L'enseignement des probabilités dans la transition secondaire-université : une étude de cas

Marine Balle

Département de Mathématique

Faculté des Sciences

UMONS University of Mons

20 août 2025

Les probabilités : spécificités (1/2)

- Les probabilités sont présentes dans la vie quotidienne, et ce, depuis l'enfance : les jeux de société, la météo, la génétique,...
- Très tôt, les enfants développent certaines intuitions dans des situations probabilistes simples, mais aussi des biais (Vivier, 2018) qui les amèneront à commettre des erreurs.

Au Lotto, une suite de nombres tirés aléatoirement a-t-elle plus de chance d'être gagnante qu'une suite de nombres consécutifs ?

Les probabilités : spécificités (2/2)

- Les probabilités sont enseignées en 6ème année du secondaire.
- Deux Unités d'Acquis d'Apprentissage (UAA) :
  - « Probabilité » : introduction des premières notions de probabilité ;
  - « Lois de probabilités » : variables aléatoires réelles et certaines lois qui leur sont associées.
- L'objectif est de préparer les élèves à :
  - l'enseignement supérieur ;
  - certaines filières professionnelles : ingénieur (Quéré, 2019), biologie (Doukhan, 2021), mathématiques (finance, informatique, recherche, enseignement),...

Premières analyses

- Étude des difficultés des élèves/étudiants en probabilités dans la transition entre l'enseignement secondaire et l'enseignement universitaire.
- Analyse didactique de l'UAA « Probabilité » issue des référentiels et des programmes de la Fédération Wallonie-Bruxelles.
- État de l'art, notamment sur les difficultés en probabilités et dans la transition secondaire-université.

Problématique (1/2)

Une variété de registres de représentation sémiotique (Duval, 1993) est présente dans l'UAA « Probabilité ».

> Un registre de représentation sémiotique est un type de représentation d'un objet en mathématiques qui est « identifiable », « interprétable » et « convertissable ».

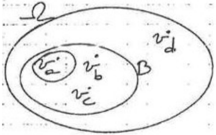
Exemples :

- Registre symbolique : $P(\emptyset) = 0$; $\forall A \in \Omega,\ P(A^c) = 1 - P(A)$; ...
- Registre de la langue naturelle : La probabilité d'un événement impossible est nulle,...
- Registre numérique : $P\big(\{\text{Pile}\}\big) = 1 - P\big(\{\text{Face}\}\big) = 1 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$,...

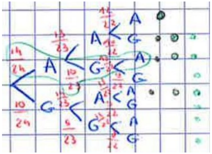
Problématique (2/2)

Exemples (suite) :

- Registre sagittal



- Registre des arbres



- Registre des tableaux

	hommes	femmes	totaux
avec lunette	20	10	30
sans lunette	40	30	70
totaux	60	40	100

L'articulation de ces registres aide à la compréhension des élèves.

- Ce sont des outils efficaces d'illustration et de résolution de problèmes probabilistes (Doukhan, 2024).
- Leurs utilisations et leurs interactions doivent être explicitées aux élèves (Dupuis, 1996).

Questions de recherche

Question de recherche 1

À la sortie du secondaire, quels registres sont disponibles chez les élèves pour réaliser des tâches liées aux probabilités ?

Question de recherche 2

À l'université, quels registres sont mobilisés par le professeur pour revoir les prérequis sur les probabilités du secondaire ?

Quelles articulations entre les registres sont proposées par le professeur d'université pour revoir ces prérequis ?

Méthodologie

- Analyse didactique des parties de mes cours de secondaire et d'université concernées par ma problématique.
- Entretiens avec dix étudiants de BAB1 et de BAB2 de la section « mathématiques » de l'UMONS.
- Entretiens avec deux enseignants de l'UMONS dispensant un premier cours de probabilités en Faculté des Sciences.

Choix pour cet exposé : Quelques résultats issus des entretiens réalisés avec des étudiants et des enseignants.

Des difficultés à définir les objets mathématiques (1/4)

Première question posée aux étudiants :

Pourrais-tu donner une définition :

- de catégorie d'épreuve ?
- d'événement ?
- de probabilité ?
- de probabilité conditionnelle ?

Lorsqu'ils avaient des difficultés, je leur proposais d'exemplifier ces notions.

Des difficultés à définir les objets mathématiques (2/4)

En ce qui concerne la **probabilité**, parmi les dix étudiants interviewés :

- deux ne parviennent pas à la définir.
- trois la définissent comme « *un pourcentage de chance qu'un événement se produise par rapport à un autre* » ;
- deux la définissent comme « *un nombre de chances qu'un événement arrive/qu'on a de faire quelque chose* » ;

Des difficultés à définir les objets mathématiques (3/4)

Les trois derniers définissent la **probabilité** comme :

- *« un nombre qui est compris entre 0 et 1 inclus qui mesure la chance d'avoir ce résultat-là, cet évènement-là ».*
- *« quelque chose qui est associé à un événement. La chance qu'on aurait que cet événement arrive est un nombre entre 0 et 1 ».*
- *« la quantité de fois où l'événement arrive sur un nombre d'essais très très grand, divisé par le nombre d'essais ».*

Les étudiants restent hésitants dans leur réponse, car il s'agit de réponses « intuitives ».

Des difficultés à définir les objets mathématiques (4/4)

Un premier résultat qui ressort des réponses des étudiants est le suivant :

Résultat

Les étudiants ne sont pas tous à l'aise pour définir les premières notions de probabilité.

- Constat frappant pour la notion de probabilité, mais similaire pour les trois autres notions.
- Plus de facilités à donner un exemple (sauf pour la probabilité conditionnelle).

Des difficultés à mobiliser certains registres (1/5)

Mise en situation proposée aux étudiants :

Parmi 120 étudiants, 70 ont réussi l'examen de Mathématiques élémentaires, 60 ont réussi l'examen de Physique générale I et 40 n'ont réussi aucun de ces examens. On choisit un étudiant au hasard. Quelle est la probabilité qu'il ait :

a) réussi l'examen de Mathématiques élémentaires ou l'examen de Physique générale I ?

b) raté au moins l'un de ces deux examens ?

Des difficultés à mobiliser certains registres (2/5)

- Six étudiants ont commencé avec des **formules**, mais cinq les ont oubliées.

$$\forall A \in \Omega,\ P(A^c) = 1 - P(A),$$

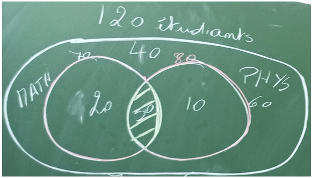
$$\forall A, B \in \Omega,\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

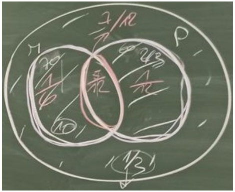
- Trois étudiants ont des difficultés à passer du vocabulaire aux symboles.

langage probabiliste	langage ensembliste
au moins un	$\geqslant 1$
math ou physique	$\{math\} \cup \{physique\}$

Des difficultés à mobiliser certains registres (3/5)

- Le **diagramme de Venn** est, a priori, le meilleur outil des trois proposés. Finalement, six étudiants l'utilisent pour finir l'exercice.



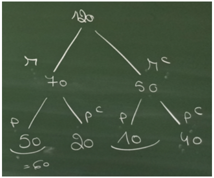


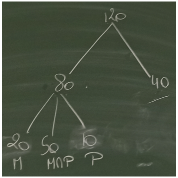
Difficultés :

- la valeur de l'intersection n'est pas dans l'énoncé.
- la place de chaque événement n'est pas claire.

Des difficultés à mobiliser certains registres (4/5)

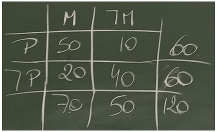
- L'**arbre** est rejeté par une majorité d'étudiants, car il n'était pas utilisé en secondaire dans ce type de situations.

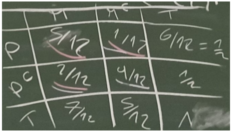




Difficulté : l'utilisation d'une marge pour placer une donnée de l'énoncé.

- Aucun étudiant n'a commencé avec un **tableau**, mais tous le trouvent le plus approprié à la situation.





Des difficultés à mobiliser certains registres (5/5)

Plusieurs résultats ressortent de ces mises en situation.

Résultats

- Difficultés à passer du langage probabiliste au langage ensembliste.
- Facilités à utiliser les formules uniquement lorsqu'ils savent les énoncer.
- Difficultés à utiliser un diagramme de Venn, un arbre et un tableau dans une situation qui ne leur est pas adaptée (Dupuis, 1996).

Exemple : lorsque les données de l'énoncé ne peuvent pas être directement placées sur la représentation de l'outil.

Les objets mathématiques sont redéfinis à l'université (1/4)

Première question posée aux enseignants universitaires :

Évoquez-vous, dans votre cours, la notion :

- de catégorie d'épreuve ?
- d'événement ?
- de probabilité ?
- de probabilité conditionnelle ?

Cette question a mené à une discussion autour des définitions données aux étudiants et leurs similitudes avec celles données en secondaire.

Les objets mathématiques sont redéfinis à l'université (2/4)

Le premier professeur introduit ces notions à l'aide de l'espace de probabilités $(\Omega, \mathcal{A}, P)$.

> *« Je veux formaliser mathématiquement une expérience aléatoire. J'ai besoin des résultats possibles, c'est le Oméga, mais aussi d'une série de sous-ensembles d'éléments de ce Oméga qui sont les événements dont j'aimerais parler, on l'appellera la σ-algèbre. Cet ensemble, on a envie de lui assigner une mesure de croyance, c'est la probabilité. »*

Il énonce ensuite les axiomes de Kolmogorov et la formule de la probabilité conditionnelle, qu'il représente sur un **diagramme de Venn**.

Les objets mathématiques sont redéfinis à l'université (3/4)

Le second professeur introduit les premières notions de façon très similaire à ce qui est fait en secondaire.

> *« L'univers est l'ensemble des issues possibles de l'expérience aléatoire. Un événement, c'est un sous-ensemble de l'univers. »*

Il introduit la notion de probabilité en deux temps :

- À l'aide d'un univers fini où les événements sont équiprobables.
- Avec les ensembles de Vitali, pour expliquer le besoin d'ensembles infinis.

Il énonce ensuite les axiomes de Kolmogorov et la formule de la probabilité conditionnelle.

Les objets mathématiques sont redéfinis à l'université (4/4)

Un premier résultat qui ressort des réponses des enseignants est le suivant :

Résultat

Les enseignants à l'université prennent le temps de définir les premières notions de probabilité.

- Ces définitions sont souvent plus abstraites que celles vues en secondaire (Gueudet et Vandebrouck, 2022).
- Des exemples sont aussi proposés pour illustrer ces définitions.

Certains registres seront remobilisés à l'université (1/3)

Exercice issu d'un cours de probabilités de BAB2 :

Soient A, B et C trois événements. Exprimer en fonction de A, B et C et des opérations ensemblistes les événements ci-après :

(1) les trois événements se produisent,

(2) au moins un des événements se produit,

(3) pas plus de deux événements ne se produisent.

Et si les seules unions autorisées sont disjointes :

(4) au moins deux événements se produisent,

(5) au plus un événement se produit,

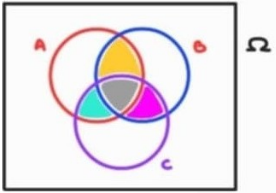
(6) exactement deux événements se produisent.

Certains registres seront remobilisés à l'université (2/3)

Cet exercice permet de travailler la théorie des ensembles et le vocabulaire ensembliste, notamment à l'aide de **diagrammes de Venn**.

Au point (4), un diagramme de Venn permet de trouver cette réponse :

$$((A \cap B) \setminus C) \,\dot{\cup}\, ((B \cap C) \setminus A) \,\dot{\cup}\, ((A \cap C) \setminus B) \,\dot{\cup}\, (A \cap B \cap C)$$



Ce type d'exercice se retrouve dans les cours des deux enseignants. Il est principalement résolu de façon algébrique.

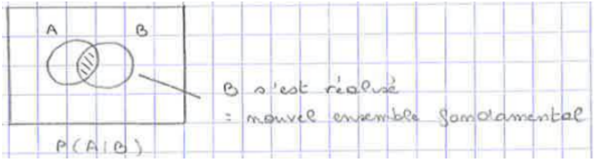
Certains registres seront remobilisés à l'université (3/3)

Quelques résultats issus de la discussion sur l'utilisation des registres dans les cours de probabilités des enseignants universitaires :

Résultats

- Les diagrammes de Venn sont utilisés pour interpréter des définitions, des propriétés et des remarques.
- Dans les exercices, l'utilisation de diagrammes de Venn, d'arbres et de tableaux est rarement proposée.

Exemple :



Bilan (1/2)

Question de recherche 1

À la sortie du secondaire, quels registres sont disponibles chez les élèves pour réaliser des tâches liées aux probabilités ?

Résultats

- Difficultés à mobiliser le registre de la langue naturelle pour définir les notions.
- Difficultés à articuler les registres de la langue naturelle et symbolique dans le passage des mots aux symboles.
- Facilités à articuler le registre symbolique et le registre numérique pour résoudre un exercice.
- Facilités à mobiliser les registres sagittal, des arbres et des tableaux lorsque la situation est adaptée.

Bilan (2/2)

Question de recherche 2

À l'université, quels registres sont mobilisés par le professeur pour revoir les prérequis sur les probabilités du secondaire ?
Quelles articulations entre les registres sont proposées par le professeur d'université pour revoir ces prérequis ?

Résultats

- Le registre de la langue naturelle est mobilisé pour revoir les définitions.
- L'articulation entre les registres de la langue naturelle et symbolique (passage des mots aux symboles) est retravaillée dans les exercices.
- Le registre symbolique est davantage présent dans les exercices.
- Le registre sagittal est articulé avec le registre de la langue naturelle pour proposer des remarques.