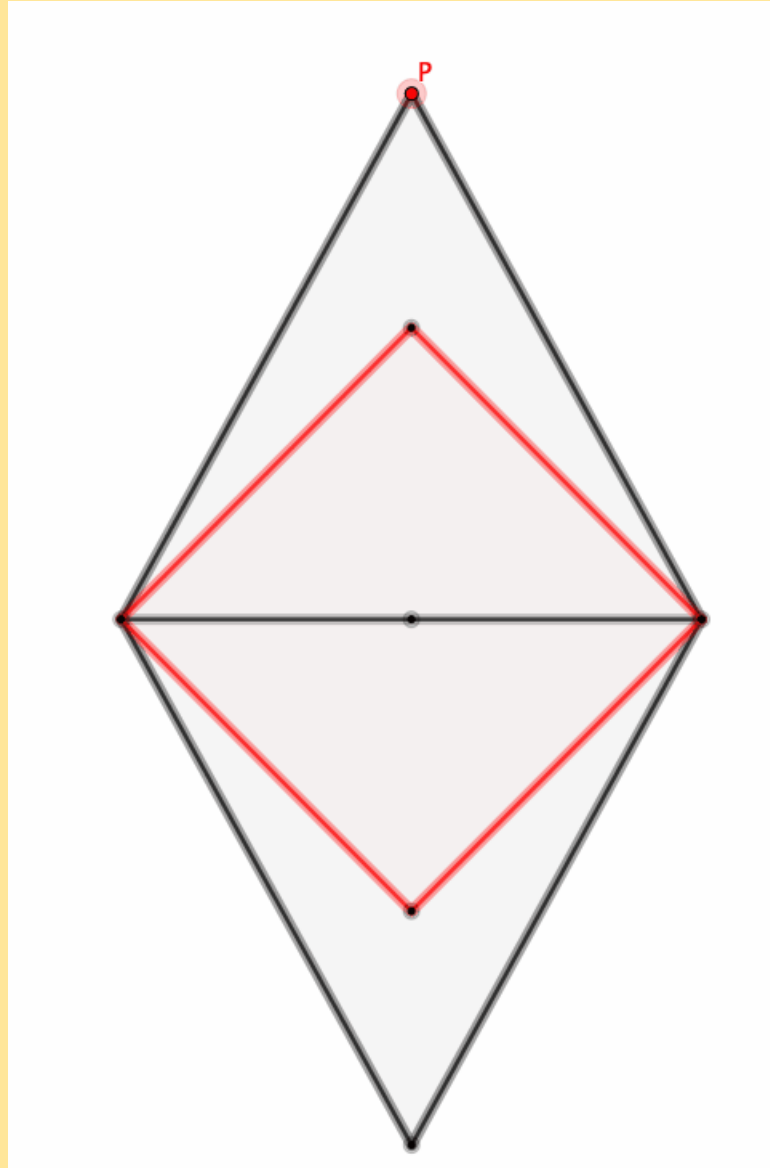
Transformations du plan

2.3 Faire varier pour mieux percevoir

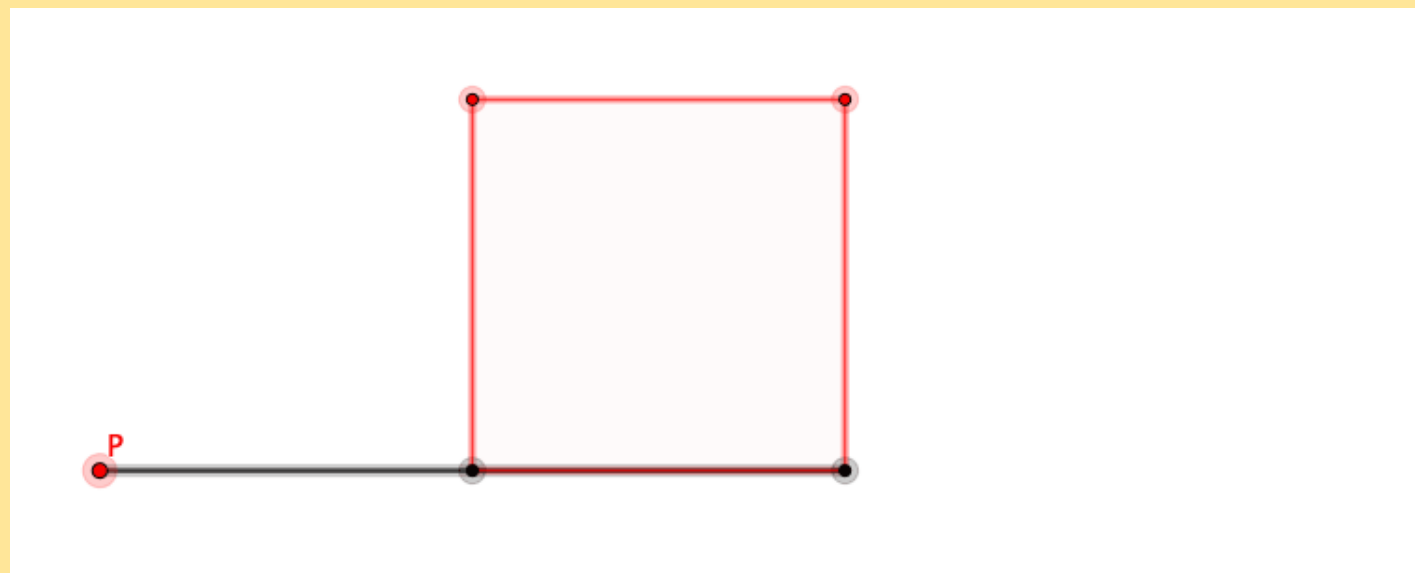
- Par groupe de deux, choisissez une isométrie et représentez ses éléments caractéristiques sur la table (par exemple une pique à brochette représenterait l'axe de symétrie).
- Un participant place sa main sur la table. L'autre doit placer une main pour qu'elle soit image de celle de son coéquipier par l'isométrie choisie.
- Le premier bouge la main et le second doit adapter la position de sa main pour qu'elle reste image de celle du premier.

2.4 Mouvement pour engendrer des familles de figures

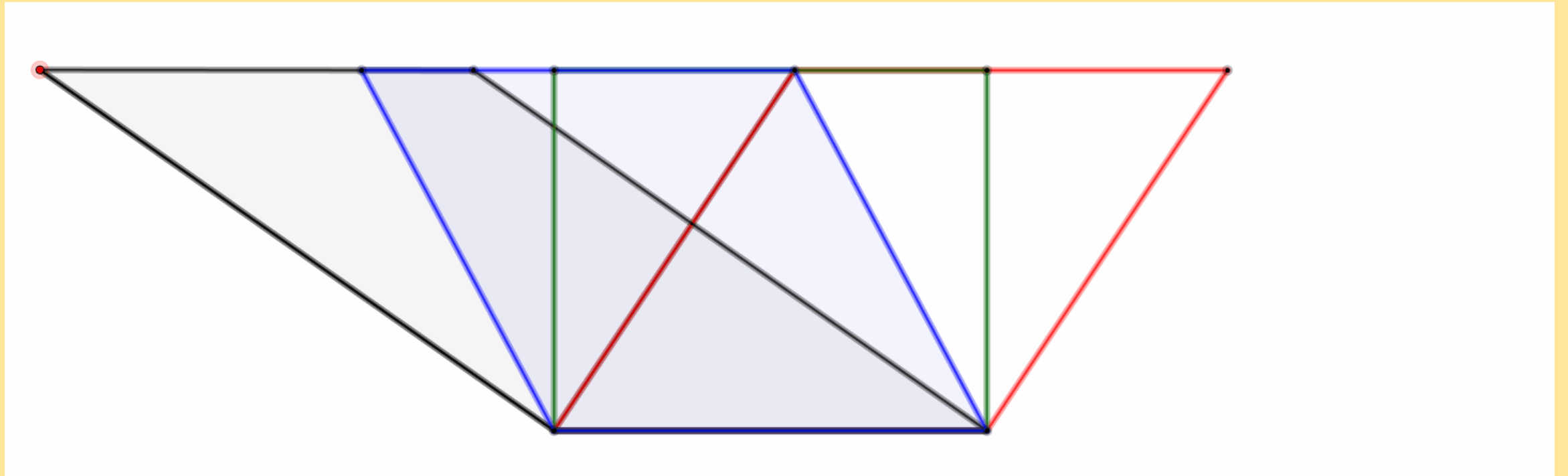
Famille de losanges,
comprenant un carré



Autre famille de losanges comprenant le carré



Famille de parallélogrammes, comprenant deux losanges et un rectangle



3. Mouvement comme instrument de pensée

3.1 Prouver une existence par l'argument de continuité

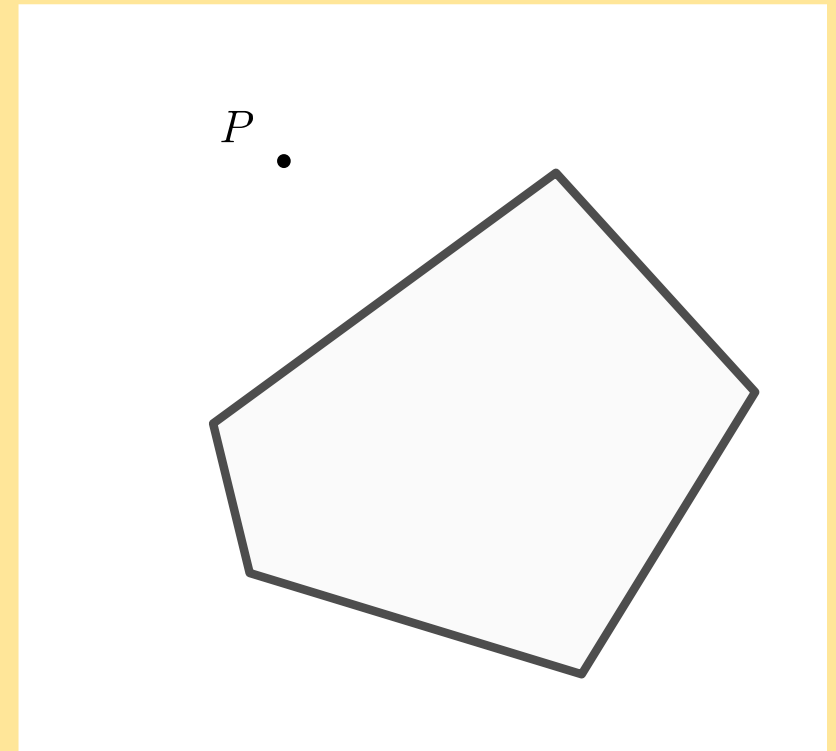
3.2 Placer une figure dans une position privilégiée

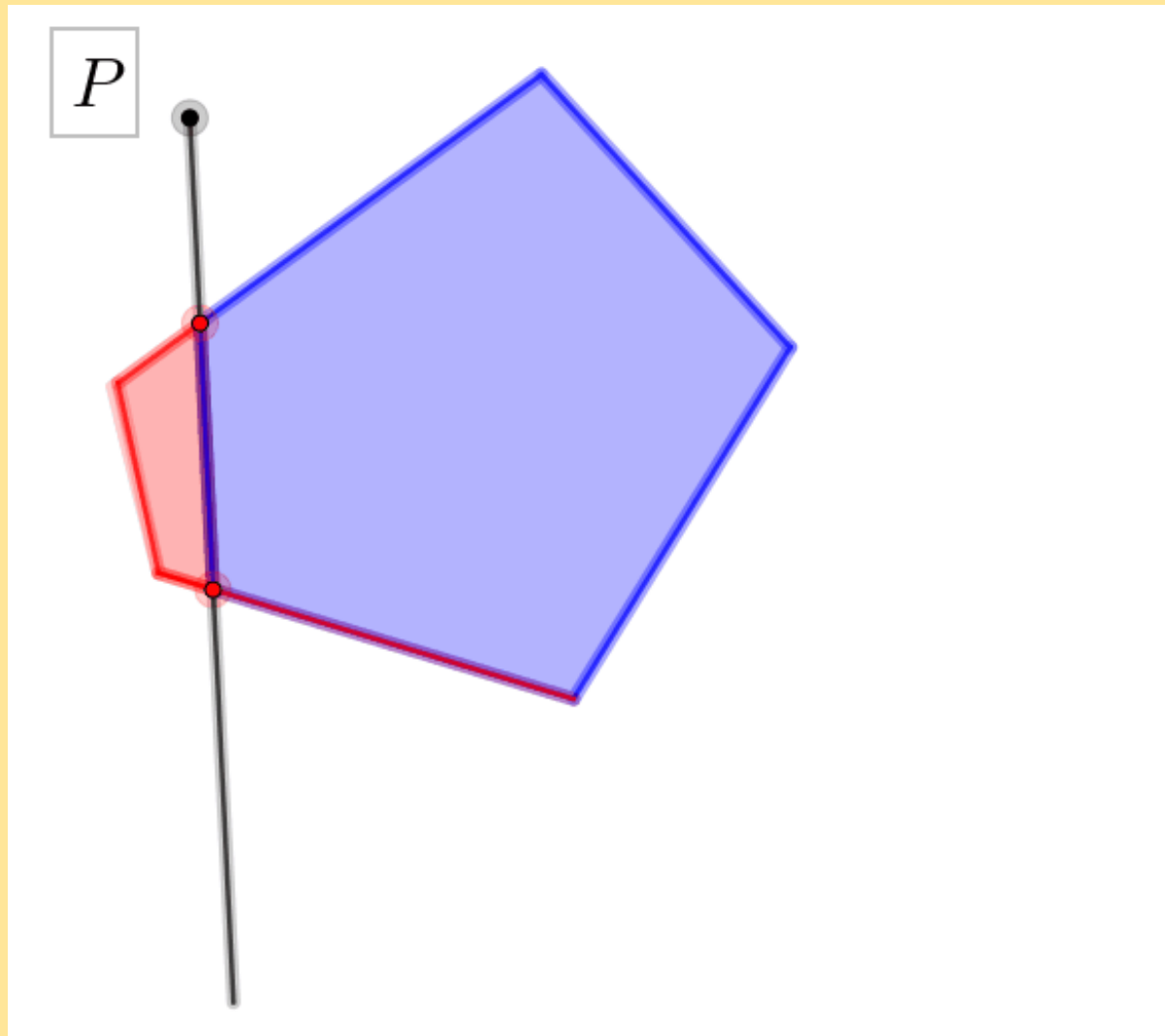
...

3.1 Prouver une existence par l'argument de continuité

Le partage d'un polygone

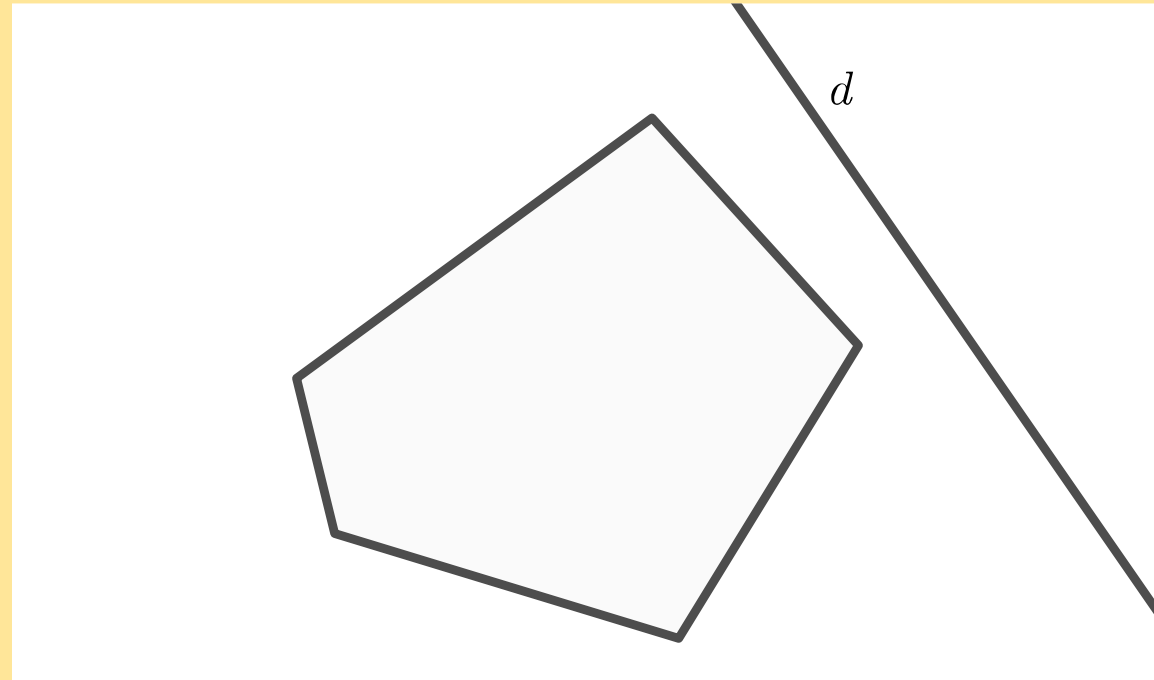
Existe-t-il une droite qui passe par P qui coupe le polygone en deux parties de même aire ?

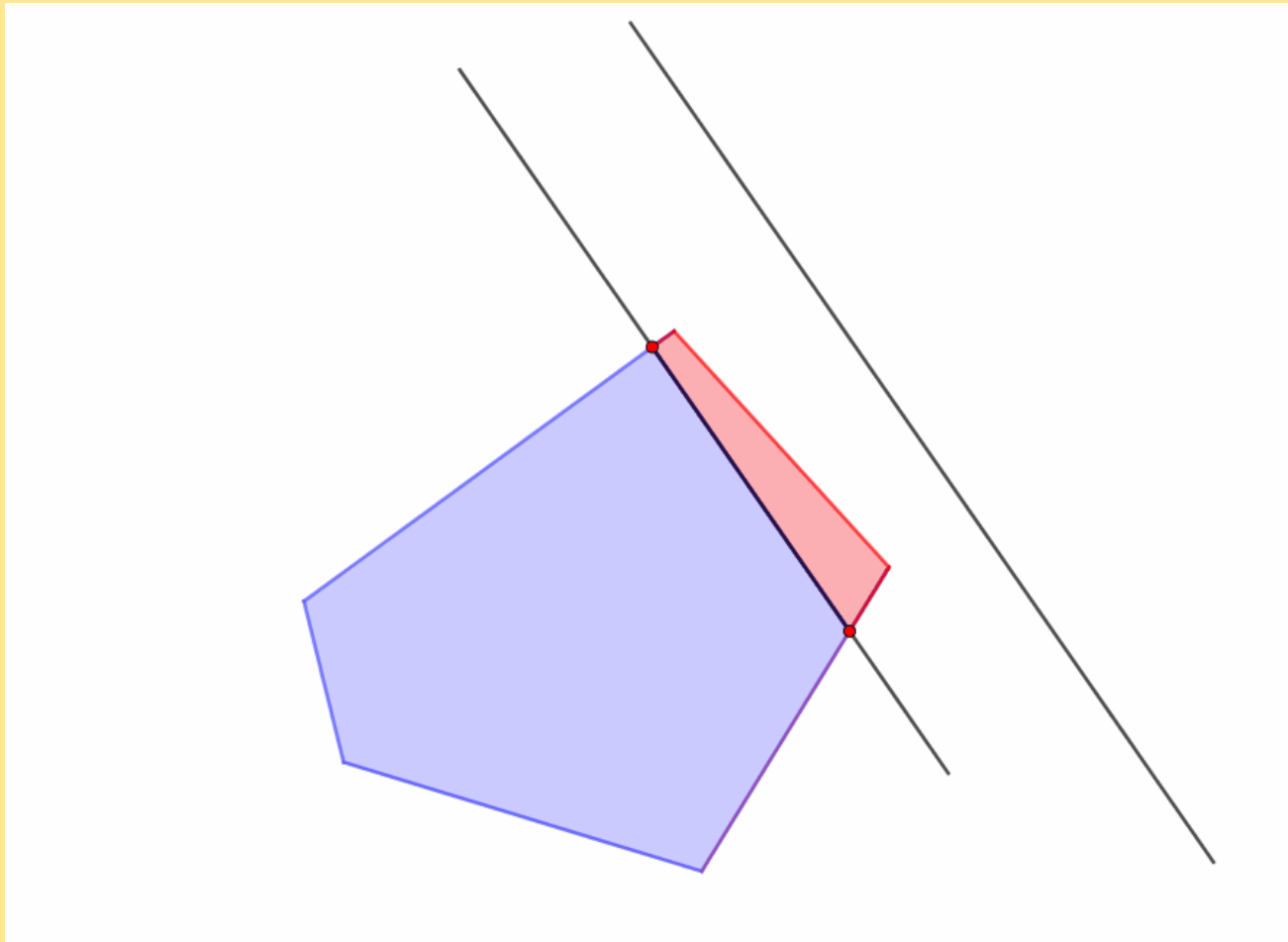




Autre partage d'un polygone

Existe-t-il une droite parallèle à la droite d qui coupe le polygone en deux parties de même aire ?

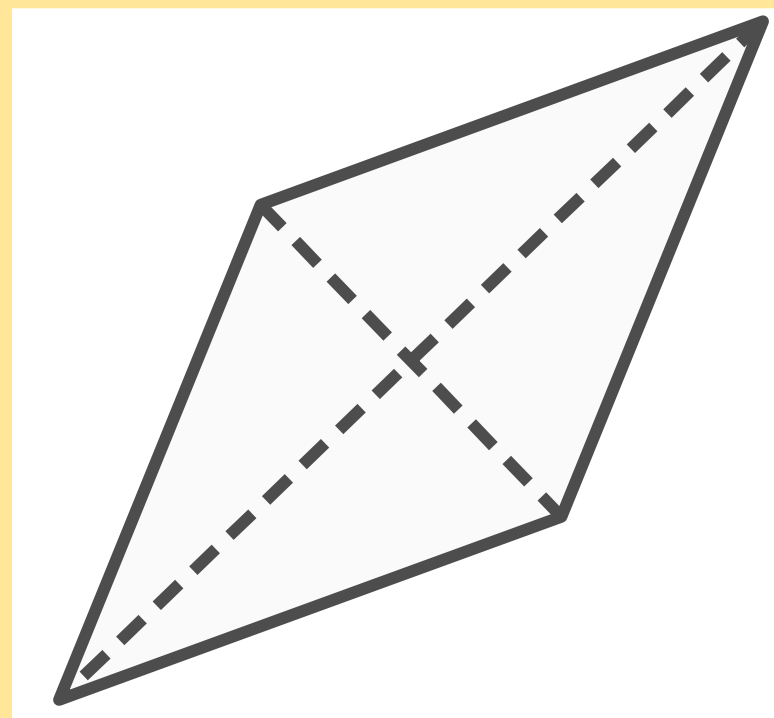


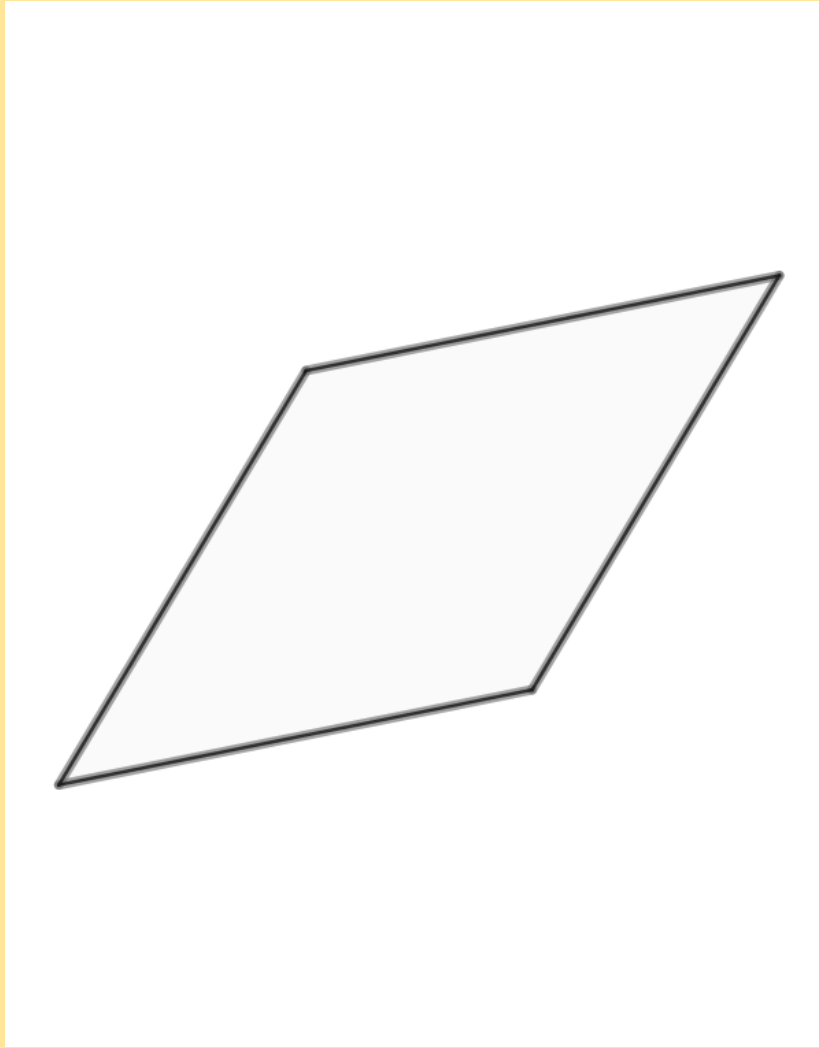


3.2 Placer mentalement une figure dans une position privilégiée

Diagonales du losange

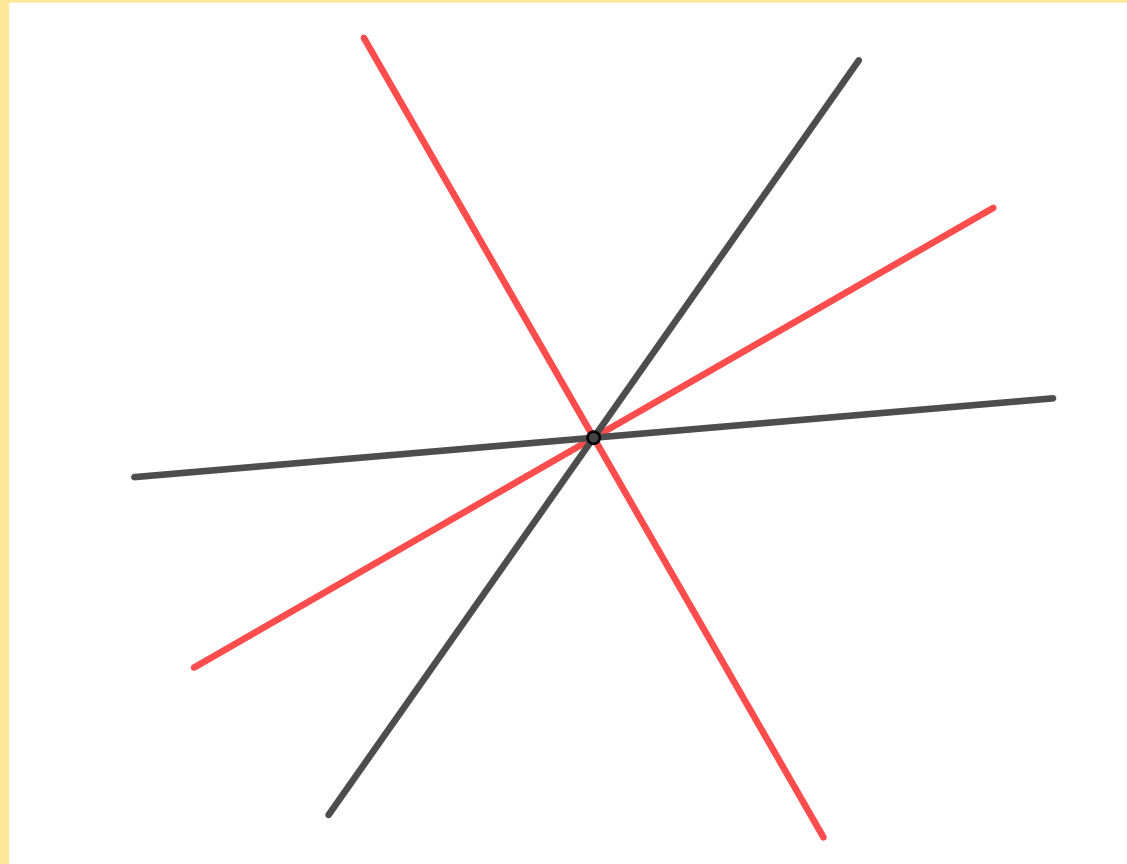
Comment voir que les diagonales d'un losange sont ses axes de symétrie ?

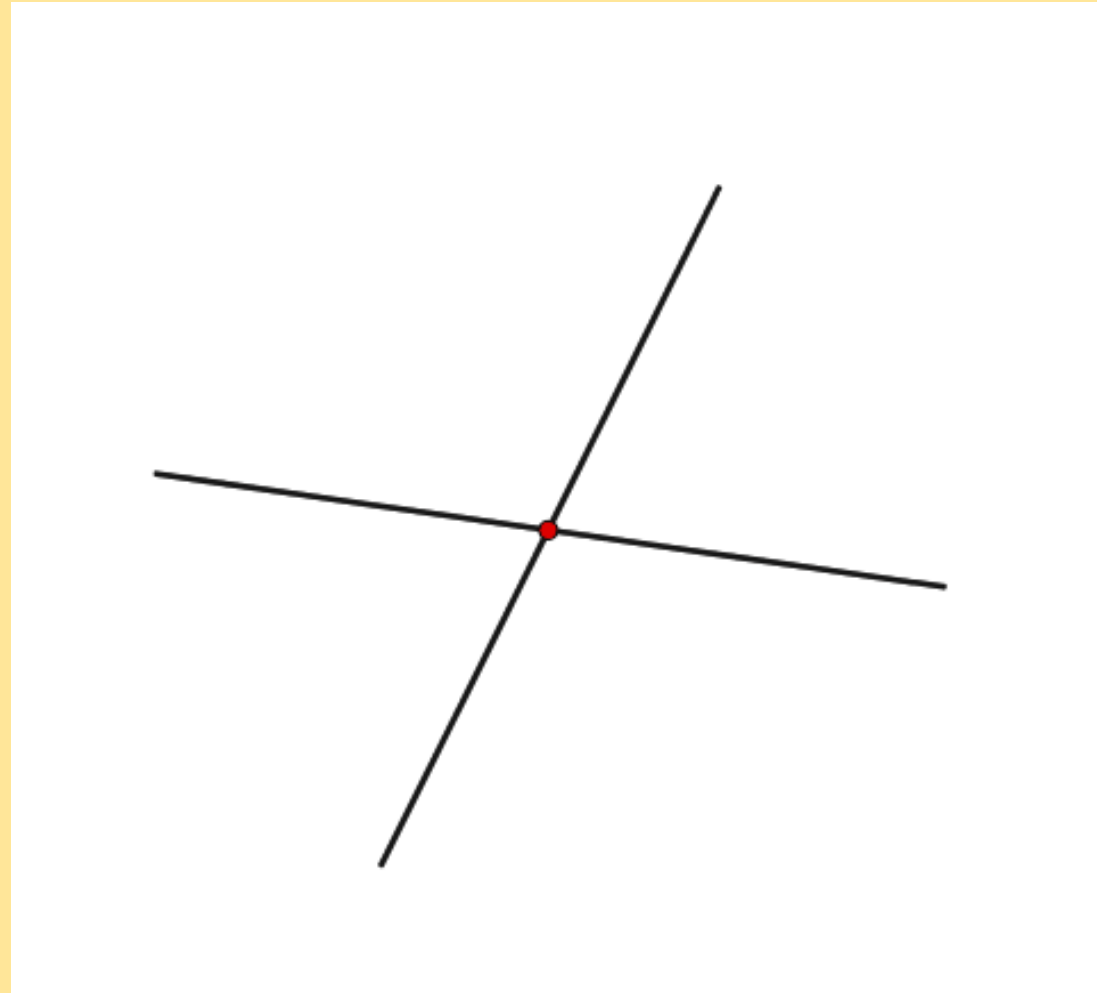




Bissectrices de deux droites

Se persuader que les bissectrices de deux droites sont perpendiculaires

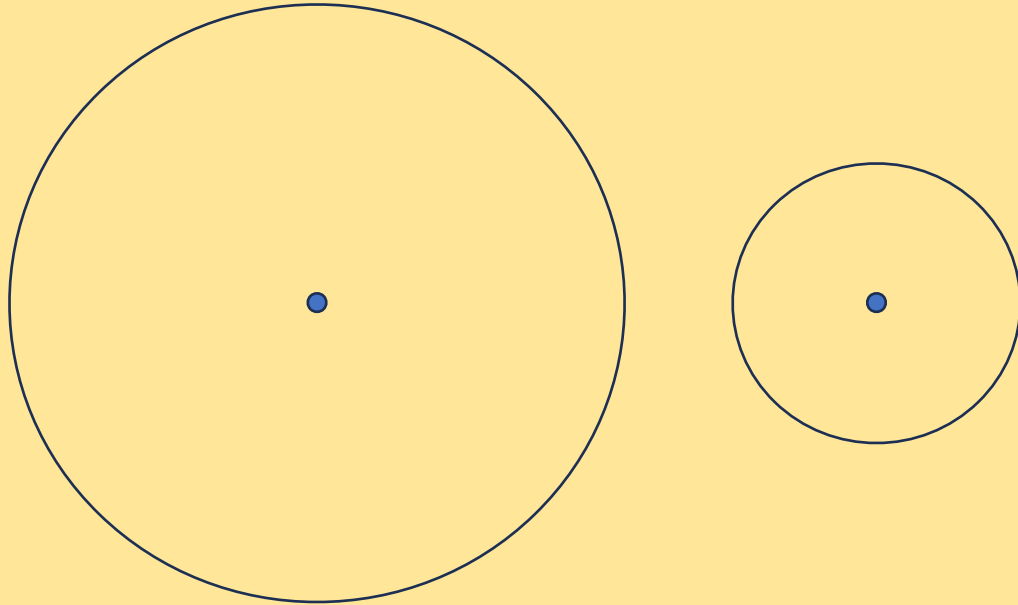




4. Des activités pour susciter le mouvement

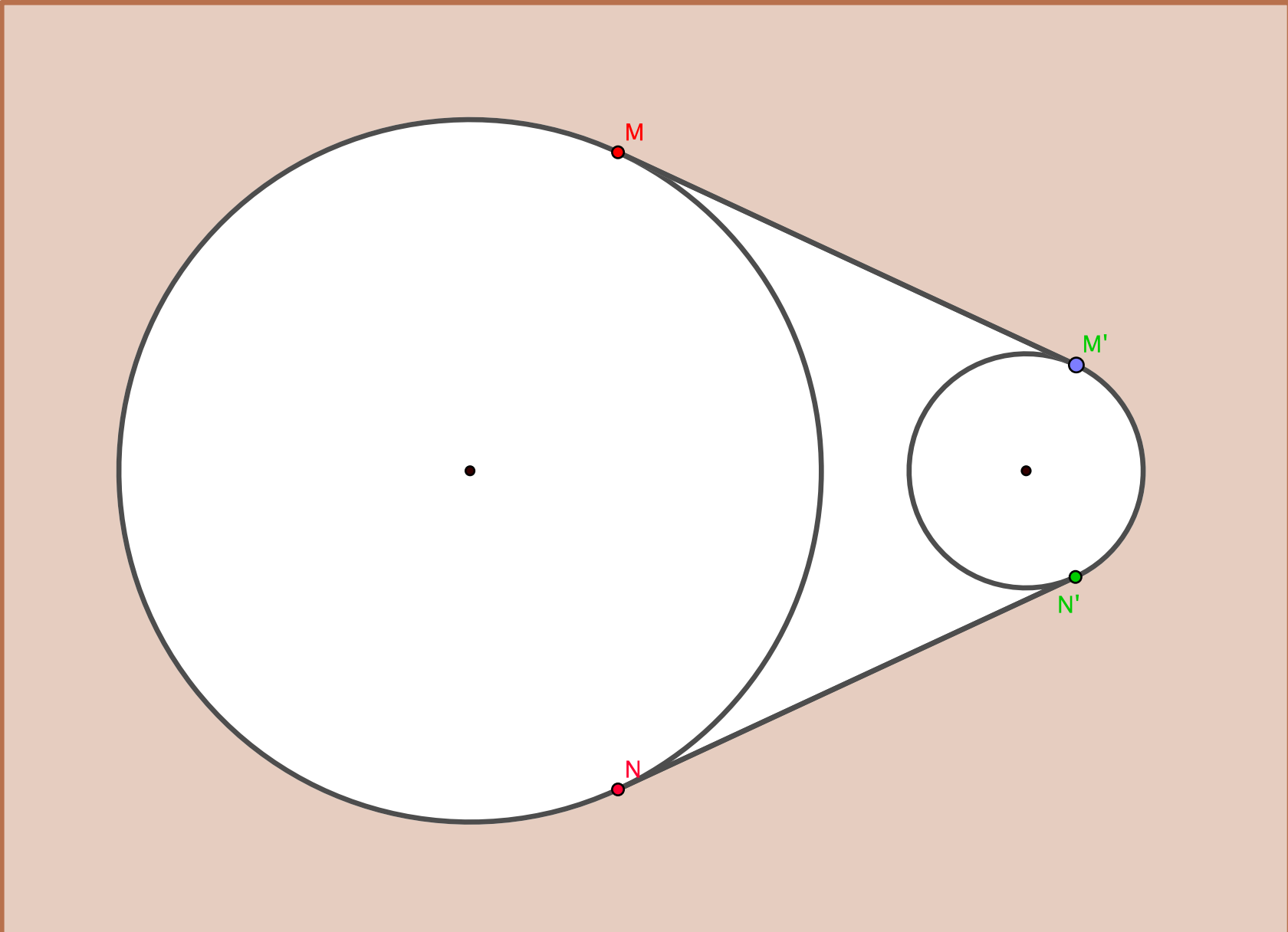
- 4.1 Balayer l'espace avec une droite (activité)
- 4.2 Déformer avec du matériel (narration)

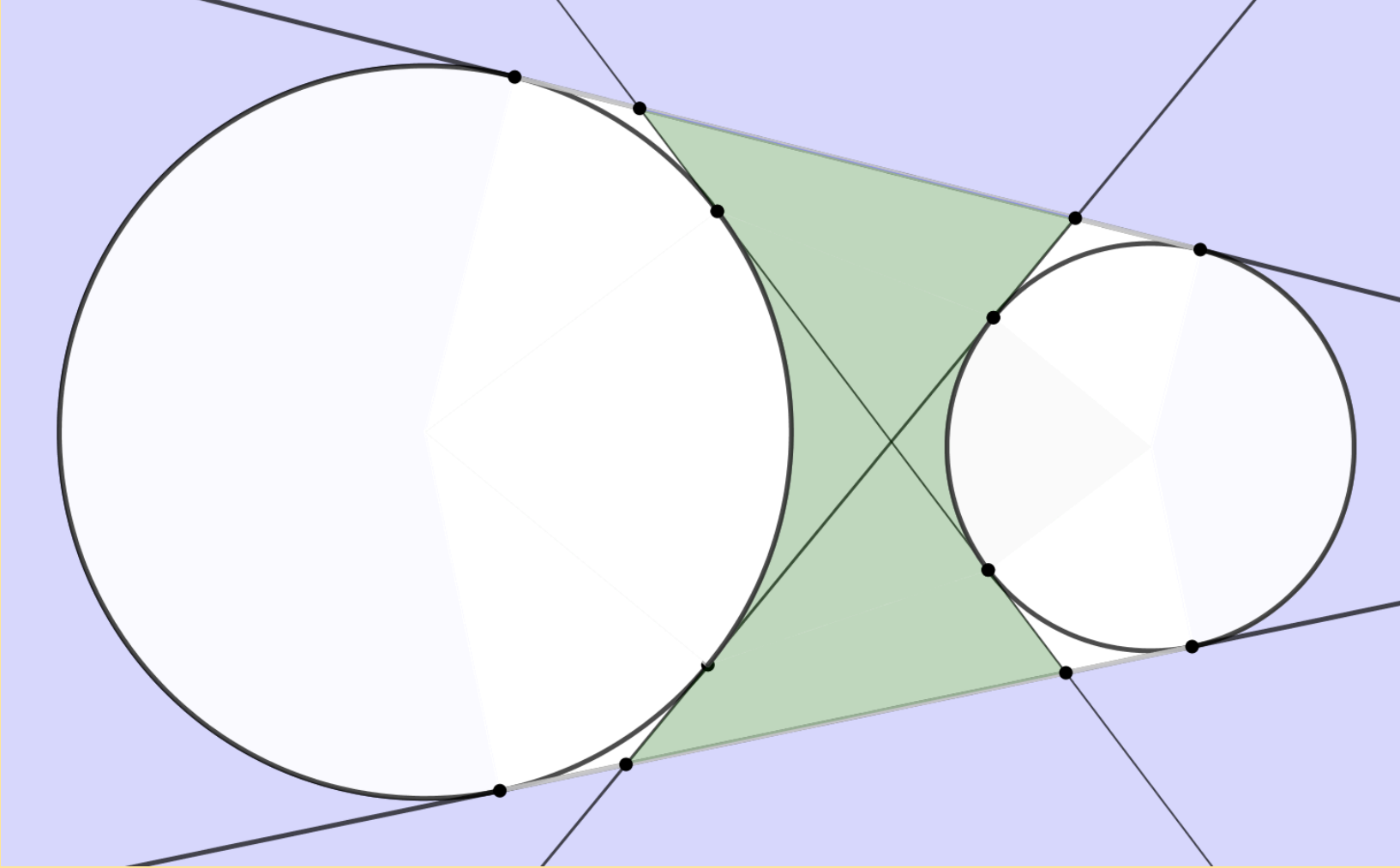
4.1 Balayer l'espace avec une droite



Existe-t-il des points à l'extérieur des deux cercles tels que toute droite passant par ces points rencontre un des deux cercles ?

Source : Chastellain *et al.*, *Géométrie*.





4.2 Déformer avec du matériel

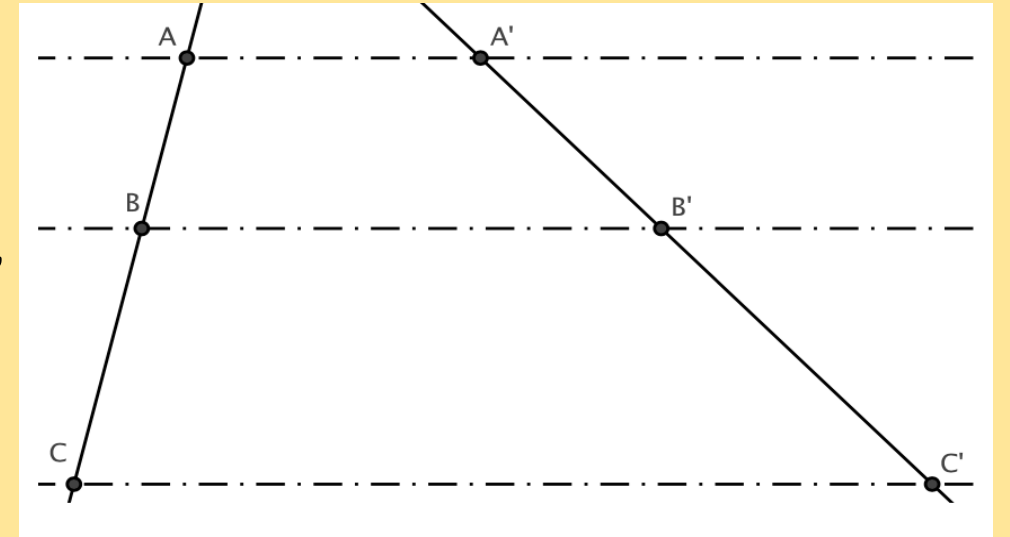
Théorème de Thalès

Si A, B, C sont trois points alignés etc.

Si les droites AA', BB' et CC' sont parallèles,

$$\text{alors } \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B'|}{|B'C'|}.$$

Énoncez la réciproque du théorème et illustrez-la à l'aide de tiges de Meccano et de ficelle.



4.2 Déformer avec du matériel

Théorème de Thalès

Si A, B, C sont trois points alignés etc.

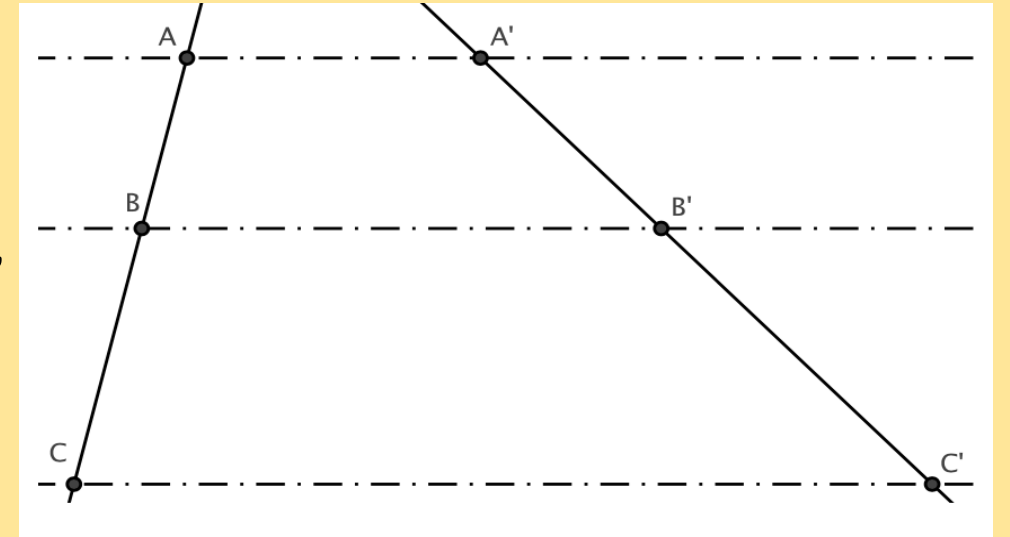
Si les droites AA', BB' et CC' sont parallèles,

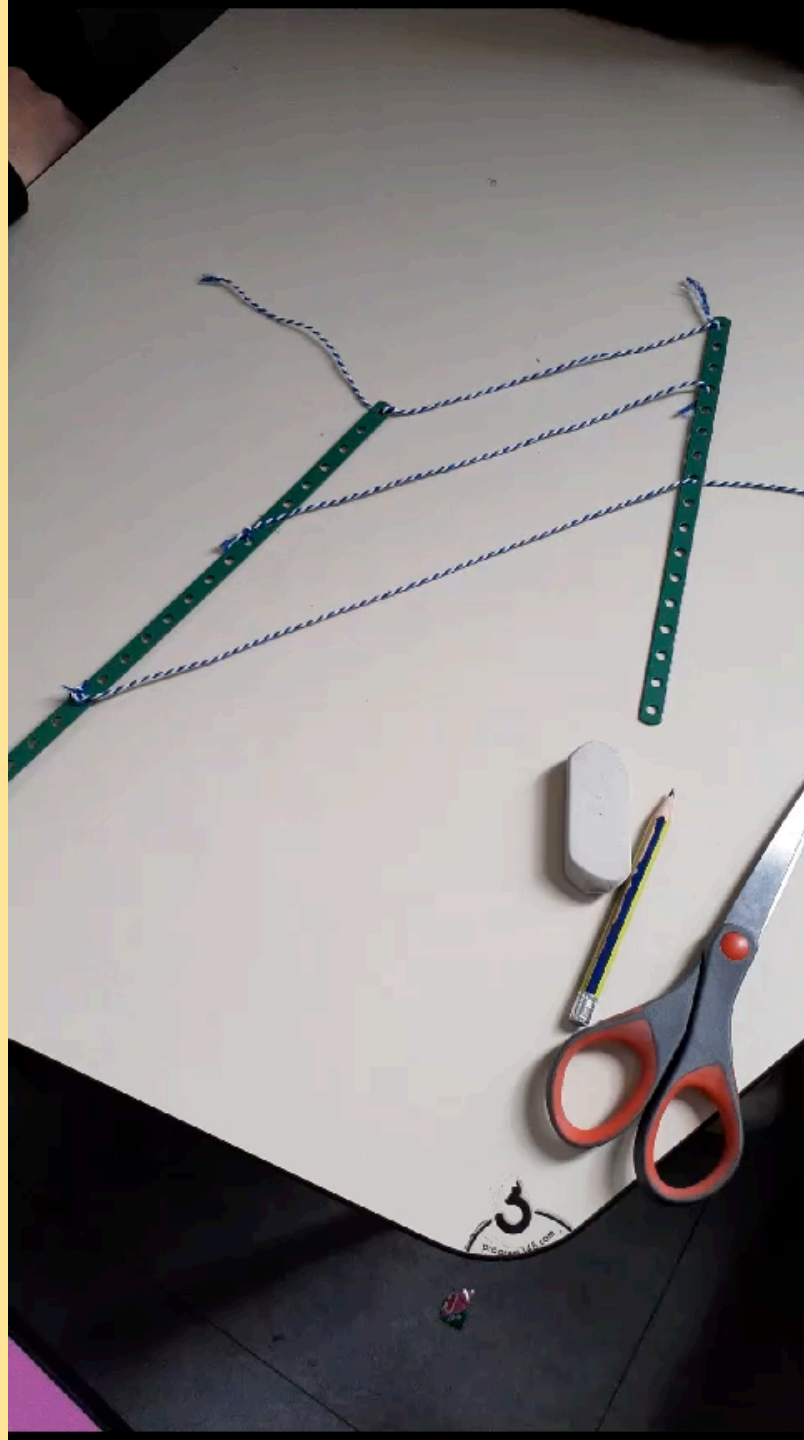
$$\text{alors } \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B'|}{|B'C'|}.$$

Réciproque énoncée

Soient A, B, C trois points alignés etc.

$$\text{Si } \frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|A'B'|}{|B'C'|},$$



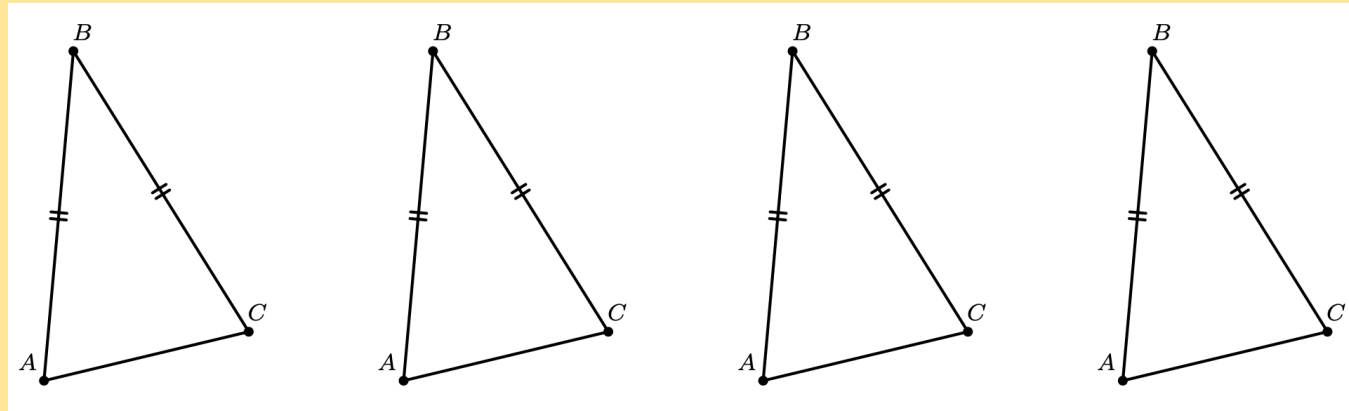


5. Transformer une activité pour y inclure le mouvement

- 5.1 Transformer une constatation en une exploration (un exemple)
- 5.2 Transformer une constatation en une exploration en faisant varier un élément
- 5.3 Transformer une affirmation en une question et faire varier un élément

5.1 Transformer une constatation en une exploration

Les droites remarquables d'un triangle (dans un manuel)



Dans le triangle 1, trace la médiane issue de B.

Dans le triangle 2, trace la médiatrice relative au côté [AC].

Dans le triangle 3, trace la bissectrice issue de B.

Dans le triangle 4, trace la hauteur relative au côté [AC].

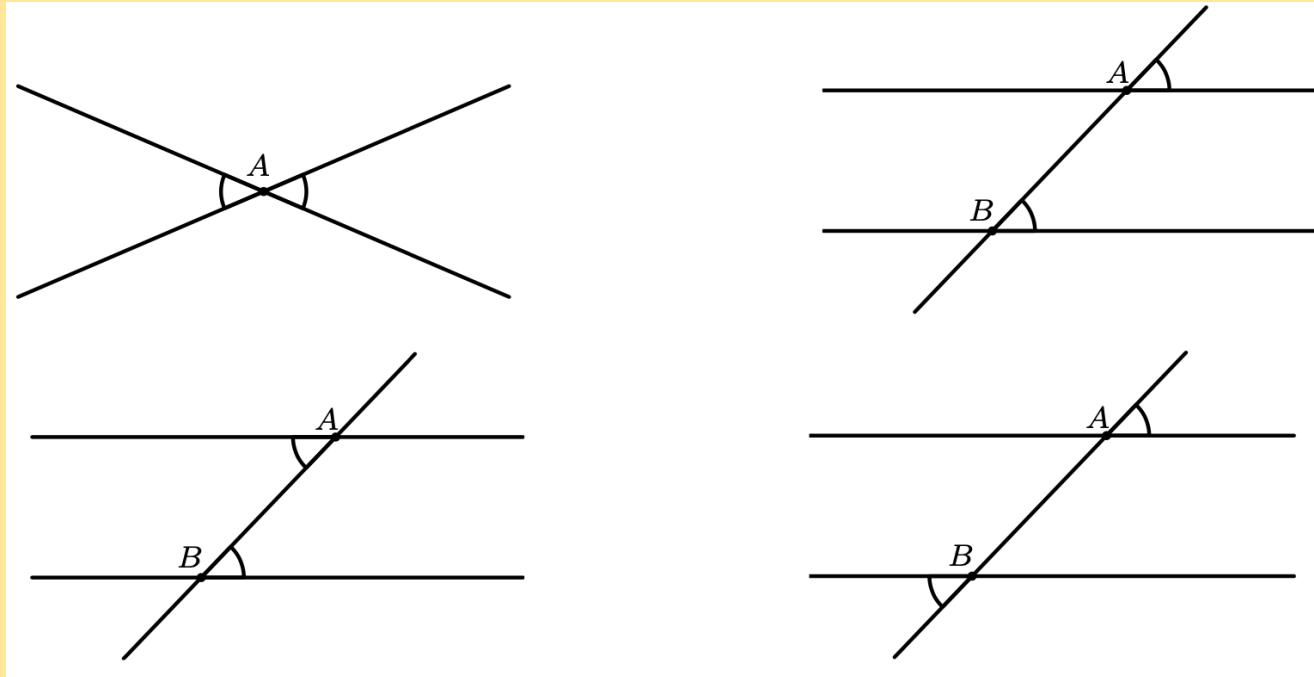
Que constates-tu ?

Les droites remarquables d'un triangle (deux alternatives)

- Existe-t-il des triangles ABC dont une médiane est aussi hauteur du triangle ?
- Est-il vrai que la bissectrice d'un triangle ABC issue de A est toujours distincte de la médiane du côté $[BC]$?

5.2 Transformer une constatation en une exploration en faisant varier un élément

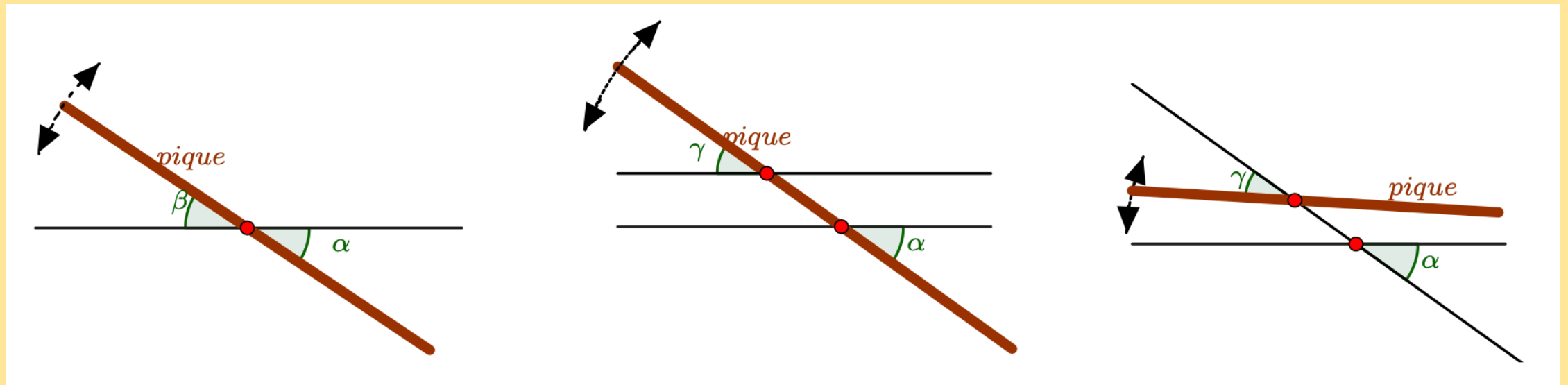
Les angles (dans un manuel)



Existe-t-il une relation entre les amplitudes des angles repérés ?
Si oui, explique.

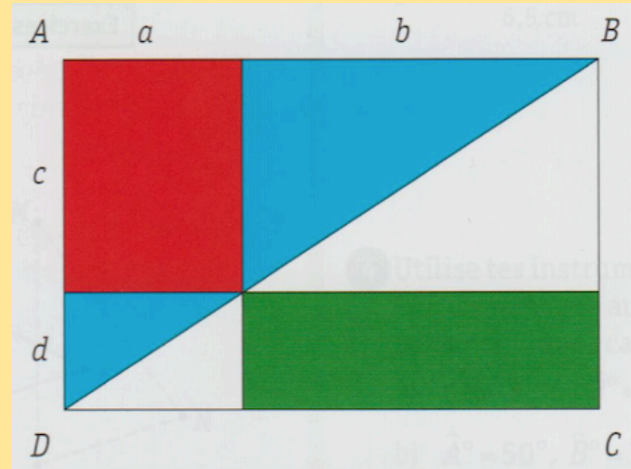
Les angles (alternative)

Comment placer la pique à brochette pour que les deux angles marqués aient même amplitude ?



5.3 Changer les affirmations en question

Une (belle) activité de preuve (dans un manuel)



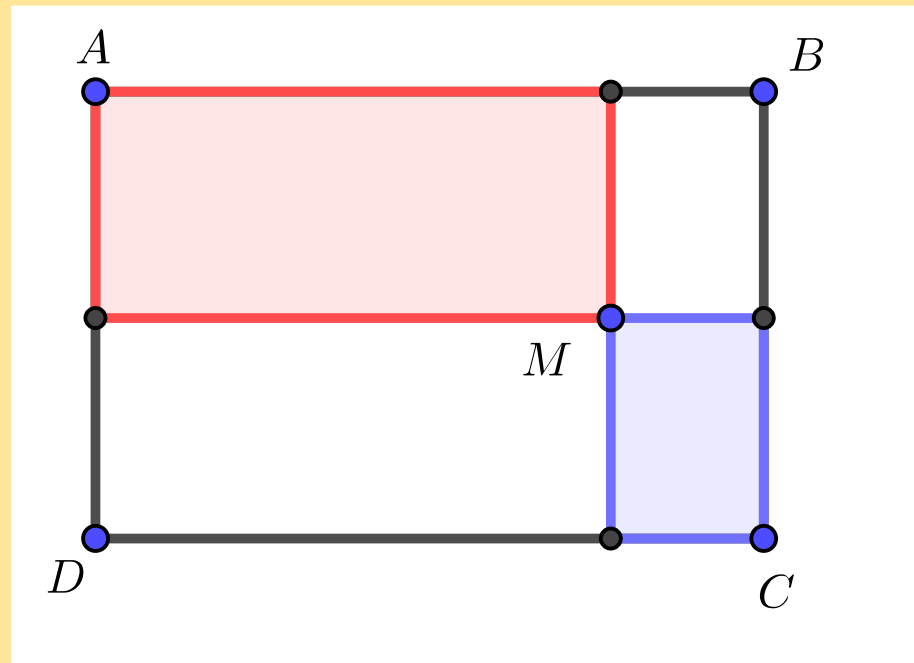
Pourquoi les rectangles rouge et vert ont-ils la même aire ?

Source : Th. Davister, F. Postal, *RandoMaths 3^e*

Une alternative

Dans le rectangle $ABCD$, les rectangles bleu et rouge ont visiblement des aires différentes.

Comment placer M pour que les deux aires soient égales?



Sources des activités

- Th. Davister, F. Postal, *RandoMaths 3^e*, Erasme, Namur 2011.
- M. Chastellain, *et al.*, *Géométrie, Méthodologie et commentaires*, LEP, Lausanne, 2003.
- V. De Clerck *et al.*, *Amplitude Math 1^{ère}*, Plantyn, 2019.
- Ph. Ancia *et al.*, *Actimath 2*, Van In.
- D. Netik, *Descartes et sa règle glissante*, TFE, HE Galilée, 2019.